

MODELAGEM MATEMÁTICA DA DIFUSÃO LÍQUIDA DURANTE A SECAGEM DO TRIGO

PAULO C. CORRÊA¹, ANDRÉ L. D. GONELI², OSVALDO RESENDE³, STELITO A. DOS REIS NETO⁴

¹ Eng. Agrônomo, D.S., Professor Adjunto, Dep. de Eng. Agrícola, Universidade Federal de Viçosa - UFV, Viçosa - MG, (0xx31) 38992030, e-mail: andregoneli@yahoo.com.br

² Eng. Agrônomo, Bolsista Doutorado CNPq, Dep. de Eng. Agrícola, UFV, Viçosa - MG

³ Eng. Agrícola, Bolsista Doutorado CAPES, Dep. de Eng. Agrícola, UFV, Viçosa - MG

⁴ Eng. Agrônomo, Bolsista Mestrado UEMA, Dep. de Eng. Agrícola, UFV, Viçosa - MG

Escrito para apresentação no
XXXV Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola
31 de julho a 4 de agosto de 2006 - João Pessoa - PB

RESUMO: O objetivo do presente trabalho foi ajustar o modelo da difusão líquida às curvas de secagem do trigo e determinar o coeficiente de difusão para diversas condições controladas de temperatura. Foram utilizados grãos de trigo, com teor de água inicial de 0,32 b.s. A secagem do produto foi realizada para diferentes condições controladas de temperatura (25, 35, 45 e 55 °C) com umidade relativa de $55 \pm 1\%$. Utilizou-se o modelo matemático da difusão líquida, com solução analítica para a forma geométrica cilíndrica, com aproximação de oito termos. Com base nos resultados obtidos, conclui-se que o modelo da difusão líquida representa satisfatoriamente a cinética de secagem do trigo para as diversas condições de ar experimentadas. O coeficiente de difusão aumenta com a elevação da temperatura do ar, apresentando valores de $8,3306 \times 10^{-11}$ e $41,0977 \times 10^{-11}$ $m^2.s^{-1}$ para a faixa de temperatura estudada.

Palavras chave: Modelo matemático, coeficiente de difusão, secagem.

LIQUID DIFFUSION MATHEMATICAL MODEL DURING THE WHEAT DRYING

ABSTRACT: The objective of the present work was to adjust the liquid diffusion model to the wheat drying curves and to determine the diffusion coefficients for different controlled temperature conditions. Wheat grains with initial moisture of 0.32 d.b. were used. The drying process was conducted under different controlled temperatures (25, 35, 45 and 55°C) and Relative Humidity of $55 \pm 1\%$. The liquid diffusion mathematical model was used, with analytical solution for cylindrical geometric shape and eight terms approximation. Based on the obtained results, it can be concluded that the liquid diffusion represents satisfactorily the wheat drying kinetics under different tested drying air conditions for wheat. The diffusion coefficient increases as the drying air temperature increased presenting values from $8,3306 \times 10^{-11}$ to $41,0977 \times 10^{-11}$ $m^2.s^{-1}$ for the temperature range tested.

KEY-WORDS: Mathematical model, diffusion coefficient, drying.

INTRODUÇÃO: A secagem dos produtos agrícolas é o processo mais utilizado para assegurar sua qualidade e estabilidade. Assim, a diminuição da quantidade de água do material reduz a atividade biológica e as mudanças químicas e físicas que ocorrem durante o armazenamento. O fenômeno de redução do teor de água de grãos envolve o movimento da água do interior para a periferia do grão por meio de mecanismos distintos de transferência de calor e massa, que podem alterar de forma substancial a qualidade e as propriedades físicas do produto, dependendo do método e das condições de secagem (HALL, 1980). Os modelos de secagem baseados na teoria da difusão líquida têm

merecido atenção especial por parte dos pesquisadores. Estes modelos assumem que não há influência da capilaridade, desprezam os efeitos da transferência de energia e massa de um corpo para outro, dada a dificuldade de se quantificarem esses múltiplos efeitos na massa de produto, e também considera que os corpos entram em equilíbrio térmico com o ar instantaneamente, o que pode induzir a discrepâncias entre os resultados encontrados. O mecanismo da difusão líquida é muito complexo devido à diversidade da composição química e estrutura física dos produtos. Os dados disponíveis na literatura apresentam elevada variação nos seus valores, não só devido à complexidade dos produtos, como também em função dos diferentes métodos de estimação, tipo de material, teor de água, processo de secagem e a metodologia utilizada para sua obtenção. Assim, considerando a importância do estudo teórico do processo de secagem dos produtos agrícolas tropicais, o presente trabalho foi realizado com o objetivo de ajustar o modelo da difusão líquida durante a secagem dos grãos de trigo, bem como determinar e avaliar o coeficiente de difusão para diversas condições do ar.

MATERIAIS E MÉTODOS: Foram utilizados grãos de trigo, cultivar Aliança, com teor de água inicial de 0,32 b.s. A secagem do produto foi realizada para diferentes condições controladas de temperatura (25, 35, 45, e 55 °C), com umidade relativa de $55 \pm 1\%$. O trigo foi seco até que o produto atingisse seu teor de água de equilíbrio com a condição do ar especificada. Os teores de água do produto foram determinados por gravimetria utilizando-se estufa a $105 \pm 3^\circ\text{C}$, durante 24 horas, em três repetições. As condições ambientais para realização dos testes foram fornecidas por meio de uma unidade condicionadora de atmosfera, de fabricação da empresa Aminco, modelo Aminco-Aire 150/300 CFM. Este equipamento possui limitação no controle dos valores extremos de umidade relativa, impossibilitando a obtenção dos mesmos valores para as distintas temperaturas. Foram colocadas no interior do equipamento duas bandejas removíveis com fundo telado para permitir a passagem do ar através da amostra, contendo cada uma, 50 g de produto. O fluxo de ar foi monitorado com o auxílio de um anemômetro de lâminas rotativas e mantido em torno de $4 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^2$. A temperatura e a umidade relativa do ar foram monitoradas por meio de psicrômetro instalado próximo às bandejas, contendo as amostras. Para a modelagem da secagem segundo a teoria da difusão líquida, a segunda lei de Fick foi utilizada para estabelecer a difusão da água em função do gradiente de concentração, de acordo com a seguinte expressão (Brooker et al., 1992):

$$\frac{\partial U^*}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \cdot \frac{\partial U^*}{\partial x} \right) \quad (1)$$

em que, U^* é o teor de água do produto, decimal (b.s.), D é o coeficiente de difusão líquida ($\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$), t é o tempo (s) e x é a distância em relação a um ponto de referência no corpo (m). A variação do teor de água em função do tempo de secagem, considerando materiais homogêneos com coeficiente de difusão constante, foi representada pela seguinte equação:

$$\frac{\partial U^*}{\partial t} = D \cdot \left[\frac{\partial^2 U^*}{\partial r^2} + \frac{c}{r} \cdot \frac{\partial U^*}{\partial r} \right] \quad (2)$$

em que r é a distância radial ou espessura (m) e c é constante que depende da forma do produto (0 para corpos planos, 1 para corpos cilíndricos e 2 para corpos esféricos). Conforme proposto por Brooker et al. (1992), foi utilizada a solução analítica da equação (2) para a forma geométrica cilíndrica:

$$RU = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\lambda_n^2} \exp \left[-\frac{\lambda_n^2 \cdot D \cdot t}{4} \cdot \left(\frac{2}{r} \right)^2 \right] \quad (3)$$

onde RU é a razão de umidade do produto (adimensional), n é o número de termos e λ_n são as raízes da equação de Bessel de ordem zero. A solução analítica dessa equação apresenta-se na forma de uma série infinita, podendo o número finito de termos (n) no truncamento determinar a precisão dos resultados. Para a determinação das razões de umidade do trigo durante a secagem, nas diferentes condições de ar, utilizou-se a seguinte expressão:

$$RU = \frac{U^* - U_e^*}{U_i^* - U_e^*} \quad (4)$$

em que, U_e^* é o teor de água de equilíbrio do produto, decimal (b.s.) e U_i^* é o teor de água inicial do produto, decimal (b.s.). O modelo matemático da difusão líquida, com a solução analítica para a forma geométrica cilíndrica, com aproximação de oito termos (Equação 3), foi ajustado aos dados experimentais de secagem do trigo considerando-se a contração volumétrica unitária dos grãos ao longo do processo. Para o ajuste do modelo foi realizada análise de regressão não linear, pelo método Quasi-Newton, utilizando-se o programa computacional STATISTICA 5.0[®]. O grau de ajuste para cada condição considerou a significância do coeficiente de regressão pelo teste t, adotando o nível de 5% de probabilidade e as magnitudes do coeficiente de determinação (R^2) e do erro médio estimado (SE), calculado conforme a seguinte expressão:

$$SE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y - \hat{Y})^2}{GLR}} \quad (5)$$

em que SE é o erro médio estimado, decimal; Y é o valor observado experimentalmente; \hat{Y} é o valor calculado pelo modelo e GLR são os graus de liberdade do modelo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO: No Quadro 1, estão apresentados os valores médios dos coeficientes de difusão, erros médios estimados e coeficientes de determinação (R^2) para o modelo da difusão líquida, considerando a contração volumétrica (r variável) durante a secagem do trigo em casca nas diversas temperaturas do ar de secagem.

Quadro 1 - Coeficientes de determinação (R^2), erro médio estimado (SE) e coeficientes de difusão para o modelo da difusão líquida, durante a secagem do trigo para diversas temperaturas (T) do ar de secagem

T (°C)	R^2 (%)	SE (decimal)	Coefficiente de difusão $\times 10^{-11}$ (m ² .s ⁻¹)
25	99,07	0,0331	8,3306*
35	94,24	0,0257	17,1725*
45	99,43	0,0241	27,2354*
55	99,41	0,0226	41,0977*

* Significativo ao nível de 5% de probabilidade pelo teste t.

De acordo como Quadro 1, observa-se que o modelo da difusão líquida, ajustado para os grãos de trigo apresentou, para todas as condições de ar estudadas, significância do coeficiente de regressão ao nível de 5% de probabilidade pelo teste de t, e coeficiente de determinação superior a 99%. Os valores do erro médio estimado, também apresentaram magnitudes reduzidas (menor que 0,04), confirmando que os dados experimentais se ajustam satisfatoriamente ao modelo. Analisando os resultados obtidos, observa-se que, com a elevação da temperatura do ar de secagem, os valores do coeficiente de difusão aumentaram, indicando uma maior intensidade do fenômeno de transporte de água do interior para a periferia do grão, estando de acordo com pesquisas consultadas e literatura consultada (Sharma e Prasad, 2004; Babalis e Belessiotis, 2004). Para a faixa de temperatura estudada, os coeficientes de difusão dos grãos de trigo apresentaram magnitudes entre $8,3306 \times 10^{-11}$ e $41,0977 \times 10^{-11}$ m².s⁻¹ considerando a contração volumétrica unitária dos grãos, e entre $9,0244 \times 10^{-11}$ e $44,6509 \times 10^{-11}$ m².s⁻¹ utilizando-se o raio equivalente inicial dos grãos e mantendo-o constante, ou seja, desprezando-se a redução de volume do produto ao longo da secagem. Estes valores estão coerentes aos relatados na

literatura especializada para a secagem de produtos agrícolas, que de acordo com Madamba et al. (1996) apresentam-se na ordem de 10^{-9} a 10^{-11} $m^2.s^{-1}$. Os valores da razão de umidade experimentais e estimados pelo modelo da difusão líquida para a secagem dos grãos de trigo para as diversas condições de temperatura estão apresentados na Figura 1.

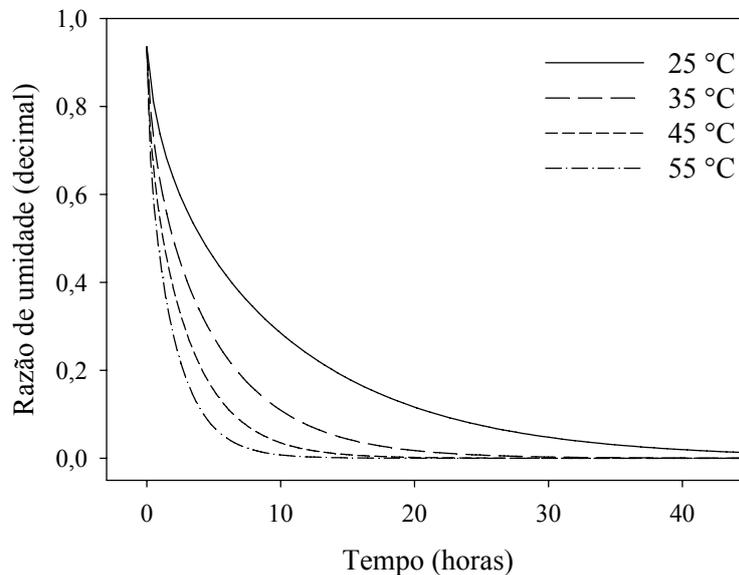


Figura 1 - Curvas de secagem do trigo estimadas pelo modelo da difusão líquida para as diversas temperaturas do ar.

CONCLUSÃO: Com base nos resultados obtidos, conclui-se que o modelo da difusão líquida representa satisfatoriamente a cinética de secagem dos grãos de trigo para as diversas condições de ar experimentadas. O coeficiente de difusão aumenta com a elevação da temperatura do ar, apresentando, com a inclusão a contração volumétrica, valores de $8,3306 \times 10^{-11}$ e $41,0977 \times 10^{-11}$ $m^2.s^{-1}$ para a faixa de temperatura estudada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- BABALIS, S.J.; BELESSIOTIS, V.G. Influence of the drying conditions on the drying constants and moisture diffusivity during the thin-layer drying of figs. **Journal of Food Engineering**. v.65. p.449-458, 2004.
- BROOKER, D.B.; BAKKER-ARKEMA, F.W.; HALL, C.W. **Drying and storage of grains and oilseeds**. Westport: The AVI Publishing Company, 1992. 450 p.
- HALL, C.W. **Drying and storage of agricultural crops**. Westport: AVI, 1980.
- MADAMBA, P.S.; DRISCOLL, R.H.; BUCKLE, K.A. Thin-layer drying characteristics of garlic slices. **Journal of Food Engineering**. v.29. p.75-97, 1996.
- SHARMA, G.P.; PRASAD, S. Effective moisture diffusivity of garlic cloves undergoing microwave-convective drying. **Journal of Food Engineering**. v.65, p.609-617, 2004.