

# MÉTODO MATEMÁTICO PARA A ESTIMATIVA ANALÍTICA DAS CURVAS DE DESEMPENHO DE BOMBAS CENTRÍFUGAS<sup>1</sup>

Tadayuki YANAGI JR.<sup>2</sup>, Eli FERREIRA<sup>3</sup>, Alberto COLOMBO<sup>4</sup>,  
Carlos Rogério de MELLO<sup>5</sup>

**RESUMO:** Objetivou-se, com o presente trabalho, desenvolver um método para estimativa analítica das curvas de desempenho de bombas centrífugas. Selecionado o modelo da bomba, as expressões matemáticas interpoladoras são calculadas para a representação das curvas de altura manométrica, de rendimento e de NPSH<sub>requerido</sub> em função da vazão. Essas expressões poderão ser utilizadas em programas computacionais para simular o desempenho de estações de bombeamento.

**PALAVRAS-CHAVE:** Bombas, Curvas de desempenho, Método matemático

**ABSTRACT:** The purpose of this work was to develop a mathematical method to estimate the pump performance curves by analytical method. The interpolated expressions were calculated the pump performance curves pressure, efficiency and NPSH through the discharge after the selection of the pump model. These expressions could be used in computer programs by simulation of the pump station performance.

**KEYWORDS:** Pump, Performance curves, Mathematical method

**INTRODUÇÃO:** Ao selecionar uma bomba visa-se, especificamente, o recalque de determinada vazão em certa altura manométrica, sendo que o desempenho e o ponto de funcionamento de uma bomba centrífuga podem ser determinados a partir da curva característica da bomba (Hman vs. Q) e da curva característica da tubulação (Bernardo, 1989). Nielsen (1986) expressou matematicamente a curva característica da bomba através de uma parábola e, juntamente com a fórmula que expressa a curva característica da tubulação, obteve o ponto de operação do circuito. Segundo o autor, o método gráfico, apesar de simples, é também bastante trabalhoso, sendo assim, o método analítico torna-se vantajoso para a solução de circuitos hidráulicos simples utilizando somente uma bomba. Arens et al. (1989) afirma que a aplicação dos métodos numéricos nos projetos de instalações elevatórias exige geralmente que as curvas características das bombas sejam expressas de forma algébrica. Desta forma, objetivou-se com o presente trabalho, desenvolver um método matemático para a estimativa analítica das curvas de desempenho de bombas centrífugas.

**MATERIAL E MÉTODOS:** Foram determinadas as expressões interpoladoras das curvas de desempenho de bombas centrífugas, ou seja, altura manométrica (Hman), rendimento e NPSH<sub>requerido</sub> em função da vazão. O presente trabalho foi constituído de duas etapas: escolha do grau das expressões interpoladoras e adaptação das expressões interpoladoras para o

<sup>1</sup> Trabalho desenvolvido no Departamento de Ciências Exatas da Universidade Federal de Lavras - UFLA.

<sup>2</sup> M.Sc. em Engenharia Agrícola - Irrigação e Drenagem, DEX-UFLA, Campus Universitário, Lavras, MG, CEP: 37200-000, Fone: (035) 829-1374, FAX (035) 829-1371.

<sup>3</sup> Dr. , DEG-UFLA, Campus Universitário, Lavras, MG, CEP: 37200-000, Fone: (035) 829-1481.

<sup>4</sup> M.Sc. , DEG-UFLA, Campus Universitário, Lavras, MG, CEP: 37200-000, Fone: (035) 829-1481.

<sup>5</sup> Estudante do Curso de Graduação de Eng. Agrícola, DEX-UFLA, Campus Universitário, Lavras, MG, CEP: 37200-000.

estudo de bombas centrífugas. A etapa de escolha do grau das expressões interpoladoras foi feita através do estudo da análise de variância em regressões de primeiro à terceiro grau, para altura manométrica, rendimento e  $NPSH_{requerido}$ , sendo que o grau escolhido foi aquele que na regressão apresentou a maior índice de significância. O polinômio interpolador de terceiro grau foi usado para representar a variação da altura manométrica e do rendimento em função da vazão e o polinômio interpolador de segundo grau foi usado para representar a variação do  $NPSH_{requerido}$  em função da vazão. Após a escolha do grau dos polinômios interpoladores, procedeu-se a adaptação desses polinômios para o uso em bombas centrífugas, sendo que as expressões obtidas foram:

$$H_{man} = a_1 + b_1 \cdot Q + c_1 \cdot Q^2 + d_1 \cdot Q^3 \quad (1)$$

sendo,

$$a_1 = H_1 \quad d_1 = \frac{H_4 - 3 \cdot (H_3 - H_2) - H_1}{6 \cdot \Delta Q^3} \quad c_1 = \frac{H_3 - 2 \cdot H_2 + H_1}{2 \cdot \Delta Q^2} - 3 \cdot d_1 \cdot \Delta Q \quad b_1 = \frac{H_2 - H_1}{\Delta Q} - c_1 \cdot \Delta Q - d_1 \cdot \Delta Q^2$$

$$\eta = a_2 + b_2 \cdot Q + c_2 \cdot Q^2 + d_2 \cdot Q^3 \quad (2)$$

sendo,

$$a_2 = 0 \quad d_2 = \frac{\eta_4 - 3 \cdot (\eta_3 - \eta_2)}{6 \cdot \Delta Q^3} \quad c_2 = \frac{\eta_3 - 2 \cdot \eta_2}{2 \cdot \Delta Q^2} - 3 \cdot d_2 \cdot \Delta Q \quad b_2 = \frac{\eta_2}{\Delta Q} - c_2 \cdot \Delta Q - d_2 \cdot \Delta Q^2$$

$$NPSH_{req} = a_3 + b_3 \cdot Q + c_3 \cdot Q^2 \quad (3)$$

sendo,

$$c_3 = \frac{NPSH_3 - 2 \cdot NPSH_2 + NPSH_1}{2 \cdot \Delta Q} \quad b_3 = \frac{NPSH_2 - NPSH_1}{\Delta Q} - 2 \cdot c_3 \cdot Q_1 - c_3 \cdot \Delta Q \quad a_3 = NPSH_1 - b_3 \cdot Q_1 - c_3 \cdot Q_1^2$$

**RESULTADOS E DISCUSSÃO:** As expressões interpoladoras 1, 2 e 3 foram usadas para representar as curvas de altura manométrica ( $H_{man}$ ) versus vazão, rendimento versus vazão e  $NPSH_{requerido}$  versus vazão, respectivamente. A Figura 1 mostra a comparação dos valores observados (retirados do catálogo do fabricante) e ajustados através das expressões matemáticas interpoladoras usadas para representação da altura manométrica, do rendimento e do  $NPSH_{requerido}$  em função vazão para a bomba KSB, modelo WKL-100 equipada com rotores de diâmetros iguais a: 250 mm, 255 mm e 265 mm. Nota-se que as curvas interpoladoras mostradas na Figura 1 e os pontos observados são quase coincidentes, mostrando a boa aproximação dos valores ajustados com os valores observados (retirados do catálogo do fabricante).

**CONCLUSÕES:** As expressões interpoladoras cúbicas para a representação da altura manométrica e do rendimento em função da vazão, e quadrática para a representação do  $NPSH_{requerido}$  em função da vazão, apresentaram boa aproximação em relação aos valores

originais, sendo que a simplicidade das expressões possibilitam o uso em programas de computador para projeto e simulação de estações de bombeamento.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

ARENS, H.G.; PORTO, R. de M. Para o desempenho de bombas. **Revista DAE**, v.49, n.154, jan./mar., 1989. p.11-14.

BERNARDO, S. **Manual de Irrigação**. 5.ed. Viçosa: UFV, 1989. 596p.

NIELSEN, M.J. Análise de circuitos hidráulicos com bombas centrífugas - Método para a estimativa analítica do ponto de funcionamento (vazão x altura manométrica). **Revista DAE**, v.16, n.147, dez. 1986. p.385-386.

### SIMBOLOGIA:

$H_{man}$	Altura manométrica (m);
$\eta$	Rendimento da bomba;
$NPSH_{req}$	“Net Positive Suction Head” requerido (m);
$a_1, b_1, c_1$ e $d_1$	Coefficientes de ajuste da equação característica da bomba;
$a_2, b_2, c_2$ e $d_2$	Coefficientes de ajuste da equação de rendimento da bomba;
$a_3, b_3$ e $c_3$	Coefficientes de ajuste da equação de $NPSH_{requerido}$ pela bomba;
$Q$	Vazão ( $m^3/s$ );
$H_1, H_2, H_3$ e $H_4$	Alturas manométricas retiradas da curva da bomba apresentada pelo fabricante, espaçadas de $\Delta Q$ a partir da origem;
$\Delta Q$	Acréscimo de vazão ( $m^3/h$ );
$\eta$	Rendimento (%);
$\eta_1, \eta_2, \eta_3$ e $\eta_4$	Rendimentos da bomba retirados da curva apresentada pelo fabricante, espaçadas em $\Delta Q$ da origem (%);
$NPSH_1$	“Net Positive Suction Head” requerido retirado da curva da bomba apresentada pelo fabricante, para vazão igual a $Q_1$ ;
$NPSH_2, \eta$ e $NPSH_3$	“Net Positive Suction Head” requeridos retirados da curva da bomba apresentada pelo fabricante, espaçados de $\Delta Q$ a partir do valor de $NPSH_1$ ;
$Q_1$	Vazão da bomba relacionada ao valor do $NPSH_1$ .

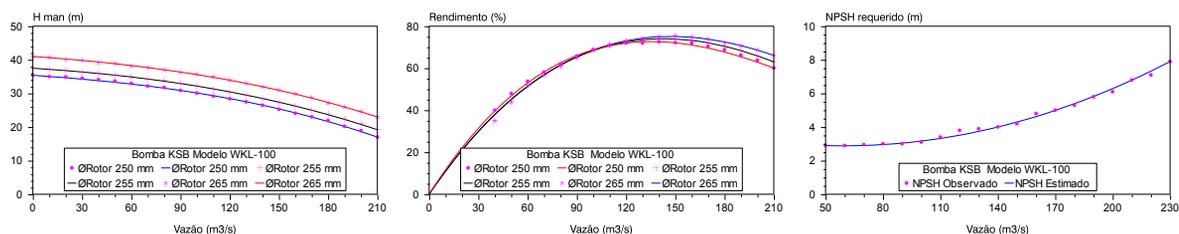


FIGURA 1 - Valores observados e estimados da Altura manométrica, rendimento e  $NPSH_{requerido}$  em função da vazão, para a bomba KSB, modelo WKL-100, equipada com os rotores de 250, 255 e 265 mm de diâmetro.