



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE DESENVOLVIMENTO SUSTENTÁVEL DO SEMIÁRIDO  
UNIDADE ACADÊMICA DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**PALOMA DOS SANTOS ALVES NUNES**

**ALGORITMO *PARTICLE SWARM OPTIMIZATION* MULTI OBJETIVO  
PARA PROBLEMAS DE POUSO DE AERONAVES EM PISTA ÚNICA**

**SUMÉ - PB  
2024**

**PALOMA DOS SANTOS ALVES NUNES**

**ALGORITMO *PARTICLE SWARM OPTIMIZATION* MULTIOBJETIVO  
PARA PROBLEMAS DE POUSO DE AERONAVES EM PISTA ÚNICA**

**Monografia apresentada ao Curso Superior de Engenharia de Produção do Centro de Desenvolvimento Sustentável do Semiárido da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.**

**Orientador: Professor Dr. Yuri Laio Teixeira Veras Silva**

**SUMÉ - PB  
2024**



N972a Nunes, Paloma dos Santos Alves.  
Algoritmo particle swarm optimization  
multiobjetivo para problema de pouso de aeronaves em  
pista única. / Paloma dos Santos Alves Nunes. - 2024.

94 f.

Orientador: Professor Dr. Yuri Laio Teixeira Veras  
Silva.

Monografia - Universidade Federal de Campina  
Grande; Centro de Desenvolvimento Sustentável do  
Semiárido; Curso de Engenharia de Produção.

1. Algoritmo Particle Swarm Optimization. 2.  
Tráfego aéreo. 3. Pouso de aeronaves - pista única. 4.  
Otimização multiobjetivo. 5. Algoritmo heurístico. 6.  
Particle Swarm Optimization. 7. Aeronaves - pouso. 8.  
Eficiência de Pareto. I. Silva, Yuri Laio Teixeira  
Veras. II. Título.

CDU: 658.5(043.1)

**Elaboração da Ficha Catalográfica:**

Johnny Rodrigues Barbosa  
Bibliotecário-Documentalista  
CRB-15/626

**PALOMA DOS SANTOS ALVES NUNES**

**ALGORITMO *PARTICLE SWARM OPTIMIZATION* MULTIOBJETIVO  
PARA PROBLEMAS DE POUSO DE AERONAVES EM PISTA ÚNICA**

**Monografia apresentada ao Curso Superior de Engenharia de Produção do Centro de Desenvolvimento Sustentável do Semiárido da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.**

**BANCA EXAMINADORA:**

---

**Professor Dr. Yuri Laio Teixeira Veras Silva.**

**Orientador – UAEP/CDSA/UFCG**

---

**Professor Dr. Luciano Carlos Azevedo da Costa.**

**Examinador Externo – UFPB**

---

**Professor Dr. Eduardo Vieira Queiroga.**

**Examinador Externo – UFPB**

**Trabalho aprovado em: 12 de setembro de 2024.**

**SUMÉ - PB**

A Deus e minha família, por sempre me apoiarem e estarem presentes nessa jornada.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, em primeiro lugar, que torna meus dias cada vez mais especiais com sua presença e seu amor. Obrigada por me acompanhar nessa caminhada, dando forças para superar todos os desafios.

Aos meus pais, Ivonaldo e Nilda, por serem um exemplo de amor, carinho e dedicação. Sempre me incentivaram a prosseguir com meus estudos, fazendo todo o possível para que eu chegasse até aqui. A vocês, minha eterna gratidão por tamanha cumplicidade.

Minhas irmãs, Beatriz e Victória, obrigada pelo apoio e por sempre estarem comigo afirmando que tudo vai dar certo. Ao meu namorado Dhyogo, por sua paciência, amor, companheirismo e sempre me encorajar a ir atrás dos meus sonhos. A minha tia Branca e Juarez, por ter me dado suporte ao longo da graduação e torcerem pelo meu sucesso.

Ao meu avô José, que está presente em todas as etapas da minha vida. A minha avó Inácia que, infelizmente, não se encontra mais aqui, mas tenho certeza que está orgulhosa lá de cima. Saudades e obrigada por ter me apoiado até os últimos momentos.

Ao meu orientador Yuri, pelos ensinamentos repassados, por ter acreditado em mim desde o início e me incentivado a permanecer na jornada acadêmica. Obrigada pela oportunidade de ser sua orientanda e por todos os seus conselhos.

Aos meus amigos, Bruno, Karla, Ariadne, Mariana, Denny, Amanda, Rafaela, Carla, João Vitor, Maria das Graças e Sérgio. Vocês foram essenciais durante essa trajetória, tornando os momentos desafiantes mais leves e possíveis de serem superados.

“Lembre de Deus em tudo o que fizer e  
ele lhe mostrará o caminho certo”

Provérbios 3: 6-8

## RESUMO

O tráfego aéreo tem aumentado significativamente nos últimos anos em função do fluxo de passageiros e da demanda pela logística de cargas comerciais. Tal fato, em conjunto com o crescente número de operações e voos, têm ocasionado em um aumento considerável da complexidade nos planejamentos aeroportuários. Nesse contexto, o presente estudo trata do *Aircraft Landing Problem* (ALP), que pertence à classe de complexidade NP-Hard e apresenta grande relevância para o controle eficiente do tráfego aéreo. O problema consiste no agendamento do tempo de pouso de aeronaves nos aeroportos, geralmente visando a minimização do custo total de penalidade aplicado sob os desvios entre o tempo alvo e o tempo designado do pouso. Tal programação precisa cumprir com uma série de restrições presentes no contexto real, onde o tempo de pouso deve estar situado entre os limites dessa janela, além de respeitar o tempo de separação entre o par de aeronaves. Em função disso, o presente estudo propõe um algoritmo heurístico baseado em uma abordagem evolucionária multiobjetivo de minimizar o custo total de divergência e o *makespan*, denominado de *Multi-objective Particle Swarm Optimization* (MOPSO), para resolução do ALP envolvendo configurações de pista única. A performance do algoritmo é avaliada por meio de um conjunto de instâncias encontradas na literatura, envolvendo até 20 aeronaves, e instâncias reais do Aeroporto Internacional de Recife, com até 100 aeronaves. Os experimentos computacionais mostraram que a heurística proposta obteve resultados competitivos quando comparados aos de outras heurísticas analisadas, pois apresentou um melhor desempenho em 60% das instâncias da literatura (sendo que em 40% alcançou a solução ótima), no caso da abordagem de único objetivo. Ao considerar múltiplos objetivos, o MOPSO forneceu soluções de boa qualidade em um tempo computacional satisfatório.

**Palavras-chave:** Tráfego Aéreo; Problema de Agendamento do Pouso de Aeronaves; Otimização Multiobjetivo; Algoritmo Heurístico; Particle Swarm Optimization.

## ABSTRACT

Air traffic has increased significantly in recent years due to the growth in passenger flow and the demand for commercial cargo logistics. This, coupled with the rising number of operations and flights, has resulted in a considerable increase in the complexity of airport planning. In this context, this study addresses the Aircraft Landing Problem (ALP), which is an NP-Hard problem of significant relevance for efficient air traffic control. The ALP involves scheduling aircraft landing times at airports, typically aiming to minimize the total penalty cost associated with deviations between the target and assigned landing times. This scheduling must adhere to a set of real-world constraints, such as ensuring that each landing time falls within a specified time window and maintaining the required separation time between pairs of aircraft. To solve the ALP in single-runway configurations, this study proposes a heuristic algorithm based on a multi-objective evolutionary approach to minimize both the total deviation cost and the makespan, Multi-objective Particle Swarm Optimization (MOPSO). The performance of the algorithm is evaluated using a set of benchmark instances from the literature, involving up to 20 aircraft, as well as real-world instances from Recife International Airport, with up to 100 aircraft. Computational experiments demonstrated that the proposed heuristic achieved competitive results compared to other analyzed heuristics, showing better performance in 60% of the benchmark instances (with optimal solutions reached in 40% of these cases) for the single-objective approach. When considering multiple objectives, the MOPSO provided high-quality solutions within a satisfactory computational time.

**Keywords:** Air Traffic. Aircraft Landing Scheduling Problem; Multi-objective Optimization; Heuristic Algorithm; Particle Swarm Optimization.

## LISTA DE ALGORITMOS

<b>Algoritmo 1</b> - Algoritmo.....	<b>61</b>
<b>Algoritmo 2</b> - Avaliação da solução das partículas.....	<b>61</b>
<b>Algoritmo 3</b> - Atualização da fronteira de Pareto.....	<b>65</b>
<b>Algoritmo 4</b> - Avaliação do melhor global.....	<b>66</b>

## LISTA DE EQUAÇÕES

<b>Equação 1</b> .....	<b>32</b>
<b>Equação 2</b> .....	<b>32</b>
<b>Equação 3</b> .....	<b>33</b>
<b>Equação 4</b> .....	<b>33</b>
<b>Equação 5</b> .....	<b>50</b>
<b>Equação 6</b> .....	<b>50</b>
<b>Equação 7</b> .....	<b>50</b>
<b>Equação 8</b> .....	<b>50</b>
<b>Equação 9</b> .....	<b>50</b>
<b>Equação 10</b> .....	<b>50</b>
<b>Equação 11</b> .....	<b>50</b>
<b>Equação 12</b> .....	<b>51</b>
<b>Equação 13</b> .....	<b>51</b>
<b>Equação 14</b> .....	<b>54</b>
<b>Equação 15</b> .....	<b>54</b>
<b>Equação 16</b> .....	<b>55</b>
<b>Equação 17</b> .....	<b>55</b>
<b>Equação 18</b> .....	<b>56</b>
<b>Equação 19</b> .....	<b>56</b>
<b>Equação 20</b> .....	<b>57</b>
<b>Equação 21</b> .....	<b>62</b>
<b>Equação 22</b> .....	<b>62</b>
<b>Equação 23</b> .....	<b>70</b>

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> -	Ilustração da designação do tempo de pouso de aeronaves.....	25
<b>Figura 2</b> -	Esquema ilustrativo do Idle Time.....	26
<b>Figura 3</b> -	Comportamento da função custo com maior penalidade para o tempo limite de atraso.....	27
<b>Figura 4</b> -	Comportamento da função custo com maior penalidade para o tempo limite de antecipação.....	28
<b>Figura 5</b> -	Representação da separação mínima entre os tipos de aeronaves.....	29
<b>Figura 6</b> -	Representação da fronteira de Pareto e das soluções dominadas e não dominadas.....	34
<b>Figura 7</b> -	Representação da fronteira de Pareto e das soluções dominadas e não dominadas.....	47
<b>Figura 8</b> -	Esquema de geração de partículas.....	55
<b>Figura 9</b> -	Fluxograma do processo de construção do MOPSO.....	59
<b>Figura 10</b> -	Processo de estruturação das instâncias.....	68
<b>Figura 11</b> -	Métrica Hypervolume.....	71
<b>Figura 12</b> -	Representação dos tempos alvos e programados obtidos para a primeira instância.....	73
<b>Figura 13</b> -	Representação dos tempos alvos e programados obtidos para a segunda instância.....	74
<b>Figura 14</b> -	Representação dos tempos alvos e programados obtidos para a terceira instância.....	74
<b>Figura 15</b> -	Representação dos tempos alvos e programados obtidos para a quarta instância.....	74
<b>Figura 16</b> -	Representação dos tempos alvos e programados obtidos para a quinta instância.....	75
<b>Figura 17</b> -	Fronteira de Pareto da primeira instância.....	78
<b>Figura 18</b> -	Fronteira de Pareto da segunda instância.....	79
<b>Figura 19</b> -	Fronteira de Pareto da terceira instância.....	79
<b>Figura 20</b> -	Fronteira de Pareto da quarta instância.....	79
<b>Figura 21</b> -	Fronteira de Pareto da quinta instância.....	80
<b>Figura 22</b> -	Fronteira de Pareto da REC_1.....	81
<b>Figura 23</b> -	Fronteira de Pareto da REC_2.....	82
<b>Figura 24</b> -	Fronteira de Pareto da REC_3.....	82
<b>Figura 25</b> -	Fronteira de Pareto da REC_4.....	82

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1 -</b>	Exemplificação do tempo de separação mínimo (em segundos) entre pousos na mesma pista.....	<b>29</b>
<b>Tabela 2 -</b>	Configurações de pista e métodos adotados.....	<b>43</b>
<b>Tabela 3 -</b>	Exemplificação do tempo de separação entre as aeronaves.....	<b>49</b>
<b>Tabela 4 -</b>	Restrições adotadas no estudo.....	<b>49</b>
<b>Tabela 5 -</b>	Notações e variáveis de decisão do problema.....	<b>50</b>
<b>Tabela 6 -</b>	Comparativos dos parâmetros e variáveis.....	<b>52</b>
<b>Tabela 7 -</b>	Valores dos parâmetros adotados no método proposto.....	<b>57</b>
<b>Tabela 8 -</b>	Representação do vetor solução.....	<b>58</b>
<b>Tabela 9 -</b>	Exemplificação da viabilização da partícula.....	<b>64</b>
<b>Tabela 10 -</b>	Instâncias da OR- Library.....	<b>67</b>
<b>Tabela 11 -</b>	Tempo de separação mínimo (em minutos) entre o par de aeronaves.....	<b>70</b>
<b>Tabela 12 -</b>	Resultados para as instâncias aplicadas.....	<b>72</b>
<b>Tabela 13 -</b>	Comparação de outras abordagens encontradas na literatura.....	<b>76</b>
<b>Tabela 14 -</b>	Resultados do PSO para o Aeroporto Guararapes.....	<b>77</b>
<b>Tabela 15 -</b>	Resultados para o ALP nas métricas HV e tempo computacional.....	<b>78</b>
<b>Tabela 16 -</b>	Resultados do MOPSO para o Aeroporto Guararapes.....	<b>81</b>

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<b>ALP</b>	Aircraft Landing Problem
<b>ATC</b>	Controle de Tráfego Aéreo
<b>ATCs</b>	Controladores de Tráfego Aéreo
<b>ATM</b>	Air Traffic Management
<b>FAA</b>	Federal Aviation Administration
<b>FCFS</b>	First Come First Serve
<b>MOP</b>	Problemas de Otimização Multiobjetivo
<b>MOPSO</b>	Multi-Objective Particle Swarm Optimization
<b>PSO</b>	Particle Swarm Optimization
<b>RHC</b>	Receding Horizon Control
<b>TMA</b>	Terminal Management Advisor

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>17</b>
1.1	DEFINIÇÃO DO TEMA.....	17
1.2	JUSTIFICATIVA.....	18
1.3	OBJETIVOS.....	20
<b>1.3.1</b>	<b>Objetivo Geral.....</b>	<b>20</b>
<b>1.3.2</b>	<b>Objetivos Específicos.....</b>	<b>20</b>
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	21
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>22</b>
2.1	AIR TRAFFIC CONTROL.....	22
2.2	AIRCRAFT LANDING PROBLEM (ALP).....	23
<b>2.2.1</b>	<b>Principais restrições.....</b>	<b>25</b>
2.2.1.1	Janela de tempo de pouso.....	26
2.2.1.2	Tempo de separação.....	28
2.2.1.3	Capacidade da pista.....	30
2.3	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO.....	32
<b>2.3.1</b>	<b>Eficiência de Pareto.....</b>	<b>32</b>
2.3.1.1	Dominância de Pareto.....	33
2.3.1.2	Fronteira de Pareto.....	33
2.4	TRABALHOS RELACIONADOS.....	34
<b>2.4.1</b>	<b>Heurísticas baseadas em busca local.....</b>	<b>34</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Heurística baseadas em busca populacional e bioinspiradas.....</b>	<b>35</b>
<b>2.4.3</b>	<b>Heurísticas híbridas.....</b>	<b>38</b>
<b>2.4.4</b>	<b>Outras Heurísticas.....</b>	<b>39</b>
<b>2.4.5</b>	<b>Abordagens exatas.....</b>	<b>40</b>
2.4.5.1	Métodos híbridos.....	41
<b>3</b>	<b>ASPECTOS METODOLÓGICOS.....</b>	<b>46</b>
3.1	CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA.....	46
3.2	METODOLOGIA DA PESQUISA.....	47
3.3	DESCRIÇÃO FORMAL DA PROBLEMÁTICA DO POUSO DE AERONAVES.....	48
3.4	MULTI-OBJECTIVE PARTICLE SWARM OPTIMIZATION (MOPSO).....	52
<b>3.4.1</b>	<b>Representação da solução.....</b>	<b>57</b>
<b>3.4.2</b>	<b>Algoritmo proposto.....</b>	<b>58</b>
3.4.2.1	Inicialização.....	60
3.4.2.2	Avaliação da solução.....	61
3.4.2.3	Mecanismo de perturbação.....	62
3.4.2.4	Mecanismos de viabilização.....	63
3.4.2.5	Atualização da Fronteira de Pareto.....	65
3.4.2.6	Seleção do melhor local e global.....	66
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO.....</b>	<b>67</b>
4.1	INSTÂNCIAS.....	67
4.2	MÉTRICAS DE DESEMPENHO.....	70
<b>4.2.3</b>	<b>Hypervolume (HV) .....</b>	<b>70</b>
4.3	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS.....	72
<b>4.3.1</b>	<b>Resultados Computacionais para o Problema de Objetivo Único.....</b>	<b>72</b>

4.3.1.1	Resultados para as Instâncias da Literatura.....	72
4.3.1.2	Resultados para as Instâncias do Aeroporto Internacional de Recife.....	76
<b>4.3.2</b>	<b>Resultados Computacionais para o Problema Multiobjetivo.....</b>	<b>77</b>
4.3.2.1	Resultados para as Instâncias da Literatura.....	77
4.3.2.2	Resultados para as Instâncias do Aeroporto Internacional de Recife.....	80
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>84</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>86</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 DEFINIÇÃO DO TEMA

O elevado crescimento do tráfego aéreo na última década tem ocasionado frequentes congestões na aviação devido à limitação dos recursos existentes para suprir tal demanda. Tal problemática pode ser custosa para a administração do aeroporto e seus principais *stakeholders*, visto que a ocorrência de atrasos e o planejamento ineficiente das operações pode ocasionar insatisfações dos clientes (Messoud, 2021). Sendo assim, a busca por efetividade do sistema, visando aumentar a capacidade aeroportuária e minimizar a ocorrência de atraso dos voos, torna-se um dos principais desafios a serem enfrentados.

Dado esse nível de congestionamento, o conjunto de pistas aeroportuárias atua diretamente no fluxo de partidas e chegadas de aeronaves. Ao passo que o número de voos aumenta, maior é a necessidade de gerenciá-las de forma efetiva. Segundo Liu (2018), a otimização da programação de decolagem e pouso de aeronaves é um método de menor custo no que diz respeito ao aumento da capacidade da pista e redução dos atrasos. No entanto, essa atividade pode ser complexa para os controladores diante das diversas variáveis atuantes no problema e do nível de decisões a serem tomadas.

O *Aircraft Landing Problem* (ALP), denominado também de Problema de Pouso de Aeronaves, é um fator de planejamento importante na operação dos aeroportos, pois trata do agendamento de pouso de aeronaves buscando reduzir o custo total de divergência em pousar antes ou após o tempo ideal, levando em conta as restrições existentes. Conforme retratado por Veresnikov et al. (2019), as primeiras publicações relacionadas a tal temática ocorreram na década de 1970 e, atualmente, continuam apresentando uma alta relevância. Isto sucede devido ao fato de ser caracterizado como um problema NP-*Hard*, no qual foram surgindo novos requisitos relacionados ao fluxo de aeronaves, bem como novas metodologias de resolução. Assim, sua solução ocorre quando a aeronave entra no alcance do radar do aeroporto, em torno de 45-60 minutos do destino. Os controladores de tráfego aéreo (Air Traffic Controller - ATCs) definem o momento em que será executado tal procedimento, além da pista a ser ocupada (Rogovs, Nikitina e Gerdts, 2022). Portanto, é estabelecida uma janela de tempo de pouso para cada aeronave, com limites inferior e superior, e um instante ideal. Quanto mais próximo do tempo esperado, menor a divergência. Esses desvios causam perturbações na dinâmica de funcionamento do aeroporto onde, conseqüentemente, são atribuídos custos de penalidade associados a cada unidade de tempo (Bencheikh, Boukachour e Alaoui, 2011).

Há outros diversos quesitos adotados neste problema, dentre eles critérios de separação entre o par de aeronaves como forma de promover a segurança do voo, intervalo de tempo de congelamento na reprogramação do horário de pouso e a classificação da pista no que se refere a operações mistas de decolagem e pouso ou apenas de uso específico (Messaoud, 2021). Distintos objetivos podem ser definidos, além da minimização do custo total de divergência. Logo, ao considerar mais de um objetivo de forma paralela, a abordagem é caracterizada como multiobjetivo. Isso significa que haverá uma otimização simultânea de vários objetivos que, geralmente, são conflitantes entre si. Tendo isso em vista, faz-se necessário a adoção de métodos que auxiliem nesse processo com maior rapidez e menor esforço por parte dos ATCs.

Diferentes métodos são introduzidos na solução do ALP, sendo destaque na literatura os exatos e heurísticos. Cada um deles tem sua particularidade e, no primeiro caso, provém soluções ótimas para pequenas instâncias do problema. Em geral, os métodos exatos levam muito tempo computacional para alcançar resultados ótimos nos casos de instâncias maiores, sendo inviável nessas aplicações. Por essa razão, diversos pesquisadores desenvolvem algoritmos heurísticos visando alcançar soluções próximas do ótimo, em um menor tempo de execução (Soykan e Rabadi, 2016; Abdullah; Abdullah; Sarim, 2017).

Entre os algoritmos heurísticos aplicados nesse contexto, tem-se o *Particle Swarm Optimization* (PSO). Caracterizado por se basear no comportamento de enxames, conta com uma população de partículas que representam soluções candidatas. Logo, são realizadas buscas no espaço de dimensões visando encontrar a melhor partícula que otimize o problema abordado. Essa metaheurística se torna atrativa na área de otimização, devido ser facilmente implementada, possuir apenas três parâmetros a serem controlados e ter flexibilidade em hibridizá-la com outros algoritmos (Shami, 2022).

## 1.2 JUSTIFICATIVA

O sequenciamento eficiente do pouso de aeronaves nos aeroportos é extremamente complexo, tornando-se uma questão de tamanha relevância no gerenciamento do tráfego aéreo. De acordo com a estimativa realizada pela *Federal Aviation Administration* (FAA), entre os anos de 2020 e 2040, os centros de controle de área passarão a ser responsáveis por um maior número de aeronaves, situando-se em um aumento de, em média, 1,5% ao ano. Além disso, o estudo realizado por Gelhausen, Berster e Wilken (2021) mostra que haverá um aumento no

volume de passageiros entre 84% e 114% até o ano de 2040 e, no cenário mais crítico, 250 milhões de passageiros em todo o mundo não serão servidos.

Nesse contexto, a capacidade do aeroporto será ainda mais afetada e, conseqüentemente, os atrasos ocorrerão com maior frequência, caso os controladores não adotem métodos que otimizem as operações aeroportuárias. Assim, devido aos ATCs serem responsáveis pelo fluxo seguro e ordenado das aeronaves, a sua carga de trabalho aumenta quando o tráfego é intenso ou vários voos necessitam de tratamentos especiais. Levando em conta o crescimento do número de aeronaves prevista para os próximos anos, os efeitos serão ainda maiores sem a aplicação de tais medidas.

Na dinâmica real dos aeroportos, diferentes variáveis podem influenciar a programação realizada, necessitando modificar o horário de pouso estabelecido inicialmente. Tendo em vista que todos esses fatores precisam ser considerados simultaneamente, em meio a resolução de tal questão, a busca por boas soluções acaba sendo dificultada (Ji et al. 2017). Nessa circunstância, há diferentes objetivos que podem ser empregados de acordo com o ponto de vista das partes interessadas, desde a redução do custo de divergência total e do *makespan* e maximização da capacidade da pista. Quando o aeroporto está congestionado, o número de operações de decolagens e pousos fica situado próximo ao limite máximo da capacidade da pista e, dessa forma, a minimização do *makespan* se torna uma estratégia aplicada para realizar o agendamento do pouso de aeronaves a partir do horário mais cedo de cada avião, ao mesmo tempo que respeite o tempo de separação entre dois voos (Ng; Lee, 2016). Assim, a disponibilidade da pista será ampliada, tendo em vista que tais operações serão finalizadas o mais rápido possível.

Diante dos distintos objetivos a serem levados em consideração, pode se tornar necessário encontrar soluções que satisfaçam mais de um objetivo desejado. Logo, quando se trata de uma otimização multiobjetivo, o nível de complexidade é ainda maior pelo fato de existir um *trade-off* entre eles (Gunantara, 2018). Entende-se que não existe apenas uma única melhor solução para todos os fins, mas sim um conjunto de soluções obtidos por meio de fronteiras de Pareto, utilizando conceitos de dominância para identificar soluções ótimas em um espaço multiobjetivo.

Em função disso, torna-se evidente a importância de solucionar o ALP diante do desenvolvimento de algoritmos heurísticos, visto que as soluções são geradas em um curto espaço de tempo, com sequências de boa performance. A utilização de modelos computacionais na tomada de decisão contribui, também, com a minimização do risco de erros humanos referente à dinâmica do voo (Xu e Luo, 2021).

Com isso, o presente estudo busca desenvolver uma abordagem heurística que visa tratar a problemática discutida nos aeroportos com configurações de pista única, onde as principais restrições operacionais são consideradas, favorecendo sua aplicação em instâncias reais. A natureza multiobjetivo adotada na abordagem proposta contribui para que seja preenchida uma lacuna da literatura referente à resolução do ALP com objetivos de reduzir o custo total de divergência dos tempos de pouso programados e o *makespan*, uma vez que não foram encontrados trabalhos que abordam esses dois objetivos de forma simultânea. Adicionalmente, o estudo acerca dos trabalhos relacionados na revisão da literatura pode auxiliar demais pesquisadores no processo de construção de novas abordagens para resolução do ALP e suas variantes.

### 1.3 OBJETIVOS

#### 1.3.1 Objetivo Geral

Desenvolver um algoritmo heurístico baseado em *Particle Swarm Optimization* (PSO) visando solucionar problemas de ALP em aeroportos com pistas únicas em sua natureza estática, considerando tanto o objetivo de minimizar o custo total de atraso e antecipações dos tempos programados, como o *makespan*.

#### 1.3.2 Objetivos Específicos

- Analisar as principais variáveis que afetam a designação de pousos de aeronaves na dinâmica real dos aeroportos, a fim de abordá-las de forma adequada no desenvolvimento do método proposto para a resolução do problema;
- Desenvolver um algoritmo heurístico baseado em busca populacional para solucionar o ALP em pista única, objetivando a minimização do custo total de divergência dos tempos alvo de pouso;
- Implementar uma abordagem multiobjetivo do método, acrescentando uma nova função objetivo de reduzir o *makespan* no planejamento de pousos;
- Mapear e estruturar instâncias de dados reais, baseadas em voos e operações reais de um aeroporto de médio porte;

- Aplicar a abordagem proposta em um conjunto de instâncias reais e da literatura, com a finalidade de obter soluções de boa qualidade para os casos específicos em um tempo computacional viável;
- Comparar os resultados obtidos com os principais estudos encontrados na literatura.

#### 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

As demais seções deste estudo estão dispostas de acordo com o que se segue. Na Seção 2, uma revisão da literatura é apresentada, detalhando as principais características do problema tratado, o método de otimização multiobjetivo tendo em vista as relações de dominância e Fronteira de Pareto, além de introduzir os trabalhos relacionados a tal questão. Os aspectos metodológicos, dentre eles a caracterização e metodologia da pesquisa, descrição formal do problema de pouso de aeronaves e a abordagem heurística proposta, são descritos na Seção 3.

A Seção 4 apresenta os resultados alcançados e as análises realizadas. Inicialmente, são descritas as principais características das instâncias. Em seguida, os resultados obtidos diante do método proposto, são analisados e comparados com os principais trabalhos da literatura. Por fim, as considerações finais e os trabalhos futuros são descritos na Seção 5.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Esta seção apresenta uma revisão da literatura acerca do controle de tráfego aéreo, problema de pouso de aeronaves e otimização multiobjetivo. Além disso, são introduzidos os trabalhos relacionados à problemática abordada neste estudo.

### 2.1 AIR TRAFFIC CONTROL

Em um cenário caracterizado pelo crescimento do tráfego aéreo, no decorrer dos anos, torna-se necessário adotar estratégias de gerenciamento que possibilitem maior eficiência na execução e controle das operações nos aeroportos, tendo em vista que houve um aumento no fluxo de passageiros e na demanda pela logística de carga aérea, gerada através dos volumes comerciais.

Assim, o sistema de *Air Traffic Management* (ATM) tem como objetivo coordenar o fluxo de aeronaves durante toda a trajetória do voo, ou seja, desde o aeroporto de origem até o de destino, de forma segura e eficiente (Choug dali, 2017). No entanto, esse gerenciamento pode se tornar uma tarefa complexa em razão do envolvimento de controladores humanos que tomam as decisões finais na cadeia de controle e, portanto, precisam gerir de forma simultânea um quantitativo de aeronaves que varia ao longo do tempo. Além do mais, existem muitos dispositivos, sistemas e pessoas envolvidas em tal processo, dificultando ainda mais o controle do tráfego aéreo (Pelegri ni et al., 2020).

Cada aeronave é coordenada por diversos setores, desde a torre de controle, controle do terminal e da rota em meio ao percurso do voo. Esses setores contam com controladores de tráfego aéreo que têm a função de acompanhar a atividade do voo, comandar as aeronaves para que não haja conflitos entre elas, além de comunicar-se com as unidades vizinhas a fim de repassar as informações e atribuições, conforme estabelecido no plano de voo. Nos momentos de horários de pico, surge a necessidade de aumentar a capacidade do espaço aéreo, ao mesmo tempo que seja garantida a segurança do voo (Cheng e Geng, 2010). Logo, a carga de trabalho do controlador é maior e, em muitos casos, faz-se necessário utilizar recursos que auxiliem esse processo decisório, reduzindo o esforço cognitivo dos controladores na resolução dos problemas.

O controlador local atuante na torre de controle, determina a pista ativa, relata informações meteorológicas para os pilotos, emite autorização de pouso, decolagem e informações de desembarque, além de sequenciar as aeronaves para pouso (Nolan, 2011). Tal

sistema é imprevisível e requer uma gestão em tempo real por apresentar um estado dinâmico, em que a programação do voo pode ser afetada por fatores operacionais ou condições climáticas (Jarrar; Balouki, 2018).

A decolagem e o pouso de aeronaves se caracterizam como operações fundamentais para o bom funcionamento aeroportuário e, durante o processo de estabelecer tais planejamentos, devem ser levados em consideração alguns fatores e restrições, como a distância e o tempo mínimo de separação entre cada par de voos (que pode variar de acordo com o porte do avião e outras características), de modo a evitar a interferência do vórtice de esteira (Chen et al., 2019).

Geralmente, essa programação se dá pela aplicação do método *First Come First Serve* (FCFS), baseando-se no pouso de aeronaves de acordo com a ordem de sua chegada no *Terminal Management Advisor* (TMA) ou na decolagem mediante a disponibilidade da aeronave para partir (Chougali, 2019). Todavia, essa sequência não considera prioridades, além de gerar separações longas e desnecessárias caso aeronaves de diferentes portes cheguem de forma sucessiva no radar. Assim, os controladores realizam modificações no agendamento gerado, visando reduzir tal distância (Bennel; Mesgarpour; Potts, 2017).

Em alguns casos, é inevitável a presença de desvios no cronograma definido. Porém, se o sequenciamento dos voos não for realizado de forma eficiente, grandes atrasos ou antecipações podem ocorrer, resultando em altos custos para as entidades envolvidas no sistema aeroportuário. Então, torna-se crescente a busca por abordagens que promovam eficiência, segurança, ao mesmo tempo em que reduzam os custos operacionais na resolução de tais problemáticas.

## 2.2 AIRCRAFT LANDING PROBLEM (ALP)

Com base nas dificuldades operacionais relatadas, o ALP aborda, especificamente, o agendamento de pousos de aeronaves em aeroportos, de modo a definir a pista e o instante de tempo de pouso para cada avião. O pouso deve ocorrer entre o instante de janela de tempo, respeitando a distância de separação entre os pares de aeronaves por questões operacionais e de segurança (Faye, 2015). Sendo assim, o objetivo do ALP consiste na minimização do custo total de penalidade referente a divergência entre o tempo de pouso das aeronaves e o seu tempo ideal (Girish, 2016).

O ALP é um problema de otimização combinatória caracterizado por ser *NP-Hard*, devido a necessidade de cumprir com um conjunto de restrições rígidas referentes ao

agendamento dos pousos (Hammouri et al., 2020). Dessa forma, tais fatores precisam ser compreendidos durante o momento de estruturação da solução, representando-os fielmente como ocorre na realidade, para que assim sejam alcançadas soluções viáveis.

Conforme destacado por Zhou (2023), os principais aspectos a serem levados em consideração na formulação desse tipo de problema, são:

- No momento que está sendo realizada a programação do tempo de pouso, o quantitativo de pistas e aeronaves disponíveis não pode ser alterado.
- Todas as pistas disponíveis para pouso não apresentam paralisações, ou seja, falhas operacionais durante o processo de agendamento.
- Dentre um conjunto de  $n$  pistas idênticas, a aeronave pode utilizar quaisquer uma destas, de modo que cada pista recebe um único avião por vez.
- São atribuídas uma janela de tempo limite e um tempo alvo para cada aeronave, onde existem penalidades no caso de pouso anterior ou posterior ao tempo ideal.
- Cada aeronave possui horários de liberação e término únicos, sem a presença de preempção, isto é, no momento que o avião dá início a operação de preparação do pouso, não poderá ser interrompido para alocar outra aeronave.
- O tempo de separação atribuído entre duas aeronaves depende da sequência de pouso;
- Os dados utilizados para formulação e resolução do problema são conhecidos durante a realização do sequenciamento, desde os limites de janela de tempo, tempo mínimo de separação entre o par de aeronaves, custo de penalidade, entre outros.

Além disso, um dos principais gargalos no sistema de pouso de aeronaves é a capacidade da pista. De fato, a quantidade de voos possíveis por hora está sujeita a sequência em que são realizadas as operações e, nos casos em que são necessários realizar uma reprogramação no cronograma, se for estruturado de forma ineficiente será reduzida a capacidade, podendo gerar atrasos. Logo, os custos serão maiores em razão dos atrasos nos pousos, insatisfação dos clientes e realocação (Lieder; Briskorn; Stolletz, 2015; Ng; Lee, 2016).

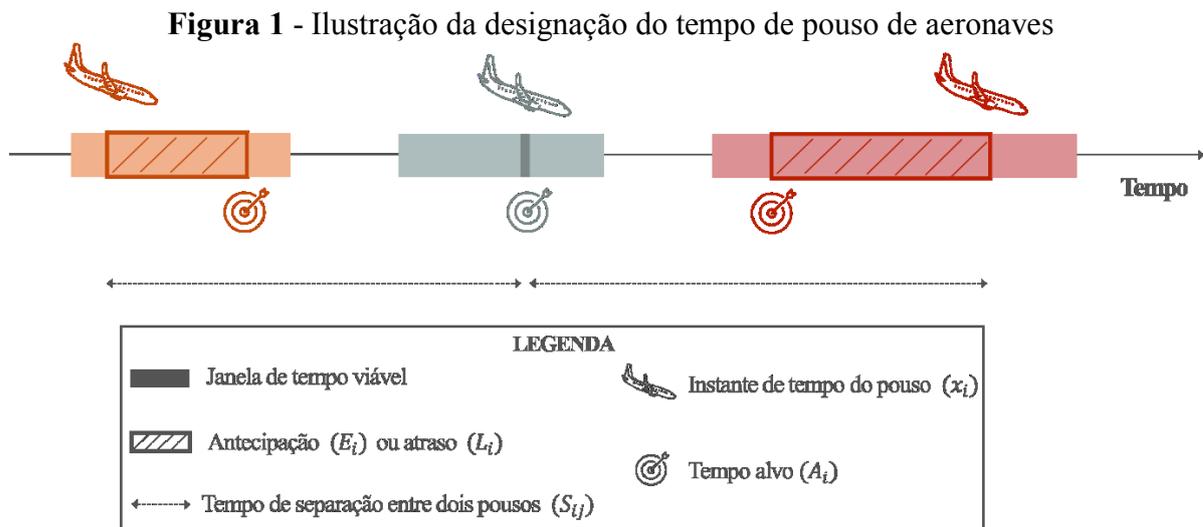
De maneira geral, existe um custo quando o pouso é realizado de forma antecipada, pois há um desperdício de combustível por percorrer a rota em uma velocidade maior, assim como no caso de pouso tardio, tendo em vista que alguns passageiros poderão perder a conexão do voo, ao passo que o próximo voo agendado será adiado (Vadlamani; Hosseini, 2014).

Nesse sentido, Ikli et al. (2021) afirmam que podem ser consideradas diversas funções objetivo na formulação do ALP, de acordo com os interesses do tomador de decisão. Em grande parte dos estudos encontrados na literatura, a parte interessada considerada é a companhia aérea,

onde se busca aumentar a pontualidade do pouso a fim de reduzir principalmente os custos operacionais e o consumo do combustível, assim como na perspectiva do aeroporto, visando aumentar a capacidade da pista e uma melhor eficiência na utilização de seus recursos.

### 2.2.1 Principais restrições

Com base nisso, as restrições comumente utilizadas para resolução do ALP são caracterizadas como janela de tempo de pouso, tempo de separação entre os voos e a capacidade da pista, como detalhado a seguir.



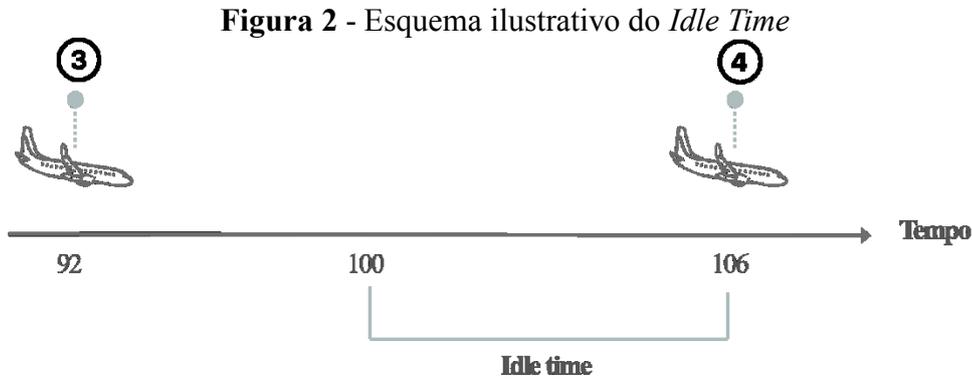
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

De forma geral, a designação do tempo de pouso da aeronave acontece a partir do momento que a aeronave alcança o radar do aeroporto. Assim, o ATC precisa definir o instante de pouso da aeronave respeitando a janela de tempo de pouso. Essa janela é constituída por limites de tempo de antecipação e atraso, e um tempo alvo. Portanto, busca-se definir um tempo de pouso próximo ao ideal, como forma de reduzir a divergência entre esses dois tempos, já que são atribuídos custos a cada unidade de diferença. Além disso, torna-se necessário obedecer a restrição de tempo de separação entre o par de aeronaves, visto que isso é imposto para garantir a segurança de todos, evitando colisões e outras ocorrências.

Conforme pode ser observado na Figura 1, a primeira aeronave tem seu pouso efetuado antes do tempo ideal e, com isso, há um custo aplicado devido essa divergência. Por outro lado, a segunda aeronave pousa exatamente no instante alvo e nenhum custo será atribuído. Na

terceira situação, o pouso da aeronave acontece após o tempo alvo, apresentando custos maiores para as partes envolvidas.

Uma situação que pode ocorrer em meio a designação do tempo de pouso é o *idle time* ou tempo ocioso. Isso corresponde ao tempo em que não está sendo realizada nenhuma operação na pista, apesar de estar disponível, como demonstrado na Figura 2.



1	99999	3	15	15	15	15
2	3	99999	15	15	15	15
3	15	15	99999	8	8	8
4	15	15	8	99999	8	8
5	15	15	8	8	99999	8
6	15	15	8	8	8	99999

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

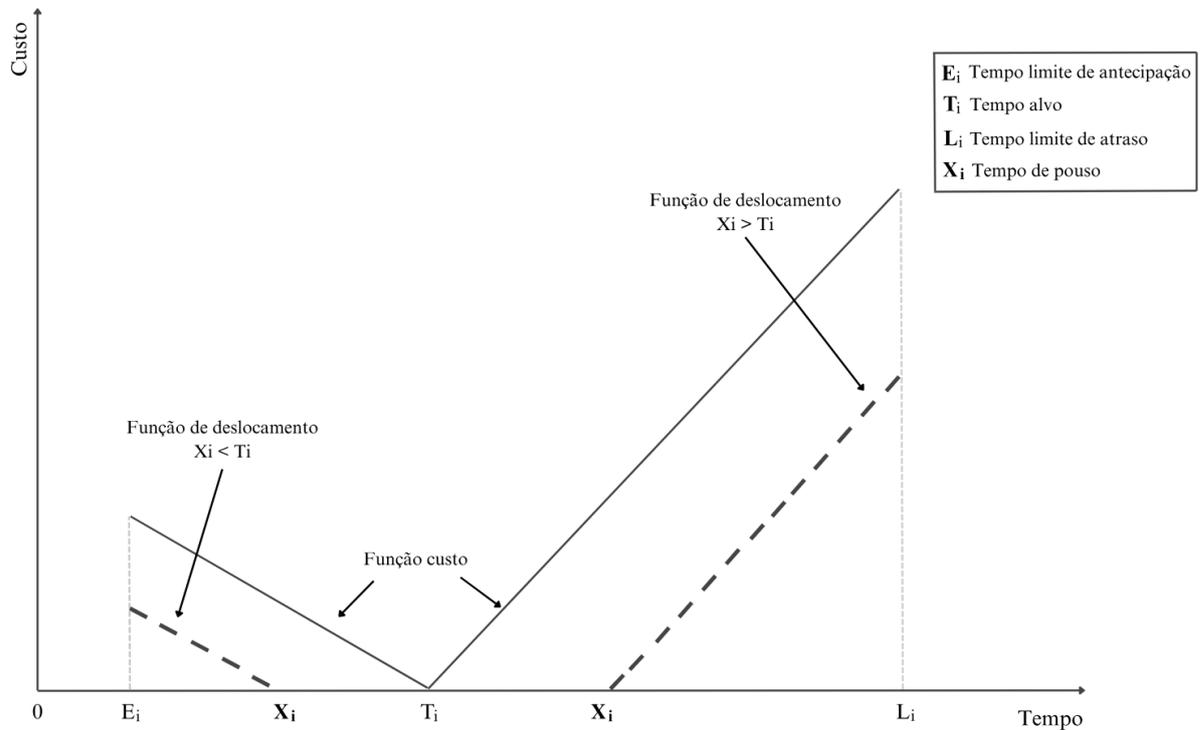
O tempo de pouso programado para a terceira aeronave é o instante de tempo 92. De acordo com a matriz de tempo de separação, há uma necessidade de ao menos 8 unidades de tempo de diferença entre o pouso da terceira e quarta aeronave. Assim, a partir do instante 100, a quarta aeronave já poderia aterrissar, no entanto o tempo designado é 106. Posto isto, entre o intervalo de 100 a 106, nenhuma operação será realizada na pista, acarretando uma certa ociosidade. Do ponto de vista do aeroporto, o aproveitamento da capacidade da pista se tornará ineficiente, pois poderia estar abrangendo o pouso ou decolagem de outras aeronaves.

### 2.2.1.1 Janela de tempo de pouso

A programação do horário de pouso de cada aeronave ocorre de acordo com a sua janela de tempo estabelecida. Assim, esse intervalo é composto por um tempo limite de antecipação,

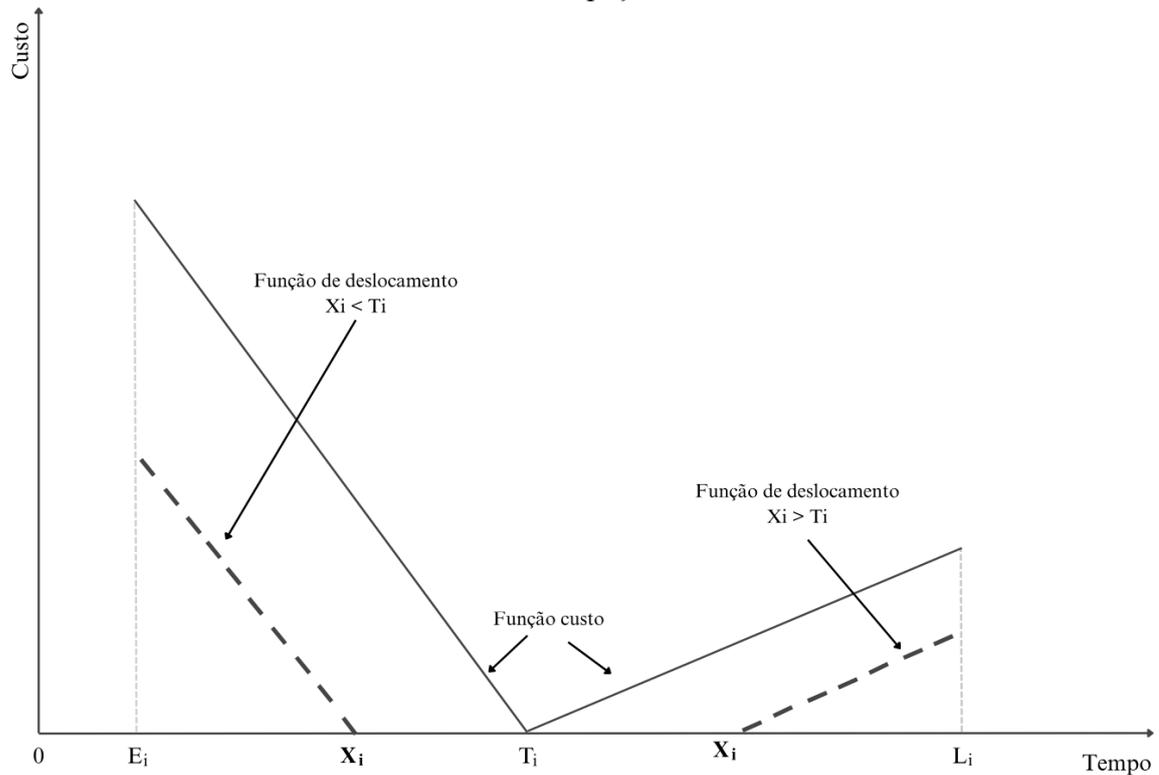
caracterizado por ser o tempo mínimo em que o avião pode dar início a operação, um tempo alvo e um tempo limite de atraso que a aeronave pode aterrissar com segurança. Diante disso, nem sempre o tempo programado de pouso será o mesmo do tempo alvo e, portanto, haverá um custo decorrente da divergência entre os tempos (Shi et al., 2019; Beasley et al., 2017).

**Figura 3** - Comportamento da função custo com maior penalidade para o tempo limite de atraso



Conforme pode ser observado na Figura 3, em alguns casos, o instante de tempo ideal, denominado tempo alvo ( $T_i$ ), pode estar mais próximo do tempo limite de antecipação  $E_i$  e apresentar uma maior penalização por unidade de tempo de atraso. Para ilustrar uma situação diferente, a Figura 4 demonstra um outro cenário que pode ocorrer, onde o custo por antecipação é superior ao de atraso, e o tempo alvo está equidistante dos limites de antecipação e atraso.

**Figura 4** - Comportamento da função custo com maior penalidade para o tempo limite de antecipação



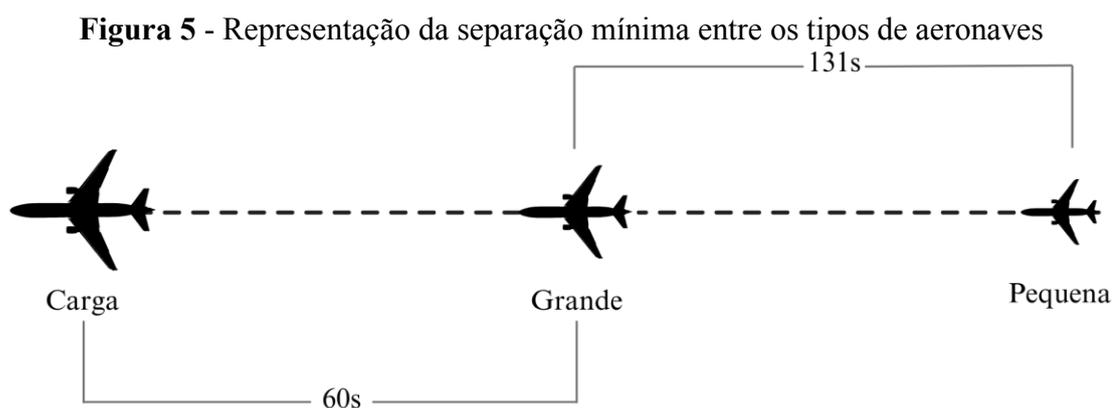
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Como regra geral, o tempo de pouso  $X_i$  precisa estar dentro da janela de tempo  $[E_i, L_i]$  do voo  $i$ . Outrossim, tal janela é definida baseada no tempo de pouso não restrito, caracterizado por ser um tempo estimado que aeronave  $i$  pousaria caso não houvesse tráfego aéreo para interromper o seu percurso até a pista. O sistema de planejamento de chegadas define esse tempo no momento de alcance da aeronave no radar relevante (Bennel; Mesgarpour; Potts, 2017).

#### 2.2.1.2 Tempo de separação

Outra restrição requerida no problema abordado, diz respeito ao tempo de separação mínimo que deve existir entre as operações realizadas pelas aeronaves a fim de garantir um pouso seguro. Em geral, dois tipos de separação são aplicados, sendo eles a separação de radar, caracterizado por ser um espaço longitudinal de cinco milhas náuticas e um espaçamento vertical de mil pés, e a separação de esteira de turbulência, que estabelece um tempo entre cada par de aeronave, dependendo diretamente de sua tipologia. Além disso, fatores relacionados a rota do avião e condições climáticas podem afetar tal separação (Salehipour, 2020).

Os vórtices de esteira são grandes massas de ar rolantes que ficam situadas atrás do trajeto de voo da aeronave, com movimento perpendicular ao percurso, apresentando a funcionalidade de contribuir com a sustentação da aeronave. No entanto, pode gerar efeitos adversos no avião que o segue, sobretudo nas operações de decolagem e pouso, caso perca o controle de rotação (Pan; Wu; Zhang, 2020). Com isso, a Figura 5 demonstra como se dá o tempo de separação mínimo para os tipos de aeronaves, classificado como pequena, grande e de carga, de modo a garantir a segurança do voo.



Se uma aeronave pequena pousar após uma aeronave grande, faz-se necessário um tempo de separação mínimo de 131 segundos. Todavia, quando uma aeronave grande pousa e, em seguida, uma aeronave pesada realiza essa mesma operação, o tempo mínimo requerido é de 60 segundos. Como aponta Lieder, Briskorn e Stolletz (2015), esses valores de tempo estão definidos de acordo com as exigências de espaçamento determinado pela FAA, apresentado na Tabela 1, mas outras diversas matrizes podem ser encontradas na literatura com uma estrutura semelhante e valores distintos que são definidos por cada aeroporto.

**Tabela 1** - Exemplificação do tempo de separação mínimo (em segundos) entre pousos na mesma pista

		Aeronave em seguimento		
		Pequena	Grande	Pesada
Aeronave líder	Pequena	82	69	60
	Grande	131	69	60
	Pesada	196	157	96

Fonte: Balakrishnan (2010).

Neste escopo, um tempo de separação muito longo reduz o quantitativo de aeronaves que podem utilizar a pista para pousar ou decolar, de modo a limitar a capacidade do aeroporto. Por outro lado, um tempo de separação reduzido se torna um risco à segurança devido aos vórtices de esteira. Então, a definição dos tempos deve ter como premissa a garantia da segurança sem limitar a capacidade aeroportuária, contribuindo com o desenvolvimento do tráfego aéreo (Campos; Marques, 2016).

### 2.2.1.3 Capacidade da pista

Diversas configurações de pistas podem ser introduzidas pelos aeroportos, com a finalidade de maximizar a capacidade da infraestrutura para comportar um fluxo maior de aeronaves no processo de decolagem e/ou pouso. Sendo assim, podem ser classificadas em pista única, pista segregada e sistemas de pistas interdependentes.

No primeiro caso, o pouso e a decolagem são realizados em uma mesma pista com direção específica. Sob outra perspectiva, nas situações que existem múltiplas pistas, a operação segregada diz respeito a decolagem realizada em uma pista exclusiva e o pouso efetuado na outra, podendo ser gerenciadas de forma independente. O modo misto permite que essas duas operações sejam efetuadas na mesma pista e no modo semi-misto, ao menos uma pista é reservada para pouso ou decolagem enquanto a outra pista poderá alternar entre essas duas atividades de acordo com a taxa de voos (Bombelli; Santos; Tavasszy, 2020; Herrema et al., 2019).

Para Ng (2022), a adoção de uma configuração adequada para as pistas de determinado aeroporto permite que a demanda de chegadas e partidas, entre intervalos de tempo distintos, seja atendida de forma mais eficiente com foco na redução de atrasos aéreos. Nesse âmbito, quando o aeroporto possui múltiplas pistas, muitas combinações entre pistas ativas podem ser efetuadas simultaneamente, com a possibilidade de mudar diversas vezes ao longo do horário de funcionamento, diante da complexa interação entre alguns fatores como tipo de aeronave, movimentos e restrições operacionais. Tais mudanças devem ser realizadas com moderação, visto que essas alterações afetam as operações de chegada, partida e taxiamento, além da sua capacidade em curto prazo (Ahmed; Alam; Barlow, 2018; Altinok; Kiran; Bue, 2018).

Tendo isso em vista, torna-se importante levar em consideração a capacidade da pista quando está sendo abordado o problema de ALP, pois uma sequência eficiente de pouso com uma configuração adequada de pista, contribui com a redução de atrasos à medida que maximiza a sua capacidade de utilização.

As restrições supracitadas estão presentes no ALP e podem ser levadas em consideração nos dois tipos de estados do problema, sendo eles estático e dinâmico, a depender do modelo estruturado. No contexto estático, as informações relacionadas as aeronaves são fixas ao ponto que não ocorre nenhuma alteração nas informações quando se dá início ao processo de sequenciamento. Ao contrário disso, no caso dinâmico, são consideradas mudanças nas informações durante esse processo, conforme outras aeronaves vão surgindo no alcance do radar (Abdullah, 2019).

Outro fator relevante que diferencia o estado dinâmico, corresponde às novas variáveis e restrições consideradas, como o tempo de aparecimento da aeronave subsequente e o tempo de congelamento, caracterizado por indicar que sua proximidade com a pista não permite alterações de tempo de pouso para a aeronave atual (Abdullah, 2018). Desse modo, quando a aeronave aparece no radar, o responsável pelo gerenciamento de chegadas observa se o tempo restante para sobrevoar até o tempo de pouso estabelecido não está inferior ao intervalo de tempo de congelamento. Assim, se tiver ultrapassado esse limite, a programação do pouso não poderá ser alterada (Messaoud, 2021).

Tal problemática pode ser resolvida a partir de duas abordagens encontradas na literatura: os métodos exatos e heurísticos. Os métodos exatos fornecem um cronograma com resultados ótimos, mas em um tempo computacional muito elevado, principalmente em instâncias com grandes quantitativos de aeronaves e pistas de pouso. Já os algoritmos heurísticos ou metaheurísticos possibilitam a geração de boas soluções em um tempo computacional satisfatório (Ahmadian; Salehipour, 2020).

Segundo Vié (2022), os métodos exatos só conseguem, em um tempo viável, resolver instâncias com até 50 aeronaves se preparando para a operação de pouso, diferentemente dos métodos heurísticos, que conseguem alcançar soluções eficientes ou ótimas em instâncias com até 500 aeronaves. Para além disso, o tempo de resolução dos algoritmos exatos são maiores devido à complexidade dos cálculos e a dimensão do problema aumentar exponencialmente na medida em que a quantidade de aeronaves aumenta. Com isso, nas situações em que a solução precisa ser recalculada frequentemente ao passo de obter um agendamento rápido, torna-se indispensável a aplicação de algoritmos heurísticos, visando minimizar a busca exaustiva a partir do conhecimento das características do problema (Kulida, 2021).

## 2.3 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Conforme Gunantara (2018), os problemas de otimização multiobjetivo (MOP) consistem em alcançar soluções que apresentam um equilíbrio satisfatório entre mais de um objetivo desejado, sem requerer equações complexas. Geralmente, essa abordagem é facilmente encontrada em aplicações do mundo real, apresentando uma natureza conflitante entre si. Desse modo, busca-se obter um conjunto de soluções compensatórias ao invés de uma única solução ótima em todos os aspectos (Tian et al., 2019). O modelo genérico de um MOP pode ser representado da seguinte forma:

$$\text{minimizar} \quad \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)\} \quad (1)$$

$$\text{sujeito a:} \quad x \in X \quad (2)$$

Onde  $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$  são os objetivos a serem minimizados e  $x$  é o vetor de decisão que pertence ao conjunto de soluções viáveis  $X$ . Filho (2019) afirma que tal otimização pode estar relacionada com a minimização ou maximização de todas as funções, bem como pode minimizar algumas e maximizar outras. Como nesses casos são obtidos um conjunto de soluções ao invés de uma única, comumente emprega-se a teoria de otimalidade de Pareto a fim de alcançar bons resultados para a problemática abordada.

### 2.3.1 Eficiência de Pareto

A eficiência de Pareto foi proposta pelo economista Valfredo Pareto, entre os anos de 1848 e 1923, sendo um dos primeiros autores a estudar sobre esse conceito. Sua teoria é fundamentada na premissa de que uma solução de Pareto é considerada ótima se nenhum objetivo puder ser melhorado sem afetar os outros ao mesmo tempo. Essa teoria é aplicada nos campos da engenharia, economia e na otimização multiobjetivo possibilitando um desempenho otimizado entre os distintos objetivos (Iancu, 2014; Pallasdies, 2021).

Assim, nos casos de otimização com vários objetivos, existe um *trade-off* entre eles. Por exemplo, ao comparar a qualidade e o custo de um determinado produto, quanto maior a qualidade, maior também tenderá a ser o custo, ou seja, caso o primeiro objetivo seja melhorado, existe uma tendência de piora no segundo. Nesses casos, faz-se necessário

promover um equilíbrio entre eles para que os decisores escolham a solução de acordo com suas preferências.

### 2.3.1.1 Dominância de Pareto

Tendo em vista duas soluções arbitrárias  $p$  e  $q$  no processo de otimização multiobjetivo visando a minimização dos objetivos,  $p$  domina  $q$  se os valores para todos os objetivos de  $p$  forem melhores do que os obtidos por  $q$  (Zhang, 2018), como representado na Equação (3).

$$f_k(p) \leq f_k(q) \quad (3)$$

A solução também poderá ser não dominada quando apresentar valores melhores em pelo menos um dos objetivos elencados, descrito como:

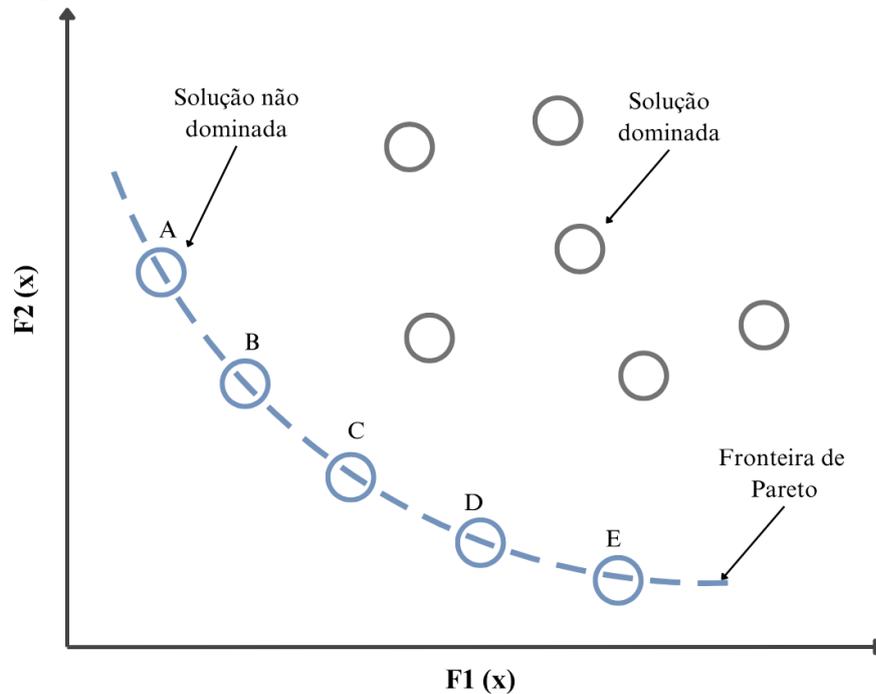
$$\exists | \in \{1, 2, \dots, R\}, st. f_k(p) \leq f_k(q) \quad (4)$$

Em que  $\exists | \in \{1, 2, \dots, R\}$  diz respeito a existência de ao menos um elemento com melhor valor dentre o número de funções objetivos  $R$ . Logo, as soluções não dominadas têm como base o conceito de dominância de Pareto, onde  $p \succ q$  se  $p$  for melhor em todos os objetivos analisados e para que a solução seja incorporada à fronteira, no mínimo um dos dois critérios estabelecidos precisa ser atendido.

### 2.3.1.2 Fronteira de Pareto

Os vetores de solução que não são dominados são inseridos em um conjunto que compõem a Fronteira de Pareto, contendo uma curva representativa de todas as soluções não-dominadas obtidas para o problema multiobjetivo. A Figura 6 demonstra uma exemplificação de fronteira e os respectivos tipos de soluções encontradas para duas funções de minimização.

**Figura 6** - Representação da fronteira de Pareto e das soluções dominadas e não dominadas



Fonte: Adaptado de Mahesh e Nallagownden (2016).

Ao analisar as soluções da fronteira em meio as funções  $F_1(x)$  e  $F_2(x)$ , nenhuma delas podem ser consideradas melhor que a outra. Para exemplificar, a solução A apresenta um resultado mais promissor no  $F_1(x)$  do que a solução B, porém na  $F_2(x)$ , o resultado de B é melhor. Posto isto, A e B não são dominadas entre elas e nem por qualquer outra solução que esteja dentro ou fora da fronteira. Isso ocorre entre todas as outras soluções não dominadas.

## 2.4 TRABALHOS RELACIONADOS

Diante dos dois tipos de abordagens clássicas para tratar o problema de agendamento de aeronaves, são encontrados diversos trabalhos na literatura que aplicam heurísticas baseadas em busca local, populacional e bioinspiradas, além dos métodos exatos. Em grande parte dos casos, realiza-se uma hibridização entre eles para alcançar resultados mais promissores.

### 2.4.1 Heurísticas baseadas em busca local

Vadlamani e Hosseini (2014) implementaram o algoritmo de busca local (LS) para resolver o ALP com uma única pista, a fim de minimizar o custo total de penalidade de antecipações e atrasos de pousos em até 50 instâncias do problema. Tendo em vista esse mesmo objetivo e configuração de pista, Zhang et al. (2020) obteve uma sequência inicial de

aterrissagem eficiente, encontrando soluções boas em um tempo razoável. Já Zufferey, Vié e Leus (2022) conseguiram reduzir o atraso médio em até 50%.

Ji et al. (2017) propuseram uma solução para o ALP de forma dinâmica, com a finalidade de minimizar o tempo de pouso necessário para todos os voos que chegaram, por meio da abordagem de busca e avaliação de sequência dinâmica (DSSE).

Por outro lado, ao levar em consideração o estudo em múltiplas pistas, Liu (2011) determinou a alocação de pistas, assim como a sequência e horário de pouso das aeronaves sob as restrições de separações, comparando os resultados com outras aplicações realizadas em outros estudos. Sabar e Kendall (2015), adotaram quatro operadores de perturbação para modificar a solução atual e escapar do ótimo local, produzindo novos resultados melhores em algumas instâncias.

Com a aplicação da técnica de otimização *Modified Variable Neighborhood Search* (MVNS), Ng e Lee (2016) conseguiram melhorar a qualidade da solução, obtendo uma melhor exploração em meio a velocidade de convergência.

Ouyang e Xu (2019) também visaram reduzir o custo total de divergência, no entanto para as operações de pouso e partidas. Um novo método de geração da solução inicial denominado de denominado de *Multiple Allocation Method* (MAM) foi aplicado, obtendo resultados melhores do que o Algoritmo Genético (GA), *Scatter Search* (SS), Algoritmo Bionômico (BA) e Busca Local Genética (GLS) nas instâncias utilizadas.

Guliashki, Music e Marinova (2023) minimizaram o custo com antecipações e atrasos de pousos por intermédio do desenvolvimento de uma heurística gulosa (GH) no caso de pistas únicas e múltiplas, apresentando resultados superiores referentes a qualidade e eficiência quando comparado com o GA, visto que nessas instâncias de teste aplicadas, esse último algoritmo necessitou de múltiplas iterações para apresentar variabilidade na solução.

#### **2.4.2 Heurística baseadas em busca populacional e bioinspiradas**

O algoritmo de otimização por colônia de formigas (ACO) foi implementado por Feng, Feng e Liu (2013) e Xiao-Rong, Xing-Jie e Dong (2014) para solucionar o ALP em pistas únicas, de modo que a capacidade de busca global foi otimizada com uma taxa de convergência relativamente alta quando comparado ao FCFS. Xu (2017) estruturou um objetivo diferente para essa problemática, tendo como principal finalidade a redução do *makespan*, isto é, o tempo de finalização das operações das aeronaves nos casos de pouso, apresentando um desempenho superior a outros algoritmos comparados no estudo.

Bencheikh, Boukachour e Alaoui (2011) e Wu et al. (2019) abordaram tal questão em meio a únicas e múltiplas pistas. Os segundos autores supracitados adotaram uma abordagem baseada no *Receding Horizon Control* (RHC) separando-o em dois níveis de programação do sistema de colônia de formigas.

Sob outra perspectiva, Zhang et al. (2020) desenvolveram um Algoritmo Competitivo Imperialista (ICA) considerando multiobjetivos de minimizar o custo total das penalidades de antecipações e atrasos de pousos, o tempo total de permanência e o tempo máximo de permanência do voo, com apenas uma pista. Os testes foram executados em um conjunto de instâncias de benchmark da OR-Library contendo um número de aeronaves variando entre 50 e 250. Os resultados apresentados possibilitaram uma melhora significativa no desempenho pontual, utilização da pista e redução da carga de trabalho dos controladores aéreos.

Hao et al. (2022) apresentaram um Algoritmo Evolucionário (EA) multiobjetivos de maximizar a capacidade da pista e a equidade no atraso, e diminuir a carga de trabalho dos controladores de tráfego aéreo e o custo total de atraso. Em virtude disso, a equidade dos desvios de tempo de pouso entre companhias aéreas foi otimizada em 56,7%, assim como o tempo de ocupação da pista reduzido em 15% e o atraso total em 25,1%.

Ng e Lee (2016) e Ng et al. (2017) adotaram como principal objetivo do estudo a minimização do *makespan*, ambos para pistas únicas, implementando o algoritmo de Colônia Artificial de Abelhas (ABC). Diante disso, foi possível obter resultados próximos dos ótimos com menor esforço computacional no que se refere a um horizonte de planejamento de tráfego de voo, em comparação com outras abordagens metaheurísticas nas instâncias aplicadas.

Através da aplicação da heurística *Simulated Annealing* (SA), Rodríguez-Díaz, Adenso-Díaz e González-Torre (2017) resolveram o problema de sequenciamento de aeronaves para pista única multi-operacionais, reduzindo o tempo de atraso em até 95% em menos de um segundo de tempo computacional e 30% nas operações reais nas instâncias referentes ao aeroporto de Londres.

Em contrapartida, Persiani e Bagassi (2011) propuseram o algoritmo PSO com a finalidade de solucionar tal questão, porém com múltiplas pistas. Por meio dessa metaheurística, o sequenciamento de aeronaves era redefinido levando em conta as restrições provenientes de uma mudança realista da posição do avião.

Hu e Chen (2005) trataram a problemática com pistas únicas diante a implementação do GA baseado no RHC em um ambiente dinâmico. Ao realizar o comparativo com os resultados de outros dois algoritmos de Otimização Dinâmica Convencional (CDO) e do GA puro, este alcançou um melhor desempenho devido exigir um menor tempo computacional. Por sua vez,

Kulida (2022) desenvolveu um GA com variações que envolvem menor custo computacional utilizando operador de cruzamento original baseado nos vetores de tempo de pouso do avião, confirmando a viabilidade da aplicação de métodos aproximados de solução em condições reais para problemas com maior dimensão.

Para os casos de implementação do GA em múltiplas pistas, Beasley et al. (2004) abordaram o problema de forma dinâmica, gerando bons resultados para dois conjuntos de instâncias. Hu e Di Paolo (2008) utilizaram uma representação binária e compararam os resultados desse algoritmo com o permutacional. Assim, foi possível identificar que esse novo modelo obteve melhor performance tanto para o problema estático como dinâmico. Qi-Qian et al. (2012) também utilizaram a abordagem dinâmica e a estratégia de RHC e verificaram que, quando o fluxo de voos acontece normalmente, o RHC-GA apresenta uma redução do atraso total de 37% comparado ao FCFS. Caso contrário, a redução é de 41,5%, comprovando a eficácia do algoritmo implementado.

Lu, Zhang e Zhong (2019) fizeram uso de uma codificação dupla, utilizando um par de cromossomos na determinação da pista e número da sequência de pouso. Com isso, apresentou uma melhor performance no que se refere ao tempo real. O estudo realizado por Hao, Jixin e Wenshen (2021) estabeleceram quatro tipos de conjuntos de operações de tráfego, resultando em um nível de programação bi nível. Logo, foi alcançado um equilíbrio de satisfação entre os voos de partida, tempo de ocupação das aeronaves na pista no fluxo de partida e do tempo de atraso de chegada dos voos.

Li et al. (2022) também aplicaram o método de codificação de permutação, ocasionando uma minimização do atraso em 31,03%, além de otimizar a taxa de pontualidade dos voos. Recentemente, Zhang et al. (2023) efetuaram uma melhoria no GA e utilizaram um modelo de agendamento dinâmico ideal (DOMS), comprovando sua efetividade mediante os experimentos realizados.

De modo a realizar o sequenciamento de partidas das aeronaves em múltiplas pistas, Liang, Bi e Ran (2023) estruturaram um modelo integrado do GA com vários cromossomos que considera os recursos de ônibus. Os resultados alcançados para o aeroporto Internacional Yunnan Kunming Changshui, mostraram-se mais promissores do que os obtidos com a estratégia de FCFS, com uma redução de 7,03% nas perdas gerais causadas por atrasos. Essa mesma problemática também foi resolvida por Liu et al. (2022), porém considerando os dois tipos de pistas (única e múltipla) e multiobjetivos de minimizar o custo total de divergência, e maximizar o *throughput* da pista por unidade de tempo e a equidade na alocação.

### 2.4.3 Heurísticas híbridas

Salehipour e Ahmadian (2017) aplicaram uma hibridização entre LS e SA para uma única pista, e obtiveram resultados com boa qualidade e rápida implementação. Hancerliogullari et al. (2013) implementaram essa hibridização, com a adição da HG, visando sequenciar as aeronaves em múltiplas pistas. A qualidade das soluções dos algoritmos LS e SA que usam algoritmos gananciosos como soluções iniciais mostraram ser melhores que os algoritmos gananciosos sozinhos. Salepihour (2020) abordou tal problemática para pistas únicas e múltiplas, sem a aplicação do GH, decompondo o problema em cadeias menores a fim de facilitar a resolução destas.

Outras aplicações do LS hibridizado com diferentes heurísticas para solucionar essa problemática podem ser destacadas. Em relação a múltiplas pistas, Xiao-Rong, Xing-Jie e Rui (2014) introduziram uma junção entre o LS e GA. Por sua vez, Girish (2016) utilizou o PSO e LS de modo que os testes foram realizados em instâncias contendo até 500 aeronaves e 5 pistas. Su et al. (2023) implementaram o LS e SA, combinado com a estratégia de RHC. Os resultados mostram que o algoritmo fornece suporte eficaz na tomada de decisão, podendo alcançar um segundo por aeronave em problemas maiores.

No caso em que os estudos abordam pistas únicas e múltiplas simultaneamente, Bencheikh, Boukachour e Alaqui (2016) empregaram o ACO e LS na abordagem dinâmica e estática do problema, nas instâncias de até 50 aeronaves e 4 pistas. Hammouri et al. (2020) aplicaram o LS e SA, alcançando novos resultados melhores em 04 instâncias das 24 de grande porte testadas.

Atkin e Burke (2007) aplicaram a heurística Busca Tabu (TS) e *Path Assignment* (PA), realizando o agendamento baseado em dados reais do aeroporto de Londres. Os algoritmos de TS e SA propostos por Câmara (2016) foram comparados com relação ao seu desempenho e o do método FCFS, gerando resultados melhores referentes ao custo total da solução. Cecen e Durmazkeser (2022) adicionaram o GA a essas outras heurísticas realizando o mesmo comparativo. Ambos os estudos abordaram a configuração de pistas únicas.

Yu et al. (2009) desenvolveram uma otimização baseada em autômato celular (CAO) unidimensional para simular o processo de aproximação das aeronaves, com um algoritmo genético simples associado a um operador de relaxamento. Os autores confirmaram a eficiência e robustez do modelo na resolução de problemas de otimização em larga escala em pista única. Ainda com relação a essa configuração de pista, Mokhtarimousavi et al. (2014), adotaram uma abordagem multiobjetivo de maximizar a taxa de transferência nas pistas e reduzir o tempo de

atraso e o custo com consumo de combustível, investigando a aplicabilidade dos algoritmos metaheurísticos PSO e GA na resolução do ALP.

Do ponto de vista de múltiplas pistas, Pinol e Beasley (2006) estruturam o ALP multiobjetivo a fim de que o sequenciamento possibilitasse o pouso de aeronaves o mais cedo possível e minimizasse o custo total das penalidades de antecipações e atrasos de pousos, diante das heurísticas de *Scatter Search* (SS) e *Bionomic Algorithms* (BA). Sabar e Kendall (2014) introduziram os algoritmos de Evolução Diferencial (DE) e *Simple Descent* (SD), apresentando um desempenho melhor nos resultados do que a evolução diferencial sem o SD.

#### 2.4.4 Outras Heurísticas

No que diz respeito a outras metaheurísticas encontradas na literatura para o ALP em pistas únicas, Li et al. (2018) desenvolveram um algoritmo de *Teaching-Learning Based Optimization* (TLBO) combinado com um Algoritmo Imune (IA) de multi-restrições, gerando resultados que podem acelerar o tempo de pouso e reduzir os custos relacionados ao voo. Já Ikli et al. (2020) estruturaram uma heurística baseada em planejamento otimista utilizando também modelos de aprendizado de máquina. Os autores conseguiram reduzir a lacuna de optimalidade em meio a um tempo de computação considerável.

Teymori et al. (2022) desenvolveu uma abordagem evolutiva que utiliza um novo operador de mutação na estrutura de atualização da população, que adota um procedimento de busca aleatória a respeito do melhor indivíduo, conforme pesos pré-estabelecidos, para obter uma nova posição. As instâncias aplicadas para avaliação do algoritmo são referentes ao aeroporto de Shahid Hasheminejad, apresentando resultados promissores em comparação com o desempenho de outros algoritmos similares.

Gao, Le e Li (2024) trataram o ALP por meio do *Modified Whale Optimization Algorithm* (MWOA), inserindo algumas estratégias de aprimoramento como a inclusão de peso de inércia adaptativo, mutação caótica, uso de seleção espelhada e inserção de um modelo de detecção de maturidade precoce. Nesse sentido, as soluções se situaram mais próximas do ótimo global do que outros algoritmos bioinspirados.

Shone, Glazebrook e Zografos (2024) propuseram um algoritmo *SimHeuristic* para o problema estocástico e dinâmico, aplicando métodos análogos a busca de vizinhança variável (VNS), com separações de tempo entre pousos consecutivos na pista, podendo ser afetadas pelas condições climáticas. A abordagem se deu levando em consideração multiobjetivos relacionados a pontualidade do cronograma e tempos de espera no ar.

A configuração de pistas múltiplas foi adotada na resolução de tal problemática por Mahmud, Satakshi e Jeberson (2020), ao passo que propuseram um algoritmo de *Embedded Flower Pollination* (EFP) tendo em conta a classificação da aeronave. Ao comparar com demais técnicas, esse obteve um melhor desempenho nas métricas de tempo de CPU, distribuição do agendamento, entre outras.

#### 2.4.5 Abordagens exatas

Alguns trabalhos encontrados na literatura utilizam apenas métodos exatos para realizar o sequenciamento das aeronaves, dentre eles Briskorn e Stolletz (2014) buscaram estruturar algoritmos que minimizem os custos totais das divergências entre o tempo alvo de pouso, em pistas múltiplas, através do método MIP. Sendo assim, a execução não ocorreu de forma suficientemente rápida, mas conseguiu fornecer informações importantes nas aplicações do mundo real.

Do mesmo modo, Faye (2015) e Jiang e Zhang (2023) propuseram tal método, onde os primeiros autores estruturaram uma aproximação da matriz de tempo de separação e discretizaram o tempo, facilitando assim o processo de modelagem. Os demais consideraram múltiplos aeroportos, pistas e rotas, adotando como função objetivo a máxima eficiência do pouso, alcançando maior eficiência no agendamento de chegadas em múltiplos aeroportos nos sistemas aeroportuários *metroplex*.

O MIP também foi implementado no cenário de pistas única e múltiplas por Silva (2023) e Chandra et al. (2024). No primeiro estudo, os autores utilizaram as técnicas de *Relax-and-Fix* (RF) e *Fix-and-Optimize* (FO), realizando os testes em 49 instâncias com até 50 aeronaves. Os demais autores conseguiram reduzir o número de conflitos em até 100% e, assim, o modelo demonstrou um certo potencial em obter cronogramas práticos com uma carga de trabalho do controlador limitada.

Furini, Persiani e Toth (2012) propuseram o MILP no caso de pista única e utilizaram uma abordagem fundamentada em um horizonte de planejamento atualizado ao passo que o tempo avança, dispondo de dados reais do aeroporto Milão-Linate.

Murça e Muller (2014), Malik, Lee e Jung (2016) e Rogovs, Nikitina e Gerdtts (2022) aplicaram esse método para pistas múltiplas. Os primeiros autores aplicaram o modelo desenvolvido no Aeroporto Internacional de Guarulhos, otimizando alguns cenários nos quais obtiveram reduções significativas de atrasos. Já Malik, Lee e Jung (2016) implementaram junto ao MILP a técnica de otimização combinatória *Selective Constrained Position Shifting* (CPS).

Os resultados alcançados mostraram uma melhoria de 30% no atraso cumulativo no que diz respeito a ordem de chegada. O último estudo incorpora o algoritmo BB a fim de solucionar instâncias com até 90 aeronaves e 04 pistas.

Ainda com relação a pistas múltiplas, Solveling e Clarke (2014) introduziram melhorias no BB com a finalidade de reduzir o *makespan*, tendo em vista o ALP dinâmico. Desse modo, os resultados alcançados foram promissores, pois houve uma redução entre 5% e 7% do *makespan*, além de que o algoritmo solucionou instâncias com 14 aeronaves em menos de 1 minuto. Lieder, Brisk e Stolletz (2015) resolveram o problema com até 100 aeronaves de forma ótima em questão de segundos para pistas independentes, através de Programação Dinâmica (PD).

#### 2.4.5.1 Métodos híbridos

Soomer e Koole (2008) e Soomer e Franx (2008) abordaram o ALP com pista única utilizando uma hibridização entre os métodos heurístico e exato. Com isso, a formulação do problema se deu pela programação inteira mista (MIP) e sua resolução por meio do algoritmo LS. No primeiro estudo, foram incorporados os custos das companhias aéreas para serem avaliados e, no segundo caso, instâncias com mais de 100 voos foram solucionadas em poucos minutos. Ambos buscaram garantir a equidade entre os voos. Ikli et al. (2021) também realizam a hibridização supracitada, no entanto para pistas únicas e múltiplas independentes.

Ainda em torno desse viés, Zhou (2023) propôs o LS com otimização iterada inovadora, porém com uma formulação baseada na programação linear inteira mista (MILP). Assim, estruturaram um quadro do problema geral com conceito de modelos existentes, aplicáveis a uma ampla gama de configurações de problemas críticos e pertinentes encontrados na literatura. Nos resultados obtidos, identificou-se que o modelo linearizado chegou significativamente mais rápido à solução ótima do que o modelo não linear.

Ernst, Krishnamoorthy e Storer (1999) propuseram o LS com o método exato *Branch and Bound* (BB), desenvolvendo uma especificação de limite inferior especializado para o ALP em ambas as pistas única ou múltipla. Alguns autores aplicaram o LS de forma híbrida com outros métodos exatos, destacando os estudos realizados por Bennel, Mesgarpour e Potts (2017) e Kyriakidou (2020).

Furini et al. (2015) e Cecen (2022) utilizaram o MILP e TS, entretanto, os primeiros autores adotaram a configuração de pista única, além de subdividir uma sequência de aeronaves em partes de modo a resolver o problema individualmente para cada uma delas. Já os segundos

autores realizaram o estudo de pistas múltiplas, visando minimizar o consumo médio de combustível por aeronave na Área de Manobra Terminal (TMA), em meio as durações de voos incertos.

A abordagem exata MIP foi aplicada com o algoritmo *Sample Average Approximation* (SAA), no caso de pista única, por Liu (2018). As soluções obtidas se aproximaram do ótimo em 30 cenários. Xu et al. (2022) também adotaram esse método, porém com a heurística ACO baseada na matriz de aproximação de ranking dois.

Salehipour, Modarres e Naeni (2013) aplicaram tal método exato para múltiplas pistas. Os autores realizaram a hibridização com o SA no que diz respeito a resolução do problema em grandes instâncias. Assim como, Cecen, Cetek e Kaya (2020) estruturam um SA, combinado com o MILP. Wei et al. (2020) implementaram um GA baseado em Programação Linear Inteira Mista Multiobjetivo (MOMILP), apresentando uma estrutura de codificação que produz uma população inicial e encontra soluções ótimas de Pareto de forma eficiente. Jassam et al. (2020) trataram o ALP por meio do SA e do método de *Exact Timing* (ET) referente a pista única, obtendo resultados promissores e competitivos.

A Tabela 2 apresenta um melhor detalhamento desses estudos encontrados na literatura, destacando a configuração de pista adotada, além dos métodos utilizados na resolução do problema de agendamento de aeronaves.





Trabalhos	Conf. Pista		Métodos Heurísticos																	Métodos Exatos							
	ÚN	MT	ABC	ACO	BA	CAO	DE	EA	GA	GH	ICA	LS	PA	PSO	SA	SD	SS	TS	OH	BB	FO	IPM	MILP	PD	RF	ET	
Zhang et al. (2020)	✓										✓																
Ikli et al. (2021)	✓	✓										✓											✓				
Hao, Jixin e Wenshen (2021)		✓							✓																		
Zufferey, Vié e Leus (2022)	✓											✓															
Rogovs, Nikitina e Gerdtts (2022)		✓																		✓			✓				
Xu et al. (2022)	✓			✓																			✓				
Teymori et al. (2022)	✓																		✓				✓				
Cecen (2022)		✓																✓					✓				
Kulida (2022)	✓										✓																
Cecen e Durmazkeser (2022)	✓										✓				✓			✓									
Li et al. (2022)		✓									✓																
Liu et al. (2022)	✓	✓									✓																
Hao et al. (2022)	✓							✓																			
Silva et al. (2023)	✓	✓																			✓		✓			✓	
Jiang e Zhang (2023)		✓																					✓				
Su et al. (2023)		✓										✓			✓												
Guliashki, Music e Marinova (2023)	✓	✓									✓																
Zhang et al. (2023)		✓									✓																
Zhou (2023)		✓										✓												✓			
Liang, Bi e Ran (2023)		✓									✓																
Chandra et al. (2024)	✓	✓																					✓				
Gao, Le e Li (2024)	✓																		✓								
Shone, Glazebrook e Zografos (2024)	✓																		✓								

ÚN – Única; MT – Múltiplas; ABC - Colônia Artificial de Abelhas; ACO – Ant Colony Optimization; BA - Bionomic Algorithms; CAO – Otimização Autômato Celular; DE – Evolução Diferencial; EA – Algoritmo Evolucionário; GA – Algoritmo Genético; GH – Heurística Gulosa; ICA - Algoritmo Competitivo Imperialista; LS – Busca Local; PA - Path Assignment; PSO – Particle Swarm Optimization; SA – Simulated Annealing; SD - Simple Descent; SS - Scatter Search; TS – Tabu Search; OH – Outras Heurísticas; BB – Branch and Bound; FO - Fix-and-Optimize; IPM - Interior-point Method; MILP - Programação Linear Inteira Mista; PD – Programação Dinâmica; RF - Relax-and-Fix; ET - Exact Timing.

### 3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo estão apresentados os procedimentos metodológicos deste estudo para resolução do problema de agendamento do pouso de aeronaves em pista única, por meio da implementação de uma metaheurística baseada em população. Para tal, a caracterização da pesquisa será apresentada em um primeiro momento. Subsequentemente, são detalhadas as etapas principais de estruturação do estudo para que fossem alcançados os resultados da Seção 4. Após realizar o resumo de todo o processo, há uma descrição formal da questão abordada tendo em vista a implementação do PSO com multiobjetivos e, ao fim da seção, detalha-se a abordagem heurística proposta.

#### 3.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

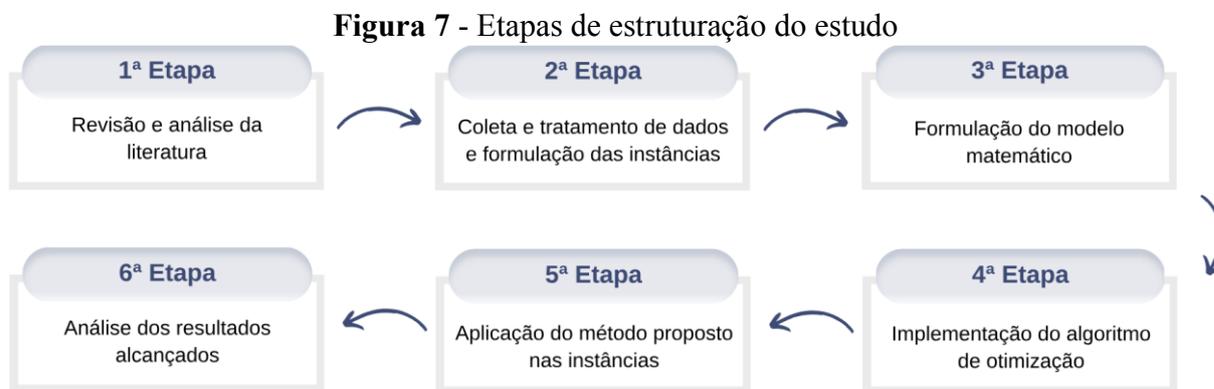
Esta pesquisa é de natureza aplicada com objetivo exploratório e abordagem quantitativa. Quanto aos procedimentos, caracteriza-se como estudo de caso e pesquisa bibliográfica. Nessa primeira etapa de classificação, considera-se do tipo aplicada devido existir uma execução prática para o problema específico, diante do desenvolvimento de um algoritmo metaheurístico. A exploração ocorre por ser um problema *NP-Hard*, no qual exige maior entendimento acerca dessa temática para que seja possível compreender o comportamento das variáveis atuantes no pouso das aeronaves e, assim, formular o método de resolução do problema de modo assertivo.

A abordagem é quantitativa, pois foi estabelecido um modelo matemático com funções objetivo e restrições do problema, bem como implementado uma heurística com equações próprias do PSO. Além disso, são utilizados dados numéricos para aplicação do algoritmo e realização dos experimentos computacionais, e efetuada uma análise estatística dos resultados alcançados.

Por fim, no que concerne aos procedimentos, define-se como pesquisa bibliográfica, tendo em vista a contribuição da revisão da literatura realizada neste estudo, envolvendo o relato de trabalhos com a mesma temática abordada. Outrossim, também é caracterizado como estudo de caso, pois investiga de forma mais detalhada o ALP e suas peculiaridades em meio as configurações específicas dos aeroportos.

### 3.2 METODOLOGIA DA PESQUISA

O desenvolvimento do presente estudo se deu por meio de seis etapas principais, ilustradas na Figura 7.



**Fonte:** Elaborado pelo autor (2024).

A primeira etapa consistiu na revisão e análise da literatura com o objetivo de compreender as especificidades do ALP, por meio de trabalhos estruturados por outros autores. Assim, verificou-se quais os tipos de métodos mais utilizados na resolução desse problema e a configuração de pista abordada. Esse mapeamento possibilitou a adoção de premissas importantes na implementação de um algoritmo metaheurístico eficiente.

Em seguida, os dados de entrada referentes ao problema foram obtidos mediante de um conjunto de instâncias da literatura e instâncias reais do Aeroporto Internacional de Recife. O primeiro conjunto de instâncias apresenta um quantitativo de até 20 aeronaves. Já o conjunto de instâncias do aeroporto, varia entre 90 e 100 aeronaves. Após isso, se deu a formulação do modelo matemático para resolução do problema, definindo o cálculo das funções objetivo que levam em consideração os custos de divergência, o *makespan* e as respectivas restrições relacionadas a janela de tempo de pouso e tempo de separação. É importante mencionar ainda que o *makespan* foi considerado diante da necessidade de encontrar soluções que possibilitassem um aproveitamento maior da capacidade da pista, tendo em vista o problema de congestionamento dos aeroportos devido ao planejamento ineficiente dos recursos.

Na etapa subsequente, desenvolveu-se uma metaheurística baseada em *Multi-Objective Particle Swarm Optimization* (MOPSO), que analisa as soluções de todas as partículas de uma população e a cada iteração verifica o melhor valor encontrado para a partícula até o momento atual, assim como identifica a que apresenta uma melhor performance entre todas. À medida que ocorrem as iterações, a posição de cada elemento da partícula é atualizada por meio da

velocidade gerada, obtendo assim uma nova solução a ser avaliada. Sua elaboração se deu através da linguagem de programação *Python* e, após isso, foram realizados os testes de calibração dos parâmetros empregues na estruturação do algoritmo.

Esse algoritmo foi aplicado nas 09 instâncias utilizando uma máquina com processador 12th Intel Core i7-1255U, com 512gb, 16gb e sistema operacional Windows 11. Por fim, ao realizar a análise dos resultados obtidos, foi verificada a eficiência do método proposto no que diz respeito à geração de soluções que apresentam um menor custo total e *makespan*, e tempo computacional.

### 3.3 DESCRIÇÃO FORMAL DA PROBLEMÁTICA DO POUSO DE AERONAVES

Como já citado na Seção 2.2, o objetivo principal do ALP é realizar o agendamento do pouso de aeronaves em uma única ou várias pistas, de modo que esse tempo seja o mais próximo possível do ideal. Tendo isso em vista, este estudo adota uma configuração de pista única com um conjunto de  $N$  aeronaves a serem pousadas, visando minimizar o custo total de divergência entre o instante de pouso programado e o almejado, e reduzir o *makespan*. A escolha desse segundo objetivo se deu pelo fato da importância de otimizar o aproveitamento da capacidade da pista pois, a partir do momento que as aeronaves realizam a operação de pouso em um menor espaço temporal, haverá uma maior disponibilidade da pista para comportar um número superior de aeronaves por unidade de tempo. Do ponto de vista gerencial, os recursos serão alocados com mais efetividade, ao ponto de reduzir os atrasos e congestionamentos, beneficiando os passageiros e todos os *stakeholds* envolvidos.

Logo, existe uma janela de pouso com limite de tempo mínimo e máximo, no qual a aeronave deve efetuar essa operação. Para cada desvio de uma unidade de tempo, tem-se um custo associado ao pouso antecipado e pouso tardio. Essa variação pode apresentar um peso maior entre esses tipos de pouso ou ser igual em ambos.

Além dessa restrição, leva-se em consideração o tempo de separação entre aeronaves que deve existir como forma de garantir a segurança do voo, visto que os vórtices gerados pela aeronave líder podem ocasionar uma perda de controle da aeronave subsequente. Outrossim, sem essa separação, colisões podem vir a acontecer por não existir espaço suficiente entre o par de aeronaves na pista. Tal afastamento pode variar de acordo com o porte do avião e o sequenciamento estabelecido, isto é, se a aeronave  $i$  pousar após a aeronave  $j$  o tempo de separação  $S_{ij}$  possui um valor  $x$ . Por outro lado, se a aeronave  $i$  realizar a operação de pouso

após a aeronave  $k$ , o  $x$  poderá ser diferente. A Tabela 3 torna mais explícita a compreensão acerca dessa restrição.

**Tabela 3** - Exemplificação do tempo de separação entre as aeronaves

1	99999	3	15	15	15	15
2	3	99999	15	15	15	15
3	15	15	99999	8	8	8
4	15	15	8	99999	8	8
5	15	15	8	8	99999	8
6	15	15	8	8	8	99999

**Fonte:** Elaborado pelo autor (2024).

O modelo proposto leva em conta a abordagem estática do problema pois, todas as informações necessárias para essa programação são conhecidas antecipadamente e, apenas quando já se tem a designação do tempo de pouso de todas as aeronaves, calcula-se as funções objetivo, dando continuidade ao processo de avaliação das melhores soluções. As decisões tomadas devem respeitar as condições descritas na Tabela 4.

**Tabela 4** - Restrições adotadas no estudo

Restrição	Abordagem no estudo
Janela de tempo de pouso	✓
Tempo de separação	✓
Tempo de congelamento	-
Capacidade da pista	-
Classe de aeronave/pista	-

**Fonte:** Elaborado pelo autor (2024).

Nesse sentido, o modelo apresentado a seguir, ilustra o ALP, onde têm-se as aeronaves representadas por meio do símbolo  $i$ , pertencente ao conjunto de aeronaves  $N = \{1, 2, \dots, n\}$ . Logo, cada par de aeronave é denotado como  $(i, j)$ . Todas as notações utilizadas para descrever o problema de agendamento do pouso de aeronaves, estão descritas na Tabela 5, sendo subdivididas em oito parâmetros e cinco variáveis de decisão.

**Tabela 5** - Notações e variáveis de decisão do problema

<b>Parâmetros</b>	<b>Descrição</b>
$N$	Número de aeronaves $N = \{1, 2, \dots, n\}$
$S_{ij}$	Tempo de separação entre a aeronave $i$ e a aeronave $j$
$E_i$	Tempo limite de antecipação do pouso da aeronave $i$
$A_i$	Tempo ideal de pouso da aeronave $i$
$L_i$	Tempo limite de atraso do pouso da aeronave $i$
$\alpha_i$	Custo de penalidade por unidade de tempo de pousar antes do tempo ideal
$\beta_i$	Custo de penalidade por unidade de tempo de pousar após o tempo ideal
$M_i$	<i>Makespan</i> da aeronave $i$
<b>Variáveis</b>	<b>Descrição</b>
$x_i$	Tempo de pouso da aeronave $i$
$y_{ij}$	Possui valor 1 se a aeronave $i$ pousar antes da aeronave $j$ , senão atribui-se 0
$p_i$	Diferença de horário se a aeronave $i$ pousar antes do tempo ideal ( $A_i - y_i$ )
$q_i$	Diferença de horário se a aeronave $i$ pousar após o tempo ideal ( $y_i - A_i$ )

**Fonte:** Elaborado pelo autor (2024).

A formulação matemática do problema de objetivo único é descrita a seguir, demonstrando a função objetivo considerada e as restrições operacionais do problema.

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^n (\alpha_i p_i + \beta_i q_i) \quad (5)$$

$$\text{Sujeito a:} \quad x_i \geq E_i \quad \forall i \in N \quad (6)$$

$$x_i \leq L_i \quad \forall i \in N \quad (7)$$

$$x_j \geq (x_i + S_{ij}) y_{ij} \quad \forall i \neq j \in N \quad (8)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \neq j \in N \quad (9)$$

$$x_{ij} + x_{ji} = 1 \quad \forall i, j \in N \quad (10)$$

$$p_i = A_i - x_i \quad \forall i \in N \quad (11)$$

$$q_i = x_i - A_i \quad \forall_i \in N \quad (12)$$

$$x_i, x_j, p_i, q_i \geq 0 \quad \forall_i \in N \quad (13)$$

A Equação (5) apresenta a função objetivo de minimizar o custo total de divergência entre o horário de pouso programado e o ideal, calculado diante o somatório entre os produtos dos pesos de penalidades por antecipação  $\alpha_i$ , aplicado a cada unidade de tempo de antecipação  $p_i$ , e os pesos de penalidade de atraso  $\beta_i$  atribuídos ao atraso  $q_i$ . A restrição (6) diz determina que o tempo de pouso da aeronave  $i$  que precisa ser maior ou igual ao tempo limite de antecipação. De modo similar, tal tempo necessita ser inferior ou igual ao tempo limite de atraso, de acordo com a Equação (7). A Equação (8) denota a restrição do tempo de separação entre a aeronave  $i$  e  $j$ .

Na restrição (9) números binários são atribuídos a fim de identificar qual aeronave irá pousar primeiro, ou seja, se  $i$  aterrissar primeiro que  $j$ , o valor obtido será 1, caso contrário será 0. A limitação do uso da pista é estabelecida na restrição (10), tendo em vista que apenas uma única aeronave por vez poderá utilizá-la, assegurando a viabilidade do pouso da aeronave. As Equações (11) e (12) definem a restrição do cálculo da divergência. Por fim, é formulada a restrição de não negatividade na Equação (13).

Para tratar o problema em sua forma multiobjetiva, foi considerado além do custo total de divergência, o *makespan*. Dessa forma, para realizar a otimização dessas funções, estruturou-se uma fronteira de Pareto que armazena as melhores soluções (não dominadas) encontradas ao longo da execução do algoritmo. Essa seleção ocorre verificando se a solução é dominada ou não por uma outra. Se o sequenciamento gerado apresentar custo total de divergência e *makespan* maiores que os de alguma outra partícula, ela será considerada dominada e não entrará na fronteira. Caso contrário, ela entrará na fronteira e será verificado se a nova solução inserida domina alguma das demais presentes, realizando assim as atualizações necessárias na fronteira de Pareto vigente.

Para fins de melhor exemplificação, os principais parâmetros e variáveis do ALP podem ser associados a um problema de *Scheduling*. Existe um conjunto de aeronaves (tarefas) a serem designadas para uma determinada pista (máquina), de modo a realizar o agendamento do tempo de pouso (tempo de término da tarefa). Tal programação é restrita pelo tempo limite de antecipação do pouso (*release date*) e tempo limite de atraso do pouso (*deadline*), buscando concluir a operação no instante de tempo alvo (*due date*), apresentado na Tabela 6. No problema

de agendamento de máquinas, são considerados os tempos de setup, semelhante ao tempo de separação entre o par de aeronaves presentes no ALP.

**Tabela 6 – Comparativos dos parâmetros e variáveis**

<b>Parâmetros / Variáveis</b>	<b>Machine Scheduling</b>	<b>Aircraft Landing Problem</b>
$N$	Conjunto de tarefas	Conjunto de aeronaves
$S_{ij}$	Tempo de setup	Tempo de separação entre aeronaves
$E_i$	Data de lançamento	Tempo limite de antecipação do pouso
$A_i$	Data de vencimento	Tempo ideal de pouso
$L_i$	Deadline	Tempo limite de atraso do pouso
$x_i$	Término da tarefa	Tempo de pouso da aeronave
$\alpha_i$	Custo de penalidade da entrega antecipada	Custo de penalidade do pouso antecipado
$\beta_i$	Custo de penalidade da entrega atrasada	Custo de penalidade do pouso atrasado
$p_i = (A_i - x_i)$	Adiantamento da tarefa	Adiantamento do pouso
$q_i = (x_i - A_i)$	Atraso da tarefa	Atraso do pouso
$y_{ij} = \{0,1\}$	Sequência da tarefa	Sequência do pouso

**Fonte:** Elaborado pelo autor (2024).

O paralelo entre os dois tipos de problemas também ocorre em meio as funções objetivo, dependendo da aplicação. Ambos podem visar a minimização dos custos de atrasos e/ou antecipações, assim como do *makespan*, tendo em vista a necessidade de reduzir o tempo total de finalização de todos os pousos (tarefas), com o objetivo de aumentar a disponibilidade das pistas (máquinas) para que seja possível realizar um número maior de operações.

### 3.4 MULTI-OBJECTIVE PARTICLE SWARM OPTIMIZATION (MOPSO)

A implementação de algoritmos heurísticos na problemática do ALP vem se tornando cada vez mais frequente devido sua capacidade de promover boas soluções e até mesmo o valor ótimo, com um custo computacional menor. Em meio as heurísticas baseadas em busca populacional, tem-se o *Particle Swarm Optimization* (PSO), composto por um enxame de partículas que visam encontrar a solução ótima em um espaço de busca de várias dimensões. O

comportamento de busca de cada partícula depende de sua própria experiência e das informações repassadas pelos vizinhos. Posto isso, ao longo da busca no espaço de solução do problema, cada partícula compartilha o seu melhor histórico de posições com todo o enxame (Houssein, 2021).

As partículas possuem uma posição que representa uma solução para o problema, sendo modificadas a partir de uma velocidade aplicada a elas. Portanto, com essas alterações há uma maior exploração do espaço, permitindo que sejam encontradas posições com melhores valores. Durante o processo de iterações, são analisadas a melhor posição de cada partícula até o momento e, dentre elas, verifica-se qual possui melhor performance global. Essa avaliação se dá por meio de uma função objetivo que avalia o fitness das partículas, ou seja, sua aptidão.

Dentre os parâmetros que são estabelecidos para inicialização deste algoritmo, destaca-se o tamanho da população  $P$ , número de iterações  $K_{max}$ , peso de inércia  $W$ , coeficientes de aceleração  $c_1$  e  $c_2$ , e números randômicos  $r_1$  e  $r_2$ . O parâmetro  $W$  define a influência da velocidade atual da partícula na nova velocidade gerada na próxima iteração, de modo que o valor adotado pode interferir na capacidade de busca local e global do PSO. Além disso, contribui para que a partícula não modifique a direção de forma drástica, mas sim gradualmente. Um peso maior, irá favorecer a exploração no espaço de busca devido ao fato de que grande parte da velocidade atual da partícula será mantida, apresentando uma tendência de continuar nessa direção na próxima iteração. Caso contrário, propicia a exploração visto que há uma chance maior das partículas se moverem para áreas mais promissoras, refinando as soluções encontradas.

No que se refere aos coeficientes de aceleração  $c_1$  e  $c_2$ , estes ponderam a tendência da partícula se deslocar em direção do melhor local ou melhor global. Assim, quando o  $c_1$  é maior que o  $c_2$ , é dada ênfase no coeficiente cognitivo onde as partículas vão sendo atraídas para o melhor local e, no caso contrário, há uma contribuição maior do coeficiente social com uma tendência a se movimentar para próximo do melhor global. Já os parâmetros  $r_1$  e  $r_2$  são números aleatórios atualizados a cada iteração, caracterizados por introduzirem um fator estocástico no algoritmo, visando uma exploração ampla em diferentes direções do espaço de busca para reduzir as chances de convergência prematura. Esses valores estão situados entre um intervalo de 0 a 1.

Por isso, a parametrização de tais variáveis precisa se suceder de forma efetiva uma vez que são responsáveis por orientar e determinar o caminho a ser percorrido pelas partículas. Sendo assim, a equação de atualização da velocidade da partícula é definida como:

$$v_{i,j}^{k+1} = \overbrace{W v_{i,j}^k}^{\text{Componente de inércia}} + \overbrace{c_1 r_{1,i,j}^{k+1} (p_{best,i,j}^k - x_{i,j}^k)}^{\text{Componente cognitivo}} + \overbrace{c_2 r_{2,i,j}^{k+1} (g_{best,j}^k - x_{i,j}^k)}^{\text{Componente social}} \quad (14)$$

Em cada iteração  $k + 1$  tem-se uma partícula  $i$  na dimensão do espaço de busca  $j$ . Assim sua nova velocidade  $v_{i,j}^{k+1}$  é atualizada diante os componentes de inércia, cognitivo e social. Esse primeiro, pondera a influência da velocidade atual na sua direção futura em meio a atualização da nova velocidade. Logo, é atribuído um peso  $W$  para a velocidade atual da partícula  $v_{i,j}^k$ .

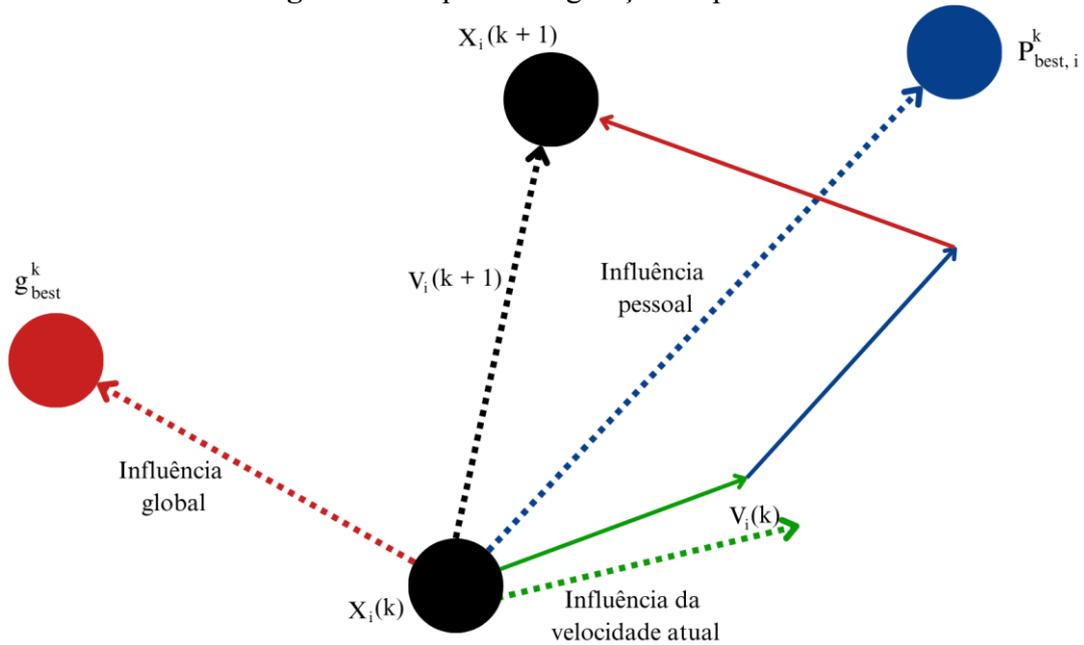
Somado a isso, o componente cognitivo representa a influência da melhor posição da partícula encontrada até o momento, sobre si mesma. Então, é composta pelo coeficiente de aceleração  $c_1$ , número randômico gerado na iteração  $r_{1,i,j}^{k+1}$ , melhor posição da partícula  $p_{best,i,j}^k$  e a posição atual da partícula  $x_{i,j}^k$ . O último componente diz respeito a influência que a melhor posição global entre toda a população  $g_{best,j}^k$  exerce sob a partícula durante sua atualização da velocidade.

Após essa atualização, torna-se possível gerar uma nova posição para a partícula em uma dada iteração, por meio da seguinte equação:

$$x_{i,j}^{k+1} = x_{i,j}^k + v_{i,j}^{k+1} \quad (15)$$

Com isso, desde a interação  $k$  até  $K_{max}$ , cada partícula da população  $P$  terá sua posição atualizada  $x_{i,j}^{k+1}$  por meio do somatório entre a posição atual  $x_{i,j}^k$  e nova velocidade  $v_{i,j}^{k+1}$  obtida diante da Equação (14). Sendo assim, a Figura 8 ilustra o processo de geração de  $i$  partículas, onde sua nova velocidade e posição é atualizada até a iteração  $k + 1$ .

**Figura 8** - Esquema de geração de partículas



Desse modo, cada partícula se movimenta de acordo com a influência da sua própria trajetória realizada até o momento (ótimo individual), das informações repassadas pela melhor partícula do enxame (ótimo global) e da velocidade atual, na qual se aplica o peso de inércia visando sua movimentação no espaço de busca. O somatório desses vetores resulta no novo valor da posição da partícula.

Neste estudo, foi aplicada uma adaptação do peso de inércia proposta por Zhan et al. (2009). Tal variação no PSO contribui para sanar a deficiência de convergência prematura na resolução de problemas complexos de otimização, promovendo a exploração no início das iterações e a exploração ao final. O fator evolutivo  $f$  compartilha características com o peso de inércia  $W$ , onde valores maiores são adotados durante o processo de exploração, tornando-se relativamente pequeno em meio a exploração. Portanto, segue descrita as equações dessa estratégia:

$$W(t) = \frac{1}{1 + 1,5 \cdot e^{(-2,6 \cdot f)}} \in [0,4; 0,9] \quad \forall f \in [0,1] \quad (16)$$

$$f(t) = 1 - \frac{k}{K_{max}} \quad (17)$$

Onde  $W$  é inicializado em 0,9,  $f$  decresce linearmente de 1 até 0,  $k$  representa a iteração atual e  $K_{max}$  o número máximo de iterações. Dado que  $W$  não necessariamente é monotônico com o tempo, mas sim com  $f$ , o peso de inércia irá se adaptar para o espaço de busca. Em outras palavras, quando o estado de exploração ou convergência for detectado, o peso irá decrescer a fim de favorecer a busca em locais mais promissores.

Sob essa perspectiva, para garantir uma maior taxa de sucesso com relação ao alcance de soluções melhores, a adaptação supracitada foi aplicada até atingir o número de 500 iterações iniciais. Logo após alcançar esse limite, o valor de  $W$  é resetado de acordo com a Equação (18) e, a partir de 1000 iterações, retorna-se para a estratégia inicial.

$$W = W_{max} * W_p \quad (18)$$

Em razão disso,  $W_p$  diz respeito a um peso atribuído ao coeficiente de inércia que, dependendo da complexidade do problema tratado, maiores valores podem gerar melhores resultados.

Assim, o limite determina uma mudança no cálculo do peso de inércia, como forma de manter a atividade do enxame e evitar que fiquem presos em ótimos locais, maximizando a performance do algoritmo. Nesse caso, há uma tendência de aumentar o nível de exploração realizada pelo enxame na área de busca, tendo em conta que, conforme o peso decresce diante da primeira estratégia utilizada, a exploração vai se tornando mais refinada e, após, empregar a segunda estratégia, esse peso é reinicializado de modo que a busca por soluções melhores continua. No momento em que se retoma a Equação (16), ao final das iterações, as soluções vão sendo refinadas, possibilitando o deslocamento das partículas para regiões melhores.

O controle dos coeficientes de aceleração foi realizado assumindo a estratégia de decrescer  $c_1$  e aumentar  $c_2$  linearmente ao longo do tempo, proposto por Lu, Yan e Levy (2016), ajustando a influência pessoal e global das partículas. Com isso, o coeficiente cognitivo inicia com um valor superior ao do coeficiente social e, em seguida, vai decrescendo. Por outro lado, o  $c_2$  é aumentado ao longo das iterações, evitando a convergência prematura para ótimos locais. Essa variação é representada matematicamente conforme as Equações (19) e (20).

$$c_1(t) = 2,0 - \frac{2,0 \cdot k}{K_{max}} \quad (19)$$

$$c_2(t) = \frac{2,0 \cdot k}{K_{max}} \quad (20)$$

Em que  $c_1$  denota o coeficiente cognitivo e  $c_2$  o coeficiente social. Outrossim,  $c_1$  varia de 2 até 0 e o  $c_2$  de 0 até 2.

É importante mencionar ainda que, outras diversas estratégias foram testadas durante o processo de desenvolvimento do algoritmo, com relação tanto ao peso de inércia como aos coeficientes de aceleração. Dentre elas, podem ser citadas o *Linearly Decreasing Inertia Weight* (LDIW), *Linear Time-Varying Cognition Acceleration Coefficients* (LPSO-TVAC), Variação Não Linear do peso de inércia, proposto por Chatterjee e Siarry (2006), entre outras modificações. Todavia, estas apresentaram um desempenho inferior já que as soluções resultaram em valores maiores das funções objetivo.

A Tabela 7 apresenta os valores empregues neste trabalho para cada parâmetro do PSO, de acordo com os testes de calibração realizados e as estratégias utilizadas.

**Tabela 7** - Valores dos parâmetros adotados no método proposto

Parâmetros	Símbolo	Valor
Tamanho da população	$P$	160
Número de iterações	$K_{max}$	1500
Velocidade inicial	$U_i$	0; 2
Fator de inércia	$W_{min}, W_{max}$	0,40; 0,90
Coeficiente de aceleração cognitivo	$c_{1i}, c_{1f}$	2,0; 0
Coeficiente de aceleração social	$c_{2i}, c_{2f}$	0; 2,0
Peso do coeficiente de inércia	$W_p$	4

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

### 3.4.1 Representação da solução

Dado que o PSO considera cada partícula como uma solução no espaço de busca, há uma necessidade de representá-la adequadamente a problemática analisada, como meio de obter resultados promissores, visto que essa formulação é crucial na eficiência do algoritmo e na manipulação das partículas ao longo do processo de encontrar melhores resultados.

Como o ALP visa determinar o tempo de pouso para cada voo que se aproxima do radar do aeroporto, observou-se a importância de criar um vetor solução com uma quantidade de posições proporcional ao número de aeronaves a serem pousadas. Assim, cada índice representa

um voo, contendo um elemento relacionado ao horário programado de aterrissagem. Dessa forma, o conjunto de soluções da população compõe uma matriz que é atualizada durante as iterações, conforme são geradas novas posições no *loop* principal do PSO para cada elemento da partícula. A quantidade de posições do vetor varia conforme a instância a ser resolvida, levando em conta que o número de aeronaves é diferente entre os aeroportos. A Tabela 8 demonstra como se dá tal representação a fim de facilitar a compreensão sobre o armazenamento dos valores gerados.

**Tabela 8** - Representação do vetor solução

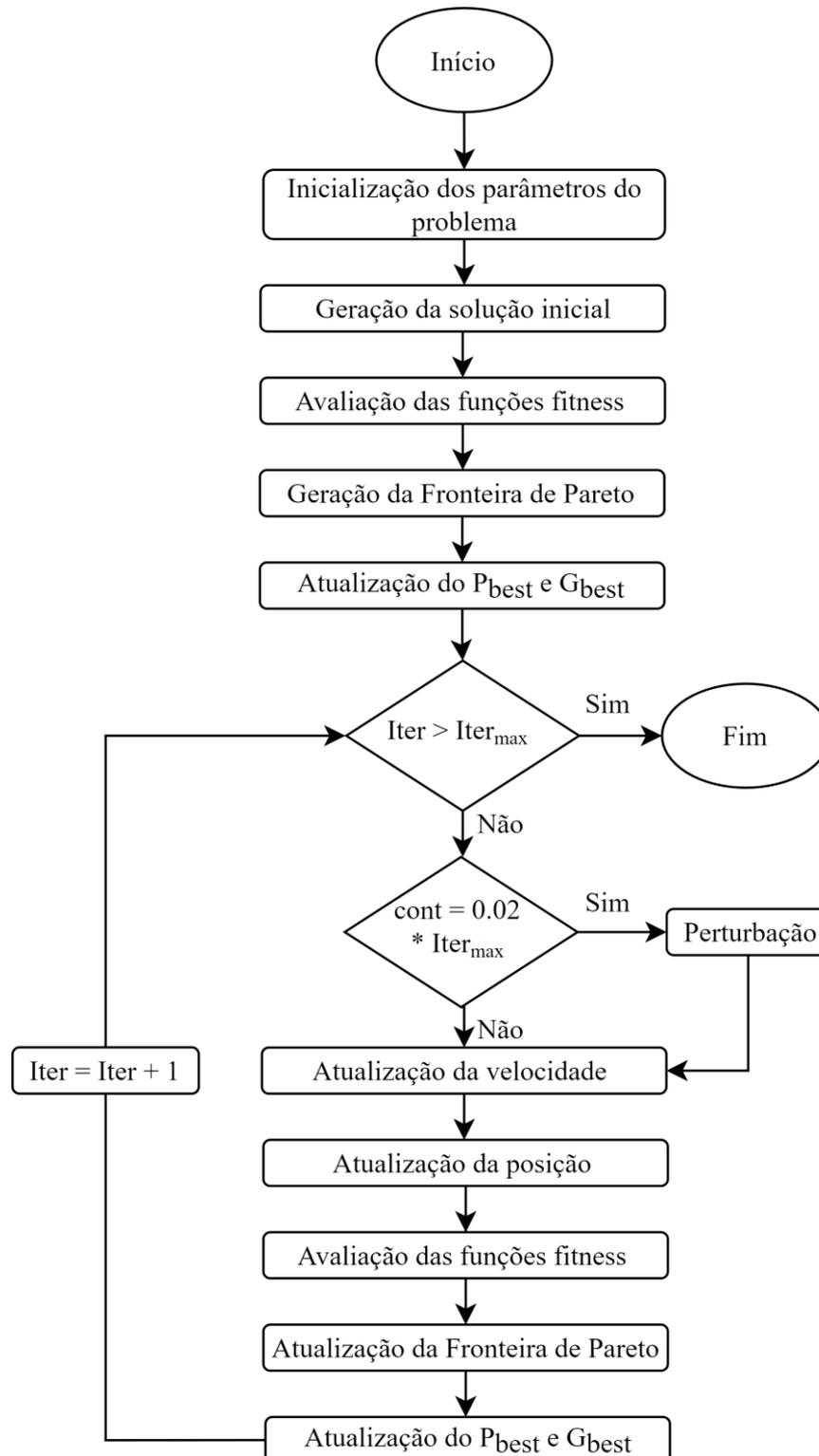
Voo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Instante de tempo de pouso	194	248	92	106	114	122	138	130	149	177

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

### 3.4.2 Algoritmo proposto

O método proposto neste estudo para a resolução do ALP, consiste em um *Multi-Objective Particle Swarm Optimization* (MOPSO), que leva em consideração o conceito de *Non-dominated* para a escolha do melhor global. Assim, ao longo do processo de execução do código, é construída uma fronteira de Pareto que armazena as soluções das partículas não dominadas, sendo atualizada em meio as iterações. A Figura 9 apresenta o fluxograma de construção do algoritmo.

**Figura 9** - Fluxograma do processo de construção do MOPSO



**Fonte:** Elaborado pelo autor (2024).

Tal processo inicializa com a determinação dos parâmetros ( $P$ ,  $K_{max}$ ,  $W$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ), nos quais, alguns destes, são balanceados por meio de testes, com o intuito de encontrar uma combinação de valores que propiciem o alcance de melhores soluções em meio a exploração e

exploração no espaço de busca. Além do mais, gera-se uma posição e velocidade aleatória para cada elemento da partícula, dentre o conjunto de vetores que formam a população. Com isso, a solução inicial é estabelecida para todas as partículas, respeitando as restrições já descritas. O próximo passo consiste na avaliação da aptidão das soluções geradas, diante das funções objetivos formuladas de minimização do custo total de divergência e do *makespan*.

Posteriormente, verifica-se quais partículas não são dominadas pelas demais da população, a fim de construir a fronteira inicial de Pareto. Os melhores locais e globais são definidos em meio às soluções obtidas e a fronteira, dando início ao loop do PSO. Ao passo que o número de iterações não alcança o limite máximo estabelecido, são geradas novas velocidades e posições, assim como realizada a avaliação das funções *fitness* e, as atualizações da fronteira e do  $P_{best}$  e  $G_{best}$ . Um mecanismo de perturbação é ativado no melhor global quando se passa 2% do total de iterações sem atualizar a fronteira de Pareto, como meio de reativar possíveis partículas que estejam estagnadas em ótimos locais. Posto isso, quando a condição do *loop* é satisfeita, encerra-se o processo iterativo apresentando as soluções alcançadas. Como forma de detalhar cada etapa supracitada, os tópicos a seguir descrevem as partes principais do algoritmo proposto.

#### 3.4.2.1 Inicialização

Na etapa de inicialização, o primeiro conjunto de soluções é obtido conforme o tempo vai avançando até o horário final de funcionamento do aeroporto, identificando quais aeronaves alcançaram o radar para realizar a operação de pouso e, se algumas destas já pousaram até o instante atual. Caso a aeronave tenha chegado, mas ainda não tenha aterrissado, um tempo de pouso é estabelecido, obedecendo as restrições de janela de tempo de pouso e de tempo de separação entre o par de aviões, de acordo com o demonstrado no Algoritmo 1. Tais valores são armazenados em um vetor que representa a partícula dentre a população. O tamanho desse vetor varia de acordo com o número de aeronaves analisado e cada elemento condiz com o número do voo. Dessa forma, é estruturada uma matriz denominada de “tempo final pouso”, com uma quantidade de linhas definida de acordo com a quantidade de partículas que formam a população e as colunas respectivas ao número de voos.

---

**Algoritmo 1 - Inicialização**


---

1: **Procedimento:** Geração da solução inicial  
 2: Tempo = 0  
 3: **para** Tempo até *MaiorLatestTime* **faça**  
 4:   **para** cada partícula da população **faça**  
 5:     Verifique quais aeronaves se aproximaram do aeroporto  
 6:     Verifique quais aeronaves já pousaram até o momento atual  
 7:     **se** a aeronave tiver chegado, mas não tiver pousado **então**  
 8:       Gere um tempo de pouso aleatório para os aviões que chegaram respeitando  $E_i, L_i$  e  $S_{ij}$

---

### 3.4.2.2 Avaliação da solução

A avaliação da solução ocorre em duas etapas do código, sendo antes e durante o loop principal. Primeiramente, a função objetivo relacionada ao custo é analisada, onde a variação entre o pouso ideal e o ocorrido define qual valor do custo de penalidade a ser atribuído, isto é, nos casos em que a aeronave pousa antes do tempo ideal, calcula-se a diferença entre esses instantes e realiza o produto com  $\alpha_i$ . Ao contrário disso, quando o horário de pouso é tardio, designa-se um custo  $\beta_i$  a essa diferença. No entanto, em algumas instâncias,  $\alpha_i$  e  $\beta_i$  poderão apresentar o mesmo valor ou serem distintos entre si, além de ter a possibilidade de variação entre uma aeronave e outra.

Na segunda função objetivo, calcula-se o *makespan* total da partícula que diz respeito ao maior tempo de pouso presente no vetor solução. De maneira simples, é o momento da última operação de pouso realizada em meio ao horizonte temporal de funcionamento do aeroporto. Ao otimizar essa condição, maior será a eficiência operacional do aeroporto e a capacidade de utilização da pista, reduzindo também o tempo de espera da aeronave no ar. O Algoritmo 2 mostra como foi estruturada esta etapa.

---

**Algoritmo 2 - Avaliação da solução das partículas**


---

1: **para** cada partícula  $i$  da população **faça**  
 2:   **para** cada elemento  $j$  da partícula **faça**  
 3:     **se**  $x_i < A_i$  **então**  
 4:       custo =  $|x_i - A_i| * \alpha_i$   
 5:     **senão se**  $x_i > A_i$  **então**  
 6:       custo =  $|x_i - A_i| * \beta_i$   
 8:    $M_i = \max(\text{tempo final pouso } [i])$

---

De modo subsequente, cada uma dessas soluções é comparada com as demais que compõem a população, buscando identificar se as partículas são dominadas ou não e, assim, gerar a fronteira inicial de Pareto. Logo, se o custo e o *makespan* da partícula analisada forem maiores que qualquer uma da população, considera-se dominada e, portanto, não será adicionada a fronteira.

A frente de Pareto é construída visando facilitar a etapa de avaliação da melhor posição global, pois como são abordados mais de um objetivo, uma dada solução pode ser melhor no que diz respeito ao custo de divergência e pior no *makespan* ou vice-versa, quando comparada com as demais. Além disso, nem sempre a redução do *makespan* favorece a minimização do custo, posto que o pouso antecipado da aeronave apresenta um custo de penalidade associado e, quanto maior for essa diferença entre o tempo ideal estabelecido na janela de pouso, maior será o valor dessa função.

#### 3.4.2.3 Mecanismo de perturbação

No PSO, uma principal característica frequentemente abordada pelos pesquisadores, trata-se da convergência prematura do enxame. Isso ocasiona a perda de diversidade e estagnação das partículas em ótimos locais. Nesse sentido, os mecanismos de perturbação são implementados com a finalidade de mitigar a alta velocidade de convergência, proporcionando um maior nível de exploração no espaço de busca (Zhao; Liu; Yang, 2014; Anwar, 2020). As soluções atuais são modificadas de acordo com o método empregue, de modo que as partículas se deslocam para novas áreas.

O mecanismo de perturbação adotado neste estudo, proposto por Yuan (2005), consiste em perturbar a velocidade e posição da melhor partícula global do enxame assim que o algoritmo identifica a necessidade de realizar tais modificações. Quando o algoritmo executa 2% do número máximo de iterações, de modo consecutivo, sem realizar atualizações na fronteira de Pareto, esse mecanismo é ativado.

As Equações (21) e (22) demonstram como se dão as alterações na velocidade e posição da respectiva partícula.

$$v_{i,j}^{k+1} = 0 \quad (21)$$

$$x_{i,j}^{k+1} = x_{i,j}^k + v_{i,j}^k P_p (rand - 0.5) \quad (22)$$

Onde  $P_p$  é o parâmetro de perturbação e  $rand$  um número aleatório entre 0 e 1. Portanto, a velocidade de todas as dimensões da partícula é reduzida a 0 e a nova posição é atualizada de acordo com a sua posição atual. As demais partículas da população são atualizadas conforme as Equações (14) e (15), originais do PSO.

Esse método de adotar as novas equações apenas para o melhor global atual, permite que a partícula estagnada seja reativada. Além disso, a possibilidade de encontrar uma solução melhor é muito maior, pois a perturbação é causada apenas próximo ao global e não em uma partícula aleatória do enxame.

#### 3.4.2.4 Mecanismos de viabilização

Em alguns momentos do processo iterativo, as partículas podem fornecer soluções inviáveis devido ao fato de que, durante a atualização das posições e velocidades, são levados em considerações os valores dos parâmetros pertencentes aos componentes de inércia, cognitivo e social, excedendo os limites de pouso de cada voo.

Essa situação nem sempre vai ocorrer na etapa de atualização, mas se torna necessário garantir a identificação da viabilidade da partícula, a fim de obter soluções efetivas ao final da execução do algoritmo. Assim, o procedimento de identificação da viabilidade é realizado durante o *loop*, implementando alguns mecanismos para tornar a partícula viável nos casos em que sua solução viola determinada condição.

Para isso, as quatro situações a serem analisadas após a atribuição das novas posições aos elementos da partícula, são ditas como:

- $x_{i,j}^{k+1} < E_i$ ;
- $x_{i,j}^{k+1} > L_i$ ;
- $x_{i,j}^{k+1} \geq E_i$  e  $x_{i,j}^{k+1} \leq A_i$ ;
- $x_{i,j}^{k+1} \geq A_i$  e  $x_{i,j}^{k+1} \leq L_i$ .

Na primeira situação, a diferença entre  $E_i$  e  $A_i$  é calculada com o objetivo de identificar a quantidade de elementos entre tal intervalo e criar uma lista dos respectivos tempos. Essa lista inicia a partir do tempo alvo e finaliza ao atingir o tempo antecipado de pouso. Em seguida, um número aleatório é gerado como forma de definir a probabilidade do tipo de estratégia a ser utilizada.

Há uma probabilidade de 75% do primeiro elemento da lista ser selecionado para analisar sua viabilidade com relação ao tempo de separação e assim, sucessivamente, até achar

um tempo viável. Por outro lado, a probabilidade de a seleção do elemento da lista ocorrer de forma aleatória é de 25%. Para ambos os casos, os tempos que não respeitarem essa restrição de separação vão sendo excluídos da lista conforme são avaliados.

Nos casos em que a nova posição gerada ultrapassa o tempo limite de atraso do pouso, o processo ocorre da mesma forma do cenário anterior, porém o intervalo de valores da lista será entre o tempo ideal e o tempo limite de atraso.

O terceiro cenário também conta com tais estratégias, mas possui alguns aspectos diferentes. Inicialmente, verifica-se a viabilidade da nova posição gerada, referente a restrição de separação, posto que esse valor já atende a restrição da janela de tempo de pouso. Apenas para os casos não viáveis, dar-se início ao processo de geração de um número aleatório que representa a probabilidade em adotar uma das estratégias. No entanto, além das duas estratégias anteriores, existe uma nova, formulada da seguinte forma:

Uma lista geral é criada, onde os elementos adicionados correspondem a subtração e adição de uma ou mais unidades de tempo do novo valor posição gerado. Logo, esse processo se repete até atingir o tempo alvo e o tempo antecipado de pouso. Diante disso, o primeiro elemento da lista é selecionado visando analisar a sua viabilidade, enquanto não se encontra um tempo viável.

Isso também ocorre do mesmo modo no quarto cenário, com exceção de o intervalo da lista estar situado entre  $A_i$  e  $L_i$ , para a primeira e segunda estratégia. Portanto, as probabilidades de as respectivas estratégias serem selecionadas para a terceira e quarta situação, são:

- 60%: Seleção do primeiro elemento da lista, iniciando pelo tempo alvo de pouso;
- 45%: Seleção do primeiro elemento da lista, intercalando um tempo menor e outro maior com relação ao novo valor posição obtido.
- 5% : Seleção aleatória de um elemento da lista de tempos possíveis;

Vale ressaltar também que, outras estratégias foram desenvolvidas e testadas, mas não se mostraram tão eficientes quanto estas. Para todos os quatro casos, quando são avaliados todos os tempos da lista e nenhum deles respeita o  $S_{ij}$ , adota-se o último tempo analisado como a nova posição e a partícula é dita como inviável. Uma exemplificação do ajuste de viabilização da partícula está representada na Tabela 9.

**Tabela 9** - Exemplificação da viabilização da partícula

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
270	450	97	307	111	114	129	137	145	171



270	450	97	307	111	121	129	137	145	171
-----	-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

### 3.4.2.5 Atualização da Fronteira de Pareto

A etapa de atualização da fronteira de Pareto consiste em comparar as novas soluções geradas durante as iterações com os valores já existentes na fronteira, identificando a não dominância das partículas para que assim, sejam adicionadas ou retiradas desse conjunto. No entanto, apenas as partículas viáveis estão sujeitas a essa avaliação.

As funções objetivo são representadas no algoritmo de modo que  $F(1, i)$  diz respeito ao resultado da função custo da partícula  $i$  e  $F(2, i)$  está relacionado com o seu *makespan* obtido. Por outro lado,  $F(1, j)$  denota o resultado da função custo da partícula  $j$  e o *makespan* dessa partícula sendo retratado por  $F(2, j)$ .

Para cada sequência viável, são verificadas as seguintes condições:  $F(1, j) < F(1, i)$  e  $F(2, j) < F(2, i)$  ou  $F(1, j) \leq F(1, i)$  e  $F(2, j) < F(2, i)$  ou  $F(1, j) < F(1, i)$  e  $F(2, j) \leq F(2, i)$ , onde  $j$  se refere a cada partícula presente na fronteira e  $i$  a partícula atual analisada. Se quaisquer uma dessas condições for verdadeira, a partícula não será adicionada ao conjunto de Pareto. Assim, o seu melhor local é atualizado se o resultado das funções objetivos obtidos na iteração forem melhores que o anterior.

Ao identificar que nenhuma das premissas citadas são atendidas, a partícula é adicionada na fronteira e, logo após, seu melhor local é alterado. Desse modo, a última etapa diz respeito à identificação de dominância sob alguma solução da fronteira. Caso domine alguma, a partícula dominada é retirada da fronteira, conforme mostra o Algoritmo 3.

---

#### Algoritmo 3 - Atualização da fronteira de Pareto

---

- 1: **para** cada partícula  $i$  da população **faça**
  - 2:     **se** a partícula for viável **então**
  - 3:         check = 0
  - 4:     **para** cada solução  $j$  da fronteira **faça**
  - 5:         **se**  $F(1, j) < F(1, i)$  e  $F(2, j) < F(2, i)$  ou  $F(1, j) \leq F(1, i)$  e  $F(2, j) < F(2, i)$  ou  $F(1, j) < F(1, i)$  e  $F(2, j) \leq F(2, i)$ , **então**
  - 6:             check = 1
  - 7:         **se**  $F(1, i)$  anterior  $> F(1, i)$  e  $F(2, i)$  anterior  $> F(2, i)$  **então**
  - 8:             Atualize o melhor local da partícula  $i$
  - 9:     **se** check == 0 **então**
  - 10:         Adicione a partícula na fronteira
-

---

```

11:      Atualize o melhor local da partícula
12:      q = 0
13:      enquanto q < número de partículas na fronteira faça
14:          se  $F(1, i) < F(1, q)$  e  $F(2, i) < F(2, q)$  então
15:              Retire a partícula q da fronteira
16:              Número de partículas na fronteira -= 1
17:          senão
18:              q += 1

```

---

### 3.4.2.6 Seleção do melhor local e global

Uma das abordagens do PSO está relacionada com a determinação da melhor posição local de cada partícula da população, assim como o melhor global. No início do algoritmo, o melhor local da partícula é sua própria solução inicial. Mas, ao longo do *loop*, esse parâmetro vai apresentando modificações nos seus valores ao identificar se os resultados das funções objetivos obtidos em uma dada iteração são melhores que o anterior.

Com relação ao melhor global, tanto no início do método como no processo iterativo, a seleção ocorre da mesma forma. De acordo com o demonstrado no Algoritmo 4, o quantitativo de partículas na frente de Pareto define o intervalo do número aleatório a ser gerado. Sendo assim, uma partícula entre todas da fronteira é escolhida para representar a melhor solução global, visto que por tratar de uma otimização multiobjetivo, nenhum resultado da fronteira é relativamente melhor do que outro devido o *trade-off* existente. Logo, a estratégia de seleção aleatória foi aplicada a fim cumprir com a estrutura do PSO de determinar um ótimo global e fornecer a sequência final ao tomador de decisão.

---

#### **Algoritmo 4** - Avaliação do melhor global

---

```

1: verifique o número de partículas na fronteira de Pareto
2: escolha um número aleatório entre (0, número de partículas -1)
3: melhor partícula global = Fronteira de Pareto [número aleatório]

```

---

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Esta seção apresenta, inicialmente, a descrição dos conjuntos de instâncias aplicadas na avaliação da performance do método proposto. Em seguida, são expostos os resultados alcançados e as análises realizadas, efetuando um comparativo com outros principais estudos encontrados na literatura e, ao final, são reportados os resultados obtidos para as instâncias relacionadas ao Aeroporto Internacional de Recife – Guararapes.

### 4.1 INSTÂNCIAS

No intuito de avaliar a performance do algoritmo desenvolvido, o primeiro conjunto de instâncias levado em conta neste trabalho foi aquele disponível na *OR-Library*. Ao todo, são cinco instâncias voltadas para o problema de pouso de aeronaves, baseadas em dados de aeroportos que apresentam diversas configurações de pista. Estas dispõem de informações relacionadas ao número de aeronaves a serem alocadas, tempo de congelamento, tempo de aparecimento da aeronave no radar, janelas de tempo de pouso, custo de penalidade de antecipação e atraso do pouso por unidade de tempo, além do tempo de separação entre cada par de aeronaves.

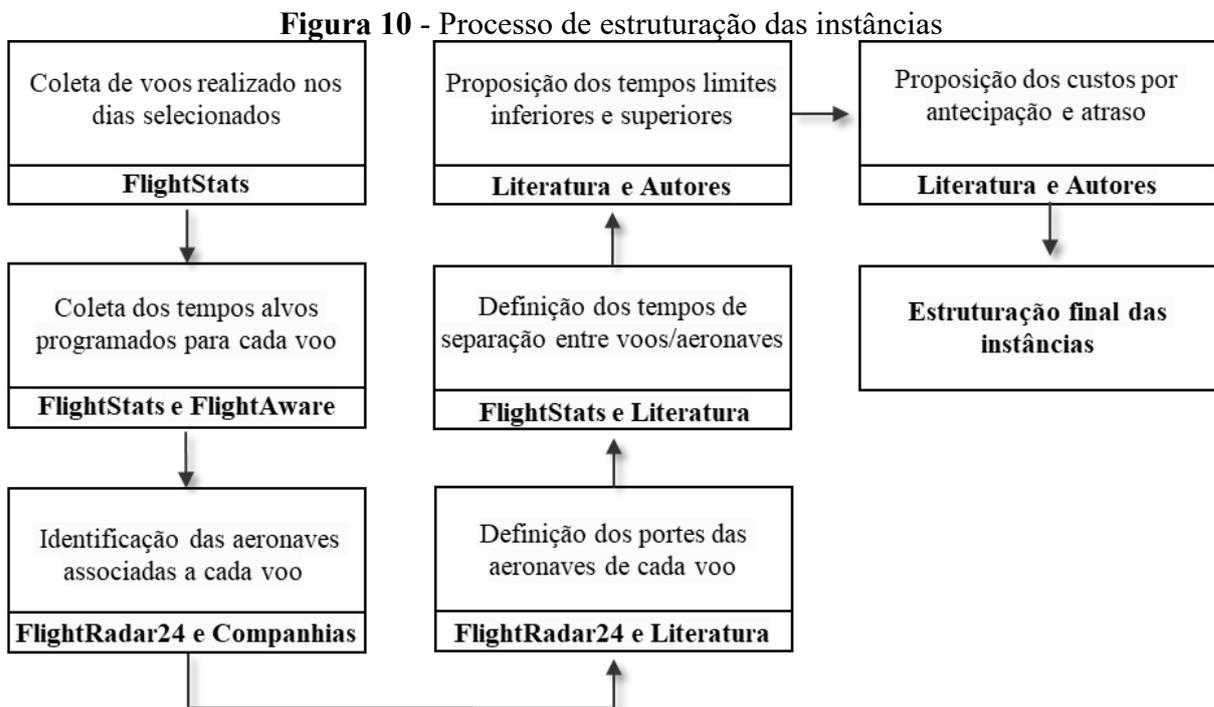
De modo a representar as características de cada uma, a Tabela 10 descreve o número de aeronaves, tempo de congelamento e o tempo de separação mínimo, médio e máximo existente entre os aviões, apresentado em minutos, para cada instância utilizada.

**Tabela 10** – Instâncias da *OR-Library*

Instância	$N$	$F$	Mín $S_{ij}$	Média $S_{ij}$	Máx $S_{ij}$
1	10	10	3	10	15
2	15	10	3	10	15
3	20	10	3	10	15
4	20	35	3	10	15
5	20	45	3	10	15

**Fonte:** Elaborado pelo autor (2024).

Para além disso, um segundo conjunto com quatro instâncias foi aplicado no algoritmo, apresentando informações relacionados ao Aeroporto Internacional de Recife – Guararapes. Tais dados são referentes aos voos efetuados em dias com características distintas, isto é, durante o início (segunda-feira) e meio (quinta-feira) da semana, assim como final de semana (sábado). Logo, o processo de coleta foi realizado entre os meses de outubro e novembro de 2023, por meio das plataformas de monitoramento de voos *FlightStats*, *FlightRadar24*, *FlightAware* e as bases das companhias aéreas, como apresentado na Figura 10.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

As plataformas não possuem todos os dados necessários para a formulação das instâncias agrupados em único local. Dessa forma, os dados coletados em cada plataforma variaram de acordo com a disponibilidade destes. Primeiramente, foram verificados quais os voos efetuados nos respectivos dias, por meio do *FlightStats*, onde tinham informações relacionadas ao código do voo e sua respectiva origem e destino. Devido essa plataforma não informar os tempos alvos de pouso de cada aeronave, coletou-se esse dado no *FlightAware*, relacionando-o com o código de cada voo.

Em seguida, buscou-se identificar qual o modelo específico da aeronave utilizada em cada voo, diante do *FlightRadar24* e sites das companhias aéreas. Isso possibilitou a definição do porte das aeronaves (pequeno, médio, grande), de acordo com informações encontradas na

literatura, tendo em vista que a partir disso são estabelecidos o tempo de separação em cada par de aviões. Sendo assim, ao definir esses tempos, foram estruturados os tempos limites de antecipação e atraso de cada voo. Para isso, adotou-se as características presentes nas instâncias da literatura com relação a variação de tais limites. A última etapa efetuada diz respeito a proposição dos custos atribuídos a cada unidade de tempo divergente, baseando-se também nessas instâncias.

Cada instância possui um número de voos situado entre 90 e 100. Os tempos limites de antecipação e atraso da janela de tempo de pouso de cada aeronave foram gerados seguindo a lógica adotada de que a variação dos limites com relação ao tempo alvo deveria ser similar à identificada nas instâncias da *OR-Library*, assim como baseado na literatura e em regulamentações aeroportuárias que também possuem previsões de intervalos limites diferentes de acordo com cada país. Para isso, realizou-se um estudo dessas instâncias a fim de analisar como ocorria tal variação, adotando-a para o Aeroporto de Recife. Dessa forma, a geração dos limites se deu através de uma distribuição de probabilidade uniforme discreta, entre 30 e 180 minutos, para menos ou mais do tempo alvo de cada voo.

Os custos atribuídos ao pouso antecipado e tardio aderiram a seguinte lógica: 50% de probabilidade de um custo de 5 unidades, 40% de probabilidade de um custo de 10 unidades, e 10% de probabilidade de um custo de 15 unidades. É importante mencionar ainda que o custo de atraso de um determinado voo sempre terá o mesmo valor do custo de antecipação. A ideia foi representar que há um pequeno percentual de voos com um impacto maior em sua divergência do tempo alvo, conforme foi observado na literatura sobre as temáticas que envolvem operações aeroportuárias.

Uma vez estabelecido a janela de pouso e os custos, o tempo de aparecimento da aeronave no radar do aeroporto é definido pela subtração de cinco minutos do tempo limite de antecipação da respectiva aeronave, já que nas instâncias da *OR-Library* o tempo de aparecimento é bem próximo ao tempo limite de antecipação. A designação do tempo de separação mínimo entre os pares de aviões, ocorreu como apresentado na Tabela 11, onde as aeronaves de mesmo porte precisam estar distanciadas em um intervalo de tempo de ao menos dois minutos e aeronaves líder e de seguimento com portes diferentes necessitam de no mínimo três minutos em alguns casos.

**Tabela 11-** Tempo de separação mínimo (em minutos) entre o par de aeronaves

		Aeronave em seguimento			
		Super	Pesado	Médio	Leve
Aeronave líder	Super	2	2	3	3
	Pesado	2	2	2	2
	Médio	3	2	2	2
	Leve	3	2	2	2

**Fonte:** Elaborado pelo autor (2024).

## 4.2 MÉTRICAS DE DESEMPENHO

Com a finalidade de avaliar a qualidade das soluções alcançadas na fronteira de Pareto para os casos do ALP com multiobjetivos e, assim, compará-los com os principais trabalhos encontrados na literatura, aplicou-se a métrica de desempenho denominada de *Hypervolume*. Portanto, esta seção descreve os principais aspectos relacionados a tal métrica, assim como a estruturação desse cálculo.

### 4.2.3 *Hypervolume (HV)*

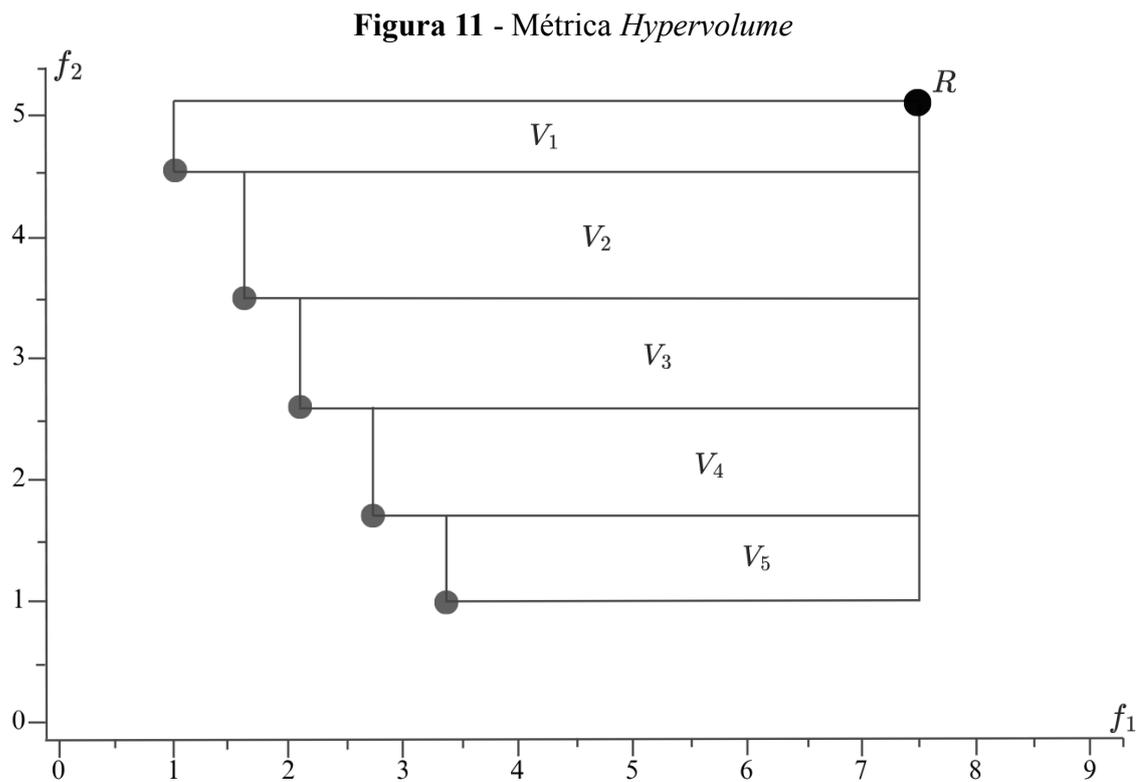
O *Hypervolume* é uma métrica que vem sendo empregada em distintos problemas multiobjetivos encontrados na literatura. Seu principal objetivo consiste no cálculo da área, ou volume, constituído por meio dos pontos (soluções) existentes na fronteira de Pareto e um ponto de referência, definido como ponto de nadir ( $R$ ) (Silva, 2017). Em razão disso, torna-se possível mensurar a qualidade do conjunto de soluções encontradas dentre os objetivos, visto que indica a quão próxima da fronteira ideal está situada a fronteira obtida.

Assim, a formulação desse ponto ocorre diante de um vetor que armazena os piores valores obtidos para  $n$  funções objetivo. Então, há uma maior garantia das soluções inseridas na fronteira dominarem tal ponto, sendo melhor ou igual a ele, dado que são utilizados os piores valores das funções do problema como referência. Desse modo, o cálculo do *hypervolume* é realizado de acordo com o demonstrado na Equação (23).

$$HV = \bigcup_{x_i \in H} V_x \quad (23)$$

Considerando um conjunto ( $H$ ) de soluções não-dominadas, o  $HV$  será o somatório das áreas ou volumes ( $V_x$ ) geradas em cada solução  $x_i \in H$ . Portanto, quanto maior esse valor, mais distante a fronteira vai estar com relação a  $R$ .

Nesse sentido, um dos principais motivos desse parâmetro estar sendo aplicado nas problemáticas de otimização se dá devido ao fato do  $HV$  não necessitar de uma fronteira ótima. A Figura 11 representa uma fronteira arbitrária com o objetivo de facilitar a compreensão acerca do conceito dessa métrica.



Fonte: Silva (2017).

Assim, o ponto de Nadir adotado neste trabalho varia entre as instâncias da literatura e as do aeroporto em estudo, tendo em vista os testes realizados no algoritmo visando a definição de tais pontos. Para as instâncias da literatura, os piores valores das funções objetivo utilizados como referência correspondem ao vetor [100000, 1000] e, no caso das instâncias reais, o ponto de Nadir é caracterizado como [100000, 10000], onde o primeiro elemento do vetor equivale ao pior custo total de divergência e o segundo diz respeito ao pior *makespan*. Esses valores foram definidos ao realizar diversas execuções testes no algoritmo, visando identificar os maiores resultados encontrados para as funções objetivos. Com base nessa informação, foram selecionados valores superiores aos encontrados para as respectivas funções, de modo que estes fossem dominados por todas as soluções obtidas.

Tendo isto como referência, o *HV* e *HV* médio das soluções presentes na fronteira de Pareto foram calculados, com a finalidade de identificar a qualidade dos resultados encontrados para a abordagem multiobjetivo.

### 4.3 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

O problema de agendamento do pouso de aeronaves vem sendo tratado por outros autores diante da aplicação de distintos métodos, incluindo as abordagens heurísticas. Em vista disso, buscou-se realizar um comparativo entre os resultados obtidos nos principais estudos que solucionam tais instâncias da literatura e os gerados pelo PSO proposto neste trabalho, a fim de analisar sua viabilidade e eficiência em meio às soluções já existentes. Outrossim, são gerados gráficos que reportam as fronteiras eficientes obtidas por meio do MOPSO. Cada instância foi resolvida 10 vezes, calculando a média dos valores ao final de todas as execuções.

#### 4.3.1 Resultados Computacionais para o Problema de Objetivo Único

##### 4.3.1.1 Resultados para as Instâncias da Literatura

Em um primeiro momento, calculou-se o valor mínimo, médio e máximo entre as 10 execuções efetuadas, a fim de tornar mais evidente os resultados obtidos diante do método proposto. Além disso, outro parâmetro importante na avaliação do desempenho do algoritmo se refere ao tempo computacional empregue para solucionar a instância. Assim, a Tabela 12 apresenta os tempos médios de processamento e os valores relacionados a função objetivo abordada no problema.

**Tabela 12** - Resultados para as instâncias aplicadas

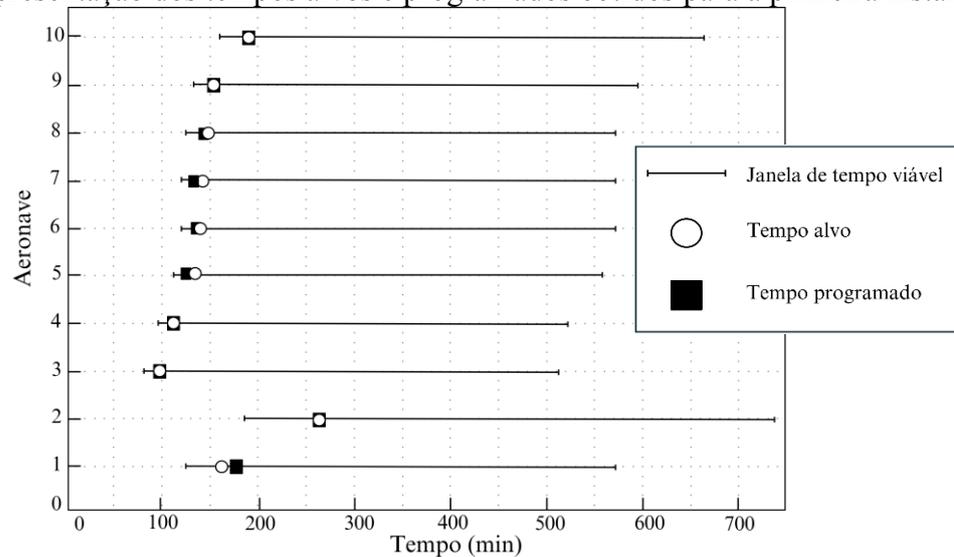
Instância	Obj			Tempo (min)
	Min	Avg	Máx	Avg
1	700	700	700	2,07
2	1480	1507	1540	4,02
3	820	820	820	6,15
4	2980	3309	3670	7,78
5	4070	4655	5180	8,19

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Conforme demonstra a Tabela 12, há uma menor variação nos resultados das execuções realizadas para as três primeiras instâncias, especialmente na primeira e terceira, que alcançaram um mesmo valor nos aspectos mínimo, médio e máximo, nestes casos, a solução ótima. Com relação ao tempo computacional, a abordagem proposta obteve tempos entre 2 e 8 minutos, crescentes conforme o aumento da dimensão e quantidade de aeronaves das instâncias.

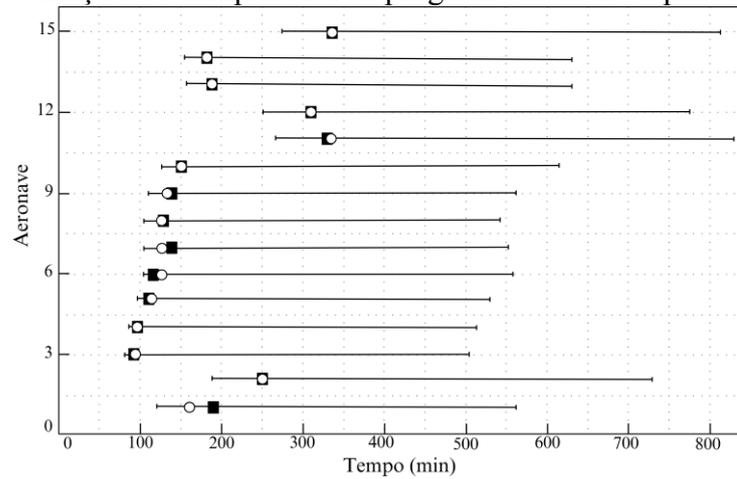
Os resultados alcançados por meio da programação efetuada pelo algoritmo em cada instância são apresentados nas Figuras 12, 13, 14, 15 e 16, sendo designadas a janela de tempo viável de cada aeronave (linha preta delimitada por traços verticais que representam o tempo limite de antecipação e atraso do pouso), tempo alvo (circunferência) e o tempo programado do pouso (quadrado preto). Quando a circunferência está sobreposta no quadrado, significa que o tempo designado para pouso condiz exatamente com o tempo ideal, logo nenhum custo é atribuído por não existir desvios.

**Figura 12** – Representação dos tempos alvos e programados obtidos para a primeira instância



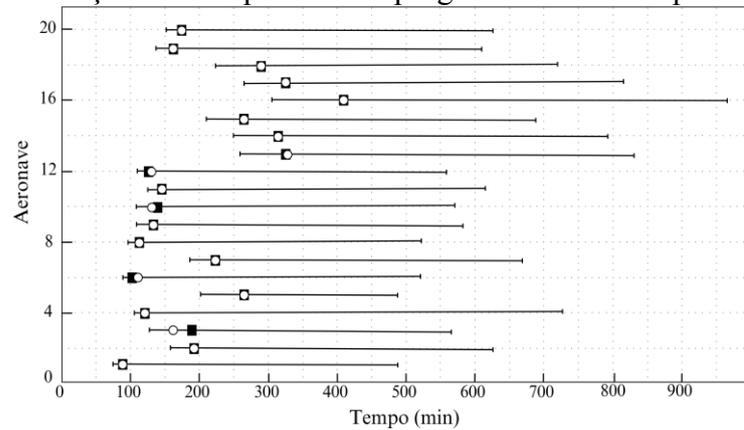
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

**Figura 13** - Representação dos tempos alvos e programados obtidos para a segunda instância



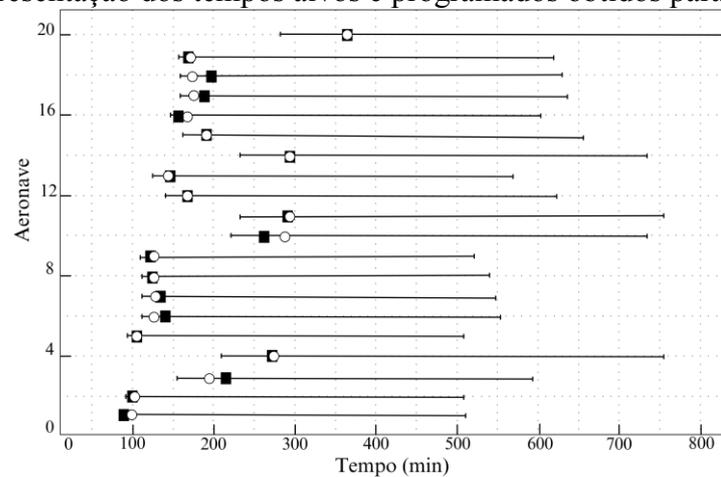
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

**Figura 14** - Representação dos tempos alvos e programados obtidos para a terceira instância



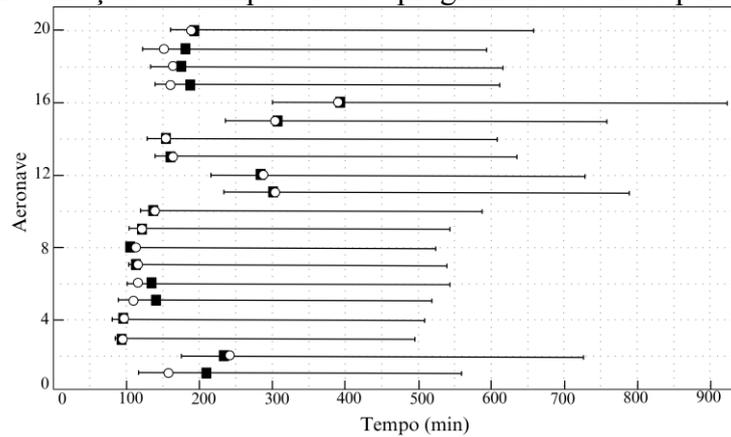
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

**Figura 15** - Representação dos tempos alvos e programados obtidos para a quarta instância



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

**Figura 16** - Representação dos tempos alvos e programados obtidos para a quinta instância



**Fonte:** Elaborado pelo autor (2024).

As configurações das cinco instâncias possuem alguns aspectos em comum. Nota-se que o tempo alvo das aeronaves possuem uma tendência de se situar mais próximo ao tempo limite de antecipação do que ao tempo limite de atraso. Em meio a isso, o algoritmo busca aproximar as soluções desse tempo alvo visando minimizar o custo de divergência. Nas três primeiras instâncias, grande parte da programação do pouso das aeronaves ocorreu exatamente no instante ideal, outros ficaram bem próximos. Na quarta e quinta instância, menos aeronaves foram designadas a pousar no tempo alvo, mas permaneceram em um instante de tempo próximo.

Em seguida, foram comparados os resultados alcançados da metaheurística PSO proposta neste estudo, com os métodos conhecidos na literatura, sendo eles HUBR (*Heuristic Upper Bound and Restarting*), ACGA (*Ant Colony Genetic Algorithm*), ACA (*Ant Colony Algorithm*), ERD-HA (*Earliest Release Date - Heuristic Algorithm*), EDD-HA (*Earliest Due Date - Heuristic Algorithm*), desenvolvidos respectivamente por Beasley (2000), Bencheikh et al. (2009), Bencheikh, Boukachour e Alaoui (2011) e Zhang (2020), detalhados na Tabela 12.

Para efeitos de análise, foi calculado o *Gap* (%) correspondente a diferença percentual entre o custo total de divergência e a solução ótima. Dessa forma, *Obj* está se referindo ao custo da solução obtido por cada uma das heurísticas e *Inst* o número da instância. Os valores destacados e sublinhados em negrito, na Tabela 13, apontam que o método alcançou o valor ótimo e, os apenas destacados em negrito, indicam resultados melhores ou iguais aos demais avaliados.

**Tabela 13** - Comparação de outras abordagens encontradas na literatura

Inst.	Opt	HUBR		ACGA		ACA		ERD-HA		EDD-HA		PSO	
		Obj	Gap (%)	Obj	Gap (%)	Obj	Gap (%)	Obj	Gap (%)	Obj	Gap (%)	Obj	Gap (%)
1	700	<b>700</b>	0	<b>700</b>	0	1150	64,3	1280	82,9	<b>700</b>	0	<b>700</b>	0
2	1480	<b>1500</b>	1,4	1720	16,2	1840	24,3	1790	20,9	<b>1500</b>	1,4	1507	1,8
3	820	1380	68,3	850	3,7	2540	209,8	1790	118,3	1730	111	<b>820</b>	0
4	2520	<b>2520</b>	0	4480	77,8	4820	91,3	4890	94	<b>2520</b>	0	3309	31,3
5	3100	5420	74,8	4800	54,8	6260	101,9	6470	108,7	5420	74,8	<b>4655</b>	50,2

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

No que se refere à primeira instância, os métodos conseguiram alcançar a solução ótima, com exceção do ACA e ERD-HÁ, que obtiveram *gaps* elevados. O EDD-HA e HUBR apresentaram uma melhor performance dos resultados para a segunda instância, porém o PSO proposto também teve um bom desempenho, com um de *gap* de 0,4% em relação as duas.

Conforme pode ser observado, o PSO atingiu a solução ótima na terceira instância, ao contrário dos demais métodos que apresentam um maior percentual de diferença entre a solução ótima, como no caso do ACA com 209,8%, sendo o maior *gap* obtido entre os demais. Por outro lado, na quarta instância, o EDD-HA e HUBR obtiveram um melhor desempenho. Nenhuma das abordagens alcançaram a solução ótima na quinta instância, todavia, o PSO se sobrepôs aos demais, sendo ele o que possui um menor *gap*.

Ao realizar uma análise entre o PSO, HUBR e EDD-HA, os dois últimos conseguiram obter resultados mais promissores do que o PSO na segunda instância (embora seja pequena a diferença) e quarta instância. De forma contrária, o PSO se mostrou mais eficiente do que eles na terceira (alcançando o valor ótimo) e quinta instância. Comparando com o ACGA, o PSO obteve uma performance superior e, apenas na primeira instância, o ACGA alcançou um valor igual ao dessa heurística. No caso do ACA e ERD-HA, o PSO apresentou resultados significativamente melhores em todas as instâncias aplicadas.

#### 4.3.1.2 Resultados para as Instâncias do Aeroporto Internacional de Recife

O algoritmo proposto também foi testado em instâncias com dados referentes aos voos realizados no Aeroporto Internacional de Recife (Guararapes), com o objetivo de verificar o desempenho do método em instâncias maiores, além de mostrar sua aplicabilidade em contextos reais. Nesse sentido, a Tabela 14 apresenta os resultados alcançados em meio a abordagem com

único objetivo de minimizar o custo total de divergência (*Obj*). O número de aeronaves de cada instância é representado por  $N$  e o tempo computacional tem sua unidade em minutos.

**Tabela 14** - Resultados do PSO para o Aeroporto Guararapes

Instância	$N$	Obj	Tempo (min)
REC_1	99	1125	28,85
REC_2	100	1030	21,30
REC_3	96	910	21,22
REC_4	90	735	16,09

**Fonte:** Elaborado pelo autor (2024).

Os resultados obtidos demonstram que o custo computacional para gerar tais soluções é viável na prática, dado que foi possível resolver as instâncias envolvendo até 100 aeronaves em menos de 30 minutos. É importante mencionar que, mesmo com uma leve diferença no número de aeronaves, algumas instâncias conseguiram ser resolvidas em um tempo menor do que outras, principalmente devido ao fato de cada uma possuir suas características específicas.

### 4.3.2 Resultados Computacionais para o Problema Multiobjetivo

#### 4.3.2.1 Resultados para as Instâncias da Literatura

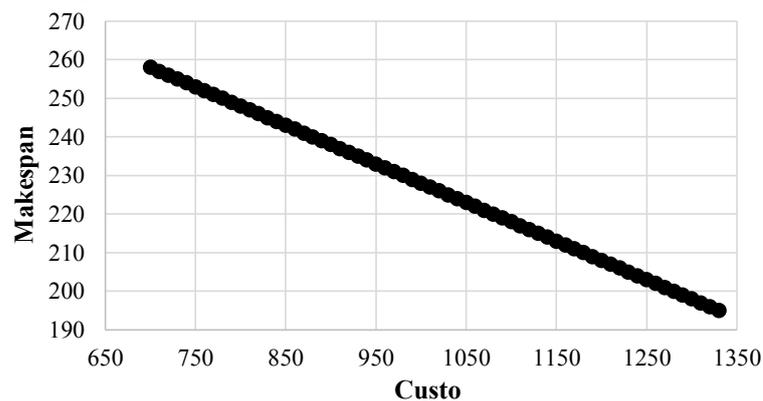
Para efetuar a análise dos resultados experimentais acerca do ALP com abordagem multiobjetivo, elencou-se algumas métricas a serem consideradas ao longo das execuções. Estas correspondem ao HV,  $HV_{avg}$  e o tempo computacional empregue para fornecer tais soluções. O motivo dessa escolha se deu pela necessidade de mensurar o quão distante estão as soluções presentes na fronteira eficiente com relação ao ponto de Nadir, ao passo que quanto mais próximo, menor será sua qualidade. É importante avaliar também o tempo de processamento, para validar se o método desenvolvido atende o objetivo de fornecer boas soluções em um instante de tempo viável. Diante disso, calculou-se o valor mínimo, médio e máximo dos resultados de cada métrica, como apresentado na Tabela 15.

**Tabela 15** - Resultados para o ALP nas métricas HV e tempo computacional

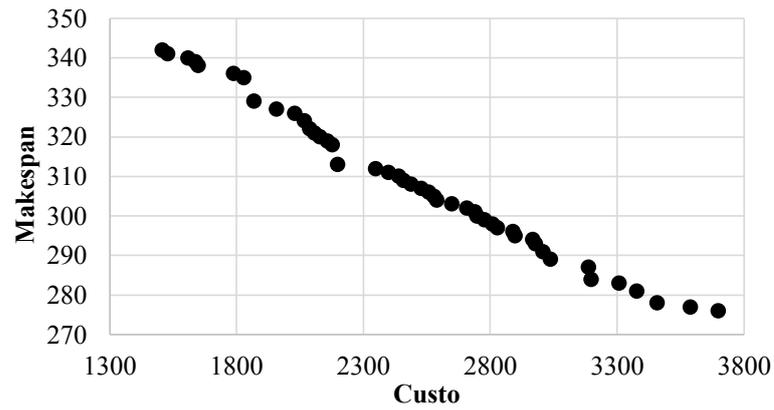
Instância	<i>N</i>	Métrica	Mín.	Avg.	Máx.
1	10	HV	2,28E+09	4,64E+09	4,90E+09
		$HV_{avg}$	7,61E+07	7,65E+07	7,66E+07
		Tempo (min)	3,00	5,47	9,02
2	15	HV	1,69E+09	2,38E+09	3,10E+09
		$HV_{avg}$	6,69E+07	6,73E+07	6,75E+07
		Tempo (min)	3,67	4,49	6,95
3	20	HV	1,40E+09	1,78E+09	2,03E+09
		$HV_{avg}$	6,31E+07	6,35E+07	6,39E+07
		Tempo (min)	5,36	5,49	5,57
4	20	HV	4,58E+08	6,60E+08	9,02E+08
		$HV_{avg}$	6,44E+07	6,55E+07	6,61E+07
		Tempo (min)	7,92	8,55	11,02
5	20	HV	4,44E+08	6,09E+08	8,68E+08
		$HV_{avg}$	6,20E+07	1,77E+08	6,38E+08
		Tempo (min)	8,81	9,56	10,60
Avg.		HV	4,44E+08	2,01E+09	4,90E+09
		$HV_{avg}$	6,20E+07	8,99E+07	6,38E+08
		Tempo (min)	3,00	6,71	11,02

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

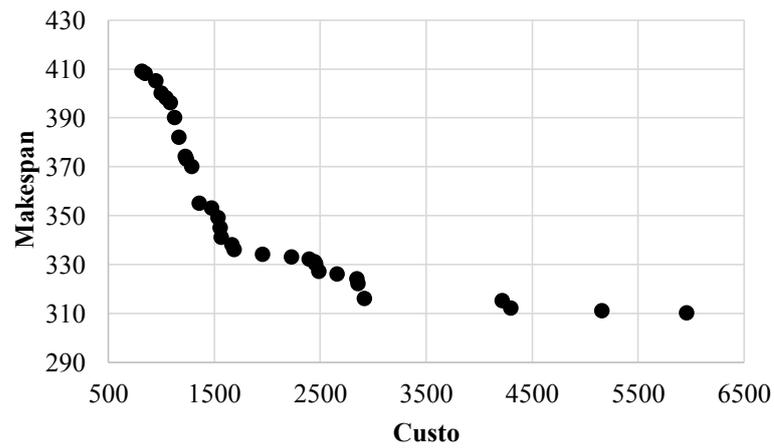
No que se refere ao tempo computacional, nota-se que a tendência é ser maior ao longo das instâncias tendo em vista o número de aeronaves levadas em consideração e outras características particulares. Em vista disso, as fronteiras de Pareto das execuções que obtiveram um melhor HV em cada instância, estão reportadas nas Figuras 17, 18, 19, 20 e 21 por meio de gráficos de dispersão.

**Figura 17** - Fronteira de Pareto da primeira instância

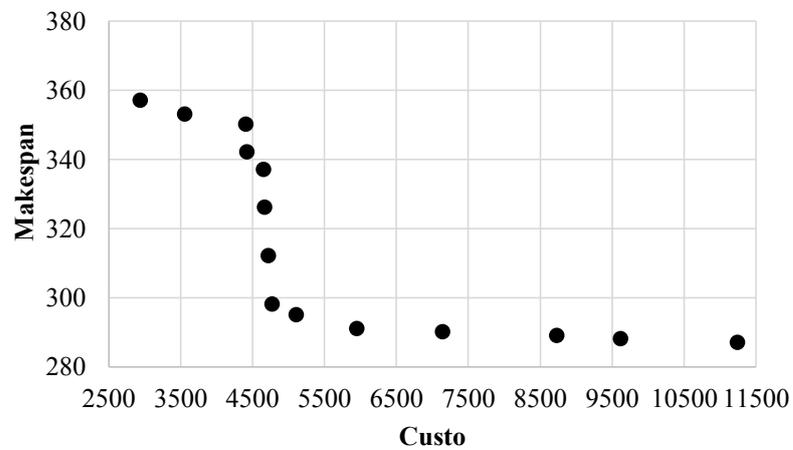
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

**Figura 18** - Fronteira de Pareto da segunda instância

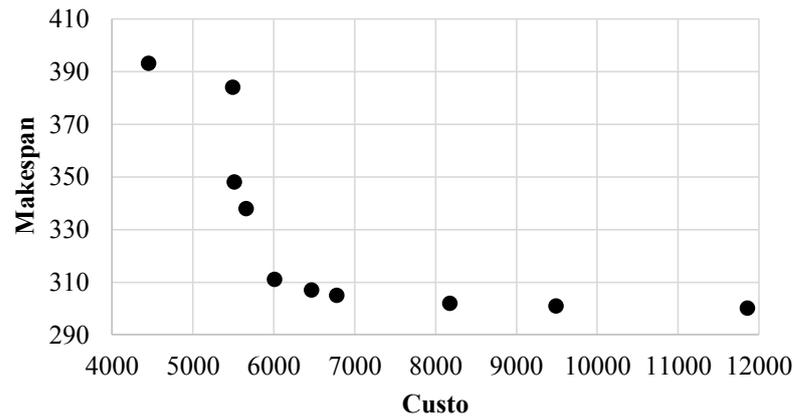
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

**Figura 19** - Fronteira de Pareto da terceira instância

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

**Figura 20** - Fronteira de Pareto da quarta instância

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

**Figura 21** - Fronteira de Pareto da quinta instância

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Com base nas melhores fronteiras encontradas em cada instância, observa-se que o número de soluções presentes na frente de Pareto varia ao longo das instâncias dado o seu nível de complexidade. Os pontos que representam os resultados da primeira e segunda instância estão menos dispersos entre si, ao contrário das demais instâncias que retratam uma variação mais acentuada. Isso ocorre devido ao fato de o custo possuir um intervalo maior de soluções encontradas com *makespan* menores.

A premissa abordada nas otimizações multiobjetivo, com relação ao conjunto de soluções da fronteira, é confirmada diante do exposto nos gráficos, uma vez que nenhum dos pontos existentes mostram resultados melhores que os demais em ambas as funções objetivo de custo e *makespan*. Com isso, nenhum vetor de solução presente na fronteira domina ou é dominado por outros vetores que compõem esse conjunto, pois, à medida que o custo diminui, o *makespan* aumenta, assim como ocorre de forma contrária.

#### 4.3.2.2 Resultados para as Instâncias do Aeroporto Internacional de Recife

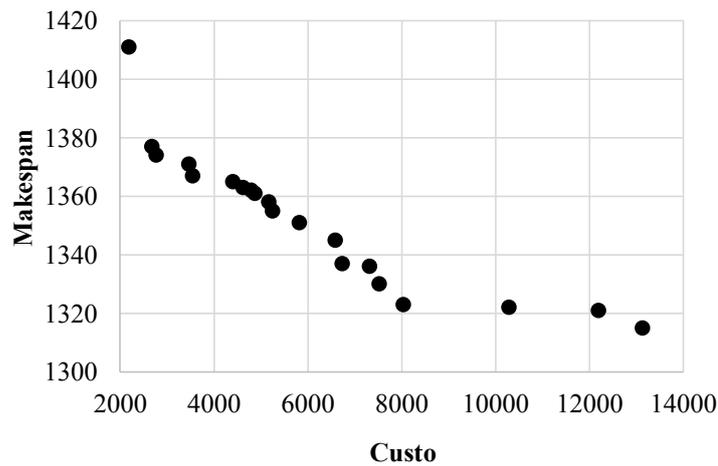
Da mesma forma, as quatro instâncias do Aeroporto de Recife foram aplicadas na abordagem multiobjetivo proposta neste estudo. Os resultados obtidos para as métricas levadas em consideração durante as execuções do algoritmo, estão introduzidos na Tabela 16.

**Tabela 16** - Resultados do MOPSO para o Aeroporto Guararapes

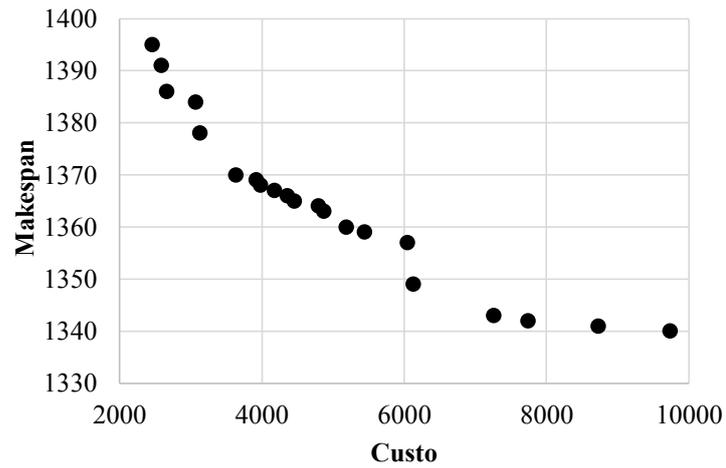
<b>Instância</b>	<b>N</b>	<b>Métrica</b>	<b>Resultado</b>
REC_1	99	HV	2,32E+10
		$HV_{avg}$	9,29E+08
		Tempo (min)	23,18
REC_2	100	HV	2,42E+10
		$HV_{avg}$	9,68E+08
		Tempo (min)	22,39
REC_3	96	HV	2,55E+10
		$HV_{avg}$	1,16E+09
		Tempo (min)	19,85
REC_4	90	HV	1,42E+10
		$HV_{avg}$	8,34E+08
		Tempo (min)	19,57
<b>Avg.</b>		HV	2,18E+10
		$HV_{avg}$	9,73E+08
		Tempo (min)	21,25

**Fonte:** Elaborado pelo autor (2024).

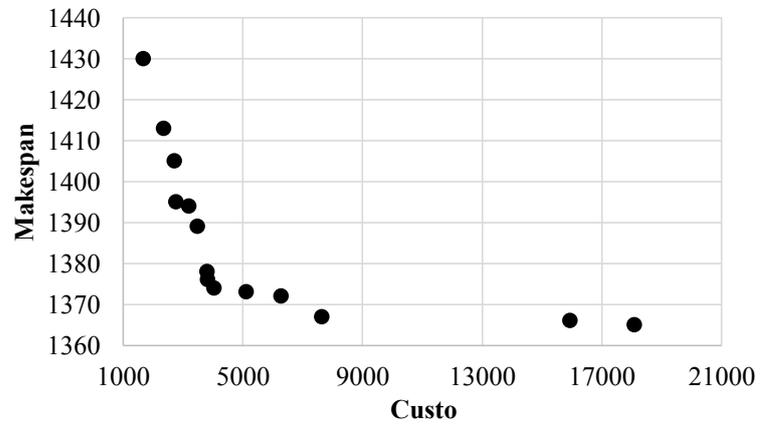
Com base nisso, as Figuras 22, 23, 24 e 25 apresentam as fronteiras de Pareto alcançadas a partir dos resultados experimentais, em cada uma das instâncias.

**Figura 22** - Fronteira de Pareto da REC\_1

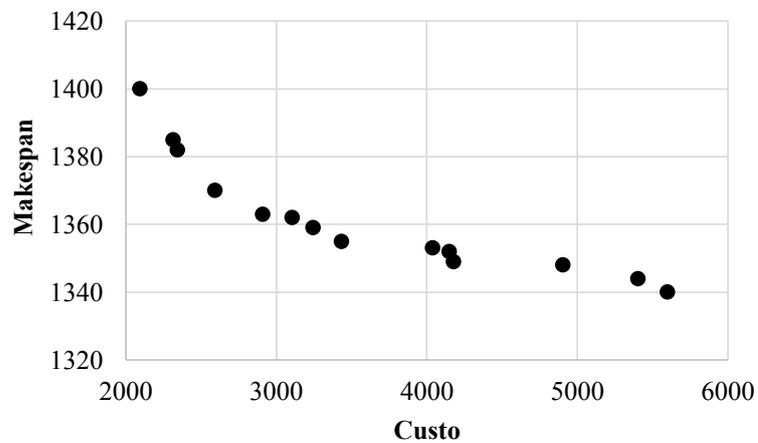
**Fonte:** Elaborado pelo autor (2024).

**Figura 23 - Fronteira de Pareto da REC\_2**

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

**Figura 24 - Fronteira de Pareto da REC\_3**

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

**Figura 25 - Fronteira de Pareto da REC\_4**

Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Os desempenhos reportados mostram que o MOPSO também é efetivo na resolução de instâncias com portes maiores. Logo, como existe um *trade-off* entre tais funções, a escolha de

um desses pontos de solução deve ocorrer conforme o objetivo das partes interessadas, isto é, se a prioridade é reduzir o custo total das divergências, a solução escolhida será a que apresenta o menor custo. Da mesma forma ocorre nos casos em que a preferência se dá pela minimização do *makespan*.

Dado a escassez de trabalhos na literatura que consideraram o ALP multiobjetivo visando, especificamente, a minimização dos custos por atraso e antecipação e do *makespan*, não foi possível realizar comparações dos resultados alcançados para as instâncias, tanto da literatura, como as propostas com base em voos do Aeroporto Guararapes, no que se refere a esta abordagem proposta.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho propôs um algoritmo heurístico multiobjetivo baseado em busca populacional para resolução da problemática do agendamento de pouso de aeronaves em aeroportos com pista única. A relevância do tema surge diante do aumento do tráfego aéreo ao decorrer dos anos e a capacidade restrita dos aeroportos em suprir tal demanda, tornando importante efetuar o sequenciamento de forma eficiente, tendo em vista a complexidade do problema.

Dada a necessidade de compreender melhor as características do ALP e as principais restrições a serem adotadas, foi realizada uma ampla revisão da literatura acerca dos métodos comumente utilizados na resolução dessa questão. Assim, identificou-se a predominância da aplicação de métodos heurísticos combinados, em alguns casos, com os métodos exatos ou hibridizados a outras heurísticas. Além disso, nota-se que diversos pesquisadores vêm considerando a configuração de pistas múltiplas, abrangendo a aplicabilidade dos algoritmos em aeroportos com características peculiares.

A abordagem neste estudo ocorreu de forma estática, levando em consideração as restrições de janela de tempo de pouso e tempo de separação entre as aeronaves. A programação foi realizada conforme a aeronave surgia, isto é, ao aparecer no radar, um tempo de pouso era designado para tal aeronave. Para mais, foram atribuídos custos a cada desvio de unidade de tempo do instante alvo de pouso.

Em meio aos distintos objetivos que podem ser aplicados nessa problemática, o ALP foi tratado visando a minimização do custo total de divergência dos tempos alvo de pouso e do *makespan*. Essa escolha se deu devido ao fato da necessidade de encontrar soluções com menores custos e operações de aterrissagem mais ágeis, tendo em vista a importância de os aeroportos adotarem estratégias que possibilitem maior número de operações realizadas em um menor espaço de tempo, buscando suprir a demanda aérea.

Em geral, no que se refere a abordagem com único objetivo, pode-se afirmar que o PSO se mostrou competitivo no que concerne a qualidade das soluções encontradas, visto que apresentou um melhor desempenho em 60% das instâncias da literatura (sendo que em 40% alcançou a solução ótima). Sua performance se destacou em meio a alguns dos métodos heurísticos comparados, sendo eles ACGA, ACA e ERD-HA, pois os resultados foram superiores em todas as cinco instâncias, com exceção do ACGA na primeira instância que conseguiu obter um valor ótimo assim como o PSO proposto.

O desempenho do MOPSO mostrou-se sólido na geração de fronteiras de Pareto consistentes, apresentando uma boa diversidade de soluções, o que é crucial para o alcance de resultados eficientes em problemas de otimização multiobjetivo, ainda que não tenha sido possível avaliar com base em uma possível fronteira eficiente, dado sua inexistência na literatura para o problema proposto.

Os resultados foram obtidos em um tempo computacional satisfatório, dado o quantitativo de aeronaves e características particulares de cada instância. É importante destacar que, com os testes de parametrização realizados visando determinar os valores mais adequados para os parâmetros do PSO nessa situação, observou-se a melhoria na evolução da fronteira de Pareto, em termos de número de soluções, conforme o quantitativo de iterações e tamanho da população foram aumentados.

Como trabalhos futuros, acredita-se que a hibridização do MOPSO com outras heurísticas pode possibilitar a redução do tempo computacional durante o processo de busca por melhores soluções, otimizando também a qualidade dos resultados encontrados para as funções objetivos. Outros aspectos presentes no contexto real dos aeroportos podem ser adotados, tais como as restrições do tempo de congelamento, capacidade da pista e classe da aeronave, e a abordagem dinâmica. Com isso, os resultados poderão ser ainda mais promissores por levarem em conta demais questões que influenciam diretamente na operação de pouso.

Um fator adicional consiste na adoção da configuração de múltiplas pistas, buscando aumentar a classe de problemas possíveis de serem resolvidas por meio deste algoritmo. Logo, aeroportos com porte maior podem ser favorecidos em meio a essa aplicação. Por essa razão, tais melhorias no método permitiriam torná-lo mais competitivo dentre outras abordagens existentes na literatura.

## REFERÊNCIAS

ABDULLAH, Omar Salim et al. Optimization Approaches in aircraft landing problems. **Sci. Int. (Lahore)**, v. 30, n. 3, p. 455-459, 2018.

ABDULLAH, Omar Salim; ABDULLAH, Salwani; SARIM, Hafiz Mohd. Harmony search algorithm for the multiple runways aircraft landing scheduling problem. **Journal of Telecommunication, Electronic and Computer Engineering (JTEC)**, v. 9, n. 3-7, p. 59-65, 2017.

AHMADIAN, Mohammad Mahdi; SALEHIPOUR, Amir. Heuristics for flights arrival scheduling at airports. **International Transactions in Operational Research**, v. 29, n. 4, p. 2316-2345, 2022.

AHMED, Md Shohel; ALAM, Sameer; BARLOW, Michael. A cooperative co-evolutionary optimisation model for best-fit aircraft sequence and feasible runway configuration in a multi-runway airport. **Aerospace**, v. 5, n. 3, p. 85, 2018.

ALTINOK, Alphan et al. Modeling key predictors of airport runway configurations using learning algorithms. In: **2018 Aviation Technology, Integration, and Operations Conference**. 2018. p. 3673.

ANWAR, Muchamad Taufiq et al. A Novel and Fast Memory Perturbation Method to Increase Exploration in Particle Swarm Optimization Algorithm. In: **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**. IOP Publishing, 2020. p. 012031.

ATKIN, Jason AD; BURKE, Edmund K. Hybrid metaheuristics to aid runway scheduling at London Heathrow airport. **Transportation Science**, v. 41, n. 1, p. 90-106, 2007.

BALAKRISHNAN, Hamsa; CHANDRAN, Bala G. Algorithms for scheduling runway operations under constrained position shifting. **Operations Research**, v. 58, n. 6, p. 1650-1665, 2010.

BEASLEY, John E. et al. Displacement problem and dynamically scheduling aircraft landings. **Journal of the operational research society**, v. 55, n. 1, p. 54-64, 2004.

BEASLEY, John E. et al. Scheduling aircraft landings—the static case. **Transportation science**, v. 34, n. 2, p. 180-197, 2000.

BENCHEIKH, Ghizlane et al. Hybrid method for aircraft landing scheduling based on a job shop formulation. **International Journal of Computer Science and Network Security**, v. 9, n. 8, p. 78-88, 2009.

BENCHEIKH, Ghizlane; BOUKACHOUR, Jaouad; ALAOUI, Ahmed EL Hilali. Improved ant colony algorithm to solve the aircraft landing problem. **International Journal of Computer Theory and Engineering**, v. 3, n. 2, p. 224, 2011.

BENCHEIKH, Ghizlane; BOUKACHOUR, Jaouad; ALAOUI, Ahmed El Hilali. A memetic algorithm to solve the dynamic multiple runway aircraft landing problem. **Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences**, v. 28, n. 1, p. 98-109, 2016.

BENNELL, Julia A.; MESGARPOUR, Mohammad; POTTS, Chris N. Dynamic scheduling of aircraft landings. **European Journal of Operational Research**, v. 258, n. 1, p. 315-327, 2017.

BOMBELLI, Alessandro; SANTOS, Bruno F.; TAVASSZY, Lorant. Analysis of the air cargo transport network using a complex network theory perspective. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 138, p. 101959, 2020.

BRISKORN, Dirk; STOLLETZ, Raik. Aircraft landing problems with aircraft classes. **Journal of Scheduling**, v. 17, p. 31-45, 2014.

CÂMARA, Álvaro et al. A comparative study of meta-heuristics for the aircraft landing scheduling problem. In: **2016 11th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI)**. IEEE, 2016. p. 1-4.

CAMPOS, L. M. B. C.; MARQUES, J. M. G. On an analytical model of wake vortex separation of aircraft. **The Aeronautical Journal**, v. 120, n. 1232, p. 1534-1565, 2016.

CECEN, R. K. A stochastic programming model for the aircraft sequencing and scheduling problem considering flight duration uncertainties. **The Aeronautical Journal**, v. 126, n. 1304, p. 1736-1751, 2022.

ÇEÇEN, Ramazan Kürşat; CETEK, C.; KAYA, Onur. Aircraft sequencing and scheduling in TMAs under wind direction uncertainties. **The Aeronautical Journal**, v. 124, n. 1282, p. 1896-1912, 2020.

CECEN, Ramazan Kursat; DURMAZKESER, Yunus. Meta-Heuristic Algorithms for Aircraft Sequencing and Scheduling Problem. In: **Progress in Sustainable Aviation**. Cham: Springer International Publishing, 2022. p. 107-118.

CHANDRA, Aitichya et al. Quasi-stochastic optimization model for time-based arrival scheduling considering Standard Terminal Arrival (STAR) track time and a new delay-conflict relationship. **Journal of Air Transport Management**, v. 115, p. 102527, 2024.

CHATTERJEE, Amitava; SIARRY, Patrick. Nonlinear inertia weight variation for dynamic adaptation in particle swarm optimization. **Computers & operations research**, v. 33, n. 3, p. 859-871, 2006.

CHEN, Xiaodao et al. Uncertainty-aware flight scheduling for airport throughput and flight delay optimization. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 56, n. 2, p. 853-862, 2019.

CHENG, P; GENG, R. Dynamic Airspace Management – Models and Algorithms. In: Mulder, M. **Air Traffic Control**. Rijeka: Sciyo, 2010, p. 1-22.

CHOUGDALI, Sallami et al. Air Traffic Control method in the transit aerospace based on the Least Laxity First algorithm. In: **Proceedings of the 2nd International Conference on Computing and Wireless Communication Systems**. 2017. p. 1-5.

CHOUGDALI, Sallami et al. New Real Time Method for Air Traffic Control Based on the Blocking Area. In: **Lecture Notes in Real-Time Intelligent Systems**. Springer International Publishing, 2019. p. 321-331.

DE MORAIS OLIVEIRA FILHO, Paulo. Algoritmo Memético Multiobjetivo para Alocação de Bases e Dimensionamento de Equipes. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica e de Telecomunicações) – Universidade Federal Fluminense.

ERNST, Andreas T.; KRISHNAMOORTHY, Mohan; STORER, Robert H. Heuristic and exact algorithms for scheduling aircraft landings. **Networks: An International Journal**, v. 34, n. 3, p. 229-241, 1999.

FAUZI, Nurul Izzatie Husna; MUSA, Zalili. Inertia Weight Strategies in GbLN-PSO for Optimum Solution. In: **2023 IEEE 8th International Conference On Software Engineering and Computer Systems (ICSECS)**. IEEE, 2023. p. 424-429.

FAYE, Alain. Solving the aircraft landing problem with time discretization approach. **European Journal of Operational Research**, v. 242, n. 3, p. 1028-1038, 2015.

Federal Aviation Administration. *FAA Aerospace Forecast: Fiscal Years 2020–2040*; U.S. Department of Transportation: Washington, DC, USA, 2020.

FENG, Xiao Rong; FENG, Xing Jie; LIU, Dong. The application of Ant colony optimization algorithm in the flight landing scheduling problem. **Applied Mechanics and Materials**, v. 411, p. 2698-2703, 2013.

FURINI, Fabio et al. Improved rolling horizon approaches to the aircraft sequencing problem. **Journal of Scheduling**, v. 18, p. 435-447, 2015.

FURINI, Fabio; PERSIANI, Carlo Alfredo; TOTH, Paolo. Aircraft sequencing problems via a rolling horizon algorithm. In: **Combinatorial Optimization: Second International Symposium, ISCO 2012, Athens, Greece, April 19-21, 2012, Revised Selected Papers 2**. Springer Berlin Heidelberg, 2012. p. 273-284.

GAO, Jinmin; LE, Meilong; LI, Jingnan. Using a Modified Whale Optimization Algorithm to Solve Dynamic Arrival Flights Sequencing Problem. **Available at SSRN 4796048**, 2024.

GELHAUSEN, Marc Christopher; BERSTER, Peter; WILKEN, Dieter. Post-COVID-19 scenarios of global airline traffic until 2040 that reflect airport capacity constraints and mitigation strategies. **Aerospace**, v. 8, n. 10, p. 300, 2021.

GIRISH, B. S. An efficient hybrid particle swarm optimization algorithm in a rolling horizon framework for the aircraft landing problem. **Applied Soft Computing**, v. 44, p. 200-221, 2016.

GULIASHKI, Vassil; MUŠIČ, Gašper; MARINOVA, Galia. A heuristic algorithm for aircraft landing scheduling problem. In: **2023 IEEE 10th International Workshop on Metrology for AeroSpace (MetroAeroSpace)**. IEEE, 2023. p. 253-257.

GUNANTARA, Nyoman. A review of multi-objective optimization: Methods and its applications. **Cogent Engineering**, v. 5, n. 1, p. 1502242, 2018.

HAMMOURI, Abdelaziz I. et al. ISA: a hybridization between iterated local search and simulated annealing for multiple-runway aircraft landing problem. **Neural Computing and Applications**, v. 32, p. 11745-11765, 2020.

HANCERLIOGULLARI, Gulsah et al. Greedy algorithms and metaheuristics for a multiple runway combined arrival-departure aircraft sequencing problem. **Journal of Air Transport Management**, v. 32, p. 39-48, 2013.

HAO, Jiang et al. Many-objective optimization scheduling method of arrival flights. In: **Sixth International Conference on Electromechanical Control Technology and Transportation (ICECTT 2021)**. SPIE, 2022. p. 702-710.

HAO, JIANG; JIXIN, L. I. U.; WENSHEN, Z. H. O. U. Bi-level Programming Model for Joint Scheduling of Arrival and Departure Flights Based on Traffic Scenario. **Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics**, v. 38, n. 4, 2021.

HERREMA, Floris et al. A machine learning model to predict runway exit at Vienna airport. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 131, p. 329-342, 2019.

HOUSSEIN, Essam H. et al. Major advances in particle swarm optimization: theory, analysis, and application. *Swarm and Evolutionary Computation*, v. 63, p. 100868, 2021.

HU, Xiao-Bing; CHEN, Wen-Hua. Genetic algorithm based on receding horizon control for arrival sequencing and scheduling. **Engineering applications of artificial intelligence**, v. 18, n. 5, p. 633-642, 2005.

HU, Xiao-Bing; DI PAOLO, Ezequiel. Binary-representation-based genetic algorithm for aircraft arrival sequencing and scheduling. **IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems**, v. 9, n. 2, p. 301-310, 2008.

IANCU, Dan A.; TRICHAKIS, Nikolaos. Pareto efficiency in robust optimization. **Management Science**, v. 60, n. 1, p. 130-147, 2014.

IKLI, Sana et al. An optimistic planning approach for the aircraft landing problem. In: **Air Traffic Management and Systems IV: Selected Papers of the 6th ENRI International Workshop on ATM/CNS (EIWAC2019) 6**. Springer Singapore, 2021. p. 173-188.

IKLI, Sana et al. Coupling Mathematical Optimization and Machine Learning for the Aircraft Landing Problem. In: **ICRAT 2020, 9th International Conference for Research in Air Transportation**. 2020.

IKLI, Sana et al. The aircraft runway scheduling problem: A survey. **Computers & Operations Research**, v. 132, p. 105336, 2021.

JAIN, Meetu et al. An overview of variants and advancements of PSO algorithm. **Applied Sciences**, v. 12, n. 17, p. 8392, 2022.

JARRAR, Abdessamad; BALOUKI, Youssef. Formal modeling of a complex adaptive air traffic control system. **Complex Adaptive Systems Modeling**, v. 6, p. 1-23, 2018.

JASSAM, Abdulrahman et al. Single Runway Aircraft Landing Scheduling Using Simulated Annealing and Exact Timing Method. In: **International Conference on Applied Computing to Support Industry: Innovation and Technology**. Cham: Springer International Publishing, 2020. p. 302-311.

JI, Xiao-Peng et al. An evolutionary approach for dynamic single-runway arrival sequencing and scheduling problem. **Soft Computing**, v. 21, p. 7021-7037, 2017.

JIANG, Furong; ZHANG, Zhaoning. Optimal Sequencing of Arrival Flights at Metroplex Airports: A Study on Shared Waypoints Based on Path Selection and Rolling Horizon Control. **Aerospace**, v. 10, n. 10, p. 881, 2023.

KULIDA, Elena L. Genetic algorithm for solving the problem of optimizing aircraft landing sequence and times. **Automation and Remote Control**, v. 83, n. 3, p. 426-436, 2022.

KYRIAKIDOU, Anastasia. A matheuristic approach for solving the aircraft landing scheduling problem. 2020. Dissertação (Mestrado em Informática Aplicada) - University of Thessaloniki, Thessaloniki.

LI, Jingxian et al. Hybrid optimization of arrival and departure flight schedules. In: **Proceedings of the 5th China Aeronautical Science and Technology Conference**. Springer Singapore, 2022. p. 103-119.

LI, Yang et al. Arrival aircraft optimal sequencing based on teaching-learning-based optimization algorithm with immunity. In: **IOP Conference Series: Earth and Environmental Science**. IOP Publishing, 2018. p. 062003.

LIANG, Bingjie; BI, Jun; RAN, Bin. Sequence optimization of departure flights considering ferry scheduling. **Journal of Intelligent & Fuzzy Systems**, n. Preprint, p. 1-15, 2023.

LIEDER, Alexander; BRISKORN, Dirk; STOLLETZ, Raik. A dynamic programming approach for the aircraft landing problem with aircraft classes. **European Journal of Operational Research**, v. 243, n. 1, p. 61-69, 2015.

LIU, Junhao et al. An improved genetic algorithm-based traffic scheduling model for airport terminal areas. **Journal of Sensors**, v. 2022, 2022.

LIU, Ming et al. A two-stage stochastic programming approach for aircraft landing problem. In: **2018 15th International Conference on Service Systems and Service Management (ICSSSM)**. IEEE, 2018. p. 1-6.

LIU, Yu-Hsin. A genetic local search algorithm with a threshold accepting mechanism for solving the runway dependent aircraft landing problem. **Optimization Letters**, v. 5, p. 229-245, 2011.

LU, Na; ZHANG, Jing; ZHONG, Ling. Research on the Problem of Sorting Parallel Runway Aircraft in Terminal Area Based on Genetic Algorithm. In: **IOP Conference Series: Materials Science and Engineering**. IOP Publishing, 2019. p. 042040.

LU, Yongzhong; YAN, Danping; LEVY, David. Parameter estimation of vertical takeoff and landing aircrafts by using a PID controlling particle swarm optimization algorithm. **Applied Intelligence**, v. 44, p. 793-815, 2016.

MAHESH, Kumar; NALLAGOWNDEN, Perumal; ELAMVAZUTHI, Irraivan. Advanced Pareto front non-dominated sorting multi-objective particle swarm optimization for optimal placement and sizing of distributed generation. **Energies**, v. 9, n. 12, p. 982, 2016.

MAHMUD, Ayman A. Ataher; SATAKSHI; JEBERSON, Wilson. Aircraft landing scheduling using embedded flower pollination algorithm. **International Journal of Parallel Programming**, v. 48, n. 5, p. 771-785, 2020.

MALIK, Waqar; LEE, Hanbong; JUNG, Yoon C. Runway scheduling for Charlotte Douglas international airport. In: **16th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations Conference**. 2016. p. 4073.

MESSAOUD, Meriem Ben. A thorough review of aircraft landing operation from practical and theoretical standpoints at an airport which may include a single or multiple runways. **Applied Soft Computing**, v. 98, p. 106853, 2021.

MOKHTARIMOUSAVI, Seyedmirsaajad et al. Determination of the aircraft landing sequence by two meta-heuristic algorithms. **International Journal of Transportation Engineering**, v. 1, n. 4, p. 271-284, 2014.

MURÇA, Mayara Condé Rocha; MÜLLER, Carlos. O PROBLEMA DO SEQUENCIAMENTO DE AERONAVES PARA POUSO: ANÁLISE PARA O CASO DO AEROPORTO INTERNACIONAL DE SÃO PAULO/GUARULHOS.2014.

NG, K. K. H. et al. Robust aircraft sequencing and scheduling problem with arrival/departure delay using the min-max regret approach. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 106, p. 115-136, 2017.

NG, K. K. H.; LEE, C. K. M. A modified variable neighborhood search for aircraft landing problem. In: **2016 IEEE International Conference on Management of Innovation and Technology (ICMIT)**. IEEE, 2016. p. 127-132.

NG, K. K. H.; LEE, C. K. M. Makespan minimization in aircraft landing problem under congested traffic situation using modified artificial bee colony algorithm. In: **2016 IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM)**. IEEE, 2016. p. 750-754.

NG, Kam KH et al. The impact of heterogeneous arrival and departure rates of flights on runway configuration optimization. **Transportation Letters**, v. 14, n. 3, p. 215-226, 2022.

NOLAN, M. S. **Fundamentals of Air Traffic Control**. Clifton Park, N.Y: Delmar Cengage Learning, 2011.

OUYANG, Quan; XU, Hongyun. Variable Neighborhood Search for Aircraft Scheduling in Multi-Runway Terminal Area. In: **Proceedings of the 3rd International Conference on Computer Science and Application Engineering**. 2019. p. 1-5.

PALLASDIES, Fabian et al. Neural optimization: Understanding trade-offs with Pareto theory. **Current opinion in neurobiology**, v. 71, p. 84-91, 2021.

PAN, Weijun; WU, Zhengyuan; ZHANG, Xiaolei. Identification of aircraft wake vortex based on SVM. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2020, p. 1-8, 2020.

PELLEGRINI, Alessandro et al. Simulation-based evolutionary optimization of air traffic management. **IEEE access**, v. 8, p. 161551-161570, 2020.

PERSIANI, C. A. et al. Integration of AMAN and DMAN using Particle Swarm Optimization. In: **CEAS 2011 Post-Conference Proceedings**. Confine edizioni, 2011. p. 1678-1684.

PINOL, H.; BEASLEY, John E. Scatter search and bionomic algorithms for the aircraft landing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 171, n. 2, p. 439-462, 2006.

QI-QIAN, Zhang et al. Optimization algorithm of flight takeoff and landing on multi-runways. **Journal of Traffic and Transportation engineering**, v. 12, n. 6, p. 63-68, 2012.

RODRÍGUEZ-DÍAZ, A.; ADENSO-DÍAZ, Belarmino; GONZÁLEZ-TORRE, Pilar Lourdes. Minimizing deviation from scheduled times in a single mixed-operation runway. **Computers & Operations Research**, v. 78, p. 193-202, 2017.

ROGOVS, Sergejs; NIKITINA, Viktoriya; GERDTS, Matthias. A novel mixed-integer programming approach for the aircraft landing problem. **Frontiers in Future Transportation**, v. 3, p. 968957, 2022.

SABAR, Nasser R.; KENDALL, Graham. Aircraft landing problem using hybrid differential evolution and simple descent algorithm. In: **2014 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)**. IEEE, 2014. p. 520-527.

SABAR, Nasser R.; KENDALL, Graham. An iterated local search with multiple perturbation operators and time varying perturbation strength for the aircraft landing problem. **Omega**, v. 56, p. 88-98, 2015.

SALEHIPOUR, Amir. An algorithm for single-and multiple-runway aircraft landing problem. **Mathematics and Computers in Simulation**, v. 175, p. 179-191, 2020.

SALEHIPOUR, Amir; AHMADIAN, Mehdi. A heuristic algorithm for the aircraft landing problem. In: **22nd International Congress on Modelling and Simulation**. Modelling and Simulation Society of Australia and New Zealand Inc. (MSSANZ), 2017.

SALEHIPOUR, Amir; MODARRES, Mohammad; NAENI, Leila Moslemi. An efficient hybrid meta-heuristic for aircraft landing problem. **Computers & Operations Research**, v. 40, n. 1, p. 207-213, 2013.

SHAMI, Tareq M. et al. Particle swarm optimization: A comprehensive survey. **Ieee Access**, v. 10, p. 10031-10061, 2022.

SHI, Wen et al. A heuristic algorithm for solving the aircraft landing scheduling problem with a landing sequence division. **IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences**, v. 102, n. 8, p. 966-973, 2019.

SHONE, Rob; GLAZEBROOK, Kevin; ZOGRAFOS, Konstantinos G. A New Simheuristic Approach for Stochastic Runway Scheduling. **Transportation Science**, 2024.

SILVA, Lorrany Cristina da et al. A new modelling for the aircraft landing problem and matheuristic approach to solve the problem with a large number of aircraft. **Pesquisa Operacional**, v. 43, p. e266290, 2023.

SILVA, Yuri Laio Teixeira Veras et al. Uma meta-heurística para uma classe de problemas de otimização de carteiras de investimentos. 2017.

SÖLVELING, Gustaf; CLARKE, John-Paul. Scheduling of airport runway operations using stochastic branch and bound methods. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 45, p. 119-137, 2014.

SOOMER, M. J.; KOOLE, G. M. Fairness in the aircraft landing problem. **Proceedings of the Anna Valicek competition**, 2008.

SOOMER, Maarten J.; FRANX, Geert Jan. Scheduling aircraft landings using airlines' preferences. **European Journal of Operational Research**, v. 190, n. 1, p. 277-291, 2008.

SOYKAN, Bulent; RABADI, Ghaith. A tabu search algorithm for the multiple runway aircraft scheduling problem. **Heuristics, metaheuristics and approximate methods in planning and scheduling**, p. 165-186, 2016.

SU, Jiaming et al. A Large Neighborhood Search Algorithm with Simulated Annealing and Time Decomposition Strategy for the Aircraft Runway Scheduling Problem. **Aerospace**, v. 10, n. 2, p. 177, 2023.

TEYMORI, Manijeh et al. A new improved gray wolf optimization algorithm to solve the aircraft landing problem at Mashhad Shahid Hasheminejad International Airport. **International Journal of Nonlinear Analysis and Applications**, v. 13, n. 2, p. 435-445, 2022.

TIAN, Ye et al. Efficient large-scale multiobjective optimization based on a competitive swarm optimizer. **IEEE Transactions on Cybernetics**, v. 50, n. 8, p. 3696-3708, 2019.

VADLAMANI, Satish; HOSSEINI, Seyedmohsen. A novel heuristic approach for solving aircraft landing problem with single runway. **Journal of Air Transport**, v.40, p. 144-148, 2014.

VADLAMANI, Satish; HOSSEINI, Seyedmohsen. A novel heuristic approach for solving aircraft landing problem with single runway. **Journal of Air Transport Management**, v. 40, p. 144-148, 2014.

VERESNIKOV, G. S. et al. Methods for solving of the aircraft landing problem. I. Exact solution methods. **Automation and Remote Control**, v. 80, p. 1317-1334, 2019.

VIÉ, Marie-Sklaerder; ZUFFEREY, Nicolas; LEUS, Roel. Aircraft landing planning under uncertain conditions. **Journal of Scheduling**, v. 25, n. 2, p. 203-228, 2022.

WANG, Zhuang et al. Review of deep reinforcement learning approaches for conflict resolution in air traffic control. **Aerospace**, v. 9, n. 6, p. 294, 2022.

WEI, Ming et al. A multiple objective optimization model for aircraft arrival and departure scheduling on multiple runways. **Mathematical Biosciences and Engineering**, v. 17, n. 5, p. 5545-5560, 2020.

WU, Li-Jiao et al. Multi-runway aircraft arrival scheduling: A receding horizon control based ant colony system approach. In: **2019 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)**. IEEE, 2019. p. 538-545.

XIAO-RONG, Feng; XING-JIE, Feng; DONG, Liu. A Dynamic Multi-nest Ant Colony Algorithm for Aircraft Landing Problem. **TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering**, v. 12, n. 3, p. 2196-2202, 2014.

XU, Bo et al. An Efficient Ant Colony Algorithm based on rank 2 matrix approximation method for aircraft arrival/departure scheduling problem. **Processes**, v. 10, n. 9, p. 1825, 2022.

XU, Bo. An efficient ant colony algorithm based on wake-vortex modeling method for aircraft scheduling problem. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 317, p. 157-170, 2017.

XU, Ruihua; LUO, Fan. Risk prediction and early warning for air traffic controllers' unsafe acts using association rule mining and random forest. **Safety science**, v. 135, p. 105125, 2021.

YU, Shengpeng et al. A real-time schedule method for aircraft landing scheduling problem based on cellular automaton. In: **Proceedings of the first ACM/SIGEVO Summit on Genetic and Evolutionary Computation**. 2009. p. 717-724.

YUAN, Zhihao et al. A perturbation particle swarm optimization for the synthesis of the radiation pattern of antenna array. In: **2005 Asia-Pacific Microwave Conference Proceedings**. IEEE, 2005. p. 4.

ZHAN, Zhi-Hui et al. Adaptive particle swarm optimization. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)**, v. 39, n. 6, p. 1362-1381, 2009.

ZHANG, Huifeng et al. Pareto-dominance based adaptive multi-objective optimization for hydrothermal coordinated scheduling with environmental emission. **Applied Soft Computing**, v. 69, p. 270-287, 2018.

ZHANG, Jingheng et al. Dynamic Optimal Scheduling Model of Multi Runway Flight Arrival and Departure Based on Improved Genetic Algorithm. In: **2023 International Conference on Networking, Informatics and Computing (ICNETIC)**. IEEE, 2023. p. 203-207.

ZHANG, Junfeng et al. A New Meta-Heuristic Approach for Aircraft Landing Problem. **Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics**, v. 37, n. 2, 2020.

ZHANG, Junfeng et al. Criteria selection and multi-objective optimization of aircraft landing problem. **Journal of Air Transport Management**, v. 82, p. 101734, 2020.

ZHAO, Xinchao; LIU, Ziyang; YANG, Xiangjun. A multi-swarm cooperative multistage perturbation guiding particle swarm optimizer. **Applied Soft Computing**, v. 22, p. 77-93, 2014.

ZHOU, Allen A. **The Aircraft Sequencing and Scheduling Problem**. 2023. Tese de Doutorado.

ZUFFEREY, Nicolas; VIÉ, Marie-Sklaerder; LEUS, Roel. Local search for aircraft-landing planning. In: **Optimization in Artificial Intelligence and Data Sciences: ODS, First Hybrid Conference, Rome, Italy, September 14-17, 2021**. Cham: Springer International Publishing, 2022. p. 163-171.