

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

HANDERSON PATRICK MOREIRA VALDEVINO

**CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES APLICADO A UM SISTEMA  
ESTRUTURAL INCORPORANDO UM DISPOSITIVO DE AMORTECIMENTO  
FRICCIONAL**

CAMPINA GRANDE – PB

2023

HANDERSON PATRICK MOREIRA VALDEVINO

**CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES APLICADO A UM SISTEMA  
ESTRUTURAL INCORPORANDO UM DISPOSITIVO DE AMORTECIMENTO  
FRICCIONAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de concentração: Sistemas Termomecânicos.

Linha de Pesquisa: Análise e Projeto de Sistemas Termomecânicos.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Almeida Silva

Coorientador: Prof. Dr. Yuri José Oliveira Moraes

CAMPINA GRANDE – PB

2023

HANDERSON PATRICK MOREIRA VALDEVINO

**CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES APLICADO A UM SISTEMA  
ESTRUTURAL INCORPORANDO UM DISPOSITIVO DE AMORTECIMENTO  
FRICCIONAL**

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Campina Grande, na área de concentração: Sistemas Termomecânicos, em 19/09/2023.

Banca Examinadora:



Documento assinado digitalmente

**ANTONIO ALMEIDA SILVA**

Data: 20/11/2023 08:23:00-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Dr. Antonio Almeida Silva – UAEM/UFCG**  
Orientador



Documento assinado digitalmente

**YURI JOSE OLIVEIRA MORAES**

Data: 17/11/2023 21:44:49-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Dr. Yuri José Oliveira Moraes – EDP/UFJF**  
Coorientador



Documento assinado digitalmente

**CARLOS JOSE DE ARAUJO**

Data: 14/11/2023 16:56:12-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Dr. Carlos José de Araújo – UAEM/UFCG**  
Examinador Interno



Documento assinado digitalmente

**ANDERSSON GUIMARAES OLIVEIRA**

Data: 14/11/2023 15:19:13-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Dr. Andersson Guimarães Oliveira – DEM/UFPB**  
Examinador Externo

V145c Valdevino, Handerson Patrick Moreira.  
Controle passivo de vibrações aplicado a um sistema estrutural incorporando um dispositivo de amortecimento friccional / Handerson Patrick Moreira Valdevino – Campina Grande, 2023.  
104 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2023.

"Orientação: Prof. Dr. Antonio Almeida Silva, Prof. Dr. Yuri José Oliveira Moraes."

Referências.

1. Dinâmica Estrutural. 2. Controle Passivo de Vibrações. 3. Amortecimento Friccional. 4. Discos de Fricção. I. Silva, Antonio Almeida. II. Moraes, Yuri José Oliveira. III. Título.

CDU 621.01(043)

## **DEDICATÓRIA**

A DEUS.

AOS MEUS PAIS.

## AGRADECIMENTOS

Ao Criador, pelo dom da vida e pela sabedoria concedida para a realização deste trabalho.

Aos meus pais, Genildo Valdevino e Patrícia Soares, pelo apoio durante toda minha vida acadêmica.

Ao Prof. Antonio Almeida, por todas as orientações acadêmicas ao longo desta jornada, em especial, pelo conhecimento compartilhado.

Ao Prof. Yuri Moraes, pela oportunidade de trabalharmos juntos novamente, e por todas as contribuições para o desenvolvimento deste projeto de pesquisa.

Aos meus parentes, Mateus Valdevino e Rafaela Souto Maior, pelo companheirismo em todos os momentos desta jornada acadêmica.

Aos meus amigos pessoais, Fernando Júnior, Hugo Fernandes, Igor Lacerda, João Pedro, Márcio Mota, Maria Gabriela e Marília Soares, pela enorme atenção durante esta etapa acadêmica.

Aos meus amigos de círculo do Encontro de Jovens com Cristo (EJC), pelo auxílio nos momentos de dificuldade.

Aos meus amigos de laboratório, Andersson Guimarães, Abner Alves, Cícero Santos, Evelyn Louise, Fabrício Amaral, Felipe Silva, Jaílson Júnior, Márcio Diniz e Sávyo Soares, pelo suporte na execução dos ensaios experimentais.

À Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), juntamente com o Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM), pela oportunidade oferecida para desenvolver este projeto de pesquisa.

Ao Laboratório de Vibrações e Instrumentação (LVI) da UFCG, pelo suporte e pela disponibilidade de recursos técnicos durante a realização deste trabalho.

Ao órgão CAPES, pelo apoio financeiro.

Por fim, agradeço a todos que de forma direta ou indireta contribuíram para a realização deste projeto de pesquisa, o qual proporcionou minha evolução no aspecto profissional.

*“Ore, espere e não te agites. A agitação é inútil.”*

*(São Padre Pio)*

## RESUMO

O estudo dos efeitos dinâmicos em sistemas estruturais tem sido amplamente explorado nos dias atuais, devido às preocupações com a segurança da sociedade. No âmbito científico/tecnológico, desenvolvem-se investigações que contribuem para o controle de vibração estrutural, a fim de evitar danos catastróficos provocados por solicitações de natureza dinâmica. Diante desse contexto, o presente trabalho tem como objetivo principal, avaliar o comportamento vibratório de uma estrutura metálica com dois graus de liberdade, a partir da implementação de um sistema de controle passivo baseado na técnica de amortecimento friccional. O mecanismo dissipador dispõe de elementos atuadores, os quais propiciam a manifestação do atrito mecânico responsável pelo acréscimo de amortecimento estrutural. De forma preliminar, realizou-se a análise modal e a análise de vibração forçada do sistema físico, no intuito de empregar as metodologias analítica e numérica acerca da dinâmica estrutural e, em seguida, comparar os resultados obtidos mediante a aplicação dessas abordagens. Nesta análise comparativa, o erro relativo mais expressivo foi inferior a 5%, garantindo coerência entre os métodos empregados. Em caráter experimental, executaram-se, a princípio, os ensaios relativos à caracterização dinâmica do dispositivo de amortecimento friccional, definindo-se previamente os parâmetros intrínsecos ao cálculo da energia dissipada por ciclo de solicitação. Constatou-se que a energia dissipada aumenta conforme o incremento de deslocamento estabelecido no ensaio dinâmico. Posteriormente, foram analisadas as respostas estruturais sob vibração livre, vibração forçada e excitação sísmica, levando em conta diferentes configurações de teste, as quais permitiram observar o comportamento do modelo dinâmico sem e com o mecanismo dissipador. Particularmente, os testes de vibração forçada revelaram que o sistema de controle passivo apresentou melhor eficiência na segunda frequência natural da estrutura. Considerando que o momento de atrito atuante no dispositivo de amortecimento friccional varia em função da carga normal aplicada, as reduções percentuais máximas dos picos de aceleração estiveram por volta de 82% no primeiro pavimento, e aproximadamente 74% no segundo pavimento.

**Palavras-chave:** Dinâmica Estrutural, Controle Passivo de Vibrações, Amortecimento Friccional, Discos de Fricção.

## ABSTRACT

The study of dynamic effects in structural systems has been widely explored nowadays, due to concerns about the safety of society. In the scientific/technological sphere, investigations are carried out that contribute to the control of structural vibration, in order to avoid catastrophic damage caused by dynamic loads. That said, the main objective of this work is to evaluate the vibratory behavior of a metallic structure with two degrees of freedom, through the implementation of a passive control system based on the frictional damping technique. The dissipator mechanism has actuating elements, which allow the manifestation of mechanical friction responsible for the increase in structural damping. Preliminarily, modal analysis and forced vibration analysis of the physical system were carried out, with the aim of employing analytical and numerical methodologies regarding structural dynamics and then comparing the results obtained through the application of these approaches. In this comparative analysis, the most significant error was less than 5%, ensuring consistency between the methods used. On an experimental basis, tests relating to the dynamic characterization of the frictional damping device were carried out, previously defining the intrinsic parameters for calculating the energy dissipated per charging cycle. It was found that the energy dissipated increases according to the increase in displacement established in the dynamic test. Right away, the structural responses under free vibration, forced vibration and seismic excitation were analyzed, taking into consideration different test configurations, which allowed observing the behavior of the dynamic model without and with the dissipator mechanism. In particular, forced vibration tests revealed that the passive control system showed better efficiency at the second natural frequency of the structure. Considering that the frictional moment acting on the frictional damping device varies depending on the applied normal load, the maximum percentage reductions in acceleration peaks were around 82% on the first floor, and approximately 74% on the second floor.

**Keywords:** Structural Dynamics, Passive Vibration Control, Frictional Damping, Friction Discs.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	1
1.1	<i>Contextualização e Problemática</i>	1
1.2	<i>Objetivos</i>	3
1.2.1	<i>Objetivo Geral</i>	3
1.2.2	<i>Objetivos Específicos</i>	3
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA</b>	4
2.1	<i>Projeto Mecânico</i>	4
2.2	<i>Ações de Cargas Estáticas e Dinâmicas</i>	5
2.2.1	<i>Cargas Estáticas</i>	5
2.2.2	<i>Cargas Dinâmicas</i>	6
2.3	<i>Técnicas de Controle Passivo de Vibrações em Estruturas</i>	8
2.3.1	<i>Amortecimento Viscoso</i>	9
2.3.2	<i>Amortecimento Viscoelástico</i>	12
2.3.3	<i>Amortecimento por Atrito</i>	14
2.3.4	<i>Amortecimento Histerético: Materiais Funcionais</i>	18
2.4	<i>Técnicas de Análise e Processamento de Sinais</i>	20
2.5	<i>Efeitos de Sismos em Sistemas Estruturais</i>	24
2.6	<i>Método dos Elementos Finitos</i>	25
<b>3</b>	<b>FORMULAÇÃO MATEMÁTICA</b>	27
3.1	<i>Análise Dinâmica de Estruturas</i>	27
3.2	<i>Sistemas Com Dois Graus de Liberdade</i>	32
3.3	<i>Rigidez Analítica do Sistema Estrutural</i>	37
3.4	<i>Modelagem Matemática do Dispositivo de Amortecimento Friccional</i>	38
<b>4</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b>	45
4.1	<i>Metodologia Analítica</i>	45
4.1.1	<i>Análise Modal</i>	45
4.1.2	<i>Análise de Vibração Forçada</i>	46
4.2	<i>Metodologia Numérica</i>	46
4.3	<i>Metodologia Experimental</i>	52
4.3.1	<i>Protótipo Estrutural</i>	52
4.3.2	<i>Dispositivo de Amortecimento Friccional</i>	53
4.3.3	<i>Caracterização Dinâmica do DAF</i>	54
4.3.4	<i>Ensaio Dinâmico do Sistema Estrutural Sem e Com o DAF</i>	55

<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	61
5.1	<i>Resultados Analíticos</i>	61
5.1.1	<i>Análise Modal</i>	61
5.1.2	<i>Resposta em Frequência Analítica</i>	62
5.2	<i>Resultados Numéricos</i>	66
5.2.1	<i>Análise Modal por Elementos Finitos</i>	66
5.2.2	<i>Resposta em Frequência Numérica</i>	68
5.3	<i>Comparação dos Resultados Analíticos e Numéricos</i>	69
5.4	<i>Resultados Experimentais</i>	70
5.4.1	<i>Resultados da Caracterização Dinâmica do DAF</i>	70
5.4.2	<i>Análise Dinâmica em Vibração Livre</i>	74
5.4.3	<i>Análise Dinâmica em Vibração Forçada</i>	76
5.4.4	<i>Respostas sob Excitação Sísmica</i>	83
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	87
<b>7</b>	<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	89
	<b>REFERÊNCIAS</b>	90
	<b>ANEXOS</b>	96
	<b>APÊNDICES</b>	97

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Estágios do projeto mecânico.....	4
Figura 2 – Carregamentos estáticos. (a) Carga estática concentrada (P); (b) Carregamento estático uniformemente distribuído (Q).....	5
Figura 3 – Excitações dinâmicas. (a) Excitação periódica senoidal; (b) Excitação periódica não senoidal; (c) Excitação aperiódica; (d) Excitação aleatória.....	7
Figura 4 – Esquema de cargas externas estáticas e dinâmicas. ....	8
Figura 5 – Tecnologias aplicadas ao controle passivo de vibrações em sistemas físicos. ....	9
Figura 6 – Aplicação do amortecimento viscoso. (a) Controle de vibrações com amortecedores viscosos em uma ponte estaiada; (b) Amortecedores viscosos instalados em uma cobertura metálica (estádio de baseball).....	10
Figura 7 – Sistema de amortecimento viscoso para controle de vibração estrutural.....	11
Figura 8 – Acoplamento de protótipos estruturais contíguos.....	11
Figura 9 – Mecanismo com amortecimento viscoelástico.....	12
Figura 10 – Amortecedor viscoelástico.....	13
Figura 11 – Mecanismos de amortecimento por atrito. (a) Dispositivo friccional “V-Bracing”; (b) Dispositivo friccional para ligações viga-pilar; (c) Dissipador friccional para isolamento de base; (d) Dissipador friccional para controle de vibrações em cabos de pontes estaiadas.....	14
Figura 12 – Representações gráficas da energia dissipada por atrito.....	15
Figura 13 – Aplicação da técnica de amortecimento por atrito. (a) Montagem do dispositivo friccional; (b) Edificação com o sistema de controle por atrito.....	16
Figura 14 – Amortecedor friccional destinado a ligação viga-pilar. (a) Protótipo do mecanismo dissipador; (b) Esquema ilustrativo da inserção do dispositivo em um sistema estrutural. ....	17
Figura 15 – Comportamento termomecânico de uma minimola LMF superelástica.....	19
Figura 16 – Aplicação da técnica de amortecimento histerético em um sistema estrutural do tipo pórtico.....	19
Figura 17 – Análise de um modelo dinâmico no domínio do tempo. (a) Viga engastada-livre; (b) Resposta estrutural em vibração livre ao longo do tempo.....	21
Figura 18 – Análise espectral. (a) Sinal periódico no tempo; (b) Espectro discreto da função.....	22
Figura 19 – Respostas sísmicas de um protótipo estrutural. (a) Representação gráfica no domínio do tempo; (b) Representação gráfica no domínio da frequência.....	23
Figura 20 – Formação de um abalo sísmico na camada superficial terrestre.....	25

Figura 21 – Esquema de um sistema estrutural genérico. (a) Estrutura real; (b) Sistema generalizado.....	30
Figura 22 – Sistema com dois graus de liberdade. (a) Idealização de um pórtico com 2 GDL; (b) Discretização do modelo.....	33
Figura 23 – Modelo teórico. (a) Sistema mecânico com 2 GDL; (b) DCL das massas concentradas do sistema. ....	33
Figura 24 – Modelo de análise com base imóvel. ....	36
Figura 25 – Modelo idealizado das colunas do pórtico. ....	37
Figura 26 – Modelos computacionais. (a) Modelagem CAD do DAF em vista isométrica; (b) Desenho 2D (vista frontal); (c) Desenho 2D (vista lateral).....	39
Figura 27 – Configurações do DAF incorporado na estrutura com 2 GDL. (a) Primeiro arranjo; (b) Segundo arranjo. ....	40
Figura 28 – Vista lateral do DAF sem e com a ação da força axial. ....	41
Figura 29 – Esforços solicitantes oriundos da carga normal aplicada.....	42
Figura 30 – Disco de fricção sujeito a uma rotação genérica.....	43
Figura 31 – Descrição esquemática das etapas desenvolvidas para a realização das simulações computacionais e ensaios experimentais. ....	45
Figura 32 – Etapas da análise dinâmica por elementos finitos.....	47
Figura 33 – Interface gráfica do software Ansys® Workbench composta pelos módulos de análise modal e análise harmônica. ....	48
Figura 34 – Modelagem geométrica do pórtico com 2 GDL. (a) Modelo 3D do sistema estrutural; (b) Vistas frontal, lateral e inferior do sistema estrutural.....	49
Figura 35 – Geração da malha. (a) Malha do sistema estrutural; (b) Detalhamento da malha.....	50
Figura 36 – Sistema estrutural sujeito a uma excitação harmônica pela base. ....	51
Figura 37 – Sistema estrutural com 2 GDL. (a) Componentes do protótipo; (b) Vista frontal do protótipo. ....	52
Figura 38 – Dispositivo de amortecimento friccional. (a) Vista frontal do DAF; (b) Vista lateral do DAF. ....	53
Figura 39 – Procedimento experimental da caracterização dinâmica do DAF. ....	55
Figura 40 – Esquema de medição dos sinais de aceleração da estrutura com 2 GDL sob vibração livre.....	57
Figura 41 – Setup experimental. (a) Esquema de montagem experimental do sistema estrutural; (b) Detalhe do protótipo com 2 GDL instalado na Shake Table. ....	58

Figura 42 – Sinais típicos gerados pela Shake Table (terremoto de Mendocino). (a) Deslocamento em função do tempo; (b) Aceleração em função do tempo. ....	59
Figura 43 – Formas modais do sistema estrutural. ....	62
Figura 44 – Resposta em frequência analítica do primeiro pavimento. ....	63
Figura 45 – Análise estática. (a) Ponto de aplicação da carga estática atuante no pórtico; (b) Deflexão estática no primeiro pavimento (configuração deformada da estrutura). ....	64
Figura 46 – Resposta em frequência analítica do segundo pavimento. ....	65
Figura 47 – Deflexão estática no segundo pavimento. ....	66
Figura 48 – Formas modais mediante o MEF. (a) Vista bidimensional (1º modo); (b) Vista isométrica (1º modo); (c) Vista bidimensional (2º modo); (d) Vista isométrica (2º modo). ....	67
Figura 49 – Resposta em frequência numérica do primeiro pavimento. ....	68
Figura 50 – Resposta em frequência numérica do segundo pavimento. ....	69
Figura 51 – Ciclagem mecânica para a obtenção da energia dissipada. (a) Aferição do deslocamento exercido pela mesa vibratória; (b) Loop histerético. ....	71
Figura 52 – Curvas da energia dissipada referente a cada amplitude de deslocamento do excitador eletromecânico. ....	72
Figura 53 – Curvas da energia dissipada referente a cada parâmetro de frequência. ....	73
Figura 54 – Respostas estruturais ao deslocamento lateral. (a) Sinais de aceleração versus tempo para cada configuração de ensaio; (b) Detalhamento das respostas entre 0 e 5 segundos. ....	75
Figura 55 – Espectros correspondentes ao primeiro pavimento. ....	77
Figura 56 – Detalhamento das respostas em frequência do primeiro pavimento. (a) Picos de aceleração na primeira frequência natural; (b) Picos de aceleração na segunda frequência natural. ....	78
Figura 57 – Espectros correspondentes ao segundo pavimento. ....	79
Figura 58 – Detalhamento das respostas em frequência do segundo pavimento. (a) Picos de aceleração na primeira frequência natural; (b) Picos de aceleração na segunda frequência natural. ....	80
Figura 59 – Sinais de aceleração no segundo pavimento do protótipo estrutural. ....	83
Figura 60 – Densidades espectrais de potência associadas ao abalo sísmico de Mendocino. ....	85

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Especificações do modelo estrutural. ....	53
Tabela 2 – Detalhes técnicos da mesa vibratória.....	54
Tabela 3 – Planejamento experimental.....	56
Tabela 4 – Parâmetros da análise modal calculados analiticamente. ....	61
Tabela 5 – Comparação entre os resultados analíticos e numéricos.....	70
Tabela 6 – Variação da energia dissipada associada aos ensaios dinâmicos com frequência de excitação fixada em 3 Hz.....	73
Tabela 7 – Variação da energia dissipada associada aos ensaios dinâmicos com amplitude de deslocamento fixada em 1,0 mm. ....	74
Tabela 8 – Quantificação dos valores RMS e períodos de atenuação das respostas no tempo.....	76
Tabela 9 – Frequências naturais e picos de amplitude de aceleração (primeiro pavimento). ..	82
Tabela 10 – Frequências naturais e picos de amplitude de aceleração (segundo pavimento)..	82
Tabela 11 – Fatores de amortecimento.....	82
Tabela 12 – Reduções percentuais considerando a atuação do DAF. ....	84
Tabela 13 – Frequências naturais e picos de amplitude de aceleração (abalo sísmico de Mendocino).....	86

## LISTA DE ABREVIATURAS

- Abreviaturas e termos em português:

DAF – Dispositivo de Amortecimento Friccional

LVI – Laboratório de Vibrações e Instrumentação

UFCG – Universidade Federal de Campina Grande

AMS – Absorvedor de Massa Sintonizada

AVMS – Amortecedor Viscoso de Massa Sintonizada

DRIV – Dispositivo de Recentragem e Isolamento de Vibrações

LMF – Liga com Memória de Forma

MEF – Método dos Elementos Finitos

GDL – Grau de Liberdade

DCL – Diagrama de Corpo Livre

LVDT – Transformador Diferencial Variável Linear

Mw – Escala de Magnitude de Momento de Abalos Sísmicos

- Abreviaturas e termos em inglês:

PSD – *Power Spectral Density*

FFT – *Fast Fourier Transform*

CAE – *Computer Aided Engineering*

CAD – *Computer Aided Design*

SAE – *Society of Automotive Engineers*

RMS – *Root Mean Square*

UNC – *Unified Thread Standard*

FVD – *Fluid Viscous Damper*

## LISTA DE SÍMBOLOS

$X(\omega)$  – Densidade espectral

$x(t)$  – Função temporal

$\bar{x}$  – Valor médio de um sinal temporal

$\bar{x}^2$  – Média quadrática de um sinal temporal

$V_{RMS}$  – Raiz média quadrática de um sinal temporal

$[M]$  – Matriz de massa

$[C]$  – Matriz de amortecimento

$[K]$  – Matriz de rigidez

$\{\ddot{x}\}$  – Vetor de acelerações

$\{\dot{x}\}$  – Vetor de velocidades

$\{x\}$  – Vetor de deslocamentos

$t$  – Tempo

$T$  – Período

$\{F(t)\}$  – Vetor de forças externas em função do tempo

$\{x_0\}$  – Vetor de amplitudes

$\omega_n$  – Frequência natural não amortecida (rad/s)

$f_n$  – Frequência natural não amortecida (Hz)

$\lambda_i$  – Autovalores

$\phi_i$  – Autovetores

$\{\phi_i\}$  – Matriz coluna dos autovetores

$\{\phi_i\}^T$  – Matriz coluna transposta dos autovetores

$MG_i$  – Massa generalizada

$KG_i$  – Rigidez generalizada

$CG_i$  – Coeficiente de amortecimento generalizado

$FG_i(t)$  – Força externa generalizada em função do tempo

$\omega_{ni}$  – Frequência natural generalizada

$X\ddot{G}_i(t)$  – Aceleração generalizada em função do tempo

$X\dot{G}_i(t)$  – Velocidade generalizada em função do tempo

$XG_i(t)$  – Deslocamento generalizado em função do tempo

$\chi_i$  – Fator de amplificação dinâmica relativo a uma forma modal

$\theta_i$  – Ângulo de fase da resposta em regime permanente relativo a uma forma modal

$r_i$  – Razão de frequências relativa a uma forma modal

$\zeta_i$  – Fator de amortecimento modal

$m$  – Massa

$c$  – Constante de amortecimento

$k$  – Constante de Rigidez

$X_b$  – Amplitude do movimento de base

$F_b(t)$  – Força de base em função do tempo

$F(t)$  – Força geral em função do tempo

$\omega$  – Frequência de excitação

$\omega_b$  – Frequência de excitação de uma base móvel

$\gamma$  – Ângulo de fase associado ao carregamento dinâmico

$\alpha$  – Constante proporcional de massa

$\beta$  – Constante proporcional de rigidez

$E$  – Módulo de elasticidade

$I_c$  – Momento de inércia

$l_c$  – Comprimento de uma coluna

$b$  – Base da seção transversal de um perfil retangular

$h$  – Altura da seção transversal de um perfil retangular

$F_A$  – Força axial

$k_M$  – Constante de rigidez de uma mola helicoidal

$x_M$  – Deslocamento axial de uma mola helicoidal

$l_i$  – Comprimento inicial de uma mola helicoidal

$l_f$  – Comprimento final de uma mola helicoidal

$F_{AT}$  – Força de atrito

$\mu$  – Coeficiente de atrito

$M_{AT}$  – Momento de atrito

$r$  – Raio do disco de fricção

$A_S$  – Área superficial

$\sigma_A$  – Pressão de contato

$E_D$  – Energia dissipada

$A_p$  – Aceleração de pico

® – Registro comercial

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 *Contextualização e Problemática*

O estudo dos movimentos oscilatórios em sistemas mecânicos ou estruturais denomina-se vibrações mecânicas. Este tema explora, essencialmente, a interação de energia potencial e energia cinética em modelos dinâmicos. De forma geral, os sistemas vibratórios são constituídos por elementos de mola, que consistem no armazenamento de energia potencial, por elementos de massa ou inércia, os quais armazenam energia cinética, e, por elementos amortecedores, destinados a dissipação de energia mecânica (RAO, 2008). A idealização de um problema dinâmico fundamenta-se conforme as solicitações externas atuantes (entradas). Nesse contexto, desenvolvem-se, gradualmente, modelagens matemáticas que descrevem as equações governantes em função dos graus de liberdade, com a finalidade de obter soluções analíticas e/ou numéricas do problema (saídas).

No âmbito da engenharia estrutural, é imprescindível o estudo dos fenômenos dinâmicos, os quais se manifestam quando as forças de inércia atuam sobre sistemas físicos (ALVES FILHO, 2008). As estruturas civis, por exemplo, podem estar sujeitas aos movimentos oscilatórios indesejados que amplificam os esforços internos solicitantes, tornando-os superiores aos determinados mediante uma análise estática.

Conceitualmente, a análise dinâmica de estruturas busca investigar as grandezas físicas nos modelos de identificação modal em todo o espectro de frequências, permitindo prever o comportamento do sistema estrutural quando solicitado aos carregamentos de naturezas distintas. Pode-se afirmar que o problema dinâmico requer análises mais sofisticadas, resultando em projetos com maior complexidade.

Para tanto, devem ser satisfeitos critérios de projeto, estabelecidos por estados-limites últimos e estados-limites de serviço, no intuito de garantir a vida útil de edificações suscetíveis aos carregamentos variáveis com o tempo (JANKE *et al.*, 2005).

Dentre as excitações de caráter dinâmico (as quais serão detalhadas adiante), destacam-se os abalos sísmicos ou terremotos, definidos como fenômenos naturais que podem causar catástrofes prejudiciais à vida humana. Os efeitos sísmicos produzem vibrações na superfície terrestre (movimentações e deformações), muitas vezes envolvendo grande quantidade de

energia, o que torna vulnerável a segurança/desempenho estrutural de sistemas físicos mal concebidos (YÁNEZ, 1992; PEÑA, 2012).

Em fevereiro de 2023, houve a manifestação de um sismo com magnitude 7,8 (Escala Richter), atingindo regiões da Turquia e da Síria. A catástrofe natural provocou o colapso de diversos sistemas estruturais, sendo considerada a sétima maior tragédia no atual século. Os estudos realizados estimaram mais de 30.000 mortes, 70.000 feridos e outros tantos desaparecidos (BRASIL, 2023).

O avanço da tecnologia proporcionou o desenvolvimento de inúmeras pesquisas científicas com o objetivo de atenuar as amplitudes de vibração em estruturas prediais. Segundo Moraes (2021), tem sido introduzidas técnicas de controle ativo, quando há a inserção de algum tipo de energia externa no sistema, a fim de mitigar os efeitos dinâmicos, técnicas de controle passivo, que exercem a atenuação de vibrações sem a necessidade de uma fonte externa de energia, e técnicas semiativas ou híbridas, nas quais procura-se estabelecer a combinação das abordagens ativa e passiva.

Quanto aos sistemas de controle passivo, salienta-se a técnica de amortecimento por atrito (objeto de estudo desta investigação), aplicada a partir de mecanismos dissipadores para assegurar a estabilidade lateral de edificações. A ação desses amortecedores baseia-se no atrito seco que se manifesta mediante o deslizamento relativo entre dois corpos sólidos. Normalmente, os dispositivos de fricção apresentam comportamentos histeréticos, os quais especificam a capacidade de dissipação de energia mecânica (SOONG & DARGUSH, 1997; TAIYARI *et al.*, 2019). A título de exemplo, os dissipadores friccionais podem ser empregados no controle da resposta sísmica de estruturas civis (LEE *et al.*, 2008; MIN *et al.*, 2010).

Outra temática relevante propiciada pela evolução tecnológica, se trata do processo de otimização de projetos acerca da engenharia estrutural (fortemente difundido na área acadêmica), incluindo a resolução de problemas dinâmicos por intermédio de algoritmos computacionais. Neste enquadramento, a otimização busca atender funções objetivo (critérios de avaliação) previamente formuladas por referências teóricas, com o propósito de calcular as variáveis de projeto (BRASIL, 2019).

O presente trabalho pretende dar sua contribuição no intuito de estudar o comportamento dinâmico de um protótipo estrutural metálico com dois graus de liberdade (2 GDL), incorporando um Dispositivo de Amortecimento Friccional (DAF), responsável por exercer a dissipação de energia mecânica vibracional. Para a obtenção das respostas dinâmicas

do modelo em análise, empregaram-se os métodos analítico e numérico, bem como foram executados procedimentos experimentais em ambiente laboratorial.

O desenvolvimento do dispositivo utilizado neste trabalho, tem como princípio o sistema de amortecimento friccional proposto por Mualla & Belev (2002), que se trata de um mecanismo em forma de T invertido. De modo particular, o sistema de controle passivo empregado dispõe apenas de um plano de atrito, constituído de placas metálicas conectadas por um parafuso protendido. Entre as placas metálicas instalam-se os elementos atuadores (discos de fricção), propiciando a dissipação de energia mecânica por meio do contato superficial.

## 1.2 *Objetivos*

### 1.2.1 *Objetivo Geral*

Avaliar o comportamento dinâmico de uma estrutura do tipo pórtico composta por dois pavimentos (graus de liberdade), a partir da implementação de um dispositivo de amortecimento friccional.

### 1.2.2 *Objetivos Específicos*

- Adaptar um sistema de controle passivo de vibrações destinado a um modelo estrutural existente no Laboratório de Vibrações e Instrumentação (LVI), da Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica – UFCG;
- Realizar a análise modal, assim como a análise de vibração harmônica do sistema estrutural empregando os métodos analítico, via *software* MATLAB®, e numérico, via *software* Ansys® Mechanical, com a finalidade de comparar os resultados obtidos;
- Realizar o projeto e desenvolvimento, tal como a caracterização dinâmica do DAF para verificação da histerese mecânica e quantificação da energia dissipada;
- Obter experimentalmente as Densidades Espectrais de Potência (PSD's) do sistema estrutural sem e com a utilização do DAF, a fim de quantificar a redução das amplitudes de aceleração;
- Validar e comparar experimentalmente as respostas dinâmicas sob efeito de excitação sísmica, sem e com a presença do DAF.

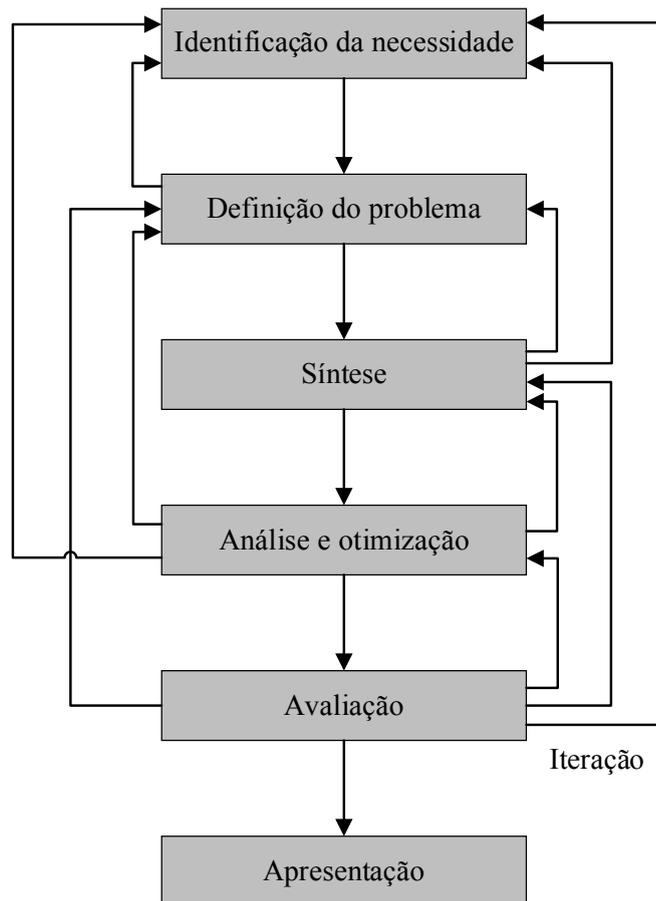
## 2 REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1 Projeto Mecânico

Segundo Norton (2013), o projeto mecânico é desenvolvido a partir de técnicas que proporcionem confiabilidade e eficiência, assegurando seu pleno funcionamento. Dentre os seus principais objetivos, destacam-se: dimensionamento, seleção de materiais e processos de fabricação.

Budynas & Nisbett (2016), ressaltam a metodologia de um projeto mecânico, que segue uma série de fases ou etapas (processo iterativo), se enquadrando na ideia central do presente trabalho. Na Figura 1, tem-se um fluxograma característico envolvendo cada fase de um projeto genérico.

Figura 1 – Estágios do projeto mecânico.



Fonte: Budynas (2016), adaptado pelo autor.

A identificação da necessidade surge quando se deseja desenvolver uma ideia em determinada circunstância. O campo da dinâmica estrutural, por exemplo, requer inovações

técnicas relativas ao controle de vibrações em estruturas prediais. Posteriormente, tem-se a definição do problema, na qual inclui a especificação do projeto. Neste trabalho, idealizou-se um dispositivo de amortecimento friccional como uma alternativa de dissipação de energia mecânica.

Nesse contexto, elabora-se o projeto conceitual (síntese), interligando a concepção do objeto a ser projetado com a validação da ideia. A fase de análise e otimização consiste em aperfeiçoar o desempenho do objeto, e busca conduzir os resultados a níveis satisfatórios. Já a avaliação, fundamenta-se nos estágios anteriores, verificando a confiabilidade e viabilidade do projeto mecânico.

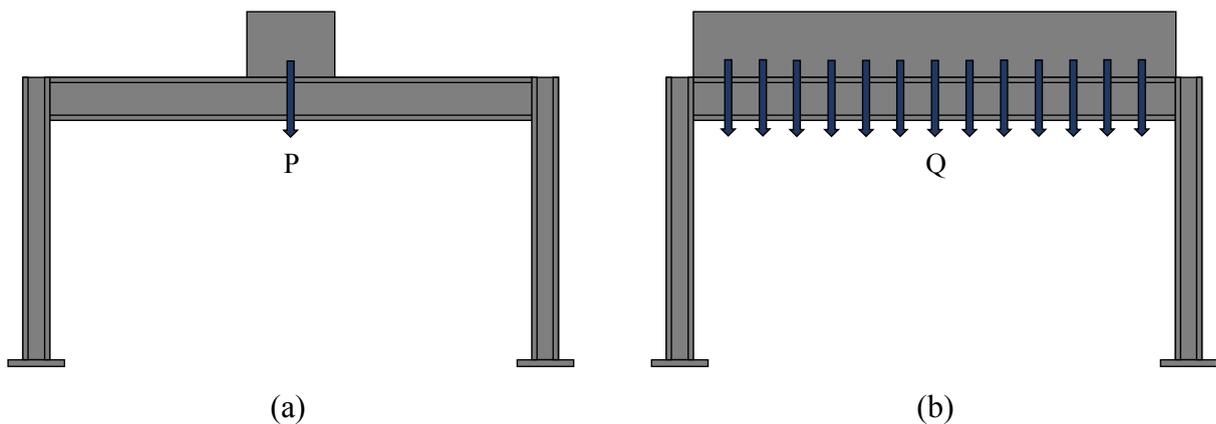
Por fim, tem-se a etapa de apresentação da solução do problema de engenharia, que descreve a funcionalidade do objeto, parâmetros dimensionais, detalhes de fabricação, entre outros.

## 2.2 Ações de Cargas Estáticas e Dinâmicas

### 2.2.1 Cargas Estáticas

Um problema de engenharia é considerado estático, quando os carregamentos atuantes variam lentamente com o tempo (ou são invariáveis). Em outros termos, o sistema estrutural é carregado de forma lenta até que o valor máximo da carga seja atingido (ALVES FILHO, 2008). A Figura 2 mostra a ação de forças estáticas externas em modelos estruturais.

Figura 2 – Carregamentos estáticos. (a) Carga estática concentrada (P); (b) Carregamento estático uniformemente distribuído (Q).



Fonte: Alves Filho (2008), adaptado pelo autor.

De acordo com Santos (2015), as forças de inércia não são significativas (as acelerações do modelo de análise são desprezíveis) nos casos em que há apenas a manifestação de ações quase-estáticas, pois, a estrutura apresenta movimentos lentos e, conseqüentemente, a configuração deformada do sistema físico depende diretamente do carregamento imposto. Assim, o problema estático linear é considerado um problema de solução única, sendo calculado por meio do equilíbrio estático de forças ou solicitações.

### **2.2.2 Cargas Dinâmicas**

Na prática, existem sistemas físicos submetidos às ações externas nas quais as hipóteses adotadas na análise estrutural estática não são dominantes, conduzindo o problema de engenharia a resultados inadequados. Isso ocorre quando há a presença das forças de inércia no modelo em estudo, especificadas pelas variações consideráveis de velocidade (energia cinética), que induzem o surgimento de acelerações. Partindo desse princípio, as cargas dinâmicas são definidas pela variabilidade rápida ao longo do tempo, e podem sofrer alterações quanto a intensidade, direção e sentido (ALVES FILHO, 2008; SANTOS, 2015).

As cargas dinâmicas ocasionam o surgimento de vibrações em sistemas físicos, podendo não apenas causar falhas ou danos estruturais, como também, provocar o fenômeno de fadiga nos elementos estruturais (SORIANO, 2014).

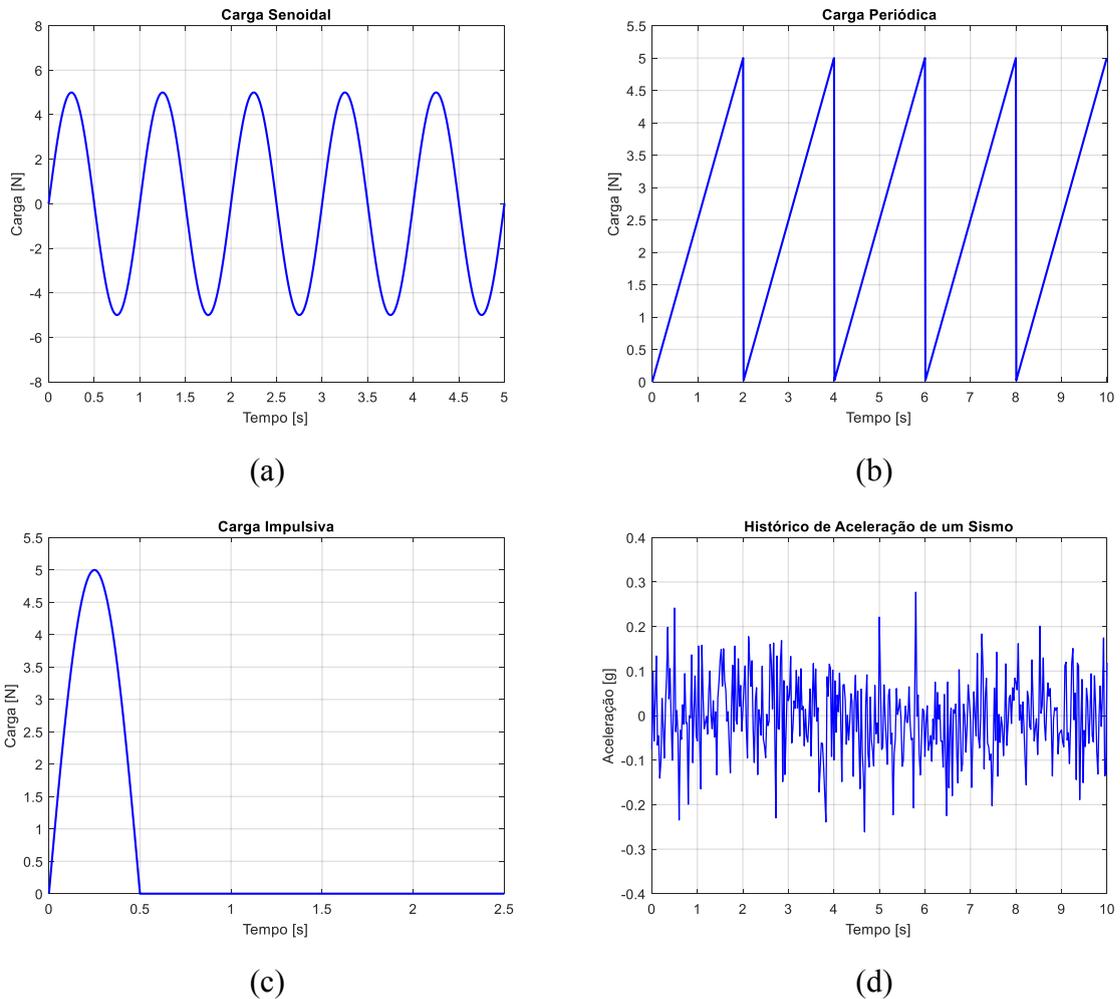
#### **2.2.2.1 Tipos de Cargas Dinâmicas**

Na idealização de um projeto estrutural, definem-se os carregamentos que irão atuar durante a vida útil da estrutura. A abordagem da dinâmica estrutural traz o conhecimento das particularidades apresentadas pelas ações externas de caráter dinâmico. Conforme Soriano (2014), conceituam-se as excitações dinâmicas como determinísticas (descritas por funções matemáticas estabelecidas ao longo do tempo) ou aleatórias (tratadas por modelos estatísticos ou probabilísticos). Neste trabalho, realizou-se o estudo de um modelo vibratório sob efeito de excitação determinística e excitação aleatória (abalo sísmico).

De acordo com Alves Filho (2008), as excitações dinâmicas determinísticas são classificadas em: cargas periódicas senoidais, as quais se manifestam harmonicamente; cargas periódicas não senoidais ou cíclicas, repetem-se de forma idêntica em intervalos iguais de tempo (período); e cargas aperiódicas, que podem atuar em um curto intervalo de tempo,

denominadas cargas impulsivas ou cargas de impacto. A Figura 3 exibe as representações gráficas referentes aos carregamentos dinâmicos determinísticos citados, bem como um registro do histórico de aceleração em consequência de um sismo (carga aleatória).

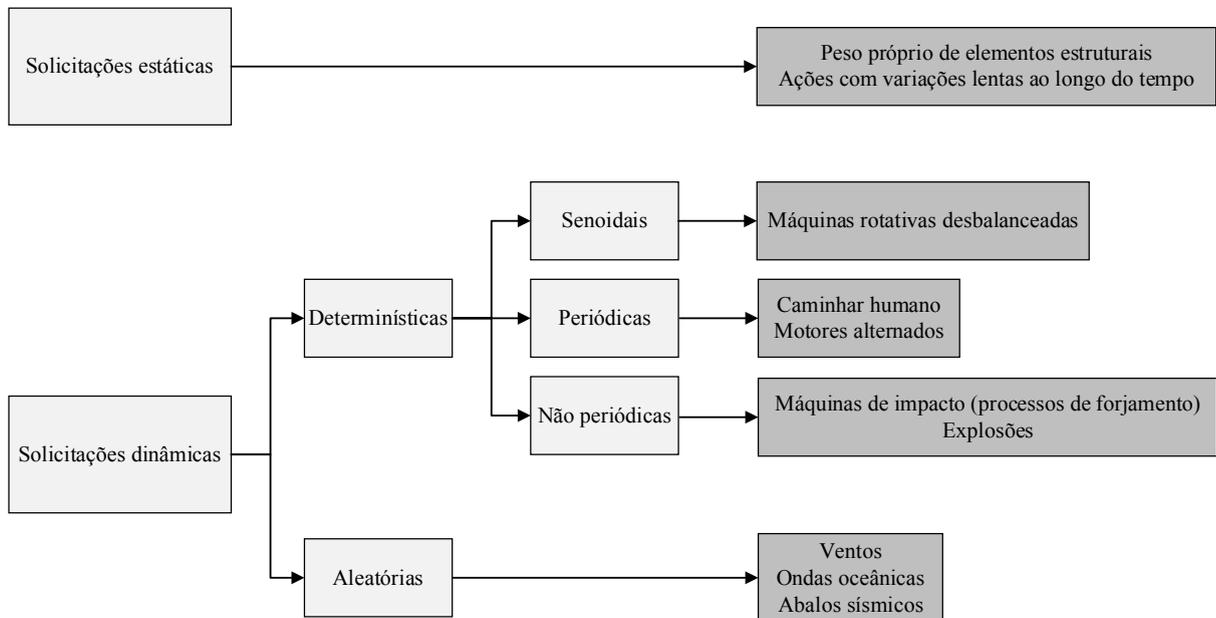
Figura 3 – Excitações dinâmicas. (a) Excitação periódica senoidal; (b) Excitação periódica não senoidal; (c) Excitação aperiódica; (d) Excitação aleatória.



Fonte: Alves (2008), adaptado pelo autor.

No fluxograma indicado pela Figura 4, têm-se esquematicamente as eventuais fontes de cargas externas (estáticas e dinâmicas) que podem atuar em sistemas estruturais, e as principais circunstâncias nas quais tais solicitações se manifestam.

Figura 4 – Esquema de cargas externas estáticas e dinâmicas.



Fonte: Soriano (2014), adaptado pelo autor.

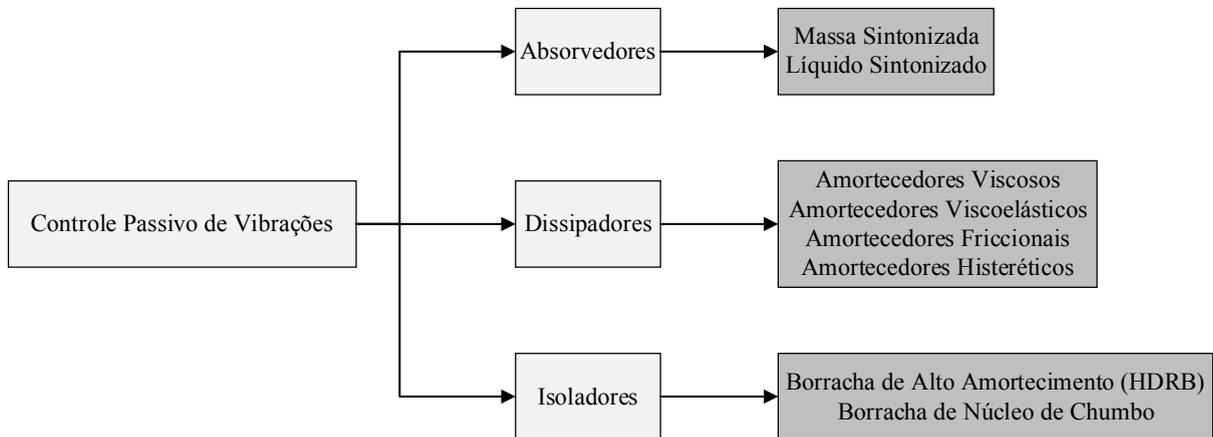
### 2.3 Técnicas de Controle Passivo de Vibrações em Estruturas

O controle de vibração estrutural busca solucionar os problemas dinâmicos que eventualmente se manifestam em estruturas civis. Esses problemas estão interligados à estabilidade estrutural, uma vez que as fontes de natureza propriamente dinâmica podem ocasionar falhas ou danos irreversíveis. Com a finalidade de impedir níveis excessivos de deflexão nos mais variados sistemas físicos, torna-se indispensável a implementação de mecanismos atuadores, os quais assegurem o controle dos efeitos desfavoráveis à segurança. Conforme Soong & Spencer (2002), é possível otimizar os sistemas de controle passivo em função dos materiais selecionados e dos aspectos intrínsecos ao projeto.

Além do mais, as técnicas de controle passivo revelam algumas vantagens em relação às técnicas de controle ativo, como, por exemplo, o menor de custo de instalação e manutenção (ROSSATO *et al.*, 2017).

A Figura 5 explicita os métodos de controle passivo empregados no campo da engenharia estrutural. Dentre esses procedimentos, destaca-se o amortecimento friccional (técnica utilizada no presente trabalho).

Figura 5 – Tecnologias aplicadas ao controle passivo de vibrações em sistemas físicos.



Fonte: Moutinho (2007), adaptado pelo autor.

Nas próximas seções, serão relatadas as técnicas de controle passivo em sistemas estruturais no que se refere a dissipação de energia mecânica, fundamentadas por investigações de cunho científico/tecnológico. Realizou-se uma coleta de artigos com o auxílio das seguintes bases de dados: Periódicos CAPES, Scientific Electronic Library Online (SciELO), Science Direct (Elsevier) e Google Acadêmico.

### 2.3.1 Amortecimento Viscoso

Uma técnica clássica responsável pela dissipação direta de energia em um sistema mecânico é o amortecimento viscoso. Normalmente, utiliza-se um pistão perfurado no interior de um cilindro, de modo a permitir o fluxo laminar do fluido de trabalho (óleo) e, por consequência, originar uma força de amortecimento proporcional à velocidade do pistão (INMAN, 2001).

A viscosidade do fluido de trabalho determina o valor do coeficiente de amortecimento do mecanismo dissipador. De acordo com Weber *et al.* (2006), o comportamento dinâmico do fluido de trabalho nesse tipo de controle passivo é não linear. Entretanto, alguns problemas de engenharia podem assumir análises simplificadas, considerando um comportamento linear do fluido.

Inicialmente, os amortecedores viscosos foram empregados nas forças armadas e na indústria aeroespacial. No final da década de 1980, esses elementos dissipadores de energia mecânica destinaram-se ao controle passivo de vibrações acerca da engenharia estrutural (RAS

& BOUMECHRA, 2016). A Figura 6 ilustra a instalação de elementos amortecedores aplicados ao controle passivo de vibrações em edificações.

Figura 6 – Aplicação do amortecimento viscoso. (a) Controle de vibrações com amortecedores viscosos em uma ponte estaiada; (b) Amortecedores viscosos instalados em uma cobertura metálica (estádio de basebol).



(a)

(b)

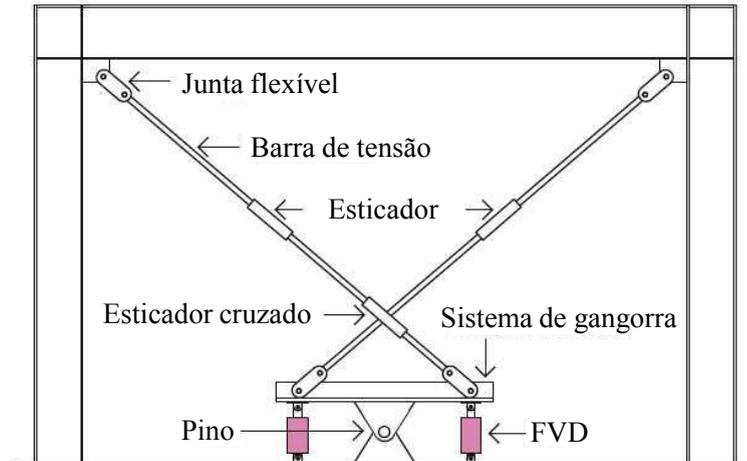
Fonte: Moutinho (2007).

Nessa perspectiva, Ikago *et al.* (2011), propuseram um Amortecedor Viscoso de Massa Sintonizada, conhecido também como AVMS. Este mecanismo foi implementado em um protótipo estrutural com apenas um grau de liberdade, submetido a uma excitação harmônica pela base (carga do tipo senoidal) induzida por uma mesa vibratória. Analisou-se o desempenho do AVMS em relação a dois amortecedores viscosos convencionais. Os resultados dos históricos de deslocamentos e acelerações apontaram que o AVMS mostrou maior eficácia no controle de vibração estrutural. A redução em termos percentuais não foi explicitada nesta pesquisa.

Outro sistema de controle passivo baseado na técnica de amortecimento viscoso, concebido por Kang & Tagawa (2013), mostrou performance satisfatória quando aplicado a um modelo estrutural com três graus de liberdade. Neste caso, os autores idealizaram o sistema de amortecimento no nível do solo, de modo que sua montagem nos pavimentos superiores da estrutura não se fez necessária. Um sistema de contraventamento com longas hastes permite a conexão entre o topo da edificação e o mecanismo dissipador localizado no solo. A Figura 7 expõe a concepção do atenuador de vibrações indicado por FVD (*Fluid Viscous Damper*). O modelo dinâmico esteve submetido a sinais aleatórios de sismos ocorridos em El Centro (Califórnia), Taft (Califórnia), Hachinohe (Japão) e Kobe (Japão). A partir de procedimentos

analíticos, os pesquisadores revelaram as reduções dos deslocamentos (respostas sísmicas) relativos ao topo da estrutura. Em termos percentuais, os níveis de atenuação estiveram entre 52% e 61%.

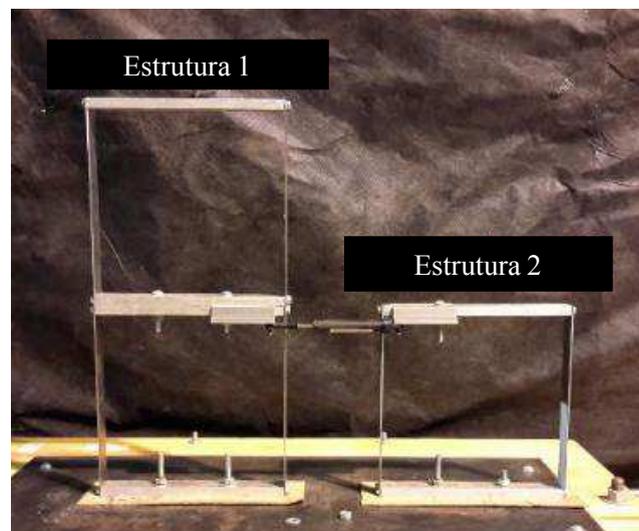
Figura 7 – Sistema de amortecimento viscoso para controle de vibração estrutural.



Fonte: Kang & Tagawa (2013), adaptado pelo autor.

No estudo realizado por Peña *et al.* (2020), foi proposta uma técnica relacionada ao controle passivo de vibrações, que consiste em acoplar dois edifícios contíguos por meio de um amortecedor viscoso, como pode ser visto na Figura 8. Assim, tornou-se possível controlar simultaneamente a resposta dinâmica de ambos os sistemas estruturais. A partir das avaliações numéricas e experimentais, os autores verificaram a eficácia do dispositivo de acoplamento utilizando pórticos simples submetidos a uma excitação de base.

Figura 8 – Acoplamento de protótipos estruturais contíguos.



Fonte: Peña *et al.* (2020), adaptado pelo autor.

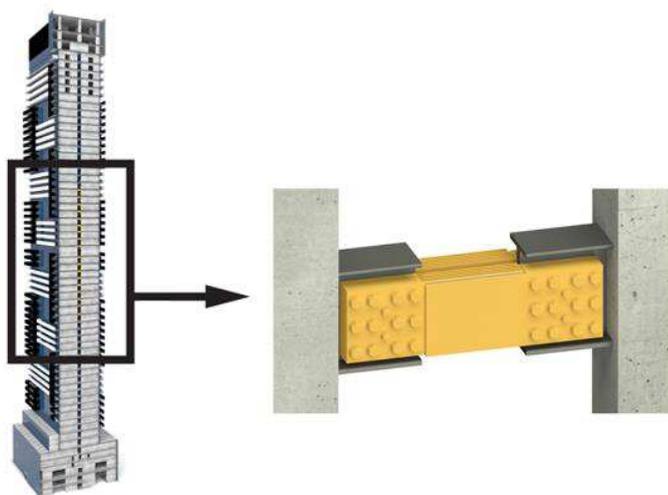
Nesta investigação, a frequência de excitação foi definida em 3 Hz (valor médio de frequências, no qual inclui registros de aceleração dos terremotos ocorridos em El Centro, Kobe e Northridge), visando analisar comparativamente os dois métodos empregados (numérico e experimental). O acoplamento estrutural propiciou a redução da resposta de aceleração em cada sistema estrutural. Foi constatado que a estrutura 1 alcançou uma mitigação bastante considerável quanto ao segundo pavimento, sendo 72,1% na análise numérica e 65,7% na análise experimental. Já a estrutura 2, obteve uma redução de 13,9% mediante o método numérico e 9,7% por meio do método experimental.

### 2.3.2 Amortecimento Viscoelástico

Os materiais viscoelásticos atuam eficazmente na dissipação de energia mecânica e/ou isolamento de vibrações. Dessa forma, tornaram-se uma alternativa viável em diversas práticas de engenharia, possibilitando, por exemplo, a concepção de dispositivos amortecedores em estruturas civis (ASEKA, 2008).

Os amortecedores viscoelásticos estão entre os primeiros tipos de dissipadores empregados na engenharia de estruturas (XU *et al.*, 2003). As pesquisas desenvolvidas por (Soong & Mahmoodi, 1989) e (Lin *et al.*, 1991) revelaram boa performance desses atenuadores no controle da resposta dinâmica de sistemas estruturais sujeitos a excitações de natureza sísmica. A Figura 9 exibe um dispositivo com amortecimento viscoelástico instalado numa edificação em Toronto (Canadá).

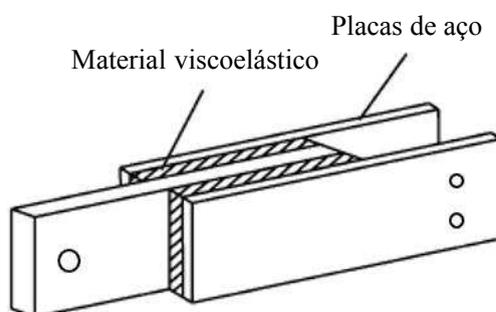
Figura 9 – Mecanismo com amortecimento viscoelástico.



Fonte: Montgomery & Christopoulos (2020), adaptado pelo autor.

Nesse contexto, Xu *et al.* (2003), apresentaram um método sintético abordando a otimização estrutural de modelos dinâmicos com dissipadores viscoelásticos, estabelecido como método duplex. Essa técnica de otimização busca determinar a localização e os parâmetros geométricos ideais do sistema de amortecimento. Os autores implementaram um algoritmo computacional em ambiente MATLAB®, para processar o desempenho sísmico de estruturas de concreto armado e, portanto, encontrar a solução ótima em termos da área cisalhante e da espessura da camada de material viscoelástico. Na Figura 10, tem-se uma ilustração do dissipador viscoelástico. As soluções gráficas obtidas na análise de otimização mediante um exemplo numérico, permitiram definir efetivamente a área e a espessura requeridas, de modo que o deslocamento no pavimento superior da estrutura reduziu em 30,7%.

Figura 10 – Amortecedor viscoelástico.



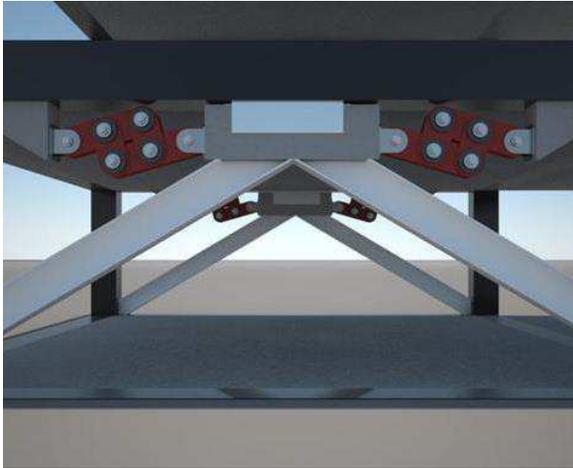
Fonte: Xu *et al.* (2003), adaptado pelo autor.

Em outro artigo, Ramakrishna & Mohan (2020), demonstraram o controle da resposta transiente de edifícios adjacentes, ambos com quinze pavimentos, a partir da instalação de amortecedores viscoelásticos diagonais. Os pesquisadores realizaram uma análise comparativa entre os modelos dinâmicos sem e com controle, empregando o método numérico de Newmark-beta (técnica que consiste em resolver equações diferenciais). Nesta circunstância, procurou-se avaliar a performance do sistema de controle passivo em duas configurações. Na primeira configuração, utilizou-se borracha natural, e, na segunda configuração, foi proposto um material viscoelástico especificado por 3 M. A inserção dos elementos dissipadores providos de borracha natural proporcionou uma redução percentual simultânea correspondente a 20% (atenuação dos deslocamentos no topo das edificações), quando comparada ao caso não amortecido. Já o material viscoelástico 3 M evidenciou um melhor desempenho, devido ao seu maior fator de perda, alcançando 30% de mitigação.

### 2.3.3 Amortecimento por Atrito

Esse modo de dissipar energia mecânica é estabelecido pela fricção tangencial entre superfícies sólidas, designada por atrito seco. Os amortecedores friccionais, inerentemente, exercem a conversão de energia mecânica em energia térmica. A sua principal vantagem é o ajuste da força de atrito aplicada, na qual sempre atua na direção oposta ao movimento do sistema, caracterizando um comportamento não linear (INMAN, 2001; MOUTINHO, 2007). Na Figura 11, têm-se algumas configurações de montagens baseadas em amortecimento friccional.

Figura 11 – Mecanismos de amortecimento por atrito. (a) Dispositivo friccional “V-Bracing”; (b) Dispositivo friccional para ligações viga-pilar; (c) Dissipador friccional para isolamento de base; (d) Dissipador friccional para controle de vibrações em cabos de pontes estaiadas.



(a)



(b)



(c)



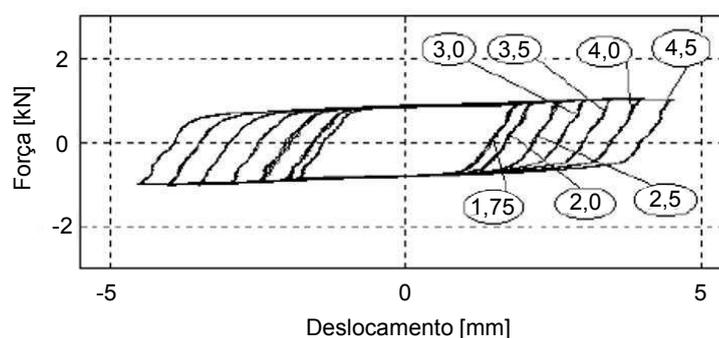
(d)

Fonte: Damptech (2021).

Os sistemas de controle passivo por atrito são altamente eficientes quando utilizados em sistemas estruturais sujeitos às ações dinâmicas aleatórias (ventos, abalos sísmicos, entre outras fontes de excitação), além de possuírem baixo custo de instalação e manutenção (FRIIS *et al.*, 2021). Nas últimas décadas, as investigações científicas no que concerne a implementação desta técnica de amortecimento têm sido amplamente exploradas, apontando o seu bom desempenho sísmico (ARTAR & CARBAS, 2022; KIM *et al.*, 2011; MUALLA & BELEV, 2002; NAEEM & KIM, 2020; SHIRKHANI *et al.*, 2015).

Dentre os primeiros estudos com maior relevância, destaca-se o trabalho desenvolvido por Mualla (1999), no qual foi realizado um ensaio laboratorial de caracterização dinâmica (com o auxílio de uma máquina *Instron*), buscando investigar o comportamento da histerese mecânica de um dispositivo de amortecimento friccional. Este mecanismo constitui-se por discos de fricção que apresentam uma determinada rugosidade superficial e executam movimento angular, atuando na dissipação de energia mecânica. No estágio experimental, o autor definiu os parâmetros do ensaio dinâmico, como as amplitudes de deslocamento (1,75 mm, 2,0 mm, 2,5 mm, 3,0 mm, 3,5 mm, 4,0 mm e 4,5 mm) e as frequências de excitação do equipamento de teste, para obter as curvas da energia dissipada (força versus deslocamento) evidenciadas na Figura 12.

Figura 12 – Representações gráficas da energia dissipada por atrito.

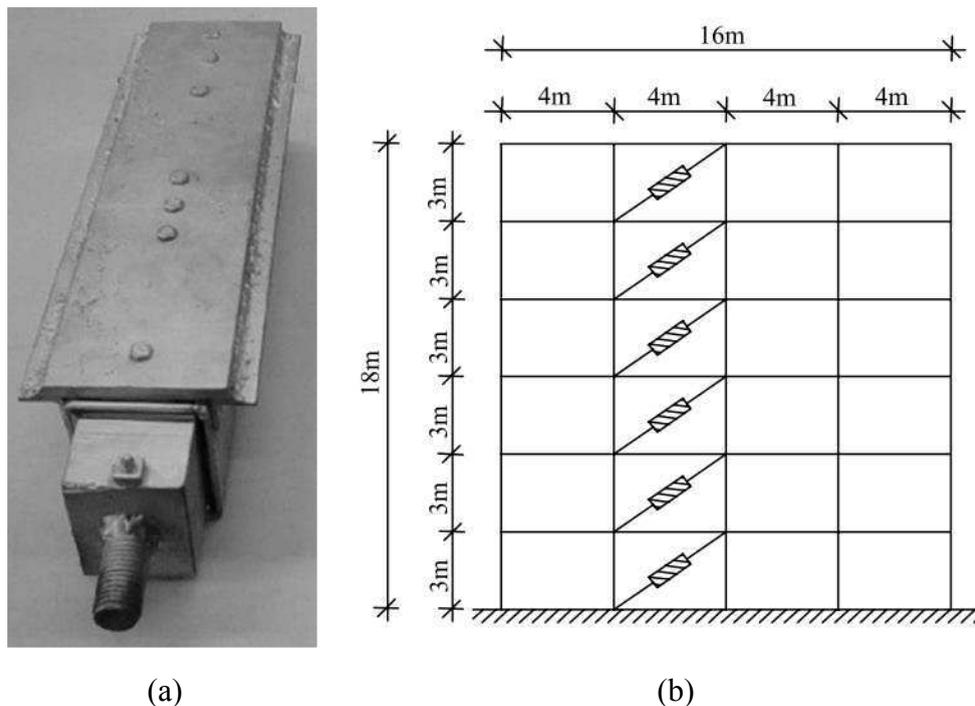


Fonte: Mualla (1999), adaptado pelo autor.

Mualla (1999), constatou que fixando a frequência de excitação e variando a amplitude de deslocamento do equipamento de teste (*Instron*), há um aumento do laço histerético, ou seja, o sistema de controle passivo efetua maior dissipação de energia mecânica por ciclo de solicitação. Além disso, o autor demonstrou que o mesmo não ocorre quando há variação da frequência de excitação e a amplitude de deslocamento da máquina de ensaio permanece fixa, ou seja, a energia dissipada se mantém praticamente constante.

Miguel & Riera (2008), demonstraram a aplicação de placas metálicas de latão, que consiste em uma liga metálica com propriedades mecânicas desejáveis (boa durabilidade e resistência ao desgaste) para atuarem como amortecedores friccionais. O mecanismo dissipador de energia mecânica foi instalado lateralmente em cada pavimento de um edifício metálico com seis andares, totalizando 18 m de altura. Nesta circunstância, os autores avaliaram o sistema estrutural submetido a uma ação sísmica com magnitude correspondente ao ocorrido na Cidade de Caucete (Argentina) em 1977. A partir de uma rotina computacional em ambiente MATLAB®, tornou-se possível executar a simulação da resposta dinâmica da estrutura sem considerar o sistema dissipativo de energia e, posteriormente, adicionando os amortecedores friccionais. Essa alternativa de controle passivo proporcionou uma redução de 50% do deslocamento horizontal no topo da estrutura, evidenciando a boa performance dos elementos amortecedores. A Figura 13 ilustra o sistema de controle passivo, assim como a representação esquemática da edificação na qual incorporaram-se os amortecedores friccionais.

Figura 13 – Aplicação da técnica de amortecimento por atrito. (a) Montagem do dispositivo friccional; (b) Edificação com o sistema de controle por atrito.



Fonte: Miguel & Riera (2008).

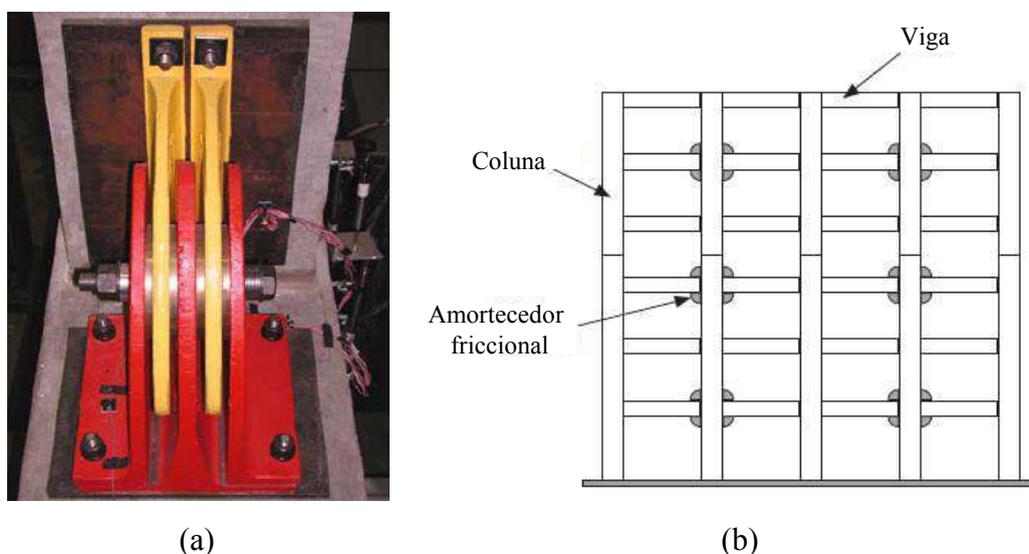
Ontiveros-Pérez *et al.* (2017), utilizaram a técnica de otimização metaheurística, a fim de maximizar a efetividade da instalação de um sistema de amortecimento por atrito, aplicado a uma estrutura de aço do tipo pórtico (2D) sob carregamento sísmico. A solução deste problema de otimização simultânea, foi desenvolvida por intermédio de uma rotina

computacional embasada pelo Método das Diferenças Finitas, procurando satisfazer duas funções objetivo (deslocamento horizontal máximo no topo e a variação de deslocamento em cada pavimento). A resposta dinâmica do sistema estrutural provido dos dispositivos de fricção mostrou uma significativa redução do deslocamento máximo no topo do edifício metálico, sendo aproximadamente 67%.

Outra aplicação da técnica de amortecimento por atrito, investigada por Golafshani & Gholizad (2009), foi a incorporação de um dispositivo de amortecimento friccional em três plataformas marítimas. Este artigo incluiu um método de análise estocástica com o objetivo de avaliar as respostas estruturais aos carregamentos do tipo aleatório (ondas oceânicas), sem e com o dissipador. A inserção do sistema de controle passivo indicou reduções percentuais mais significativas em duas das três plataformas analisadas. Neste caso, as mitigações das amplitudes de vibração alcançaram, em particular, 36% e 48%.

No estudo desenvolvido por Morgen & Kurama (2004), implementaram-se dissipadores friccionalis (com discos de bronze) em ligações viga-pilar de um sistema estrutural tipo pórtico em concreto pré-moldado, para reduzir os deslocamentos laterais da edificação. Foram realizados ensaios experimentais nos quais a estrutura esteve submetida a cargas aleatórias (abalos sísmicos). Executaram-se os testes dinâmicos no intuito de idealizar um modelo analítico para sistemas apórticados com amortecimento por atrito. Na Figura 14, são mostrados o protótipo e a concepção relativa à instalação do mecanismo atenuador de vibrações.

Figura 14 – Amortecedor friccional destinado a ligação viga-pilar. (a) Protótipo do mecanismo dissipador; (b) Esquema ilustrativo da inserção do dispositivo em um sistema estrutural.



Fonte: Morgen & Kurama (2004).

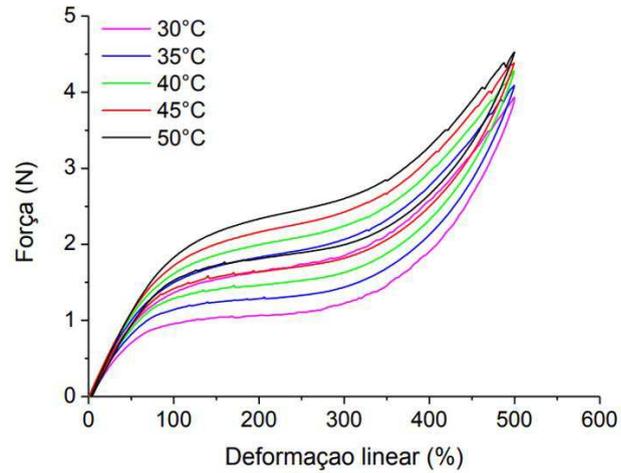
Wei *et al.* (2021), propuseram um mecanismo de isolamento de base designado por sistema friccional de mola plana, a fim de verificar analítico e numericamente o seu desempenho sob excitações sísmicas. Foram observadas as respostas estruturais de um modelo dinâmico a partir de sete sinais de terremotos. A implementação do dissipador na base da estrutura não mostrou eficiência para amplitudes de entrada abaixo de 0,45 g, tendo como melhor resultado, uma atenuação percentual equivalente a 9,5%. Porém, reduções percentuais significativas foram alcançadas quando as amplitudes de entrada estiveram em níveis maiores. Os pesquisadores apontaram uma mitigação máxima de 69,4%, sendo referente ao sinal do abalo sísmico registrado na cidade de Kobe (Japão).

#### **2.3.4 Amortecimento Histerético: Materiais Funcionais**

O avanço tecnológico nas últimas décadas propiciou o surgimento de materiais inteligentes que apresentam características funcionais importantes, mostrando-se como uma alternativa pertinente em relação aos sistemas passivos clássicos da engenharia.

Os materiais inteligentes têm excelentes propriedades mecânicas, com a capacidade de restituir a sua forma original quando submetidos a um gradiente de temperatura (manifestação do efeito memória de forma), ou quando um carregamento imposto é cessado (fenômeno da superelasticidade). No regime superelástico, esses materiais dissipam energia mecânica devido ao seu comportamento histerético, estabelecido por um ciclo tensão-deformação (OTSUKA & WAYMAN, 1998; LAGOUDAS, 2008). Na Figura 15, tem-se uma representação gráfica dos laços histeréticos de uma Liga com Memória de Forma (LMF) NiTi superelástica (mais especificamente, trata-se de um elemento de mola), conforme a variação de temperatura.

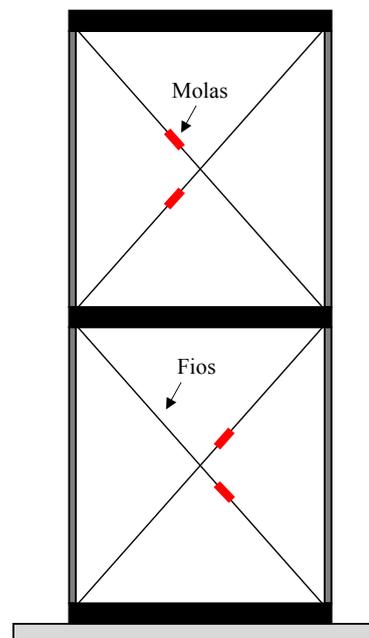
Figura 15 – Comportamento termomecânico de uma minimola LMF superelástica.



Fonte: Grassi (2014).

Moraes *et al.* (2019), realizaram experimentalmente a implementação de molas helicoidais LMF em um protótipo de edifício metálico com dois andares (graus de liberdade do modelo), a fim de reduzir a transmissibilidade de deslocamento. O problema dinâmico consistia em avaliar um sistema estrutural submetido a ações de natureza harmônica (excitação de base por meio de uma mesa vibratória) sem a presença das molas de Nitinol no sistema de contraventamento lateral, e com a presença das molas. A Figura 16 explicita a concepção da instalação dos elementos passivos na estrutura do tipo pórtico.

Figura 16 – Aplicação da técnica de amortecimento histerético em um sistema estrutural do tipo pórtico.



Fonte: Moraes *et al.* (2019), adaptado pelo autor.

A partir disso, Moraes *et al.* (2019), observaram que a aplicação das molas no sistema de contraventamento proporcionou significativas reduções da transmissibilidade de deslocamento em cada andar do protótipo. Foi constatada uma atenuação correspondente a 56,6% no primeiro pavimento e a 43,6% no segundo pavimento, revelando uma boa alternativa para solucionar os problemas dinâmicos da engenharia estrutural.

Liu *et al.* (2019), analisaram um modelo numérico com três graus de liberdade sob excitação sísmica, a partir dos históricos de acelerações de El Centro e de Los Angeles (Califórnia). Este estudo teve como objetivo principal, comparar numericamente a performance de uma mola LMF superelástica e uma mola comum destinadas ao isolamento de base. Executaram-se simulações computacionais em elementos finitos utilizando a plataforma OpenSees. Os resultados obtidos demonstraram que o sistema de isolamento com mola LMF, quando comparado com a incorporação da mola comum, propiciou reduções na resposta estrutural superiores a 50% em cada registro sísmico.

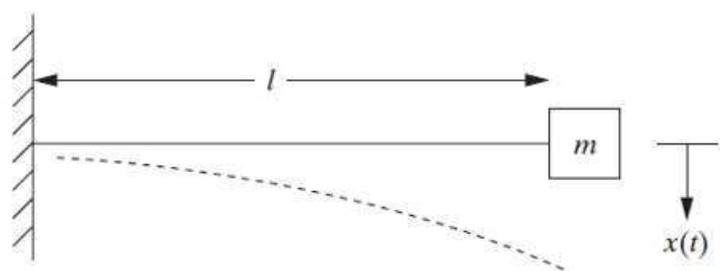
#### **2.4 Técnicas de Análise e Processamento de Sinais**

De forma geral, os sinais abrangem informações sobre a manifestação de algum tipo de fenômeno ou acontecimento (HIGUTI & KITANO, 2003). Por intermédio de análises gráficas, podem-se extrair os registros de uma determinada grandeza física em função de uma ou mais variáveis independentes. Na engenharia estrutural, comumente, estudam-se os sinais unidimensionais, por possuírem apenas uma variável independente.

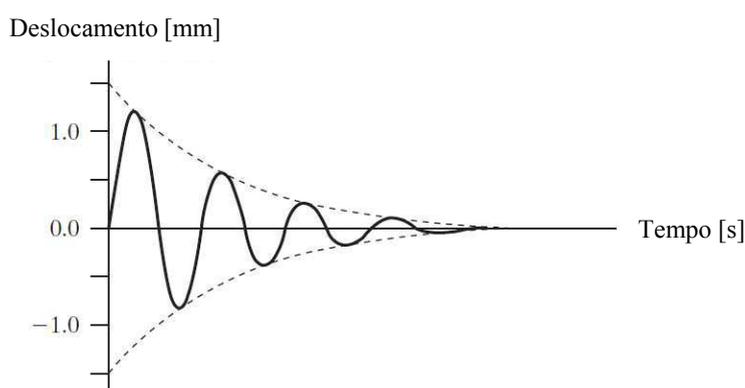
Nesse contexto, as respostas vibratórias em sistemas mecânicos podem ser calculadas no domínio do tempo ou no domínio da frequência (FELÍCIO, 2010). Assim, obtêm-se representações gráficas por funções matemáticas que descrevem o comportamento de um modelo dinâmico.

Em se tratando da análise dinâmica no domínio do tempo, a Figura 17 mostra um modelo de viga mono-engastada com um grau de liberdade sob vibração livre. A partir do conhecimento da resposta no tempo, torna-se possível estimar importantes parâmetros, como, por exemplo, o fator de amortecimento mediante a taxa de decaimento.

Figura 17 – Análise de um modelo dinâmico no domínio do tempo. (a) Viga engastada-livre; (b) Resposta estrutural em vibração livre ao longo do tempo.



(a)



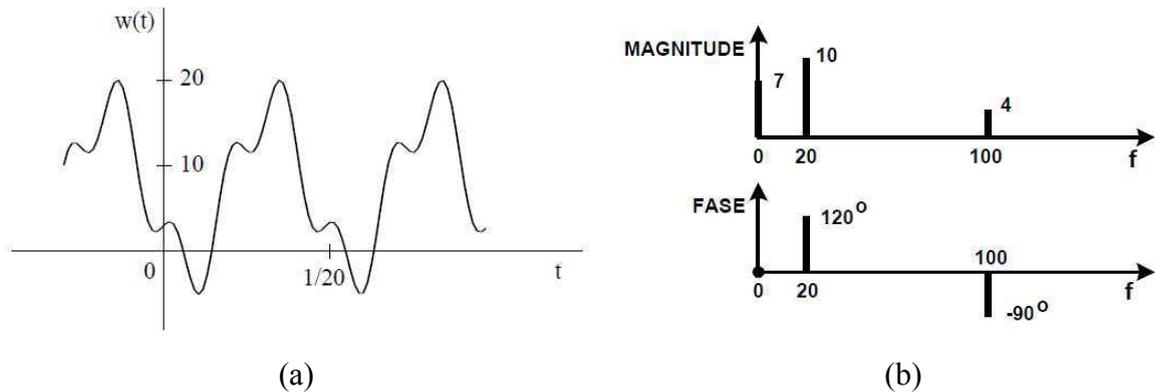
(b)

Fonte: Inman (2001).

Uma abordagem mais avançada permite avaliar sinais periódicos ou aperiódicos no domínio da frequência, configurando a análise espectral (MCCONNELL, 1995). Emprega-se esta temática em diversos segmentos da engenharia, inclusive no campo da engenharia sísmica, com o objetivo de fornecer informações estatísticas sobre o movimento do solo e, portanto, prever a resposta transiente de estruturas (STOICA & MOSES, 2005).

No caso de sinais periódicos, o espectro é designado como discreto, pois observam-se valores bem definidos de frequências (MCCONNELL, 1995). Um exemplo comum seriam os componentes harmônicos de uma série de Fourier, que têm amplitudes e frequências calculadas através dos coeficientes da série. A Figura 18 exibe um sinal temporal periódico e seu espectro de frequências.

Figura 18 – Análise espectral. (a) Sinal periódico no tempo; (b) Espectro discreto da função.



Fonte: Higuti & Kitano (2003).

Todavia, há sinais no tempo que são ditos aperiódicos, nos quais os espectros não são discretos. Esses sinais são, portanto, representados por funções contínuas, denominadas Densidades Espectrais de Potência (PSD – Power Spectral Density). Nesta circunstância, tem-se um espectro que fornece a energia por unidade de frequência, caracterizando uma distribuição contínua de frequências (HIGUTI & KITANO, 2003). Um conceito matematicamente empregado para avaliar o espectro de um sinal temporal, é a transformada transiente de Fourier. Obtém-se este conceito através da transformada periódica de Fourier (MCCONNELL, 1995). Dessa forma, admite-se que um sinal não periódico seja descrito por uma função periódica, na qual o período tende ao infinito. Matematicamente, tem-se:

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (1)$$

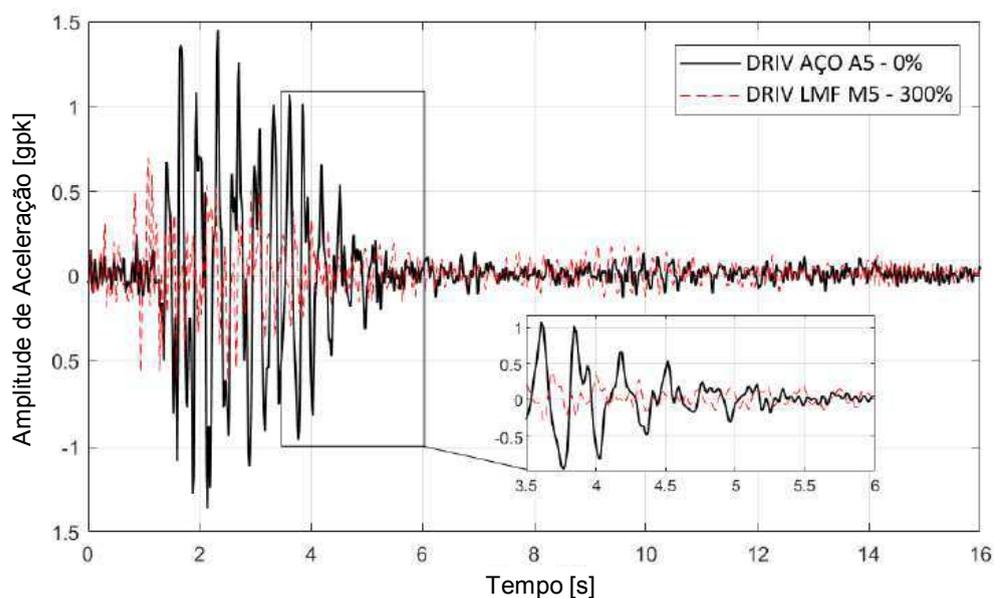
Vale salientar que a transformada inversa de Fourier fornece (MCCONNELL, 1995):

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (2)$$

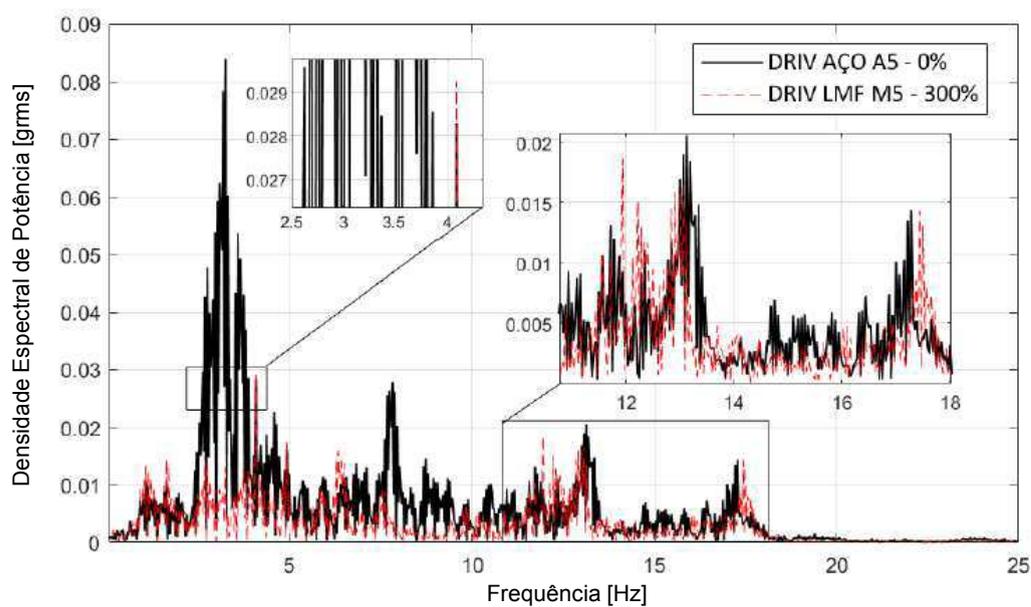
As Equações 1 e 2 formam o par da transformada transiente de Fourier, e indicam que todas as frequências estão presentes neste tipo de análise espectral, isto é, cada valor de frequência faz uma contribuição infinitesimal. A transformada transiente de Fourier é importantíssima no contexto prático de vibrações mecânicas, propiciando, por exemplo, a implementação de algoritmos computacionais em analisadores dinâmicos de sinais.

Na Figura 19, têm-se representações gráficas de sinais de aceleração (funções não periódicas) relativos a duas configurações de ensaio aplicadas a um Dispositivo de Recentragem e Isolamento de Vibrações (DRIV), proposto por Moraes (2021). Ainda, podem ser observados os espectros dos sinais capturados (densidades espectrais de potência).

Figura 19 – Respostas sísmicas de um protótipo estrutural. (a) Representação gráfica no domínio do tempo; (b) Representação gráfica no domínio da frequência.



(a)



(b)

Fonte: Moraes (2021), adaptado pelo autor.

#### 2.4.1 Parâmetros de Sinais Temporais

De acordo com McConnell (1995), destacam-se três parâmetros relevantes na análise de sinais temporais: valor médio temporal, média quadrática e valor RMS (*Root Mean Square*).

O valor médio ( $\bar{x}$ ) de uma função temporal,  $x(t)$ , para um determinado intervalo de tempo ( $T$ ), é designado como uma grandeza estatística na qual denota a média ponderada de um sinal. Matematicamente, define-se esta grandeza por:

$$\bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (3)$$

A média quadrática de um sinal temporal relativa a um intervalo de tempo ( $T$ ) é descrita por:

$$\bar{x}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (4)$$

Por fim, a raiz média quadrática (ou valor RMS) representa a amplitude média de um sinal temporal (MCCONNELL, 1995). Matematicamente, obtém-se:

$$V_{RMS} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt} \quad (5)$$

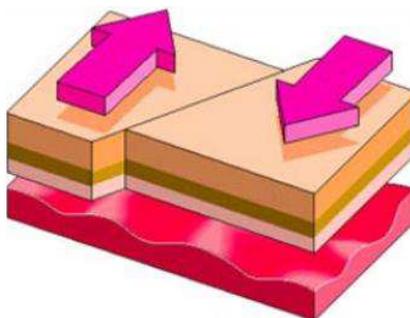
Este último conceito foi empregado neste trabalho, com a finalidade de estabelecer as amplitudes médias de aceleração do modelo dinâmico em diferentes condições de teste.

## 2.5 Efeitos de Sismos em Sistemas Estruturais

As ações sísmicas são definidas como excitações dinâmicas aleatórias, ou seja, apresentam variação temporal de natureza randômica ou desconhecida (MENDES & OLIVEIRA, 2008).

Os terremotos afiguram-se como um dos fenômenos naturais mais destrutivos do mundo. No século XX, foram registradas 2,7 milhões de mortes em consequência da manifestação de tais fenômenos (WICANDER & MONROE, 2009). As ações sísmicas decorrem dos desmoronamentos internos da crosta terrestre, ou ainda, da movimentação de placas tectônicas (falhas geológicas), podendo se propagar em qualquer direção, com duração de segundos ou até minutos. A região interna da Terra na qual há a origem do terremoto é chamada hipocentro, enquanto que na região superficial terrestre, tem-se o epicentro, indicando a projeção do fenômeno (PEREIRA *et al.*, 2008). A Figura 20 ilustra a formação de um terremoto na crosta terrestre.

Figura 20 – Formação de um abalo sísmico na camada superficial terrestre.



Fonte: Pereira *et al.* (2008).

Em 1902, o sismólogo italiano Giuseppe Mercalli elaborou a Escala de Mercalli, para quantificar a intensidade de um sismo através de parâmetros ponderados entre zero e doze pontos. Pouco depois, em 1935, o sismólogo estadunidense Charles Francis Richter desenvolveu uma escala logarítmica, conhecida como Escala Richter, na qual quantifica a energia liberada por um evento sísmico, expressando sua magnitude com base em parâmetros que variam de zero a nove pontos (PEREIRA *et al.*, 2008). No Anexo A, têm-se os respectivos pontos de ambas as escalas e os efeitos provocados por sismos conforme sua severidade. O terremoto mais severo já registrado cientificamente ocorreu em 1960, no Chile, alcançando uma intensidade de XII pontos na Escala de Mercalli e uma magnitude correspondente a 9,5 graus na Escala Richter, configurando assim, um evento excepcional (PENA, 2016).

Os sismos registrados no território nacional até os dias atuais têm sido de intensidade reduzida (BRASIL, 2015). No entanto, há uma entidade normativa que estabelece as diretrizes ou requisitos exigíveis relativos ao projeto de estruturas sob efeitos de sismos, designada ABNT NBR 15421 (2006). Esta norma prescreve a verificação dos estados-limites últimos por meio da ponderação de ações sísmicas, tais como as restrições quanto aos estados-limites de serviço (deslocamentos em edificações).

## 2.6 Método dos Elementos Finitos

No que concerne a análise estática e dinâmica de estruturas, os elementos estruturais devem ser projetados para suportar as diversas solicitações em que podem estar sujeitos. Devido a necessidade de serem obtidas soluções mais rápidas e eficazes, foram introduzidas formulações numéricas no contexto da mecânica estrutural, as quais permitiram a implementação de algoritmos computacionais em softwares de simulação por elementos finitos.

De acordo com Alves Filho (2013), o Método dos Elementos Finitos (MEF) busca auxiliar as análises estruturais com base em procedimentos aproximados, ou seja, diferentemente do método analítico clássico, no qual apresenta soluções exatas, o MEF desenvolve soluções aproximadas. Em consequência disso, tornou-se possível entender o comportamento estático e/ou dinâmico dos componentes ou sistemas estruturais que exprimem alta complexidade de análise.

O método dos elementos finitos tem como principal objetivo, discretizar corpos contínuos (sistemas com infinitos graus de liberdade) em um número finito de elementos, conectados por nós ou pontos discretos. Em se tratando da aplicação do MEF na dinâmica estrutural, procura-se discretizar um corpo contínuo com a finalidade de descrever o seu comportamento vibratório, calculando-se os deslocamentos nodais, as velocidades nodais e as acelerações nodais (ALVES FILHO, 2008).

Segundo Norton (2013), os elementos finitos apresentam diversas formas geométricas, podendo ser unidimensionais (elementos de linha), bidimensionais (elementos de área), ou ainda, tridimensionais (elementos de volume). Além disso, podem ser de ordens distintas, variando conforme a função que governa a interpolação do deslocamento interno do elemento.

No presente trabalho, para a execução das simulações numéricas por elementos finitos, utilizou-se o Ansys® Workbench (versão estudantil). Esta ferramenta computacional tem como base a tecnologia *Computer Aided Engineering* (CAE), e controla uma plataforma integrada, denominada Ansys® Mechanical.

### 3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

#### 3.1 *Análise Dinâmica de Estruturas*

A modelagem matemática da dinâmica estrutural caracteriza-se por um sistema de equações diferenciais, tendo o tempo ( $t$ ) como uma variável independente. Nesse contexto, para modelos dinâmicos generalizados que compreendem múltiplos graus de liberdade, a equação de movimento formulada mediante a Segunda Lei de Newton é convenientemente expressa no formato matricial:

$$[M].\{\ddot{x}\} + [C].\{\dot{x}\} + [K].\{x\} = \{F(t)\} \quad (6)$$

Em que:

$[M]$  = matriz de massa da estrutura;

$[C]$  = matriz de amortecimento da estrutura;

$[K]$  = matriz de rigidez da estrutura;

$\{\ddot{x}\}$  = vetor de acelerações da estrutura;

$\{\dot{x}\}$  = vetor de velocidades da estrutura;

$\{x\}$  = vetor de deslocamentos da estrutura;

$\{F(t)\}$  = vetor de forças externas que atuam na estrutura.

O primeiro termo do membro esquerdo da Equação (6), representa as forças de inércia atuando na estrutura, enquanto o segundo e o terceiro termo abrangem as forças dissipativas e as forças elásticas, respectivamente. O membro direito dessa expressão matemática, contabiliza os carregamentos dinâmicos atuantes nos “N” graus de liberdade do modelo estrutural (ALVES FILHO, 2008). Embora o estudo dos movimentos oscilatórios seja introduzido por sistemas com apenas um grau de liberdade, essa abordagem geral propicia o entendimento global do comportamento dinâmico de uma estrutura. Convém salientar que os problemas nos quais as acelerações e velocidades são consideradas nulas, retratam a abordagem da análise estática, isto é,  $[K].\{x\} = \{F\}$ .

Como a Equação (6) se trata de um sistema de equações diferenciais lineares de segunda ordem, em que não são independentes entre si, traduzindo o acoplamento das equações de

movimento conforme a Segunda Lei de Newton, a solução do sistema é não trivial. Segundo Alves Filho (2008), uma alternativa para realizar o desacoplamento das equações de equilíbrio dinâmico é a aplicação da hipótese da superposição modal. A partir desta técnica altamente relevante no campo da dinâmica estrutural, determinam-se as frequências naturais e os modos de vibração de um sistema mecânico (análise modal). Dessa forma, surge a importância do estudo referente às vibrações livres não amortecidas, nas quais o modelo dinâmico não sofre a ação de uma força externa e os efeitos associados ao amortecimento são desprezados.

A hipótese de desconsiderar as forças dissipativas é conveniente na análise dinâmica de estruturas, uma vez que as mesmas possuem fatores de amortecimento extremamente baixos, variando normalmente entre 0,01 e 0,05 (SORIANO, 2014). Simplificadamente, a Equação (6), pode ser reescrita por:

$$[M].\{\ddot{x}\} + [K].\{x\} = 0 \quad (7)$$

Conforme Inman (2001), a solução da Equação (7) em termos de deslocamentos é descrita pela Equação (8), adequada ao formato matricial:

$$\{x(t)\} = \{x_0\} \cdot \sin(\omega_n t) \quad (8)$$

Em que:

$\{x_0\}$  = vetor das amplitudes máximas de vibração correspondente aos “N” graus de liberdade do sistema;

$\omega_n$  = frequência natural não amortecida.

Aplicando-se a primeira e a segunda derivada em relação ao tempo (t) na Equação (8), obtêm-se as funções referentes às velocidades e às acelerações do sistema. Portanto, têm-se que:

$$\{\dot{x}(t)\} = \omega_n \{x_0\} \cdot \cos(\omega_n t) \quad (9)$$

$$\{\ddot{x}(t)\} = -\omega_n^2 \{x_0\} \cdot \sin(\omega_n t) \quad (10)$$

Substituindo as Equações (8) e (10) na Equação (7), e procedendo o devido desenvolvimento matemático, define-se o equilíbrio dinâmico de um sistema genérico vibrando de forma harmônica:

$$([K] - \omega_n^2 [M]).\{x_0\} = 0 \quad (11)$$

Para calcular os valores numéricos das frequências naturais não amortecidas da estrutura, considera-se  $[K] - \omega_n^2 \cdot [M] = 0$ . Portanto, tem-se a equação resultante do problema dinâmico:

$$\det([K] - \omega_n^2[M]) = 0 \quad (12)$$

Nesta etapa da análise dinâmica, são introduzidos conceitos da álgebra linear, denominados autovalores e autovetores. Os autovalores estabelecem-se como os quadrados das frequências naturais que especificam os modos naturais de vibração da estrutura. Por sua vez, as formas modais são descritas pelos autovetores do sistema. Este artifício matemático designa-se autoproblema padrão (ALVES FILHO, 2008).

Corriqueiramente, denota-se  $\omega_n^2 = \lambda$ . Reescrevendo a Equação (12), obtém-se:

$$\det([K] - \lambda \cdot [M]) = 0 \quad (13)$$

Com base na Equação (11), formula-se adequadamente a expressão matemática de equilíbrio dinâmico de um sistema genérico (vibração harmônica):

$$([K] - \lambda_i[M]) \cdot \{\phi_i\} = 0 \quad (14)$$

Em que:

$\lambda_i$  = autovalores do sistema;

$\phi_i$  = autovetores associados aos respectivos autovalores do sistema.

A Equação (13) gera um polinômio característico, no qual as raízes do polinômio definem os autovalores. Posteriormente, os autovetores são calculados pela Equação (14), resolvendo-se um sistema de equações lineares.

A hipótese da superposição modal permite também, o cálculo das respostas dinâmicas do modelo baseado na combinação linear de cada forma modal. Conforme Alves Filho (2008), os modos naturais de vibração de sistemas com múltiplos graus de liberdade são ortogonais. Dessa forma, torna-se pertinente aplicar a relação de ortogonalidade para diagonalizar as matrizes de massa e de rigidez, garantindo o desacoplamento das equações de movimento do sistema. Matematicamente, obtêm-se a massa generalizada,  $MG_i$ , e a rigidez generalizada,  $KG_i$ , referentes ao modo de vibração  $i$ , apresentadas pelas Equações (15) e (16):

$$MG_i = \{\phi_i\}^T \cdot [M] \cdot \{\phi_i\} \quad (15)$$

$$KG_i = \{\phi_i\}^T \cdot [K] \cdot \{\phi_i\} \quad (16)$$

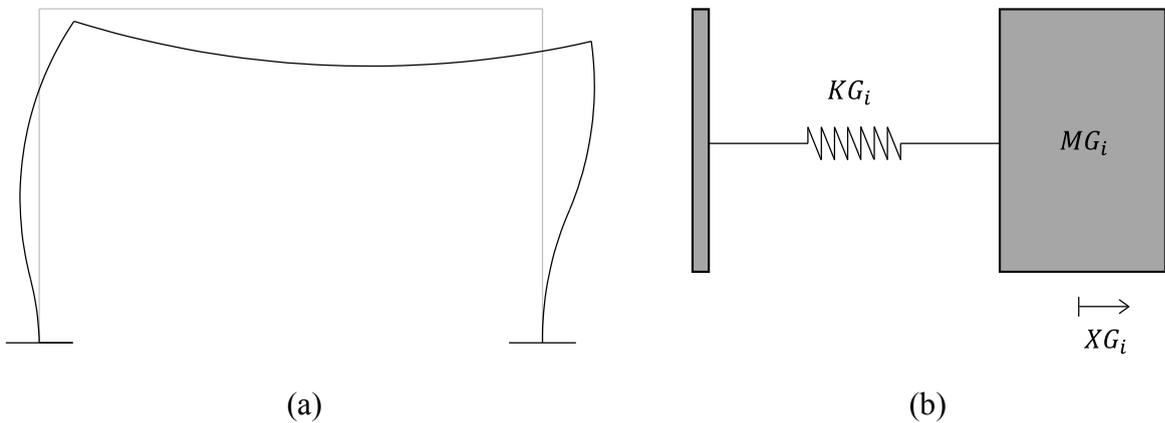
A diagonalização das matrizes de massas generalizadas e de rigidezes generalizadas podem ser escritas na seguinte notação matricial:

$$MG_{n \times n} = \begin{bmatrix} MG_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & MG_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & MG_n \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$KG_{n \times n} = \begin{bmatrix} KG_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & KG_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & KG_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

Portanto, haverá um sistema generalizado que compreende o modelo global para um determinado modo de vibração, como ilustra a Figura 21. O movimento desse sistema generalizado será descrito por uma coordenada generalizada,  $XG_i(t)$ , denominada fator de participação do modo de vibração  $i$ .

Figura 21 – Esquema de um sistema estrutural genérico. (a) Estrutura real; (b) Sistema generalizado.



Fonte: Alves Filho (2008), adaptado pelo autor.

Neste caso, calculam-se as frequências naturais para cada sistema generalizado:

$$\omega_{ni} = \sqrt{\frac{KG_i}{MG_i}} \quad (19)$$

Estes parâmetros físicos se tratam das frequências naturais associadas aos respectivos modos de vibração.

A superposição modal ainda introduz os conceitos de amortecimento generalizado e força generalizada referentes ao modo de vibração  $i$ . Segundo Alves Filho (2008), têm-se as seguintes relações matriciais com a finalidade de determinar o amortecimento modal e o carregamento externo generalizado:

$$CG_i = \{\phi_i\}^T \cdot [C] \cdot \{\phi_i\} \quad (20)$$

$$FG_i(t) = \{\phi_i\}^T \cdot [F(t)] \quad (21)$$

Para obter as respostas dinâmicas de um sistema genérico excitado por carregamentos que variam com o tempo, a hipótese da superposição modal assume matematicamente:

$$\{X(t)\} = \sum_{i=1}^n XG_i \cdot \{\phi_i\} \quad (22)$$

Considerando que esta expressão matemática é uma solução da Equação (6), serão resolvidas “N” equações diferenciais desacopladas, prescrevendo “N” sistemas com um grau de liberdade. Este procedimento teórico minimiza a complexidade do cálculo das respostas dinâmicas de um sistema com múltiplos graus de liberdade. A partir do desacoplamento das equações de movimento, tem-se o modelo matemático que governa um sistema generalizado:

$$MG_i \cdot \ddot{XG}_i(t) + CG_i \cdot \dot{XG}_i(t) + KG_i \cdot XG_i(t) = FG_i(t) \quad (23)$$

A solução da equação diferencial linear de segunda ordem descrita acima já é conhecida pela teoria de vibrações mecânicas. Neste trabalho, as respostas dinâmicas foram calculadas analítico e numericamente desprezando a resposta transitória. De acordo com Inman (2001), determina-se a resposta dinâmica em regime permanente (modo de vibração  $i$ ) por:

$$XG_i = \frac{FG_i}{KG_i} \cdot \chi_i \cdot \sin(\omega t - \theta_i) \quad (24)$$

Em que:

$\chi_i$  = fator de amplificação dinâmica relativo ao modo de vibração  $i$ ;

$\omega$  = frequência de excitação;

$\theta_i$  = ângulo de fase da resposta em regime permanente referente ao modo de vibração  $i$ .

O fator de amplificação dinâmica depende diretamente da frequência de excitação imposta pelo carregamento externo, bem como do fator de amortecimento do sistema em análise. A Equação (25) estabelece a relação matemática desse importantíssimo conceito:

$$\chi_i = \frac{1}{\sqrt{(1-r_i^2)^2 + (2\cdot\zeta_i\cdot r_i)^2}} \quad (25)$$

Em que:

$r_i$  = razão de frequências relativa ao modo de vibração  $i$ ;

$\zeta_i$  = fator de amortecimento modal.

A razão de frequências é a relação entre a frequência de excitação e a frequência natural do sistema. Já o fator de amortecimento, pode ser estimado experimentalmente com base nas respostas em frequência (método da largura de banda). Dessa forma, pode-se reescrever a Equação (24) como:

$$XG_i = \frac{FG_i}{KG_i} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-r_i^2)^2 + (2\cdot\zeta_i\cdot r_i)^2}} \cdot \sin(\omega t - \theta_i) \quad (26)$$

Esta expressão matemática é conceituada como a resposta dinâmica de um sistema genérico no domínio do tempo. Para avaliar os deslocamentos do sistema no domínio da frequência, considera-se  $\sin(\omega t - \theta_i) = 1$ , pois se trata do valor máximo que a função seno pode atingir. Portanto, reescrevendo a Equação (26), tem-se:

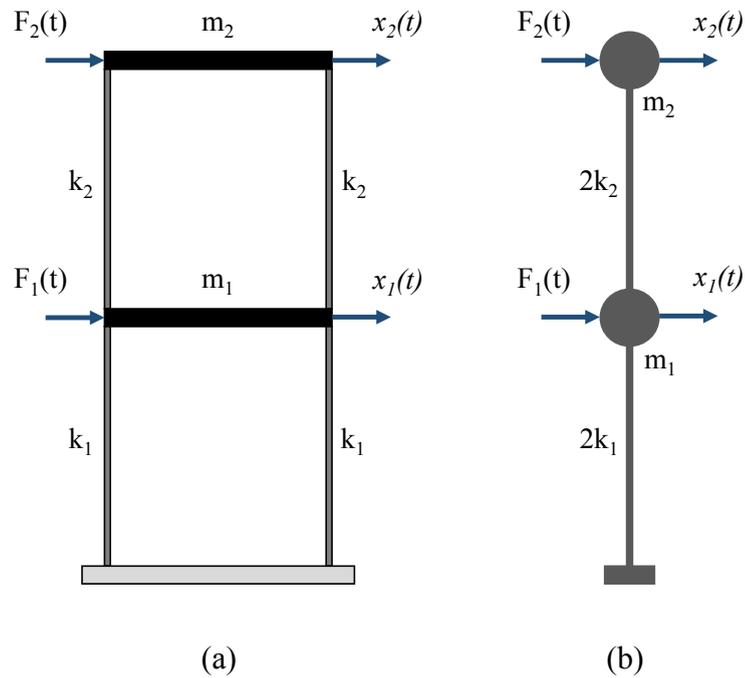
$$XG_i = \frac{FG_i}{KG_i} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-r_i^2)^2 + (2\cdot\zeta_i\cdot r_i)^2}} \quad (27)$$

Uma vez que a frequência de excitação varia, obtêm-se os deslocamentos máximos pela relação matemática prescrita acima. Neste trabalho, foi utilizada essa abordagem a fim de determinar as repostas em frequência de um protótipo estrutural com 2 GDL e, em seguida, comparar os resultados obtidos por intermédio de simulações numéricas.

### 3.2 Sistemas Com Dois Graus de Liberdade

Num modelo físico com dois graus de liberdade, haverá duas frequências naturais, assim como, apresentará modos naturais de vibração inerentes a cada valor de frequência. Dessa forma, haverá duas equações de movimento acopladas, nas quais duas coordenadas descreverão a vibração do sistema (INMAN, 2021). Na Figura 22, é ilustrado um modelo estrutural do tipo pórtico com dois graus de liberdade, em que cada coordenada indicada na direção horizontal,  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$ , representa um grau de liberdade.

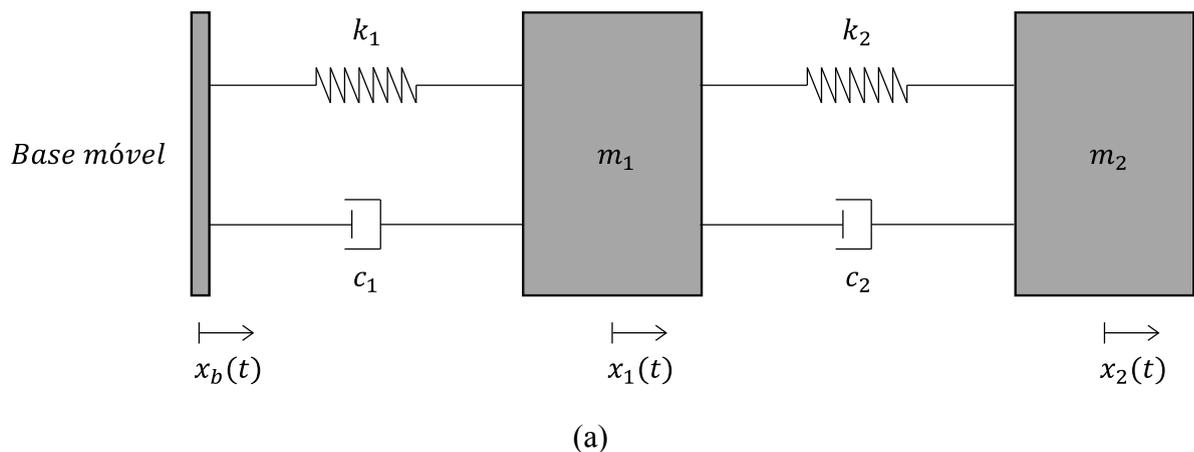
Figura 22 – Sistema com dois graus de liberdade. (a) Idealização de um pórtico com 2 GDL; (b) Discretização do modelo.

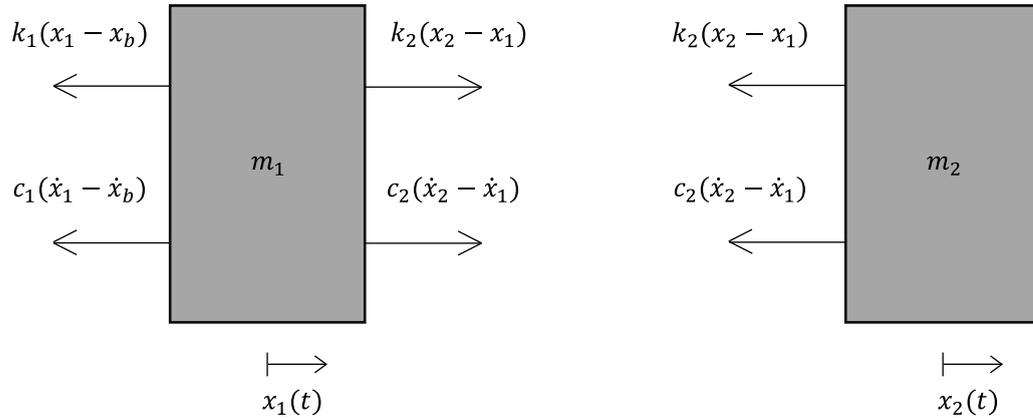


Fonte: Soriano (2014), adaptado pelo autor.

Neste trabalho, a modelagem matemática do sistema estrutural foi embasada no princípio fundamental da dinâmica de estruturas, a Segunda Lei de Newton. Assim, formularam-se as equações de movimento que governam o protótipo estrutural, considerando o modelo físico sob vibração forçada (excitação de base). A representação do sistema massa-mola-amortecedor abordado nesta pesquisa, tal como o respectivo Diagrama de Corpo Livre (DCL), são mostrados na Figura 23.

Figura 23 – Modelo teórico. (a) Sistema mecânico com 2 GDL; (b) DCL das massas concentradas do sistema.





(b)

Fonte: Autoria própria.

A partir do DCL da Figura 23(b), podem ser modeladas matematicamente as equações de movimento correspondentes a cada massa concentrada do modelo dinâmico. Em relação a convenção de sinais, adotou-se o sentido para a direita como positivo. Portanto, a formulação matemática referente ao primeiro pavimento do sistema físico, com massa  $m_1$ , é descrita por:

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 = -k_1 \cdot (x_1 - x_b) - c_1 \cdot (\dot{x}_1 - \dot{x}_b) + k_2 \cdot (x_2 - x_1) + c_2 \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \cdot \dot{x}_1 + (k_1 + k_2) \cdot x_1 - c_2 \cdot \dot{x}_2 - k_2 \cdot x_2 = c_1 \cdot \dot{x}_b + k_1 \cdot x_b \quad (28)$$

Em que a excitação dinâmica atuante na base do sistema,  $F_b(t)$ , pode ser representada notadamente por:

$$F_b(t) = c_1 \cdot \dot{x}_b + k_1 \cdot x_b \quad (29)$$

O movimento de base,  $x_b(t)$ , é considerado harmônico e caracterizado matematicamente por uma função temporal do tipo:

$$x_b(t) = X_b \cdot \sin(\omega_b t) \quad (30)$$

Em que:

$X_b$  = amplitude do movimento de base;

$\omega_b$  = frequência de excitação da base móvel.

Aplicando a primeira derivada em relação ao tempo (t) na Equação (30), tem-se a função da velocidade (base móvel):

$$\dot{x}_b(t) = \omega_b \cdot X_b \cdot \cos(\omega_b t) \quad (31)$$

Diante disso, pode-se reescrever a Equação (28) como:

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \cdot \dot{x}_1 + (k_1 + k_2) \cdot x_1 - c_2 \cdot \dot{x}_2 - k_2 \cdot x_2 = X_b \cdot (c_1 \omega_b \cdot \cos(\omega_b t) + k_1 \cdot \sin(\omega_b t)) \quad (32)$$

Observa-se que no membro direito da Equação (32), há uma soma de um termo em cosseno e outro termo em seno, na qual ambos os termos apresentam o mesmo valor de frequência ( $\omega$ ). Por intermédio de conceitos trigonométricos, tem-se que:

$$c_1 \omega_b \cdot \cos(\omega_b t) + k_1 \cdot \sin(\omega_b t) = \sqrt{k_1^2 + (c_1 \omega_b)^2} \cdot \sin(\omega_b t + \gamma) \quad (33)$$

Em que:

$\gamma$  = ângulo de fase associado ao carregamento dinâmico.

Calcula-se o ângulo de fase associado ao carregamento dinâmico empregando o arco tangente:

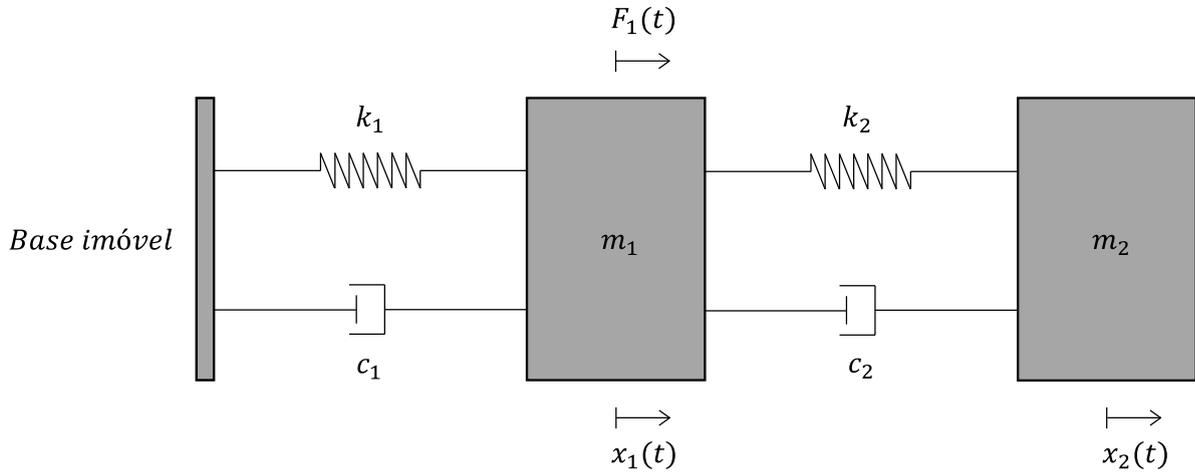
$$\gamma = \arctan\left(\frac{c_1 \omega_b}{k_1}\right) \quad (34)$$

Por fim, a Equação (32) torna-se:

$$m_1 \cdot \ddot{x}_1 + (c_1 + c_2) \cdot \dot{x}_1 + (k_1 + k_2) \cdot x_1 - c_2 \cdot \dot{x}_2 - k_2 \cdot x_2 = X_b \cdot \sqrt{k_1^2 + (c_1 \omega_b)^2} \cdot \sin(\omega_b t + \gamma) \quad (35)$$

Assim, pode-se tratar o problema dinâmico em questão como um sistema massa-mola-amortecedor com dois graus de liberdade sujeito a uma força externa equivalente, sendo esta aplicada no primeiro pavimento da estrutura (ALVES FILHO, 2008). Neste enquadramento, a intensidade da carga dinâmica atuante é contabilizada pelo fator que pré-multiplica a função senoidal na Equação (35), ou seja,  $F_{eq} = X_b \cdot \sqrt{k_1^2 + (c_1 \omega_b)^2}$ . A Figura 24 ilustra o sistema mecânico equivalente.

Figura 24 – Modelo de análise com base imóvel.



Fonte: Autoria própria.

Analogamente, pelo DCL da Figura 23(b), a modelagem matemática da massa concentrada que corresponde ao segundo pavimento do modelo físico,  $m_2$ , é descrita por:

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 = -k_2 \cdot (x_2 - x_1) - c_2 \cdot (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$

$$m_2 \cdot \ddot{x}_2 + c_2 \cdot \dot{x}_2 + k_2 \cdot x_2 - c_2 \cdot \dot{x}_1 - k_2 \cdot x_1 = 0 \quad (36)$$

No item 3.1, foi mencionado o procedimento da álgebra matricial com o qual se trabalha na dinâmica estrutural. Portanto, escrevendo as equações de movimento (35) e (36) conforme a notação matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{eq} \cdot \sin(\omega_b t + \gamma) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (37)$$

É importante ressaltar que, o cálculo da matriz de amortecimento teve como base o amortecimento de Rayleigh ou amortecimento proporcional, prescrito por uma combinação linear entre as matrizes de massa e de rigidez. Portanto:

$$[C] = \alpha \cdot [M] + \beta \cdot [K] \quad (38)$$

As constantes  $\alpha$  e  $\beta$  são, respectivamente, coeficientes proporcionais de massa e de rigidez (INMAN, 2001). Para obter os valores numéricos de  $\alpha$  e  $\beta$ , tem-se a seguinte relação:

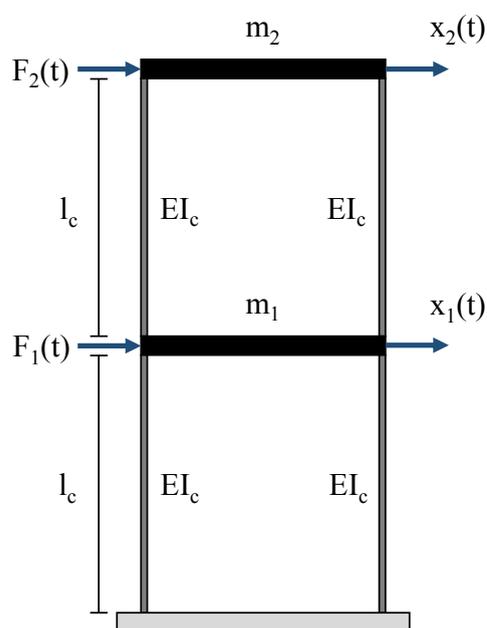
$$\zeta_i = \frac{\alpha}{2\omega_{ni}} + \frac{\beta\omega_{ni}}{2} \quad i = 1, 2 \quad (39)$$

No caso de um sistema mecânico com dois graus de liberdade, resolve-se um sistema de equações lineares a fim de calcular  $\alpha$  e  $\beta$ . O algoritmo computacional que descreve este procedimento matemático se encontra no Apêndice A.

### 3.3 Rigidez Analítica do Sistema Estrutural

Para realizar a análise modal da estrutura do tipo pórtico, faz-se necessário calcular a rigidez à flexão de cada pavimento, conforme a idealização exposta pela Figura 25. Neste caso, as colunas do protótipo representam os elementos de mola de um sistema mecânico genérico não amortecido com 2 GDL. As dimensões longitudinais das colunas correspondem ao vão livre entre os pontos de engaste, conhecidos como as condições de contorno do problema.

Figura 25 – Modelo idealizado das colunas do pórtico.



Fonte: Rao (2008), adaptado pelo autor.

Segundo Chopra (1995), a expressão matemática da rigidez à flexão de cada pavimento do sistema em estudo ( $k_i$ ), formulada por meio dos conceitos da mecânica estrutural, é estabelecida pela Equação (40):

$$k_i = \frac{24 \cdot E \cdot I_c}{l_c} \quad i = 1, 2 \quad (40)$$

Em que:

$E$  = módulo de elasticidade do material das colunas do pórtico;

$I_c$  = momento de inércia das colunas do pórtico;

$l_c$  = comprimento das colunas do pórtico.

Nota-se que a expressão matemática descrita acima contabiliza a associação em paralelo dos elementos estruturais (colunas), calculando, portanto, a rigidez equivalente do respectivo pavimento. Destaca-se que, neste trabalho, adotou-se o módulo de elasticidade do aço inoxidável (material das colunas do sistema físico) como sendo 155 GPa, proposto por Gonçalves (2016), no intuito de garantir a convergência entre os valores de frequências obtidos pelas abordagens analíticas e experimentais.

O momento de inércia de cada coluna trata-se do parâmetro geométrico referente ao eixo de menor inércia (menor rigidez à flexão). Como esses elementos estruturais apresentam seção transversal com geometria retangular, obtém-se o momento de inércia pela seguinte relação:

$$I_c = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (41)$$

$b$  = base da seção transversal do perfil;

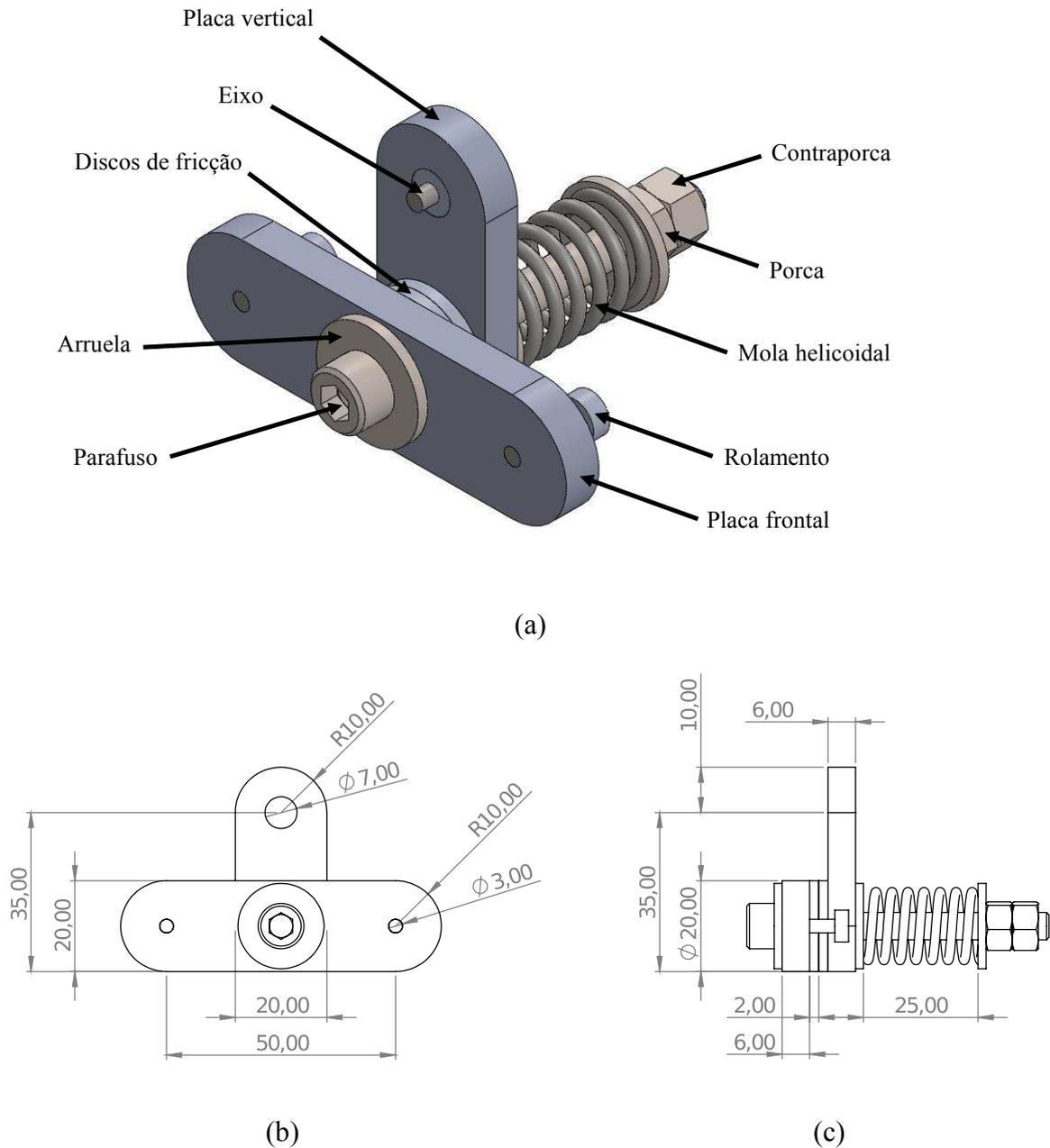
$h$  = altura da seção transversal do perfil.

Os parâmetros teóricos (momento de inércia,  $I_c$ , rigidez do primeiro pavimento,  $k_1$ , e rigidez do segundo pavimento,  $k_2$ ) foram calculados em ambiente MATLAB®.

### 3.4 Modelagem Matemática do Dispositivo de Amortecimento Friccional

Preliminarmente, realizou-se a modelagem CAD do DAF por meio do *software* SolidWorks®, para avaliar os componentes do sistema de controle passivo e propiciar um melhor entendimento na idealização da formulação matemática. A Figura 26 apresenta o modelo computacional do dispositivo em estudo e suas dimensões em milímetros.

Figura 26 – Modelos computacionais. (a) Modelagem CAD do DAF em vista isométrica; (b) Desenho 2D (vista frontal); (c) Desenho 2D (vista lateral).

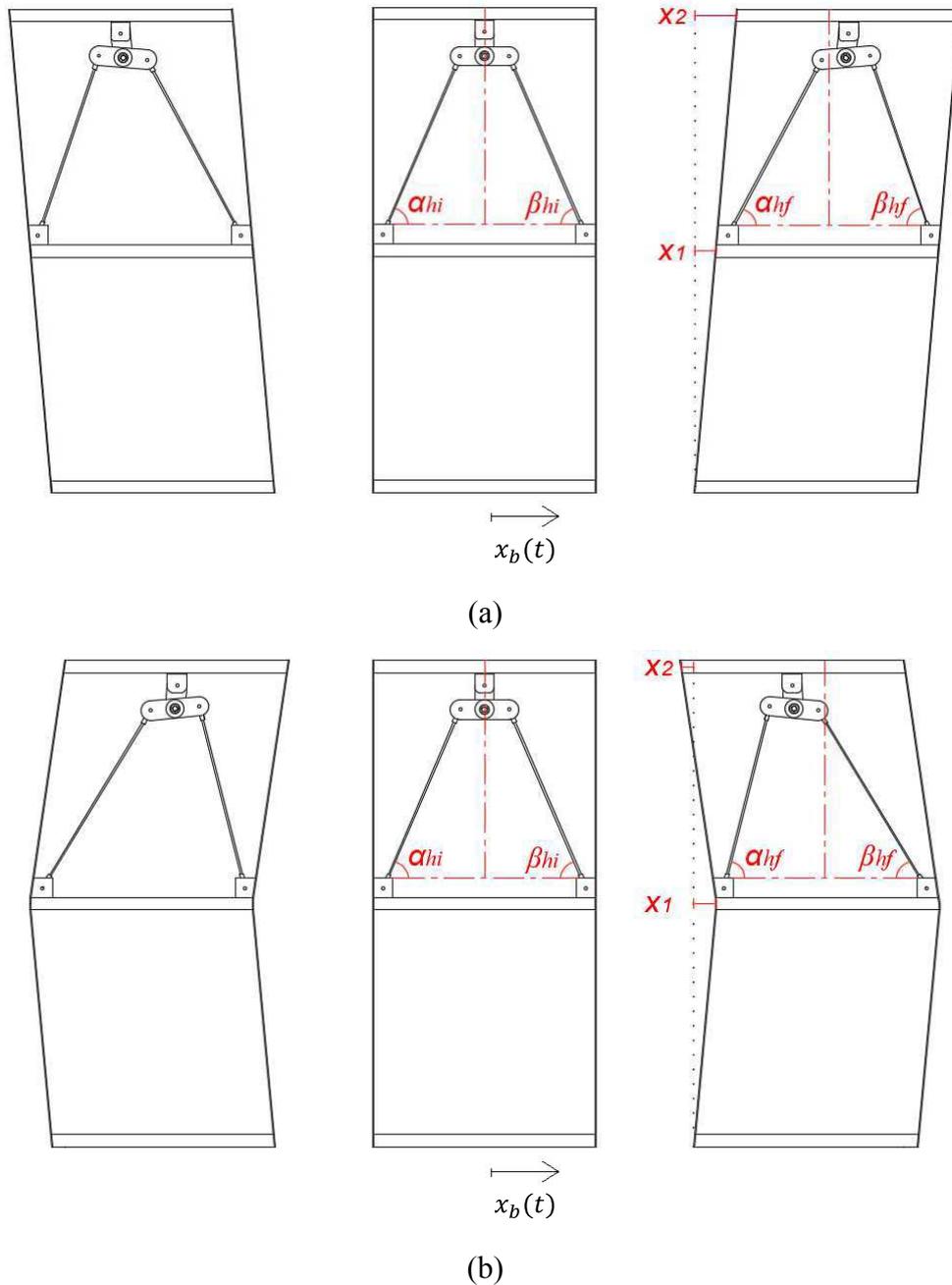


Fonte: Autoria própria.

A função do mecanismo atenuador de vibrações empregado nesta pesquisa é a dissipação de energia mecânica por atrito, como já citado no item 1.1. Em especial, se trata do atrito seco induzido pelo contato superficial entre os discos de fricção do sistema de controle passivo. Na Figura 27, exibe-se o arranjo do DAF incorporado na estrutura do tipo pórtico, conforme as possíveis configurações deformadas do modelo dinâmico em análise. As formas modais do sistema estrutural serão detalhadas adiante. No Apêndice B, são expostos os

desenhos técnicos do pórtico com 2 GDL provido do DAF, assim como as representações bidimensionais dos elementos secundários (hastes, elos e suportes de fixação).

Figura 27 – Configurações do DAF incorporado na estrutura com 2 GDL. (a) Primeiro arranjo; (b) Segundo arranjo.



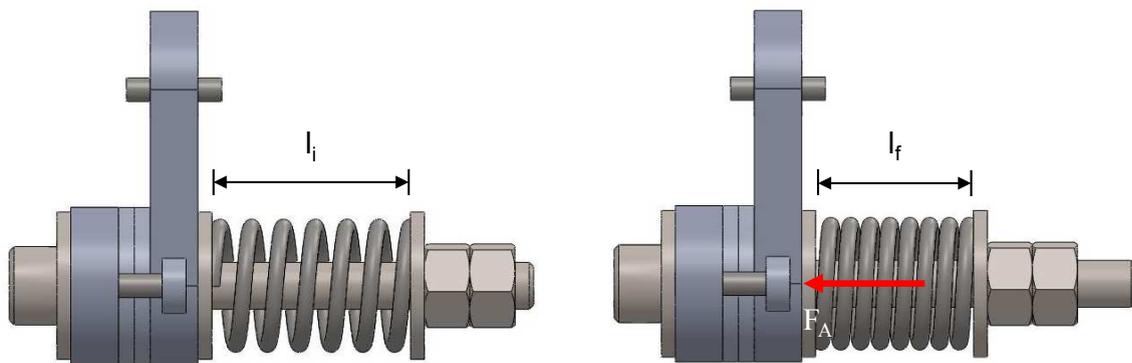
Fonte: Autoria própria.

Quando a estrutura do tipo pórtico está sujeita, por exemplo, a um movimento de base,  $x_b(t)$ , as massas concentradas se deslocam no mesmo sentido ou em sentidos opostos, a depender do modo natural de vibração. Dessa forma, as placas vertical e frontal do DAF executam movimentos de rotação, sendo acionadas pelo sistema de contraventamento para

desenvolverem as forças dissipativas provenientes do atrito seco. As variáveis  $\alpha_{hi}$  e  $\beta_{hi}$  denotam os ângulos de inclinação das hastes na condição de equilíbrio estático, enquanto  $\alpha_{hf}$  e  $\beta_{hf}$ , expressam os ângulos de inclinação das hastes à medida que a estrutura sofre deslocamentos laterais máximos ( $x_1$  e  $x_2$ ).

Uma hipótese pertinente para o início da modelagem matemática do sistema de controle passivo é a aplicação da Lei de Hooke. Na Figura 28, pode ser observada a ação de uma força axial,  $F_A$ , quando ocorre a deformação do elemento de mola. Essa força atua perpendicularmente às superfícies de contato dos discos de fricção e, portanto, produz uma pressão uniformemente distribuída e de ação permanente entre os elementos dissipadores.

Figura 28 – Vista lateral do DAF sem e com a ação da força axial.



Fonte: Autoria própria.

Neste caso, a força axial,  $F_A$ , fundamentada pela Lei de Hooke, é descrita por:

$$F_A = k_M \cdot x_M = k_M \cdot (l_i - l_f) \quad (42)$$

Em que:

$k_M$  = rigidez da mola helicoidal;

$x_M$  = deslocamento axial imposto na mola helicoidal;

$l_i$  = comprimento inicial da mola helicoidal;

$l_f$  = comprimento final da mola helicoidal.

Uma vez que a mola helicoidal sofre um deslocamento axial (compressão), torna-se possível contabilizar a carga normal aplicada no DAF. Com base nisso, a força de atrito presente no contato superficial entre os discos de fricção ( $F_{AT}$ ) é oriunda da força axial ( $F_A$ ),

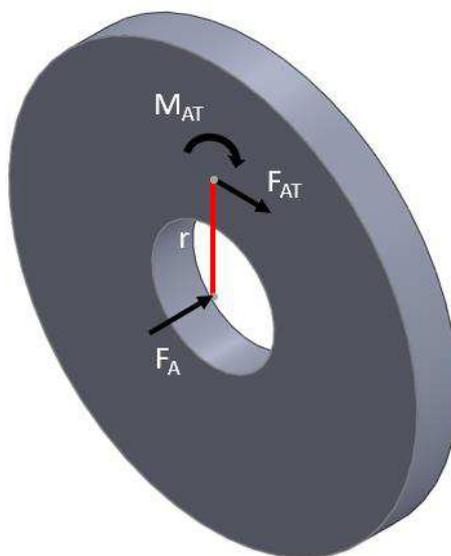
caracterizando a dissipação de energia mecânica do sistema. Por intermédio dos conceitos da física clássica, sabe-se que:

$$F_{AT} = \mu \cdot F_A \quad (43)$$

$\mu$  = coeficiente de atrito.

O coeficiente de atrito é mensurado pela rugosidade das superfícies de contato dos discos de fricção. Como o DAF realiza um deslocamento angular, convém determinar o momento de atrito solicitante ( $M_{AT}$ ) devido ao contato superficial (atrito seco). Na Figura 29, tem-se um esquema representativo dos esforços atuantes em um ponto de análise do elemento dissipador.

Figura 29 – Esforços solicitantes oriundos da carga normal aplicada.



Fonte: Autoria própria.

Nessa perspectiva, calcula-se o momento de atrito pela seguinte expressão matemática:

$$M_{AT} = F_{AT} \cdot r \quad (44)$$

Em que:

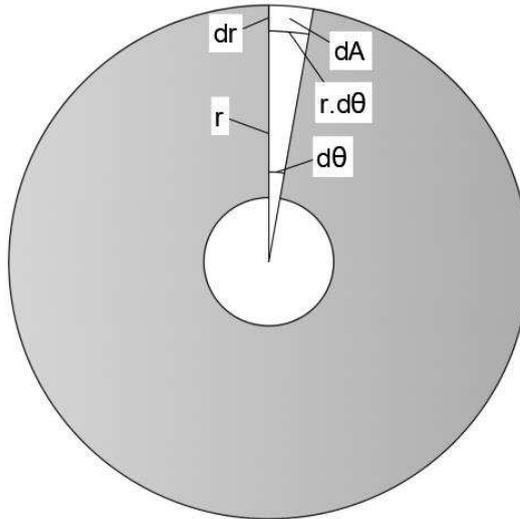
$r$  = raio do disco de fricção.

Em qualquer ponto de análise (área do disco de fricção), admite-se um raio,  $r$ , para efeito de cálculo do momento de atrito. Com base na Equação (43), pode-se reescrever a Equação (44) como:

$$M_{AT} = r \cdot \mu \cdot F_A \quad (45)$$

Outra forma para representar a força normal aplicada baseia-se no princípio da mecânica dos materiais, prescrito pelo produto entre a tensão normal (pressão de contato entre as superfícies dos discos de fricção) e a área superficial da geometria em estudo (BEER, 1995). A Figura 30 evidencia a análise geométrica em termos de coordenadas polares  $(r, \theta)$ , considerando um elemento diferencial de área ( $dA$ ) quando o sistema de controle passivo está sujeito a uma rotação  $d\theta$ .

Figura 30 – Disco de fricção sujeito a uma rotação genérica.



Fonte: Autoria própria.

A teoria do cálculo diferencial e integral fornece o conceito de integral dupla. Dessa forma, é possível estabelecer a área superficial,  $A_S$ , por:

$$A_S = \int_0^{2\pi} \int_{r_i}^{r_e} r \cdot dr \cdot d\theta \quad (46)$$

Neste caso,  $r$ , representa o Jacobiano que leva em conta a mudança de coordenadas cartesianas para coordenadas polares. Os limites de integração correspondentes aos diferenciais das variáveis em estudo ( $dr$  e  $d\theta$ ) são definidos por meio da geometria do disco de fricção, ilustrados pela Figura 30. Se tratando especificamente do raio externo e do raio interno da seção transversal do elemento dissipador, designam-se, respectivamente, os limites de integração  $r_e$  e  $r_i$ .

Com isso, o momento de atrito prescrito pela Equação (45) pode ser convenientemente calculado mediante a seguinte relação matemática:

$$M_{AT} = \int_0^{2\pi} \int_{r_i}^{r_e} (r \cdot \mu \cdot \sigma_A) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \quad (47)$$

Em que:

$\sigma_A$  = pressão de contato.

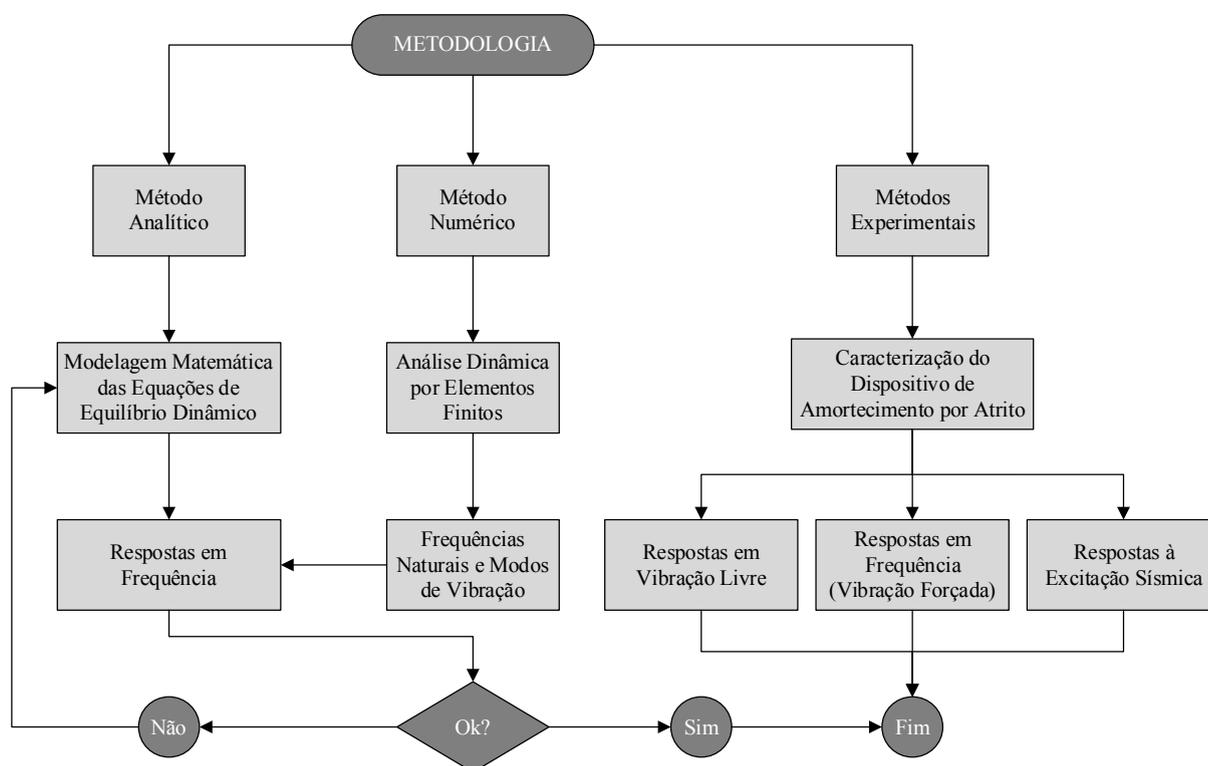
Aplicando as regras básicas de integração, tem-se que:

$$M_{AT} = \mu \cdot \sigma_A \cdot \int_0^{2\pi} \int_{r_i}^{r_e} r^2 \cdot dr \cdot d\theta \quad (48)$$

## 4 MATERIAIS E MÉTODOS

Este capítulo aborda a metodologia empregada na presente pesquisa, para analisar o comportamento de um sistema estrutural sob vibração livre, como também, submetido a ações dinâmicas de caráter periódico e aleatório. À vista disso, utilizou-se um protótipo metálico com 2 GDL já existente no Laboratório de Vibrações e Instrumentação (LVI), da Unidade Acadêmica de Engenharia Mecânica – UFCG, a fim de executar as simulações computacionais em ambiente MATLAB® e Ansys® Mechanical, assim como os ensaios experimentais. O fluxograma indicado pela Figura 31 mostra o desenvolvimento das etapas desta pesquisa.

Figura 31 – Descrição esquemática das etapas desenvolvidas para a realização das simulações computacionais e ensaios experimentais.



Fonte: Autoria própria.

### 4.1 Metodologia Analítica

#### 4.1.1 Análise Modal

Nesta etapa da análise dinâmica do sistema estrutural, foram desconsideradas as forças dissipativas no intuito de determinar as frequências naturais e os respectivos modos de vibração.

A abordagem analítica teve como base as formulações matemáticas descritas no item 3.1, que consistem na resolução do problema de autovalores e autovetores. Diante disso, implementou-se um algoritmo computacional por intermédio do *software* MATLAB®, para obter os valores numéricos das frequências de interesse, bem como as representações gráficas das configurações deformadas da estrutura. No Apêndice A, tem-se o código implementado.

#### 4.1.2 *Análise de Vibração Forçada*

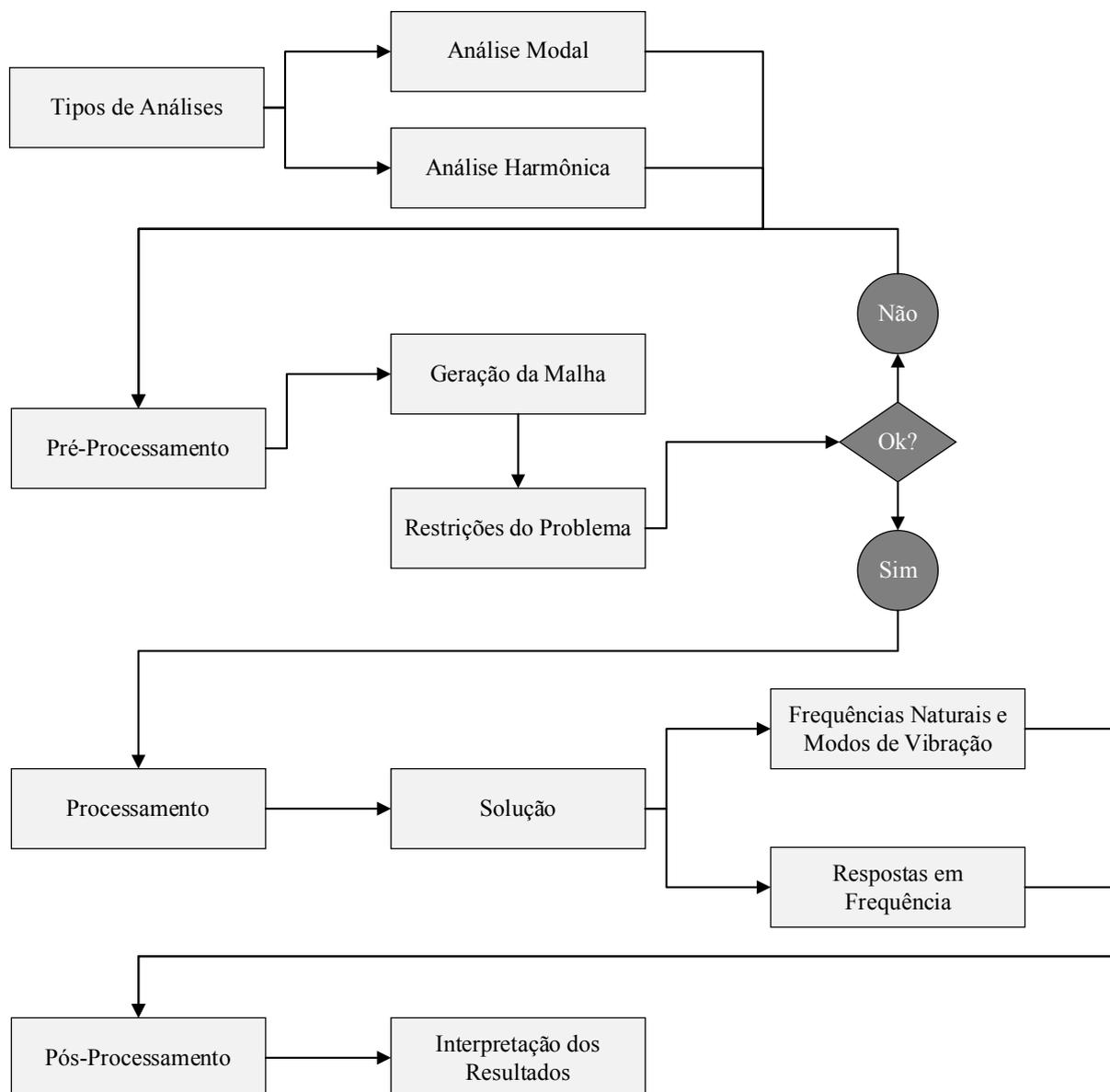
Na análise dos fenômenos vibratórios, torna-se imprescindível o estudo da resposta dinâmica no domínio da frequência. Assim, observam-se os valores máximos de amplitude (ou picos de resposta) referentes a uma grandeza física numa determinada faixa de frequências, seja deslocamento, velocidade ou aceleração.

O estudo da resposta em frequência desenvolvido neste trabalho, teve como fundamento a técnica da superposição modal, discutida na seção 3.1. Avaliou-se o sistema estrutural submetido a uma excitação pela base, descrita por uma função matemática de caráter senoidal, apresentada anteriormente na Equação (30). Para fins de análise, a amplitude do movimento de base foi definida como 0,7 mm. Além disso, considerou-se o fator de amortecimento correspondente a 0,005. Dessa forma, implementou-se um algoritmo computacional por meio do *software* MATLAB®, com o objetivo de calcular as respostas dinâmicas em cada pavimento do sistema físico. O código implementado se encontra no Apêndice A.

#### 4.2 *Metodologia Numérica*

Nesta etapa, realizou-se o estudo do comportamento dinâmico da estrutura via Método dos Elementos Finitos (MEF). Vale ressaltar que, nesta fase do projeto, não foi avaliado o modelo computacional provido do DAF, pois a simulação por elementos finitos apresenta um elevado grau de complexidade (sistema não linear devido à presença do atrito mecânico). O fluxograma da Figura 32 caracteriza as etapas de análise referentes ao modelo em elementos finitos desta dissertação.

Figura 32 – Etapas da análise dinâmica por elementos finitos.

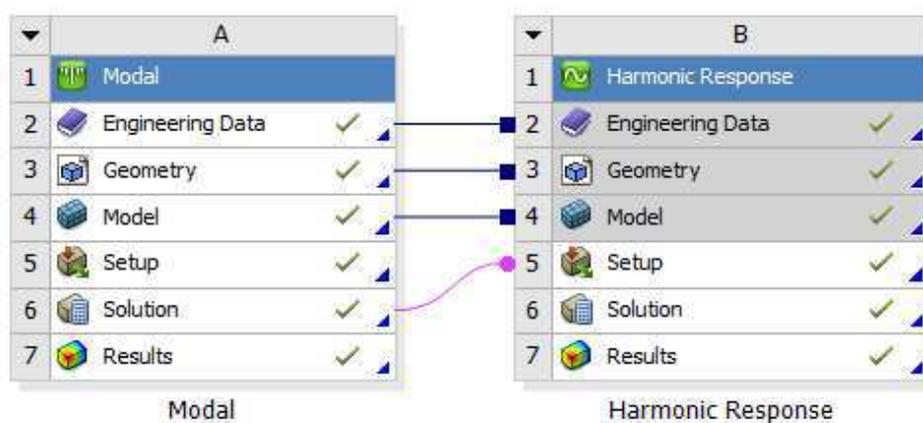


Fonte: Autoria Própria.

#### 4.2.1 Tipos de Análises

A primeira fase estabelece os tipos de análises executadas. Neste trabalho, empregaram-se os módulos de análise modal e análise harmônica dispostos no *software* Ansys® Workbench. Na Figura 33, tem-se a ilustração da interface gráfica da plataforma computacional utilizada.

Figura 33 – Interface gráfica do *software* Ansys® Workbench composta pelos módulos de análise modal e análise harmônica.



Fonte: Autoria própria.

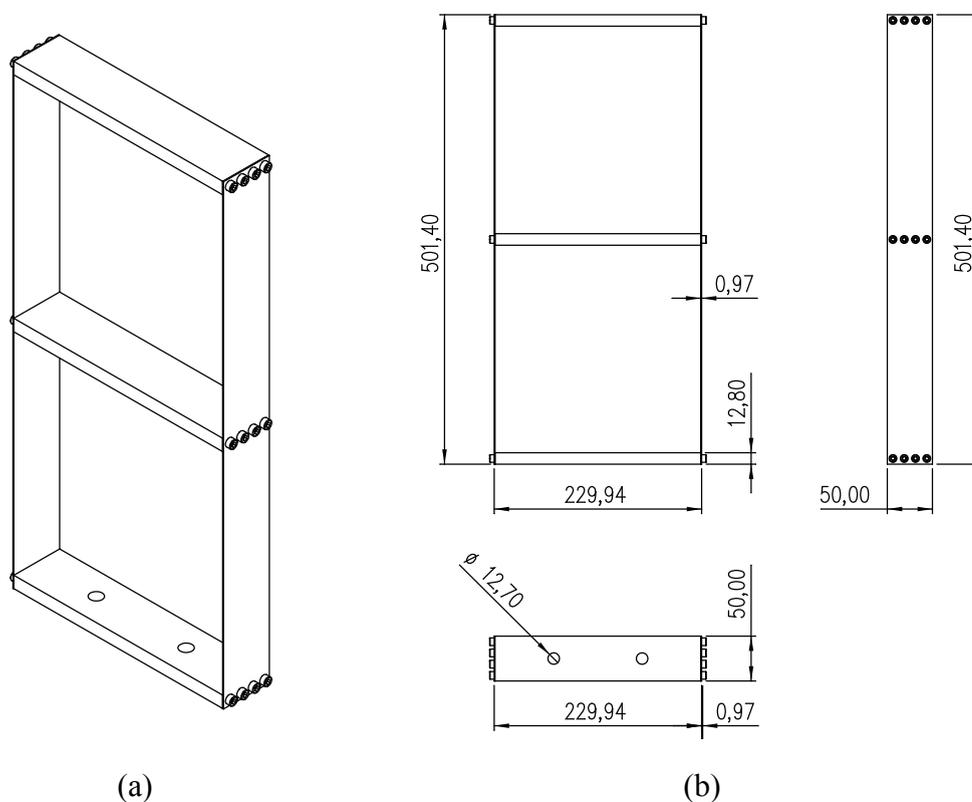
#### 4.2.2 Pré-processamento

Na fase de pré-processamento, definem-se as propriedades do material, gera-se a malha do modelo, assim como estabelecem-se as vinculações (ou condições de contorno) e o carregamento dinâmico.

##### 4.2.2.1 Geometria do Protótipo Estrutural

Realizou-se a modelagem computacional do protótipo com dois graus de liberdade mediante o *software* comercial SolidWorks®. Na Figura 34, têm-se a representação CAD do modelo em vista isométrica e as respectivas vistas bidimensionais com dimensões em milímetros.

Figura 34 – Modelagem geométrica do pórtico com 2 GDL. (a) Modelo 3D do sistema estrutural; (b) Vistas frontal, lateral e inferior do sistema estrutural.

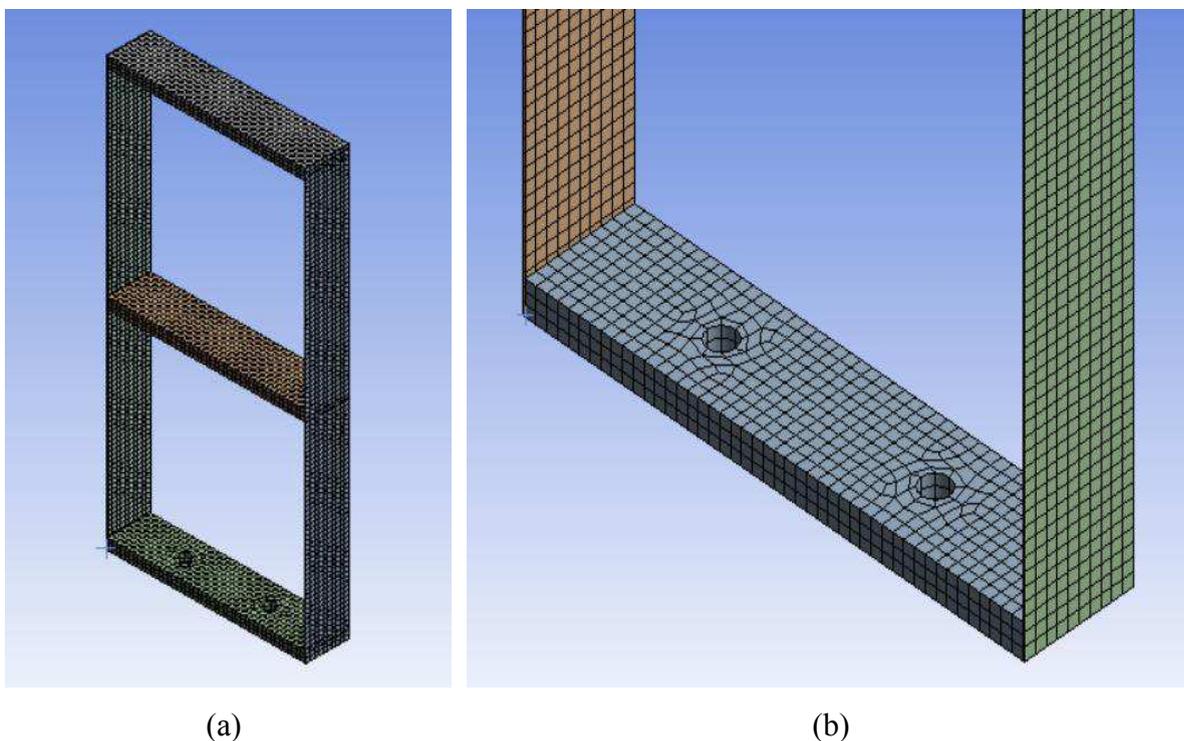


Fonte: Autoria própria.

#### 4.2.2.2 Malha

Importou-se a geometria CAD para o Ansys® Mechanical (plataforma integrada do Ansys® Workbench, responsável pela execução da simulação numérica). Posteriormente, iniciou-se o processo de geração da malha do modelo computacional, na qual foi constituída por 6.199 elementos hexaédricos e 38.120 nós. Especificou-se o controle da malha a partir do tamanho dos elementos, adotando-se, neste procedimento, 5 mm. Não se fez necessária uma avaliação da convergência de malha, pois os resultados obtidos na simulação numérica estiveram coerentes com os resultados analíticos. A Figura 35 mostra a malha gerada por intermédio do *software* de análise.

Figura 35 – Geração da malha. (a) Malha do sistema estrutural; (b) Detalhamento da malha.



Fonte: Autoria própria.

#### 4.2.2.3 Restrições

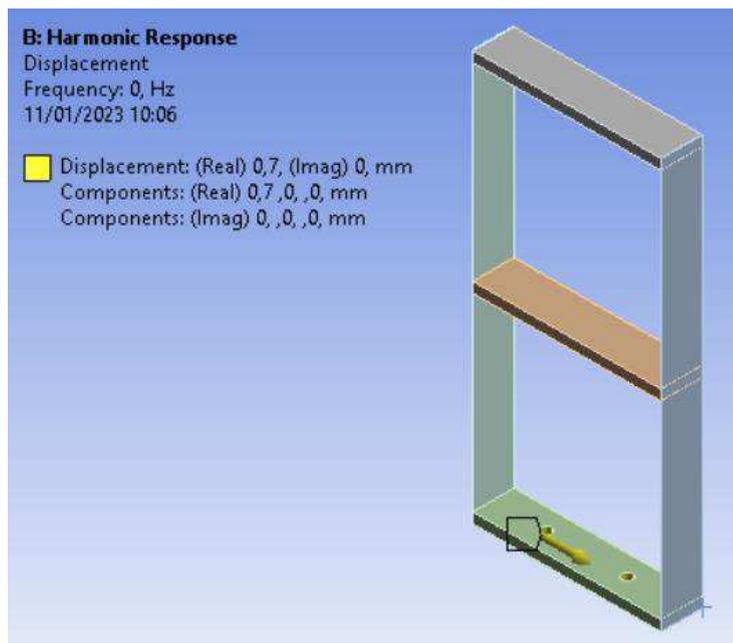
Estabeleceram-se as restrições ou vinculações na base do modelo em elementos finitos para proceder a análise dinâmica. Vale ressaltar que, sem a aplicação das condições de contorno a estrutura do tipo pórtico apresentaria apenas movimento de corpo rígido, isto é, não sofreria deformações.

#### 4.2.2.4 Excitação Dinâmica

Inicialmente, na análise modal, não foram impostos carregamentos dinâmicos na estrutura, pois este procedimento tem como finalidade, determinar as suas frequências naturais e os seus modos de vibração. Somente na análise harmônica, foi imposta uma sollicitação dinâmica (excitação pela base) para obter as respostas em frequência do protótipo estrutural. Analogamente ao método analítico, a amplitude do movimento de base esteve definida em 0,7 mm. Além disso, avaliou-se o problema dinâmico numa faixa de frequências que compreende 0 e 12 Hz, de modo a aumentar o número de pontos capturados e, conseqüentemente, reduzir o

esforço computacional. A Figura 36 apresenta a imposição e a direção da excitação senoidal atuante na base da estrutura, indicada por uma seta em amarelo.

Figura 36 – Sistema estrutural sujeito a uma excitação harmônica pela base.



Fonte: Autoria própria.

#### 4.2.3 *Processamento*

A etapa de processamento se trata da solução do problema dinâmico. Neste caso, são aplicadas as relações matemáticas que envolvem a abordagem numérica por elementos finitos, com o propósito de calcular as frequências naturais, os modos de vibração, tais como as representações gráficas das respostas em frequência (análise de vibração forçada) relativas a cada pavimento do protótipo estrutural.

#### 4.2.4 *Pós-processamento*

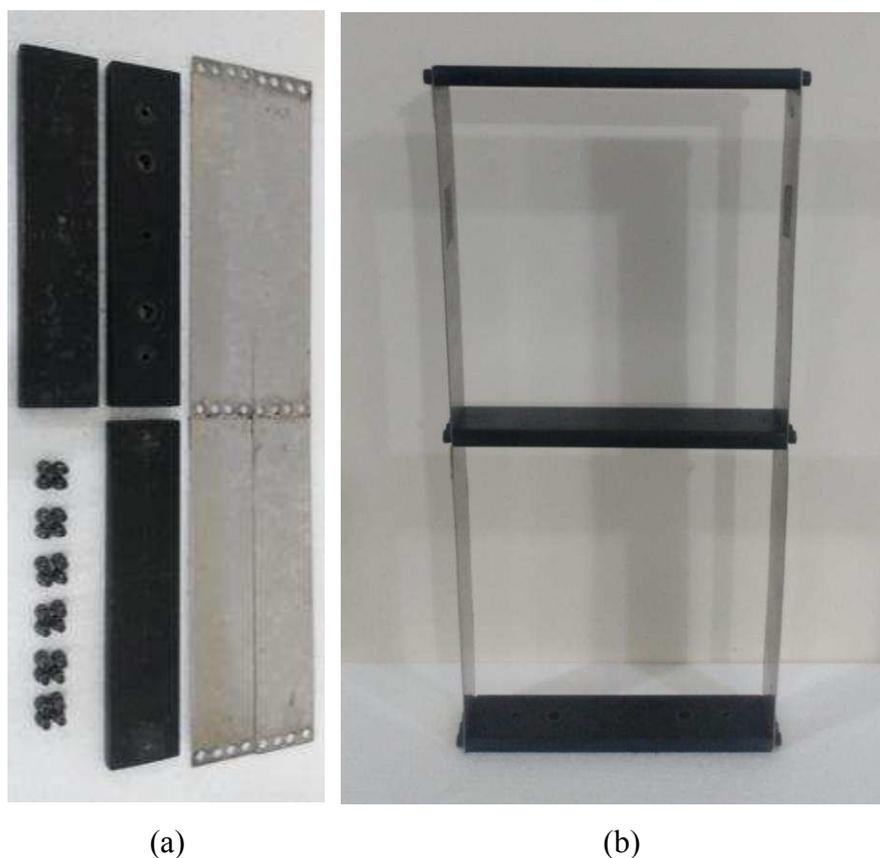
O pós-processamento consiste em verificar as respostas numéricas obtidas, procurando satisfazer a análise comparativa com o método analítico, pois se trata de um dos objetivos desta pesquisa. Destaca-se que o tratamento dos dados registrados na simulação em elementos finitos foi realizado via *software* MATLAB®.

### 4.3 Metodologia Experimental

#### 4.3.1 Protótipo Estrutural

O sistema físico empregado na presente pesquisa constitui-se estruturalmente por lâminas de aço inoxidável (colunas), e barras de aço SAE 1020 (pavimentos), como ilustra a Figura 37. Os elementos estruturais foram conectados por parafusos da classe Allen (cabeça cilíndrica UNC  $\frac{3}{4}$  in).

Figura 37 – Sistema estrutural com 2 GDL. (a) Componentes do protótipo; (b) Vista frontal do protótipo.



Fonte: Autoria própria.

A Tabela 1 explicita os principais parâmetros e quantidades de cada um dos componentes destinados à montagem do sistema estrutural utilizado nesta dissertação.

Tabela 1 – Especificações do modelo estrutural.

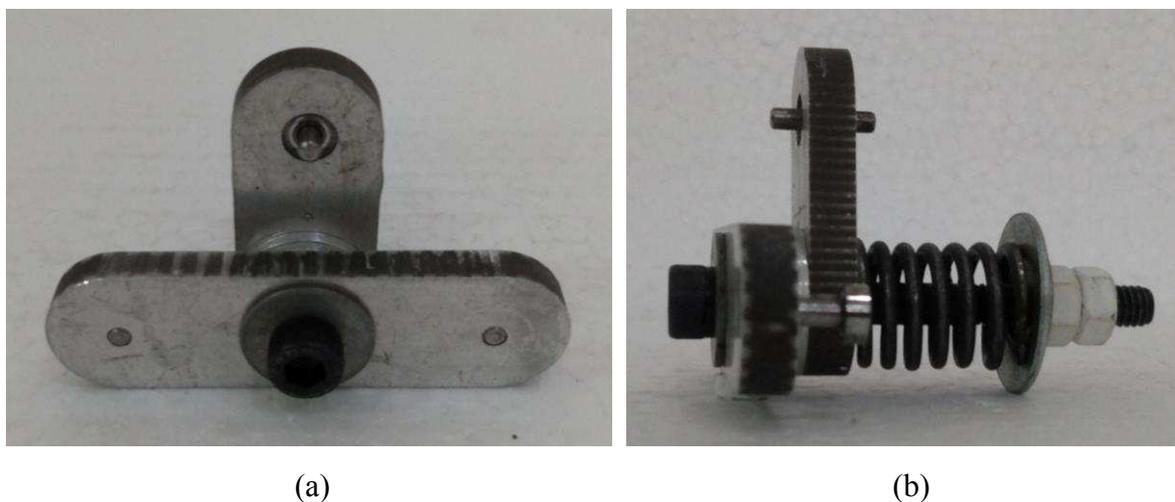
<b>Componente</b>	<b>Parâmetros Geométricos [mm]</b>	<b>Massa [kg]</b>	<b>Quantidade de Componentes [unidades]</b>
Barra de Aço 1020	228 x 50 x 12,80	1,12	3
Lâmina de Aço Inoxidável	501,40 x 50 x 0,97	0,190	2
Parafuso Allen (3/4 in)	9,5 x 15,5	0,004	24

Fonte: Autoria própria.

#### 4.3.2 Dispositivo de Amortecimento Friccional

Com base na modelagem CAD do DAF, foi possível selecionar os materiais e definir os parâmetros geométricos para a fabricação dos componentes do conjunto. O dispositivo mecânico pode ser observado na Figura 38.

Figura 38 – Dispositivo de amortecimento friccional. (a) Vista frontal do DAF; (b) Vista lateral do DAF.



Fonte: Autoria própria.

Neste caso, a placa frontal, a placa vertical, os discos de fricção e os eixos para a instalação dos rolamentos foram fabricados em alumínio, a fim de reduzir a massa do sistema de controle passivo. Além disso, utilizou-se uma mola helicoidal em aço, com comprimento de 25 mm, e um parafuso Allen (cabeça cilíndrica M6) para conectar os elementos do dispositivo.

### 4.3.3 Caracterização Dinâmica do DAF

A Figura 39 mostra o *setup* empregado para a caracterização dinâmica do DAF (1), visando obter as curvas da energia dissipada ( $E_D$ ) decorrente do contato superficial entre os discos de fricção (atrito seco). Realizou-se esta etapa com o auxílio de um excitador eletromecânico, denominado *Shake Table* (mesa vibratória). Este equipamento é de fabricação da Quanser, sendo comandado por uma plataforma computacional Shake Table II Control® ou pela interface gráfica do Simulink® via *software* MATLAB®. A Tabela 2 expõe as especificações técnicas desse equipamento conforme as informações fornecidas pelo fabricante.

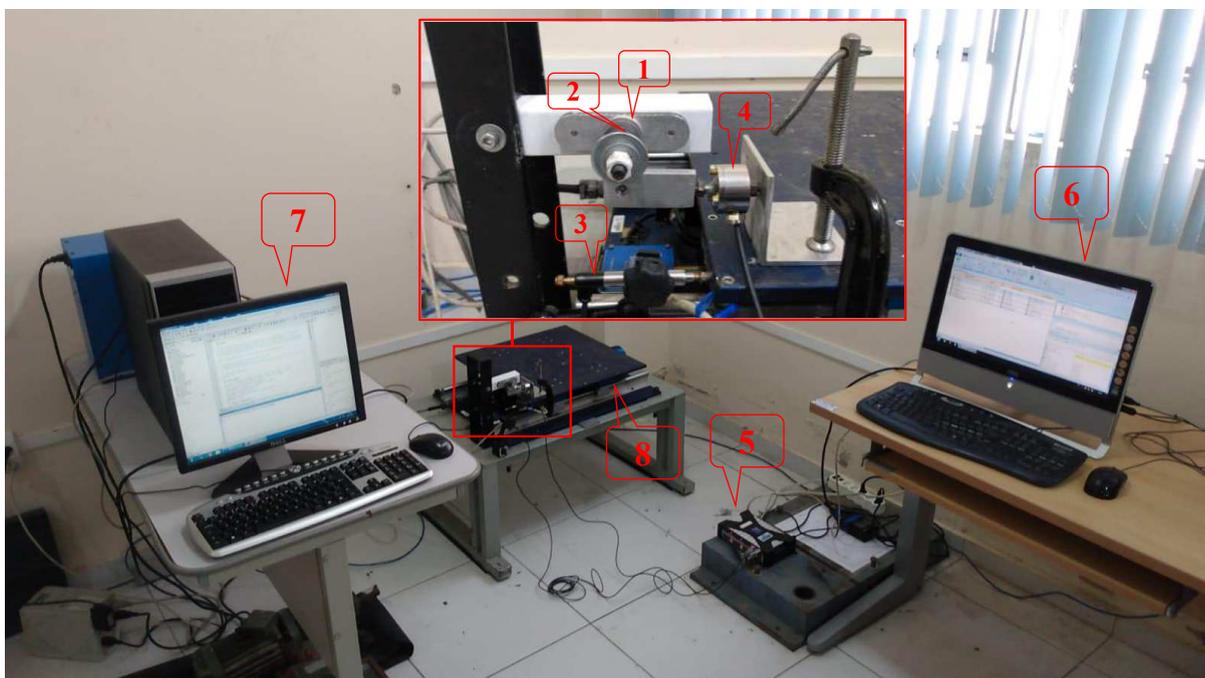
Tabela 2 – Detalhes técnicos da mesa vibratória.

Dimensões [m]	0,61 x 0,46 x 0,13
Massa Total [kg]	27,2
Deslocamento ou Curso Máximo [m]	0,0762
Aceleração Máxima [g]	2,5
Faixa de Operação (Intervalo de Frequências) [Hz]	0 – 20

Fonte: Quanser (2023).

Nestes ensaios dinâmicos, aplicou-se um deslocamento em torno de 2 mm no elemento de mola (2), que gera a força normal responsável por induzir o atrito entre as superfícies dos discos de fricção. Estes, possuem diâmetro externo de 20 mm e área superficial de contato correspondente a 283,48 mm<sup>2</sup>. Além disso, foram utilizados um transdutor de deslocamento (LVDT) do tipo WI – 5 mm (3) e uma célula de carga U9C HBM® (4), para capturar, respectivamente, os sinais temporais de deslocamento e força. Ambos os instrumentos estiveram conectados ao módulo de aquisição QuantumX – HBM (5), com a finalidade de executar o processamento dos sinais via *software* Catman Easy® (6) e permitir o armazenamento dos dados de saída. Realizou-se o tratamento dos dados coletados por intermédio do *software* MATLAB®.

Figura 39 – Procedimento experimental da caracterização dinâmica do DAF.



Fonte: Autoria própria.

Preliminarmente, os ensaios dinâmicos procederam-se a partir da definição dos dados de entrada mediante o algoritmo disposto no Simulink® (7), via *software* MATLAB®, com o intuito de controlar as amplitudes de deslocamento e frequência de excitação (simulação de sinais periódicos senoidais) da mesa vibratória (8). Dessa forma, variaram-se os parâmetros de deslocamento, sendo 0,6 mm, 0,8 mm e 1,0 mm, e de frequência, sendo 3 Hz e 8 Hz.

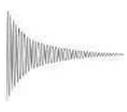
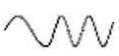
Os parâmetros relativos à frequência de excitação foram extraídos de experimentos anteriores (MORAES, 2017). Para cada valor de frequência predefinido, capturaram-se as curvas da energia dissipada variando-se a amplitude de deslocamento do excitador eletromecânico. Em seguida, avaliaram-se essas curvas fixando a amplitude de deslocamento em 1,0 mm, e modificando os parâmetros de frequência, sendo adotados 1,0 Hz, 1,2 Hz e 1,4 Hz. Esta etapa teve como objetivo principal, a verificação da mínima influência da  $E_D$  quando há variação da frequência de excitação. Vale ressaltar que, o período de operação foi estabelecido em 30 segundos para todos os ensaios (controle de cargas cíclicas).

#### 4.3.4 Ensaios Dinâmicos do Sistema Estrutural Sem e Com o DAF

Neste item, são apresentados os procedimentos experimentais para a coleta dos dados referentes às análises no domínio do tempo em vibração livre, às análises de resposta em

frequência (vibração forçada) e às respostas sísmicas. A Tabela 3 expõe a sequência do planejamento experimental do presente trabalho.

Tabela 3 – Planejamento experimental.

<b>Procedimento Experimental</b>	<b>Configurações de Ensaio</b>	<b>Etapas</b>	<b>Offset [mm]</b>	<b>Número de Ensaio</b>
Vibração Livre 	Deslocamento Lateral = 40 mm Apenas 2º Piso	Estrutura Original	-	01
		DAF Incorporado	1 mm	01
			3 mm	01
Vibração Forçada 	$Y = 0,7 \text{ mm pk}$ 1º e 2º Pisos	Estrutura Original	-	02
		DAF Incorporado	1 mm	02
			3 mm	02
Excitação Sísmica 	Mendocino Apenas 2º Piso	Estrutura Original	-	01
		DAF Incorporado	1 mm	01
			3 mm	01
Total	12 Testes			

Fonte: Autoria própria.

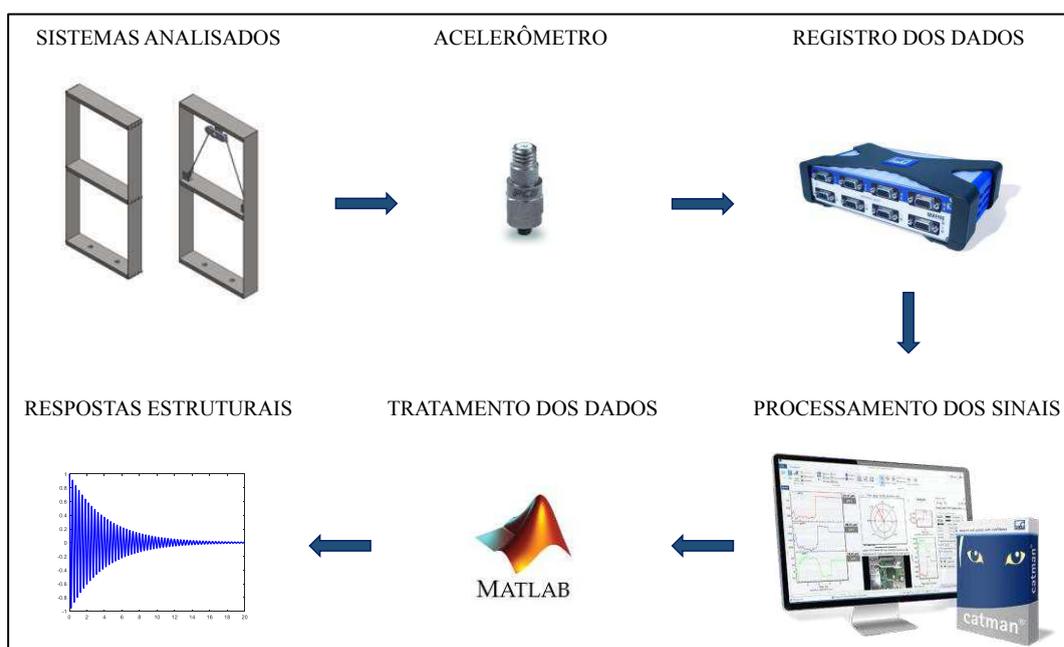
Nesta pesquisa, não foi avaliado o comportamento do sistema estrutural (sem e com o DAF) submetido a cargas impulsivas, como, por exemplo, testes dinâmicos nos quais se utilizam martelos de impacto, pois o mecanismo dissipador é ineficiente neste tipo de aplicação. As cargas impulsivas não transferem energia mecânica suficiente ao modelo dinâmico, de modo que as amplitudes de vibração são inadequadas para garantir a boa performance do DAF.

#### 4.3.4.1 Ensaio Dinâmico em Vibração Livre

Executaram-se os testes dinâmicos em vibração livre com o sistema estrutural fixado em uma mesa inercial, cuja frequência de ressonância gira em torno de 1,5 Hz (valor inferior às frequências naturais da estrutura do tipo pórtico). Neste procedimento experimental, foi imposto um deslocamento lateral de 40 mm (condição inicial) no segundo pavimento do protótipo estrutural, a fim de verificar o desempenho do DAF em três configurações adotadas, como já mencionadas na Tabela 3. Os sinais de saída (aceleração) foram captados mediante um

acelerômetro modelo PCB 352C68, interligado ao módulo de aquisição QuantumX – HBM por meio de um condicionador de sinais (responsável pela transmissão dos dados coletados). Com o auxílio das ferramentas computacionais Catman Easy® e MATLAB®, foi possível processar e tratar os dados experimentais. A Figura 40 mostra o diagrama representativo destes ensaios dinâmicos.

Figura 40 – Esquema de medição dos sinais de aceleração da estrutura com 2 GDL sob vibração livre.

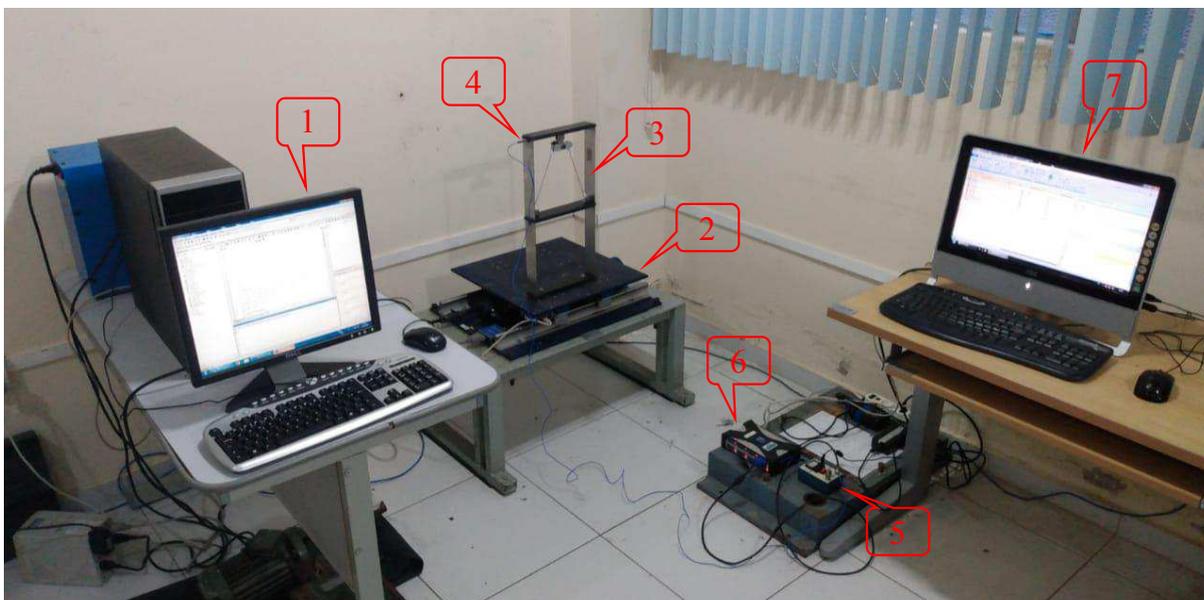


Fonte: Autoria própria.

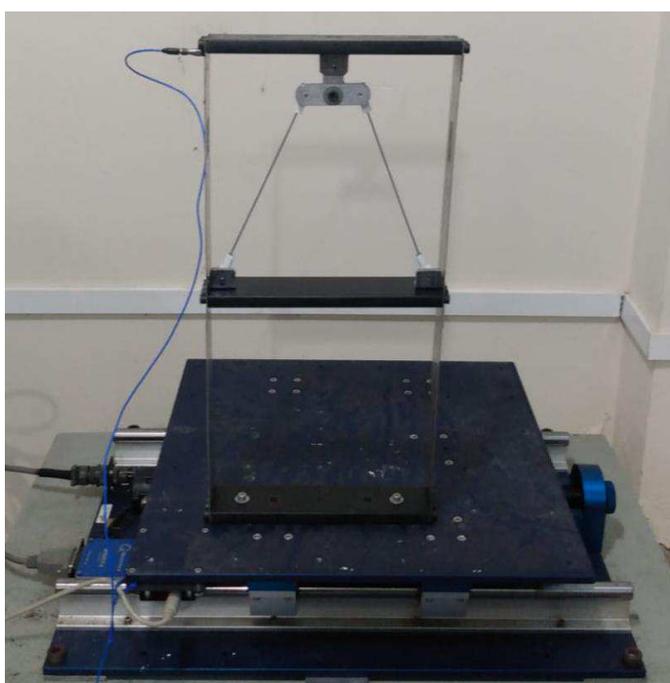
#### 4.3.4.2 Ensaios Dinâmicos em Vibração Forçada

Nesta etapa, realizaram-se testes dinâmicos nos quais o sistema estrutural esteve sujeito a uma excitação de base (vibração forçada). Estes ensaios consistem em estudar as respostas estruturais no domínio da frequência, ou seja, capturar as densidades espectrais de potência da estrutura do tipo pórtico. Empregou-se uma excitação do tipo senoidal (*sweep* de senos), com faixa de frequências preestabelecidas entre 0 e 12 Hz, amplitude de entrada correspondente a 0,7 mm e período de operação fixado em 60 segundos. Esta parametrização foi procedida a partir da plataforma integrada Simulink® (1), em ambiente MATLAB®, cujo programa computacional gerencia o excitador eletromecânico (2) para transferir energia mecânica ao protótipo estrutural (3). Na Figura 41, apresentam-se a montagem do sistema de medição e o modelo dinâmico provido do DAF.

Figura 41 – *Setup* experimental. (a) Esquema de montagem experimental do sistema estrutural; (b) Detalhe do protótipo com 2 GDL instalado na *Shake Table*.



(a)



(b)

Fonte: Autoria própria.

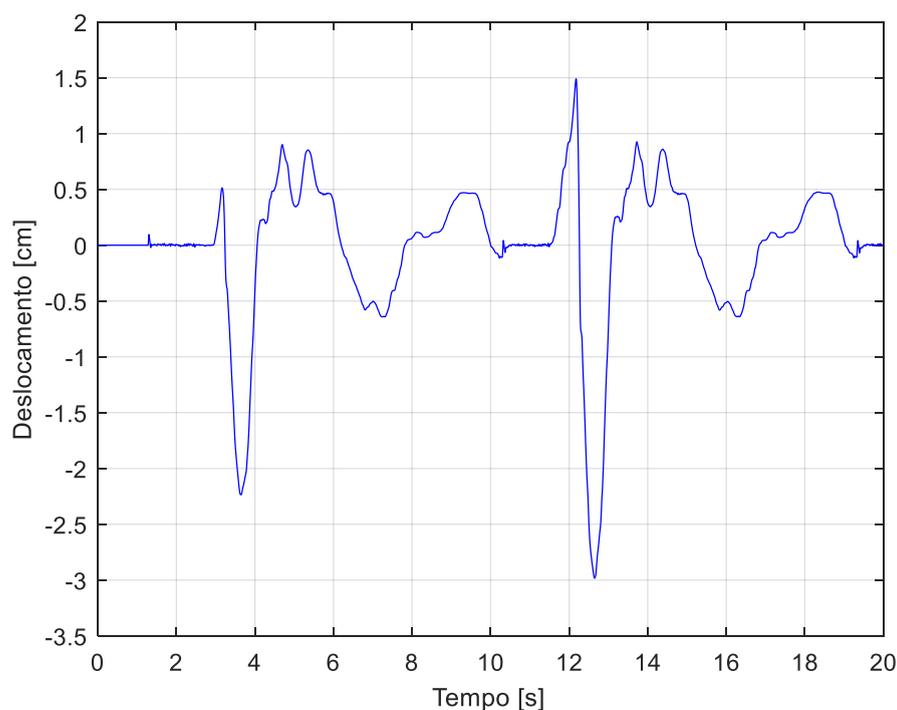
Analogamente a etapa de testes dinâmicos em vibração livre, capturaram-se os sinais de aceleração da estrutura mediante um sensor do tipo acelerômetro PCB 352C68 (4). Neste caso, conectou-se este sensor ao condicionador de sinais (5), que propicia a transmissão dos dados para o sistema de aquisição QuantumX – HBM (6). Além disso, utilizou-se o *software* Catman Easy® (7) no intuito de gerar os sinais coletados. Posteriormente, os dados experimentais foram

tratados via *software* MATLAB®, obtendo-se a Transformada Rápida de Fourier das respostas dinâmicas do protótipo estrutural sem e com o DAF, conforme as configurações de medição citadas na Tabela 3.

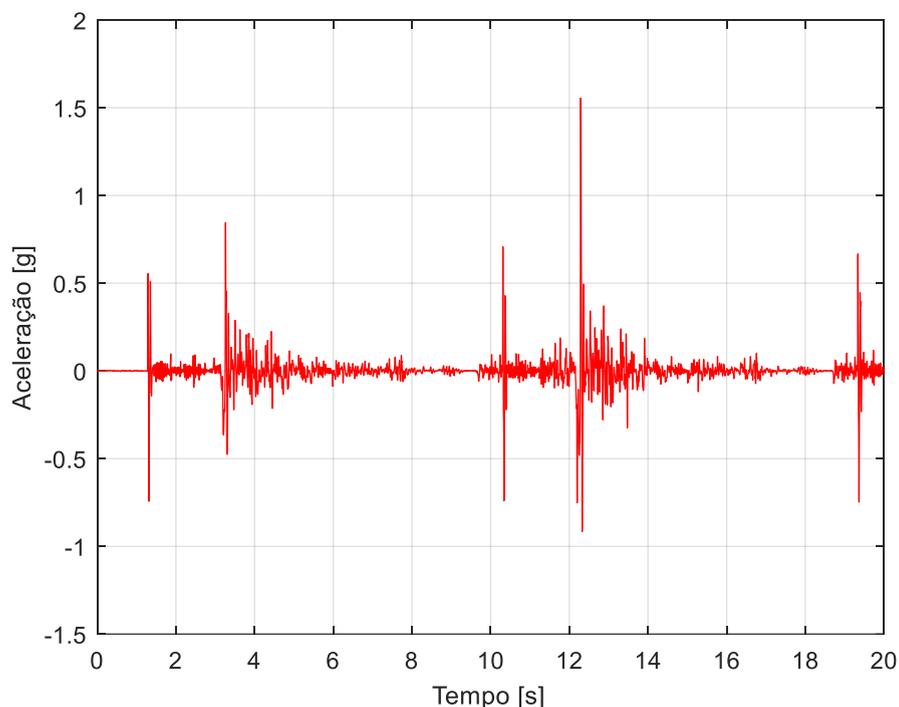
#### 4.3.4.3 Ensaios Dinâmicos sob Excitação Sísmica

Neste trabalho, o sistema estrutural foi submetido a uma excitação transiente, ocorrida em Mendocino (1992), região localizada no estado da Califórnia (EUA). O sismo apresentou magnitude de 7,2 na escala de magnitude de momento (Mw). A Figura 42 expõe os sinais temporais de deslocamento e aceleração da mesa vibratória (execução do movimento referente a excitação aleatória empregada nesta pesquisa).

Figura 42 – Sinais típicos gerados pela Shake Table (terremoto de Mendocino). (a) Deslocamento em função do tempo; (b) Aceleração em função do tempo.



(a)



(b)

Fonte: Autoria própria.

Esta etapa tem como objetivo principal, capturar as respostas sísmicas da estrutura sem e com a incorporação do DAF, para verificar a redução das amplitudes de aceleração do modelo dinâmico em estudo. Diante desse contexto, utilizou-se novamente uma mesa vibratória, gerenciada pela plataforma computacional Shake Table II Control®, com a finalidade de gerar o sinal transitório (abalo sísmico). O *setup* experimental de aferição dos sinais de aceleração da estrutura é análogo ao exposto pela Figura 41(a), dispondo de um acelerômetro modelo PCB 352C68 conectado a um condicionador de sinais, cuja função é transmitir os dados coletados para o módulo de aquisição QuantumX – HBM. Em seguida, empregou-se o *software* Catman Easy® no processamento/armazenamento dos sinais. Por fim, os dados experimentais foram tratados por intermédio do *software* MATLAB®.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 Resultados Analíticos

#### 5.1.1 Análise Modal

A importância da realização da análise modal é conhecer como a estrutura do tipo pórtico irá responder ao carregamento dinâmico aplicado. Os graus de liberdade apresentam movimentos oscilatórios simultâneos conforme os modos normais. Com o auxílio do *software* MATLAB®, calcularam-se analiticamente as frequências fundamentais do sistema estrutural, bem como as suas formas modais. A resolução do autoproblema permite identificar os autovalores e autovetores (estes, são comumente denotados por matrizes-coluna), evidenciados na Tabela 4.

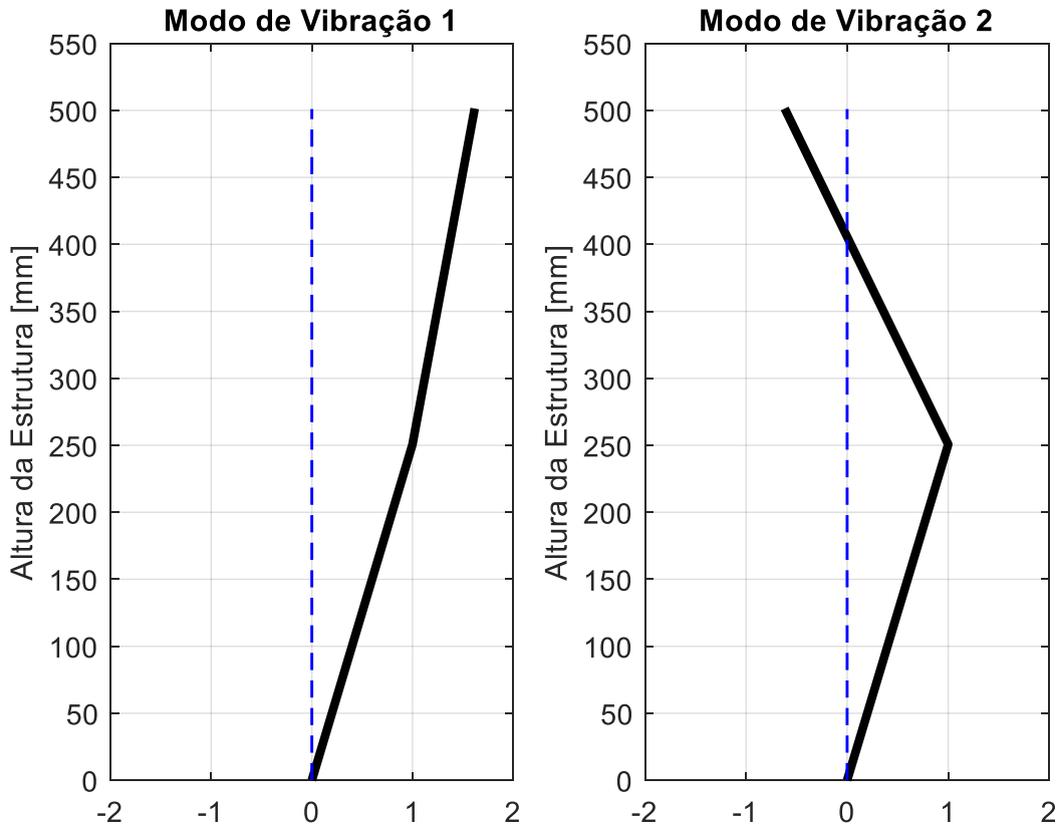
Tabela 4 – Parâmetros da análise modal calculados analiticamente.

<b>Frequências de Ressonância do Sistema Com 2 GDL</b>	
Primeira Frequência Natural	3,138 Hz
Segunda Frequência Natural	8,217 Hz
<b>Modos de Vibração do Sistema Com 2 GDL</b>	
Autovetores Associados a Primeira Frequência Natural	$\begin{Bmatrix} 1 \\ 1,62 \end{Bmatrix}$
Autovetores Associados a Segunda Frequência Natural	$\begin{Bmatrix} 1 \\ -0,62 \end{Bmatrix}$

Fonte: Autoria própria.

A Figura 43 exibe a representação gráfica dos modos normais de vibração (configuração deformada da estrutura em cada frequência fundamental), destacados na linha contínua em preto. A linha tracejada, em azul, ilustra a posição de equilíbrio estático da estrutura. Os deslocamentos das massas são responsáveis pela transformação mútua de energia cinética em energia potencial elástica, caracterizando a deformação das colunas do sistema físico. O autovetor associado a primeira frequência natural indica que os deslocamentos das massas atuam no mesmo sentido. Em contrapartida, o autovetor associado a segunda frequência natural expõe os deslocamentos de cada massa com sentidos opostos.

Figura 43 – Formas modais do sistema estrutural.

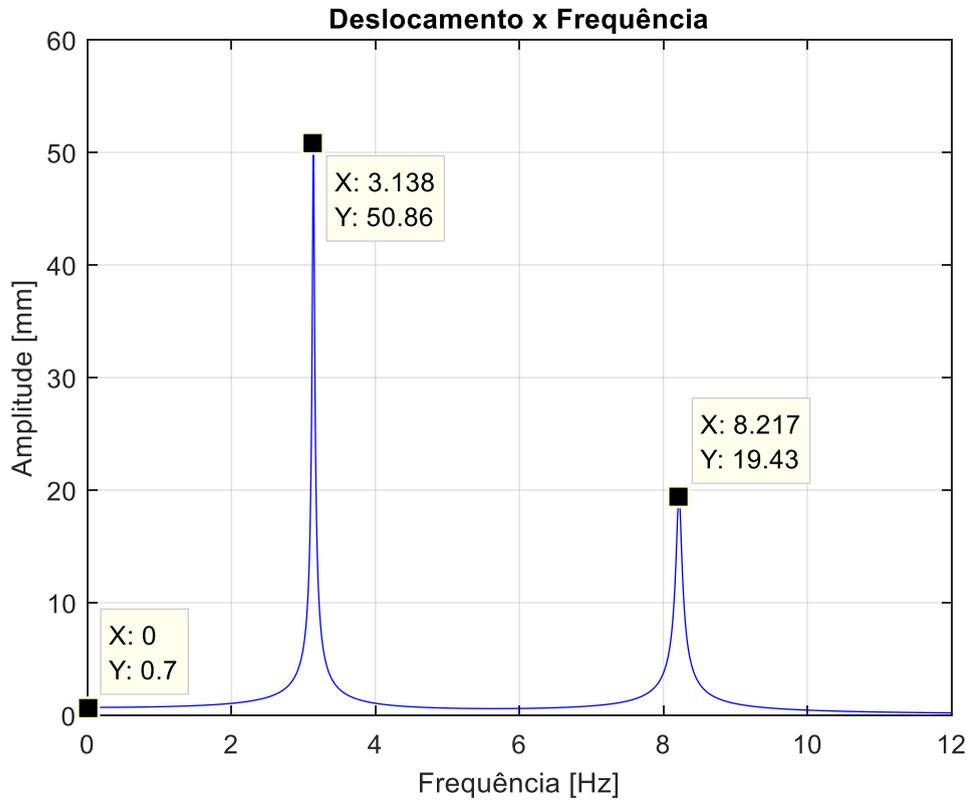


Fonte: Autoria própria.

### 5.1.2 Resposta em Frequência Analítica

A partir da implementação do algoritmo computacional no *software* MATLAB®, calculou-se analiticamente a resposta dinâmica no domínio da frequência correspondente ao primeiro pavimento do modelo estrutural, tomando como base a Equação (27). Na Figura 44, percebem-se os picos de amplitude (deslocamentos máximos) nas frequências de 3,138 Hz e 8,217 Hz, uma vez que são as frequências naturais da estrutura. Para estes valores de frequência, as amplitudes de deslocamento do protótipo estrutural atingiram 50,86 mm (primeiro pico) e 19,43 mm (segundo pico).

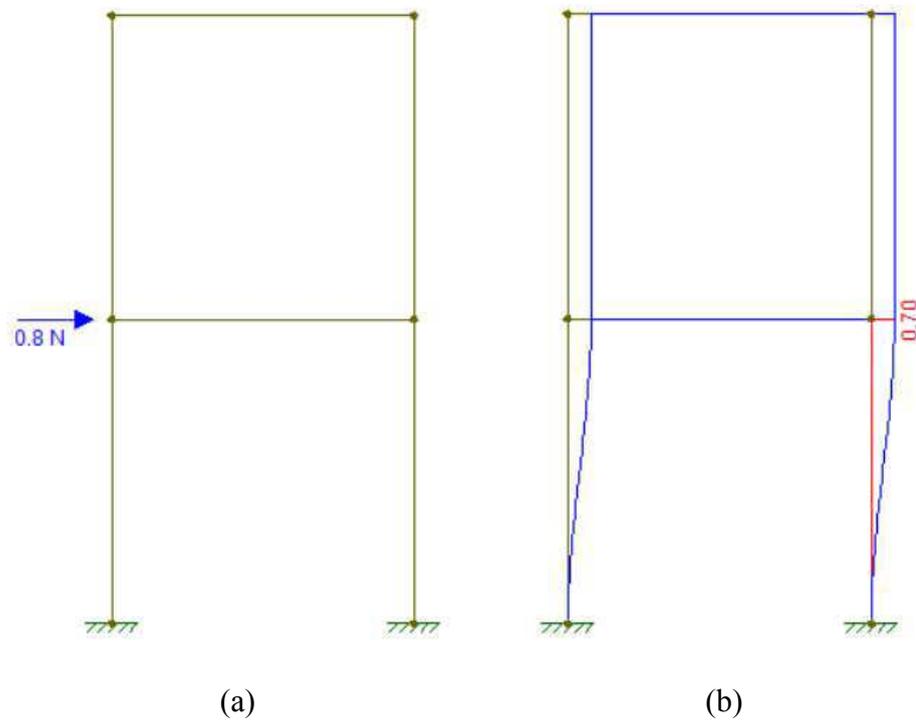
Figura 44 – Resposta em frequência analítica do primeiro pavimento.



Fonte: Autoria própria.

O ponto capturado na frequência de 0 Hz, evidencia a amplitude de deslocamento que se manifestaria caso o carregamento aplicado na estrutura agisse estaticamente. No item 3.2, formulou-se, matematicamente, a intensidade da força equivalente aplicada diretamente na massa (primeiro pavimento) do sistema mecânico, sendo calculada por  $x_b \cdot \sqrt{k_1^2 + (c_1 \omega_b)^2}$ . Com base nos parâmetros definidos no algoritmo computacional mediante o *software* MATLAB® (Apêndice A), a intensidade da carga estática equivalente é de 0,8 N. Este fundamento permite um melhor entendimento do problema estrutural do presente trabalho, exposto pela Figura 45. Assim, calculou-se a configuração deformada do pórtico com 2 GDL pelo *software* Ftool (ferramenta computacional acadêmica para o desenvolvimento de prototipagens estruturais), na qual a deflexão estática do primeiro pavimento assume o valor de 0,7 mm.

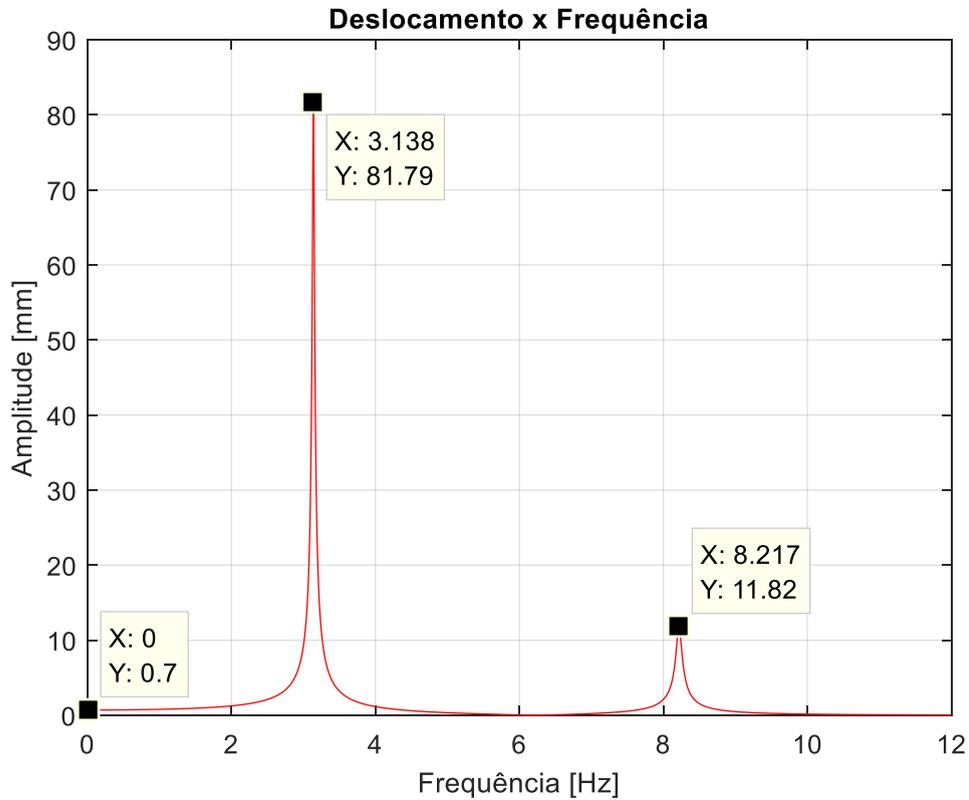
Figura 45 – Análise estática. (a) Ponto de aplicação da carga estática atuante no pórtico; (b) Deflexão estática no primeiro pavimento (configuração deformada da estrutura).



Fonte: Autoria própria.

Analogamente, a solução gráfica apresentada pela Figura 46 indica os picos de amplitude de deslocamento referentes ao segundo pavimento do modelo estrutural, em cada frequência fundamental (3,138 Hz e 8,217 Hz). O primeiro pico atingiu 81,79 mm, enquanto que, no segundo pico, foi obtido 11,82 mm. Essas curvas de resposta em frequência revelam a baixa capacidade de amortecimento da estrutura, tornando necessária a incorporação de um dispositivo responsável pela dissipação de energia mecânica vibracional.

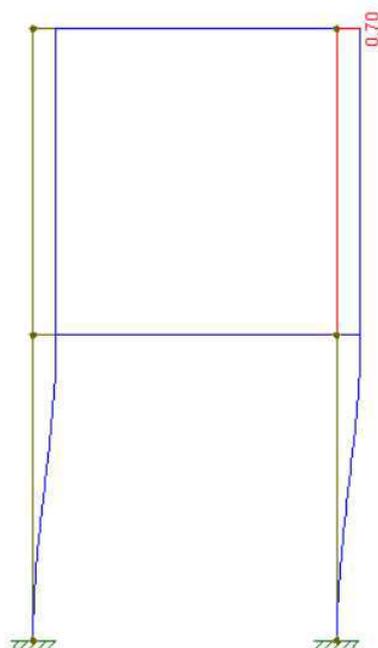
Figura 46 – Resposta em frequência analítica do segundo pavimento.



Fonte: Autoria própria.

De maneira similar ao ocorrido na curva da resposta dinâmica do primeiro pavimento, percebe-se que se a carga aplicada no protótipo estrutural for de caráter estático, a amplitude de deslocamento (deflexão estática) referente ao segundo pavimento do sistema estrutural corresponde a 0,7 mm, como esperado. A Figura 47 ilustra o esquema de aferição da deflexão horizontal imposta no segundo grau de liberdade. Nesta circunstância, as colunas do segundo pavimento sofrem deslocamento, porém, não se deformam, pois não há a presença de momento fletor na região superior da estrutura.

Figura 47 – Deflexão estática no segundo pavimento.



Fonte: Autoria própria.

## 5.2 Resultados Numéricos

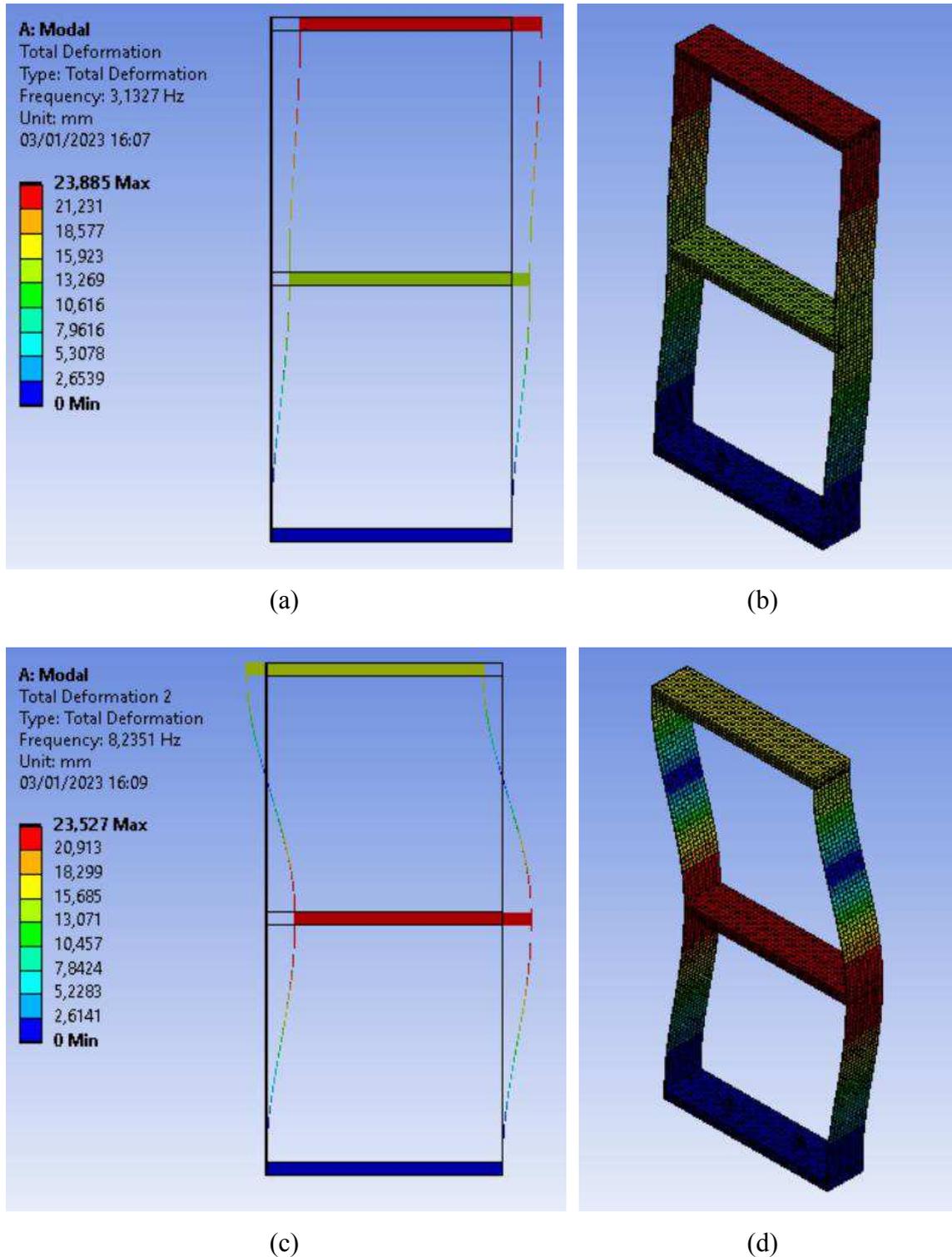
### 5.2.1 Análise Modal por Elementos Finitos

Na simulação numérica via Método dos Elementos Finitos, foram obtidas as frequências naturais de interesse e os modos de vibrar da estrutura, apresentados na Figura 48. Neste enquadramento, as frequências naturais são, aproximadamente, 3,13 Hz (primeiro modo) e 8,24 Hz (segundo modo). A determinação dos parâmetros modais torna-se essencial no cálculo numérico da resposta dinâmica do protótipo estrutural. Este procedimento de análise aplicado em sistemas discretos, fornece o conhecimento prévio dos deslocamentos nodais para cada uma das frequências fundamentais.

É importante ressaltar que, a escala de cores responsável por denotar os valores numéricos correlacionados aos deslocamentos ponto a ponto do modelo computacional (Figura 48), não se trata de uma escala real. O cálculo dos parâmetros modais não define as amplitudes de vibração do sistema estrutural, pois são variáveis indeterminadas, ou seja, devem ser estabelecidas condições preliminares de deslocamento. Assim, o *software* de elementos finitos

impõe arbitrariamente essas condições iniciais com a finalidade de expressar o perfil do modo de vibração da estrutura.

Figura 48 – Formas modais mediante o MEF. (a) Vista bidimensional (1º modo); (b) Vista isométrica (1º modo); (c) Vista bidimensional (2º modo); (d) Vista isométrica (2º modo).

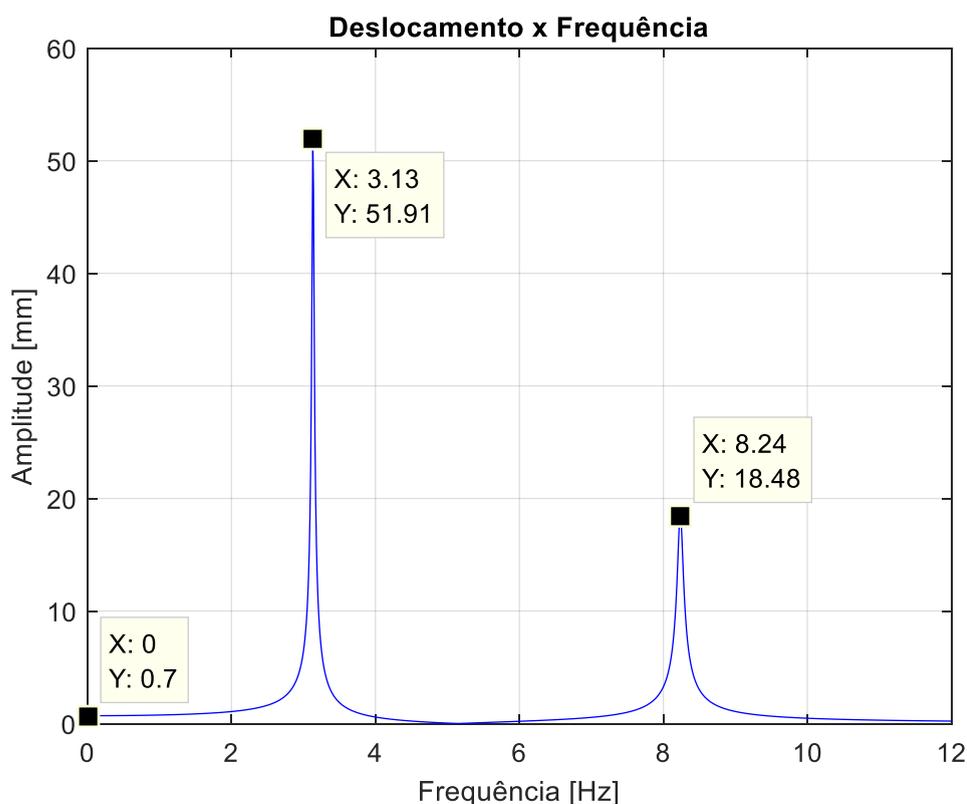


Fonte: Autoria própria.

### 5.2.2 Resposta em Frequência Numérica

Na análise harmônica, auxiliada pela plataforma integrada do Ansys® Workbench, Ansys® Mechanical, foram calculadas as respostas em frequência nos respectivos pavimentos do sistema estrutural. Considerando a hipótese de que uma solicitação dinâmica atua na base da estrutura, capturaram-se os picos associados aos valores numéricos das frequências naturais, expostos na Figura 49. À vista disso, as amplitudes de deslocamento do primeiro e do segundo pico equivalem, nesta ordem, a 51,91 mm e 18,48 mm. De maneira análoga ao cálculo analítico da resposta dinâmica da estrutura, pode-se observar a deflexão estática mensurada em 0,7 mm, na qual seria contabilizada caso a solicitação externa atuasse estaticamente, indicado pelo valor nulo da frequência de excitação.

Figura 49 – Resposta em frequência numérica do primeiro pavimento.

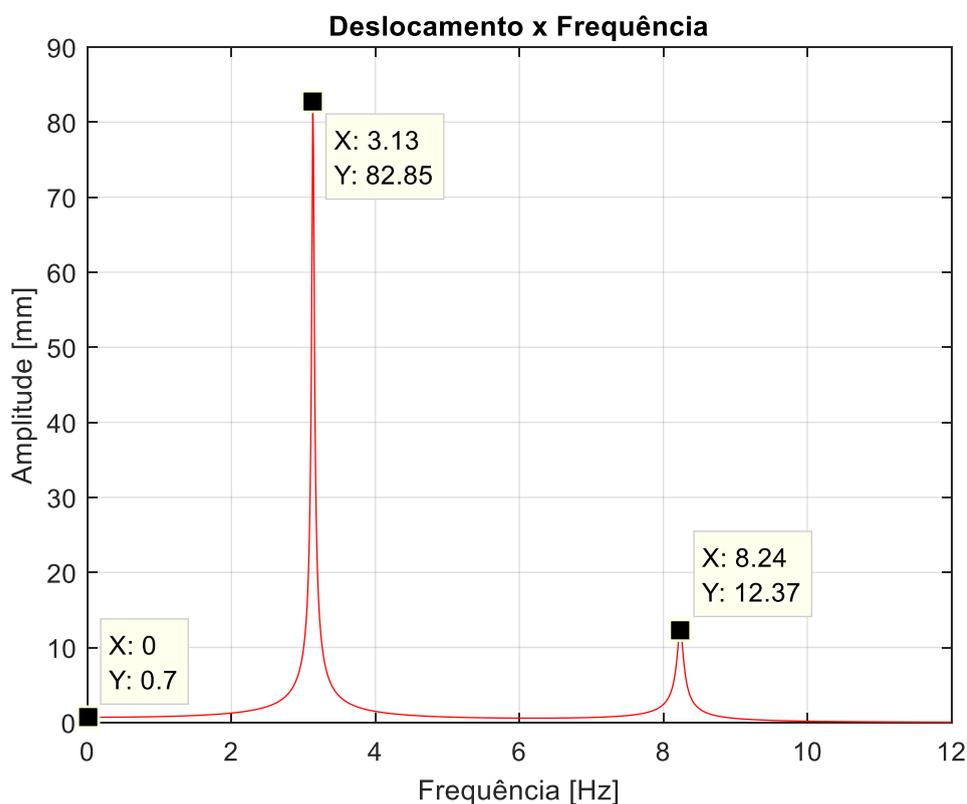


Fonte: Autoria própria.

Por meio da aferição da resposta em frequência no segundo pavimento do modelo computacional, têm-se as amplitudes de vibração em termos de deslocamentos apresentadas pela Figura 50. Neste caso, o valor correspondente ao deslocamento no primeiro pico (3,13 Hz) foi de 82,85 mm, enquanto que, no segundo pico (8,24 Hz), a amplitude de oscilação

estabeleceu-se em 12,37 mm. Destaca-se também, a deflexão quando a frequência de excitação equivale a 0 Hz, retratando o comportamento da estrutura do ponto de vista estático, já discutido preliminarmente na abordagem analítica.

Figura 50 – Resposta em frequência numérica do segundo pavimento.



Fonte: Autoria própria.

### 5.3 Comparação dos Resultados Analíticos e Numéricos

As abordagens analítica e numérica forneceram os resultados obtidos na análise modal e na análise de vibração forçada. Em especial, as representações gráficas das respostas dinâmicas no domínio da frequência, permitiram avaliar de forma comparativa, os valores numéricos das grandezas físicas envolvidas (amplitude de deslocamento e frequência). Na Tabela 5, têm-se os parâmetros extraídos diretamente das curvas mostradas pelas Figuras 44, 46, 49 e 50, tal como o erro relativo em termos percentuais. Verifica-se que a maior discrepância gira em torno de 4,89%, evidenciando a convergência entre os resultados apresentados neste trabalho e, conseqüentemente, validando as técnicas empregadas.

Tabela 5 – Comparação entre os resultados analíticos e numéricos.

<b>Frequências Naturais</b>	<b>Método Analítico</b>	<b>MEF</b>	<b>Erro Relativo (%)</b>
$f_{n1}$	3,138 Hz	3,13 Hz	0,25
$f_{n2}$	8,217 Hz	8,24 Hz	0,28

<b>Pavimento 1</b>	<b>Método Analítico</b>	<b>MEF</b>	<b>Erro Relativo (%)</b>
Amplitude – 1º pico	50,86 mm	51,91 mm	2,06
Amplitude – 2º pico	19,43 mm	18,48 mm	4,89

<b>Pavimento 2</b>	<b>Método Analítico</b>	<b>MEF</b>	<b>Erro Relativo (%)</b>
Amplitude – 1º pico	81,79 mm	82,85 mm	1,30
Amplitude – 2º pico	11,82 mm	12,37 mm	4,65

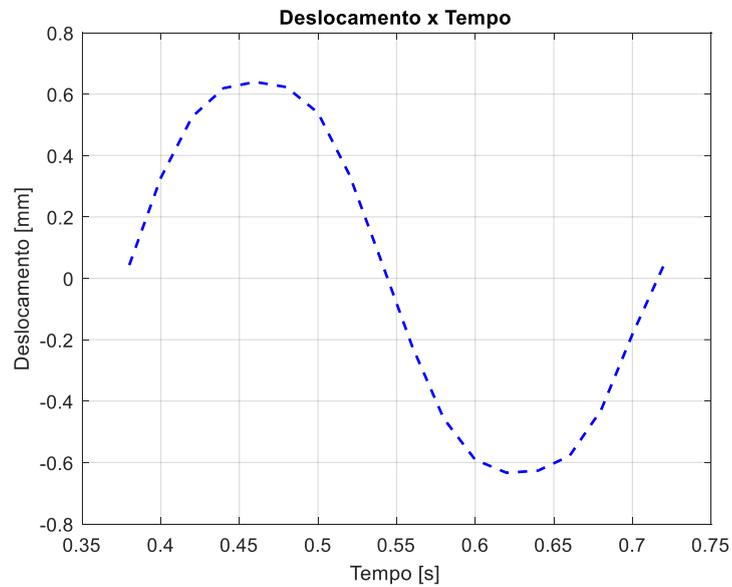
Fonte: Autoria própria.

## 5.4 Resultados Experimentais

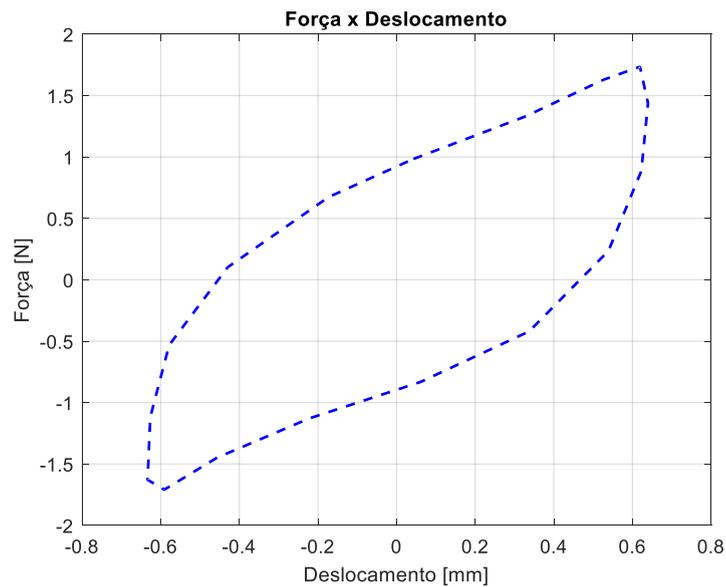
### 5.4.1 Resultados da Caracterização Dinâmica do DAF

Os ensaios dinâmicos de caracterização do dispositivo amortecedor foram realizados a fim de quantificar a dissipação de energia mecânica propiciada pelo contato superficial entre os discos de fricção. Na Figura 51, especifica-se um ciclo dinâmico (deslocamento em função do tempo) e a manifestação da histerese mecânica.

Figura 51 – Ciclagem mecânica para a obtenção da energia dissipada. (a) Aferição do deslocamento exercido pela mesa vibratória; (b) Loop histerético.



(a)



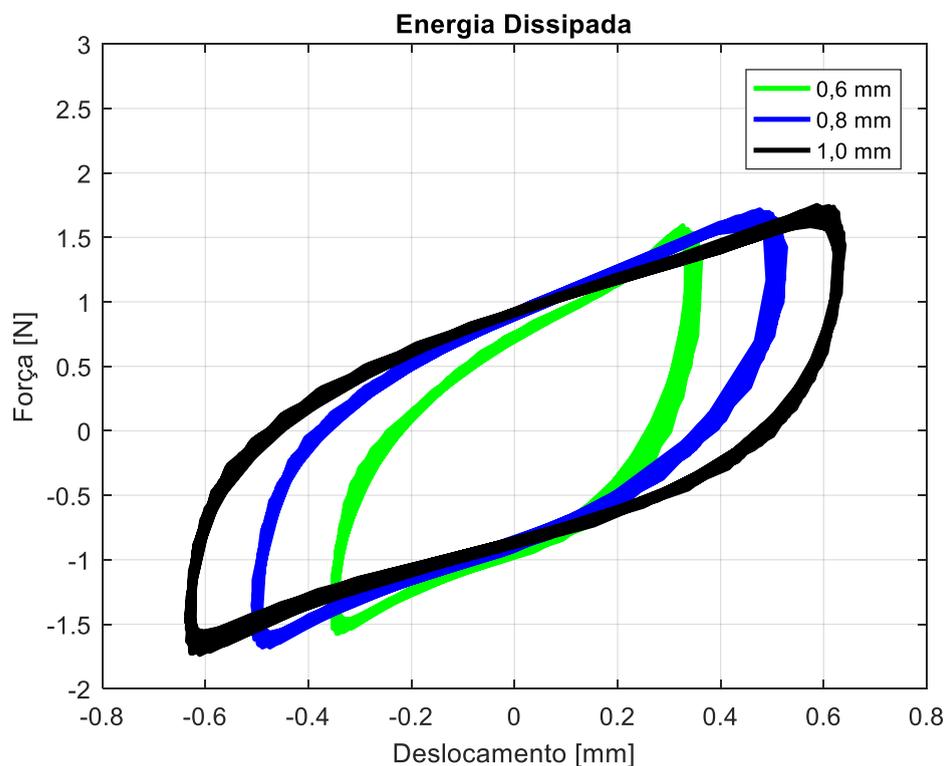
(b)

Fonte: Autoria própria.

Como descrito no item 4.3.3, as amplitudes de deslocamento da mesa vibratória foram predefinidas por 0,6 mm, 0,8 mm e 1,0 mm. A Figura 52 denota o comportamento do laço histerético, isto é, a relação entre força e deslocamento (energia dissipada), em que a frequência de excitação corresponde a 3 Hz. O procedimento experimental revelou um aumento do loop histerético e um conseqüente acréscimo da energia dissipada, quando há o incremento da amplitude de deslocamento. Vale ressaltar que, para a frequência de 8 Hz (valor próximo da

segunda frequência de ressonância do protótipo estrutural), as curvas da  $E_D$  não se apresentaram bem definidas conforme a execução dos ensaios dinâmicos. Portanto, optou-se por não exibir essas representações gráficas, pois os resultados obtidos foram considerados irrelevantes acerca deste trabalho.

Figura 52 – Curvas da energia dissipada referente a cada amplitude de deslocamento do excitador eletromecânico.



Fonte: Autoria própria.

Outro fato a destacar, é a inclinação dos laços histeréticos, que se modifica com o aumento da amplitude de deslocamento. Segundo Moraes (2021), isso está correlacionado à variação da rigidez dinâmica dos elementos dissipadores, assim, quanto maior o deslocamento solicitante, menor será a rigidez dinâmica. Durante a ciclagem mecânica, pode haver alteração do módulo de elasticidade do material devido às deformações impostas nas superfícies dos discos de fricção, modificando a rigidez dinâmica em cada condição de ensaio.

Levando em conta os laços histeréticos expostos na Figura 52, quantificaram-se os valores numéricos da energia dissipada (por ciclo de solicitação) em Joule e da energia dissipada por unidade de área superficial do disco de fricção em  $J/m^2$ , como podem ser observados pela Tabela 6. Os cálculos foram realizados com o auxílio do *software* MATLAB®.

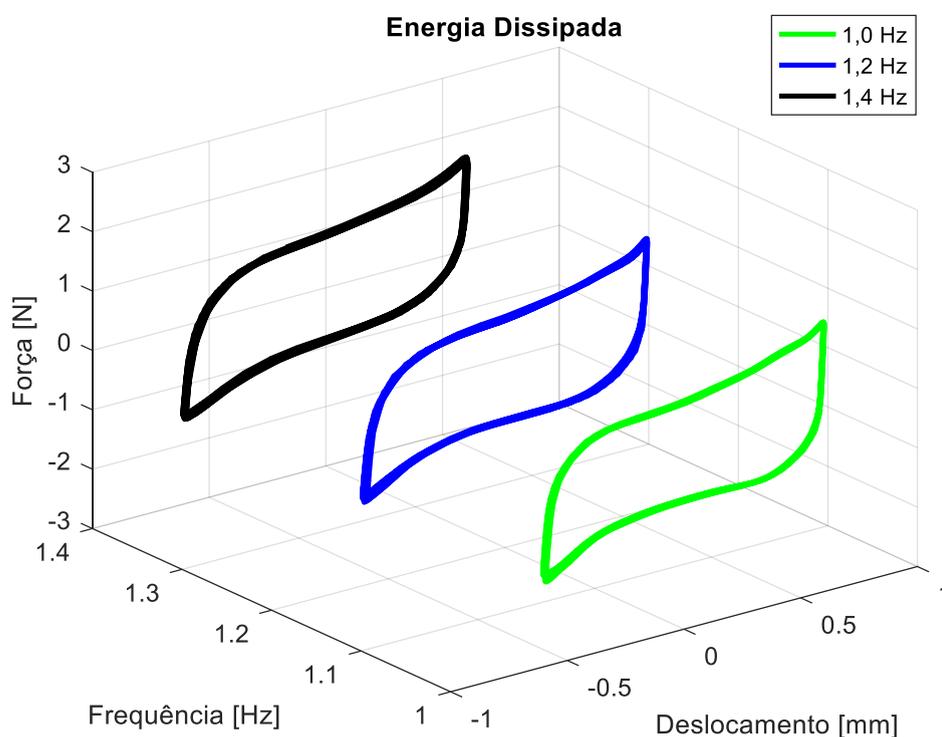
Tabela 6 – Variação da energia dissipada associada aos ensaios dinâmicos com frequência de excitação fixada em 3 Hz.

Casos Testados	Energia Dissipada [J]	Energia Dissipada/Área [J/m <sup>2</sup> ]
Amplitude de 0,6 mm	0,00101	3,57
Amplitude de 0,8 mm	0,00157	5,52
Amplitude de 1,0 mm	0,00201	7,11

Fonte: Autoria própria.

Como mencionado anteriormente no item 4.3.3, executaram-se testes dinâmicos mantendo fixa a amplitude de deslocamento da mesa vibratória (1,0 mm), com o intuito de estabelecer a variação da frequência de excitação (1,0 Hz, 1,2 Hz e 1,4 Hz). Na Figura 53, tem-se a representação tridimensional das curvas da  $E_D$  referentes às condições de ensaio predefinidas.

Figura 53 – Curvas da energia dissipada referente a cada parâmetro de frequência.



Fonte: Autoria própria.

Percebe-se que não ocorre uma variação considerável do laço histórico de acordo com o incremento de frequência, como já demonstrado no estudo de Mualla (1999). Isso se torna

mais evidente observando a Tabela 7, na qual expressa os valores numéricos da  $E_D$  para cada histerese mecânica, assim como, a variação percentual (%VP) em relação ao parâmetro exposto pela Tabela 6, considerando uma amplitude de deslocamento equivalente e frequência de excitação estabelecida por 3 Hz. Pode-se afirmar que houve coerência entre os parâmetros apresentados neste trabalho, pois a máxima variação percentual foi de 3,98%.

Tabela 7 – Variação da energia dissipada associada aos ensaios dinâmicos com amplitude de deslocamento fixada em 1,0 mm.

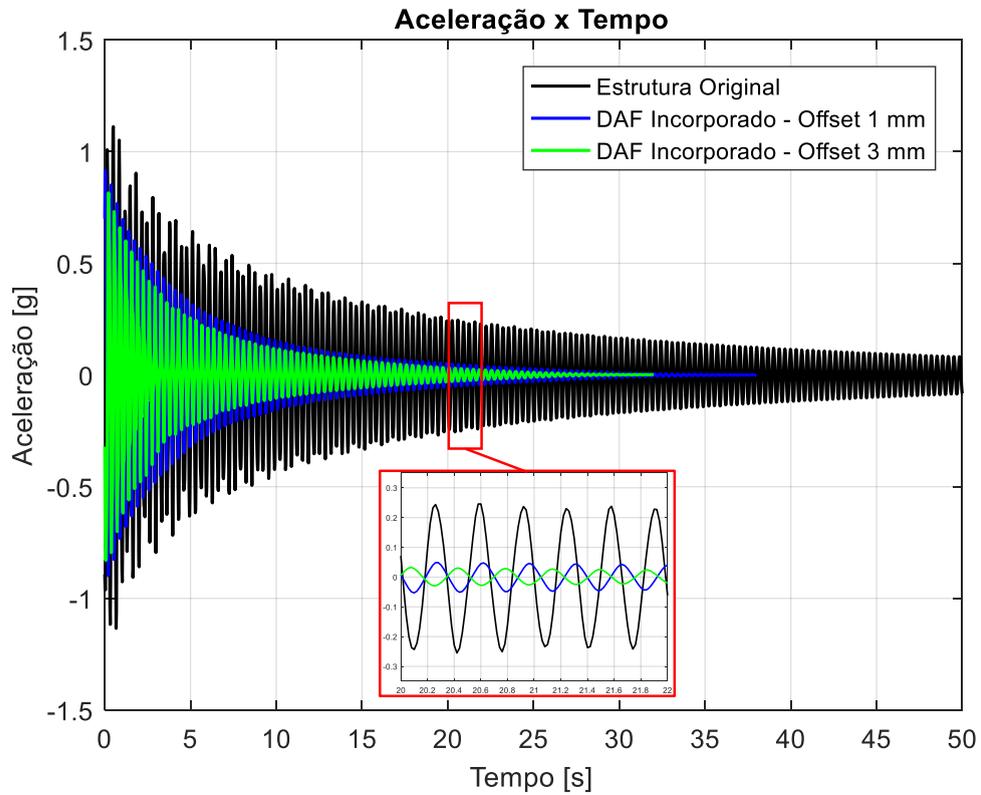
<b>Casos Testados</b>	<b>Energia Dissipada [J]</b>	<b>%VP</b>
Frequência de 1,0 Hz	0,00202	0,50
Frequência de 1,2 Hz	0,00205	1,99
Frequência de 1,4 Hz	0,00209	3,98

Fonte: Autoria própria.

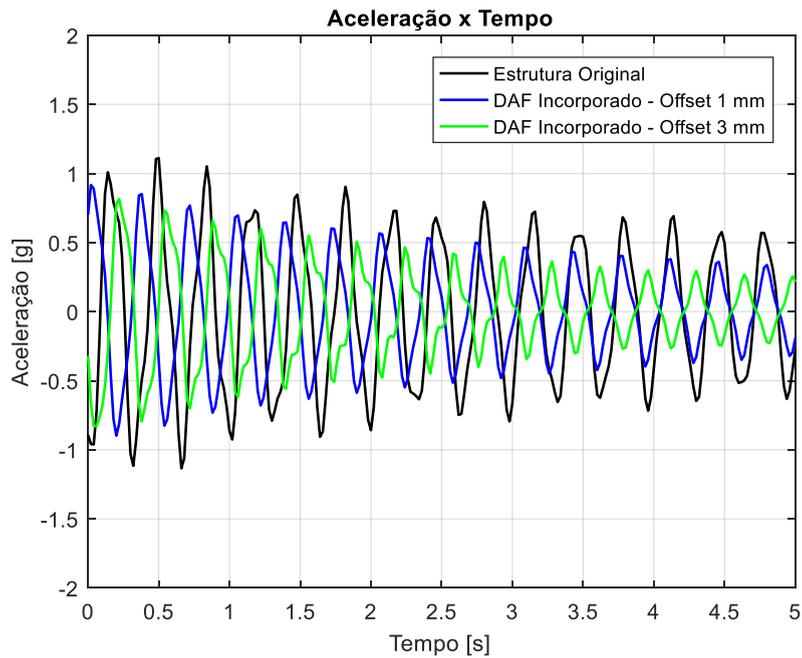
#### 5.4.2 *Análise Dinâmica em Vibração Livre*

Os ensaios dinâmicos da estrutura do tipo pórtico sob vibração livre forneceram as respostas temporais de aceleração em cada configuração de teste. Neste caso, o sistema estrutural foi submetido a um deslocamento lateral de 40 mm (condição inicial imposta no segundo pavimento), tendo em vista a comparação do seu comportamento sem e com o DAF. A Figura 54(a) exibe as devidas representações gráficas, isto é, as medições de aceleração no tempo referentes ao segundo pavimento. Observa-se que a incorporação do sistema de controle passivo propicia a dissipação de energia mecânica do protótipo estrutural. Além disso, o incremento de deslocamento aplicado na mola helicoidal (*offset*), amplifica o momento de atrito atuante no DAF, evidenciando uma melhor eficiência quanto a atenuação das amplitudes de aceleração. Este fato revela que o modelo dinâmico em análise atinge mais rapidamente a sua condição de equilíbrio estático. O período de atenuação para a primeira configuração de teste (estrutura original) excede 50 segundos. Já as configurações de teste nas quais implementa-se o mecanismo dissipador com *offset* de 1 mm e de 3 mm, têm-se, respectivamente, 38 segundos e 32 segundos.

Figura 54 – Respostas estruturais ao deslocamento lateral. (a) Sinais de aceleração versus tempo para cada configuração de ensaio; (b) Detalhamento das respostas entre 0 e 5 segundos.



(a)



(b)

Fonte: Autoria própria.

Considerando o intervalo de tempo entre 0 e 32 segundos, associado ao período no qual o protótipo estrutural alcança a condição de equilíbrio estático, quando se incorpora o sistema de controle passivo com *offset* de 3 mm, calcularam-se as amplitudes médias dos sinais de aceleração a partir do conceito de raiz média quadrática, denotado por  $V_{RMS}$ . Os devidos cálculos matemáticos foram efetuados mediante uma rotina computacional desenvolvida em ambiente MATLAB®. A Tabela 8 expressa os valores RMS calculados para os três casos ensaiados, as reduções percentuais (%R) em relação ao parâmetro no qual quantifica a amplitude média acerca da estrutura original, bem como os períodos de atenuação das respostas em vibração livre. Verifica-se que a incorporação do DAF no sistema estrutural com *offset* de 3 mm, apontou uma redução percentual superior a 50% na amplitude média da resposta dinâmica.

Tabela 8 – Quantificação dos valores RMS e períodos de atenuação das respostas no tempo.

<b>Casos Testados</b>	<b><math>V_{RMS}</math> [g]</b>	<b>%R</b>	<b>Período de Atenuação da Resposta Temporal [s]</b>
Estrutura Original	0,2996	-	> 50
DAF Incorporado – Offset 1 mm	0,1661	44,56	38
DAF Incorporado – Offset 3 mm	0,1390	53,60	32

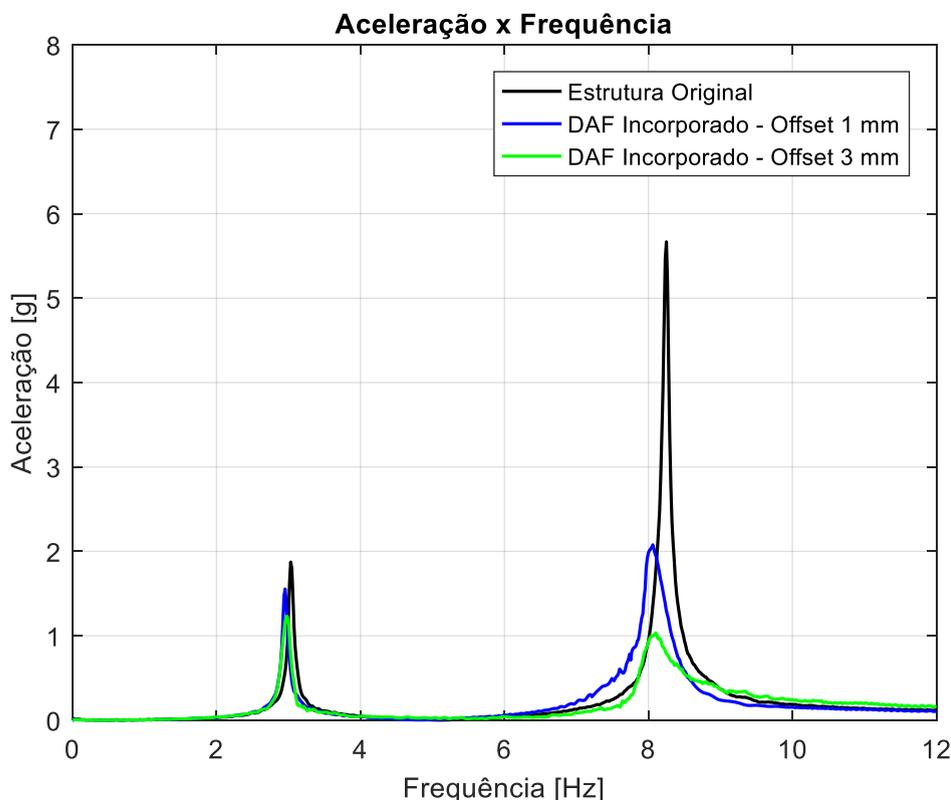
Fonte: Autoria própria.

#### 5.4.3 *Análise Dinâmica em Vibração Forçada*

Este procedimento experimental é empregado a fim de obter as respostas estruturais sob carregamento harmônico (excitação pela base), capturando-se as amplitudes de aceleração em cada pavimento do modelo dinâmico.

A Figura 55 apresenta as densidades espectrais de potência referentes ao primeiro pavimento da estrutura com 2 GDL (sem e com o DAF).

Figura 55 – Espectros correspondentes ao primeiro pavimento.

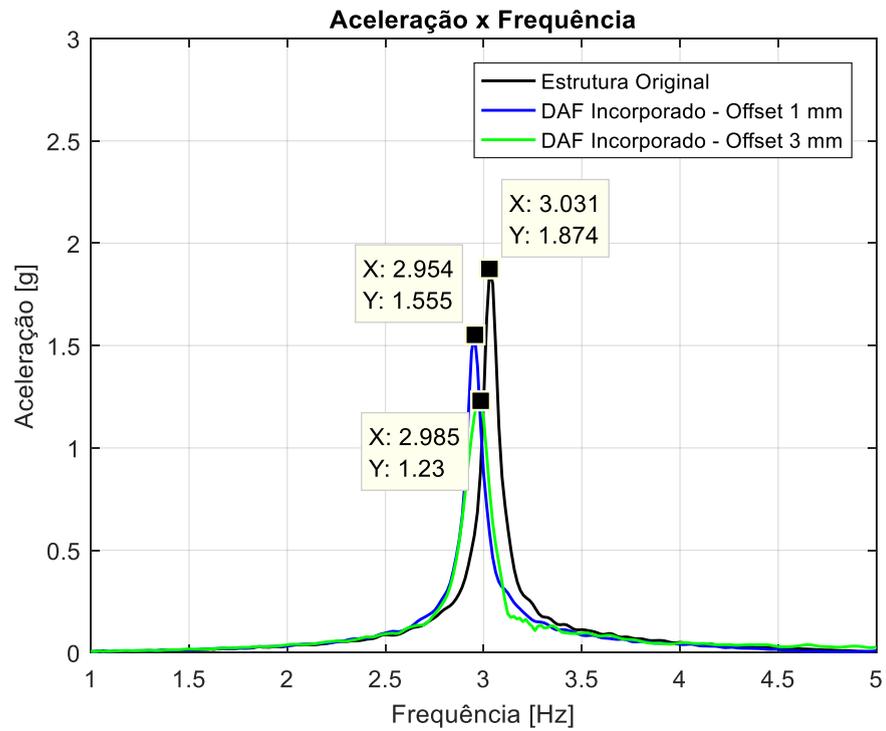


Fonte: Autoria própria.

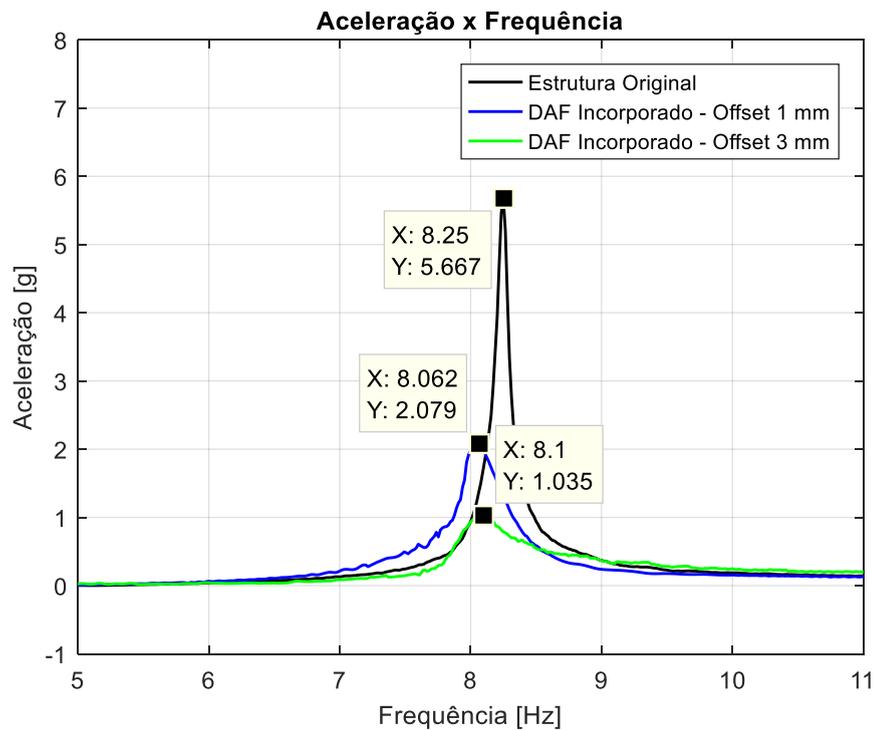
Como era esperado, a implementação do DAF no modelo dinâmico, ocasionou a mitigação das amplitudes de aceleração nas regiões em que se manifestam as ressonâncias estruturais.

Na Figura 56(a), indicam-se os valores numéricos dos picos de amplitude relacionados a primeira frequência natural de cada espectro. Nesta circunstância, o pico de amplitude de aceleração referente a estrutura original foi mensurado em 1,87 g. Com a incorporação do DAF, na primeira configuração de *offset* (1 mm), o pico de amplitude de aceleração resultou em 1,55 g. Do ponto de vista percentual, houve uma atenuação de 17,02% na resposta estrutural. Para a segunda configuração de *offset* (3 mm), tornou-se possível alcançar uma redução percentual mais significativa quanto ao pico de aceleração, sendo 34,36%, em virtude do aumento do momento de atrito atuante no mecanismo dissipador. Ainda, nota-se um pequeno decréscimo nos valores das frequências naturais quando o DAF é instalado. Certamente, isto decorre da massa adicional (aproximadamente 0,12 kg) contabilizada pela inserção dos componentes que constituem o mecanismo dissipador, bem como o sistema de contraventamento.

Figura 56 – Detalhamento das respostas em frequência do primeiro pavimento. (a) Picos de aceleração na primeira frequência natural; (b) Picos de aceleração na segunda frequência natural.



(a)



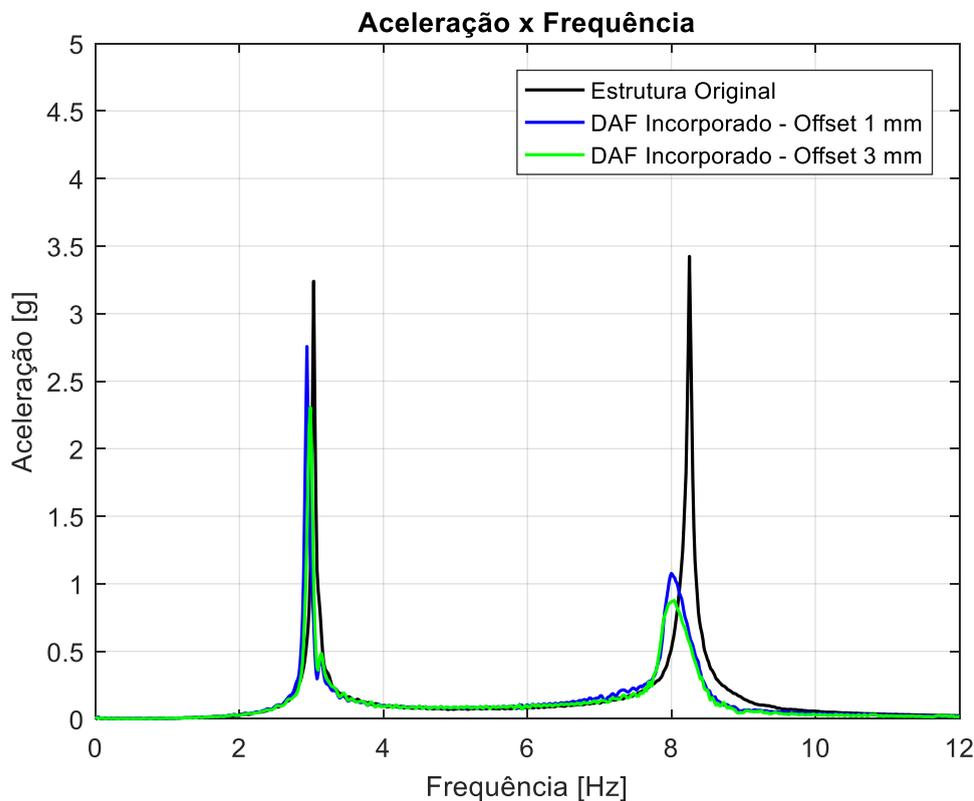
(b)

Fonte: Autoria própria.

Na Figura 56(b), são explicitados os picos de amplitude de aceleração relacionados a segunda frequência natural de cada espectro. Nesta região, percebe-se uma melhor performance do mecanismo dissipador. Pela curva da estrutura original, pode-se afirmar que a amplitude de aceleração na frequência de 8,25 Hz atingiu aproximadamente 5,67 g. O espectro no qual indica a implementação do DAF com *offset* de 1 mm, exibe um pico de aceleração em torno de 2,08 g, equivalendo a uma redução percentual de 63,31% quando se compara com a curva do protótipo estrutural sem controle. A mitigação torna-se ainda maior na configuração de teste em que o *offset* corresponde a 3 mm. À vista disso, o pico de aceleração capturado esteve por volta de 1,03 g, traduzindo uma redução percentual superior a 80%.

A análise do sistema estrutural em vibração forçada procedeu-se com as aferições no segundo pavimento. As densidades espectrais de potência obtidas para cada condição de ensaio são apresentadas na Figura 57. De forma similar ao caso anterior, os efeitos dinâmicos nas respostas estruturais foram minorados com a instalação do DAF, tendo atenuações mais consideráveis na segunda frequência natural dos espectros representados em azul e em verde.

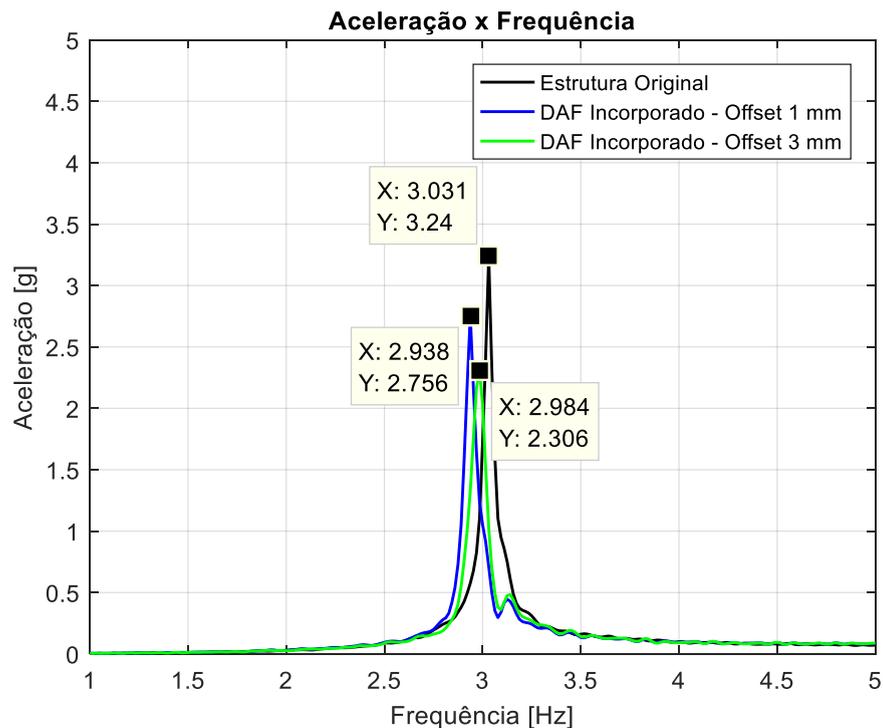
Figura 57 – Espectros correspondentes ao segundo pavimento.



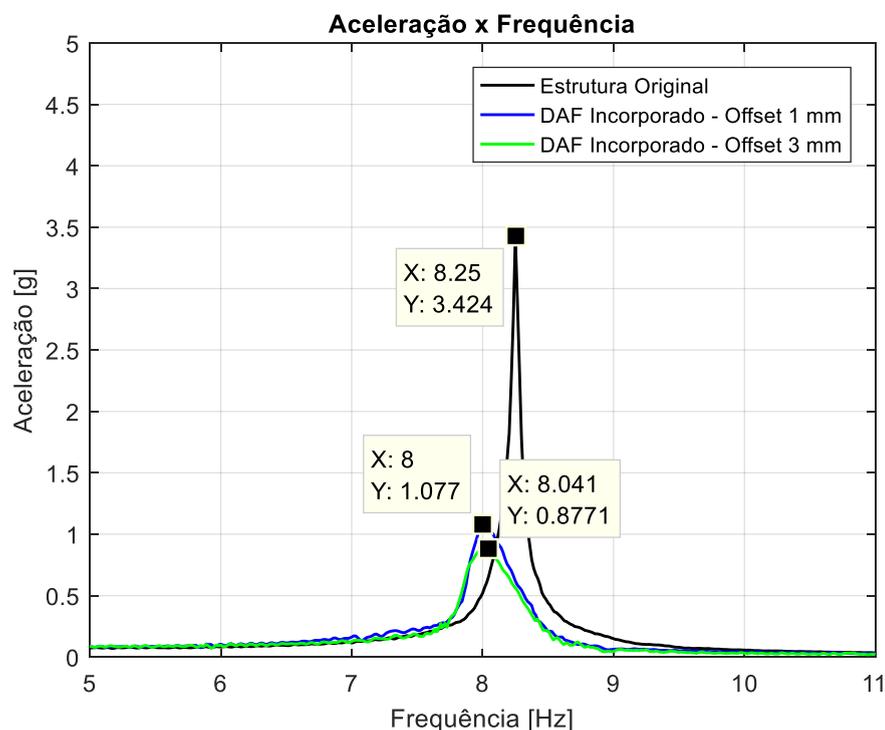
Fonte: Autoria própria.

A partir destes resultados coletados, destacam-se os valores numéricos relativos aos picos de amplitudes de aceleração na primeira frequência natural de cada espectro, expostos na Figura 58(a). Neste procedimento, o pico de amplitude de aceleração no que concerne a estrutura original resultou em 3,24 g. Incorporando-se o DAF no sistema estrutural e impondo um deslocamento de 1 mm no elemento de mola, observa-se a dissipação de energia mecânica vibracional, na qual o pico de aceleração decresce para aproximadamente 2,76 g, com redução percentual equivalente a 14,94%. Analogamente ao caso discutido anteriormente, na segunda configuração de *offset* (3 mm), a redução percentual foi mais expressiva, atingindo 28,83%. Coerentemente às aferições do primeiro pavimento, os valores numéricos das frequências naturais também apresentaram um eventual desvio (caracterizado por um decréscimo) após a instalação do mecanismo dissipador.

Figura 58 – Detalhamento das respostas em frequência do segundo pavimento. (a) Picos de aceleração na primeira frequência natural; (b) Picos de aceleração na segunda frequência natural.



(a)



(b)

Fonte: Autoria própria.

Quanto aos picos de amplitude de aceleração capturados na segunda frequência natural de cada espectro, notam-se reduções significativas das forças de inércia presentes no modelo dinâmico, como ilustra a Figura 58(b). A curva de resposta em frequência da estrutura original aponta um pico de aceleração por volta de 3,42 g (frequência de 8,25 Hz). Este pico reduz 68,54% levando em conta a inserção do mecanismo dissipador com *offset* de 1 mm. Alterando a configuração de *offset* (3 mm), na qual o momento de atrito atuante no DAF se torna mais acentuado, verifica-se uma atenuação percentual do pico de aceleração em torno de 74,38%.

As Tabelas 9 e 10 mostram os valores numéricos das grandezas físicas capturadas nos espectros, frequência ( $\omega_n$ ) e aceleração de pico ( $A_p$ ). Vale salientar que, as variações percentuais dos parâmetros de frequência são denotadas por %VP, e as reduções percentuais relativas aos picos de aceleração em cada configuração do sistema de controle passivo, são indicadas por %R. Pode-se constatar que o *offset* de 3 mm apresenta melhores condições de amortecimento em relação às aferições no primeiro pavimento, pois foram estabelecidos os maiores percentuais de atenuação, sendo 34,36% (primeira frequência fundamental) e 81,82% (segunda frequência fundamental).

Tabela 9 – Frequências naturais e picos de amplitude de aceleração (primeiro pavimento).

<b>Casos Testados</b>	$\omega_{n1}$ [Hz]	%VP	$A_{p1}$ [g]	%R	$\omega_{n2}$ [Hz]	%VP	$A_{p2}$ [g]	%R
Estrutura Original	3,03	-	1,87	-	8,25	-	5,67	-
DAF Incorporado – Offset 1 mm	2,95	2,64	1,55	17,02	8,06	2,30	2,08	63,31
DAF Incorporado – Offset 3 mm	2,98	1,65	1,23	34,36	8,10	1,82	1,03	81,82

Fonte: Autoria própria.

Tabela 10 – Frequências naturais e picos de amplitude de aceleração (segundo pavimento).

<b>Casos Testados</b>	$\omega_{n1}$ [Hz]	%VP	$A_{p1}$ [g]	%R	$\omega_{n2}$ [Hz]	%VP	$A_{p2}$ [g]	%R
Estrutura Original	3,03	-	3,24	-	8,25	-	3,42	-
DAF Incorporado – Offset 1 mm	2,94	2,97	2,76	14,94	8,00	3,03	1,08	68,54
DAF Incorporado – Offset 3 mm	2,98	1,65	2,31	28,83	8,04	2,54	0,88	74,38

Fonte: Autoria própria.

Com base nos resultados obtidos (densidades espectrais de potência), calcularam-se os fatores de amortecimento ( $\zeta$ ) utilizando o método da largura de banda, expostos na Tabela 11.

Tabela 11 – Fatores de amortecimento.

<b>Casos Testados</b>	<b>Primeiro Pavimento</b>		<b>Segundo Pavimento</b>	
	$\zeta_1$	$\zeta_2$	$\zeta_1$	$\zeta_2$
Estrutura Original	0,0054	0,0047	0,0050	0,0047
DAF Incorporado – Offset 1 mm	0,0065	0,0128	0,0060	0,0145
DAF Incorporado – Offset 3 mm	0,0082	0,0230	0,0070	0,0179

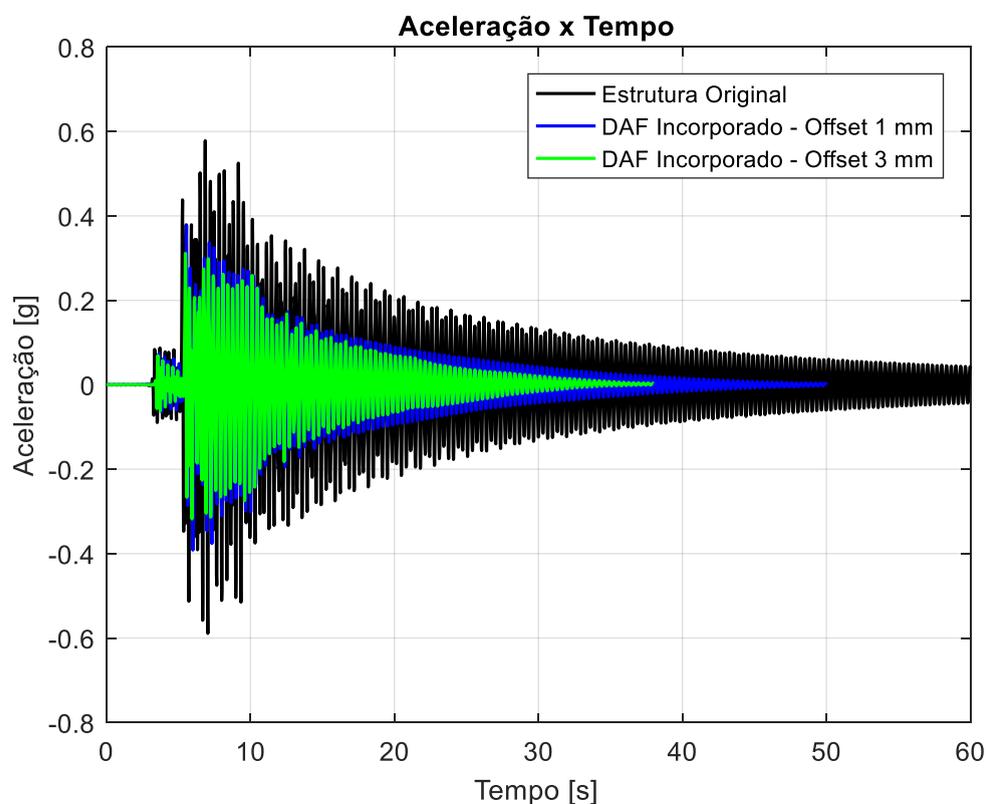
Fonte: Autoria própria.

#### 5.4.4 Respostas sob Excitação Sísmica

Neste procedimento experimental, realizaram-se as aferições dos sinais de aceleração do sistema estrutural (sem e com o DAF) quanto ao abalo sísmico de Mendocino. As respostas vibratórias foram captadas seguindo os critérios prescritos no item 4.3.4.3.

A ação sísmica aplicada define-se como uma excitação transiente, de modo que a resposta dinâmica da estrutura apresenta duas etapas: ação da carga (estabelecida pela amplitude e duração do fenômeno aleatório); e vibração livre (resposta estrutural após a ação da carga). As respostas temporais em cada configuração de ensaio são evidenciadas na Figura 59, envolvendo as etapas mencionadas.

Figura 59 – Sinais de aceleração no segundo pavimento do protótipo estrutural.



Fonte: Autoria própria.

Observa-se que o intervalo entre 0 e 11 segundos compreende o período de ação da carga, pois o abalo sísmico de Mendocino tem duração de aproximadamente 11 segundos. Nessa perspectiva, efetuou-se o cálculo das amplitudes médias dos sinais de aceleração captados em ambiente laboratorial. Para o cálculo dos valores RMS, considerou-se o período entre 0 e 38 segundos (período de atenuação relativo a estrutura provida do DAF com *offset* de

3 mm), a fim de comparar a dissipação de energia mecânica vibracional nos três casos ensaiados. Na Tabela 12, têm-se as amplitudes médias de aceleração calculadas e as respectivas reduções percentuais (%R), com destaque para a segunda configuração de *offset*, que expressa 52,32% de atenuação do sinal de aceleração.

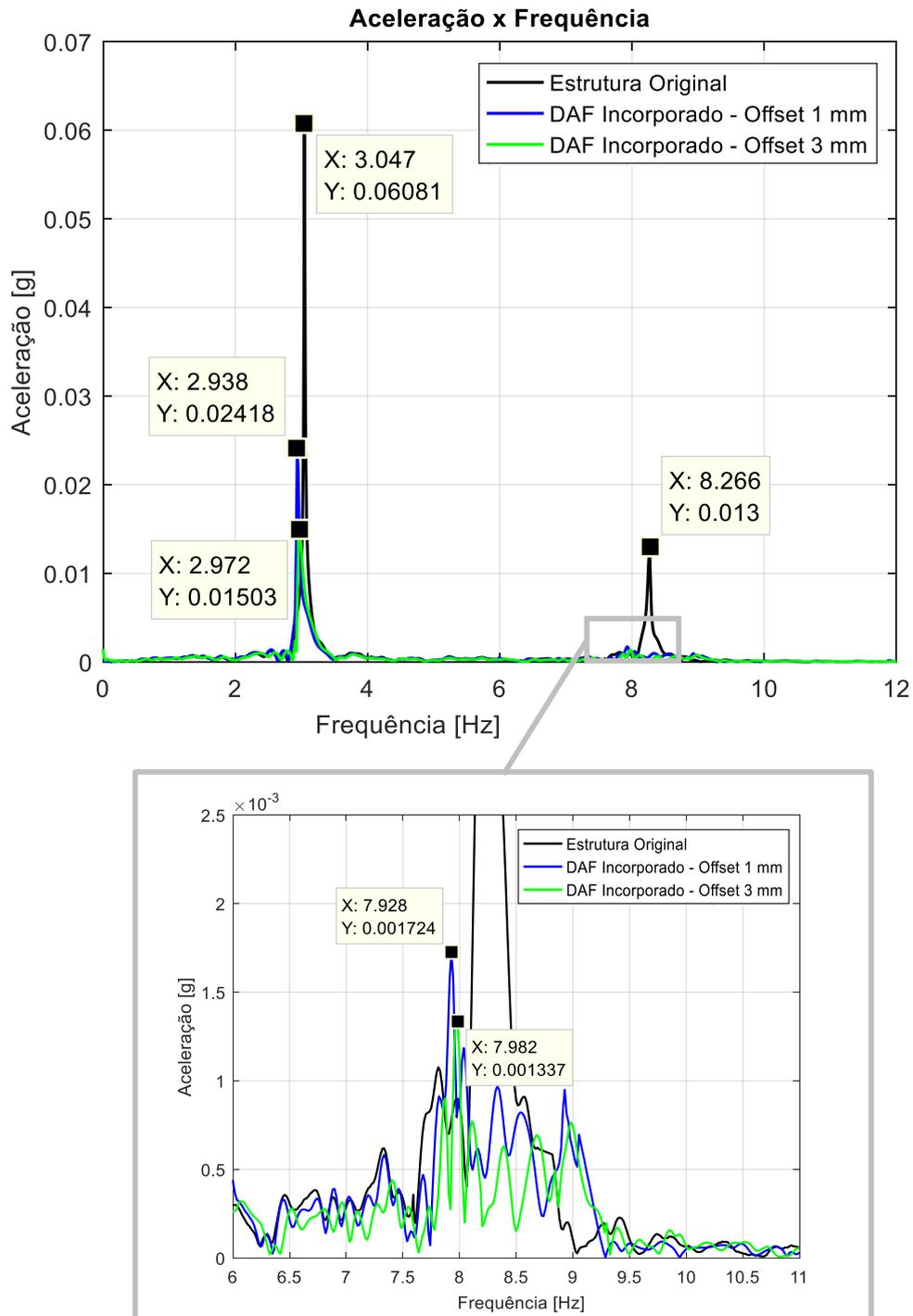
Tabela 12 – Reduções percentuais considerando a atuação do DAF.

<b>Casos Testados</b>	<b><math>V_{RMS}</math> [g]</b>	<b>%R</b>
Estrutura Original	0,151	-
DAF Incorporado – Offset 1 mm	0,086	43,05
DAF Incorporado – Offset 3 mm	0,072	52,32

Fonte: Autoria própria.

Por fim, executou-se o cálculo da FFT dos sinais de aceleração no intuito de analisar os espectros da estrutura sem e com o mecanismo dissipador. A Figura 60 exibe as densidades espectrais de potência em cada configuração de teste. Pode-se notar um significativo grau de redução dos picos de aceleração a partir da implementação do DAF no sistema estrutural, especialmente na segunda configuração de *offset*, proporcionando atenuações de 75,28% na primeira frequência natural e 89,71% na segunda frequência natural.

Figura 60 – Densidades espectrais de potência associadas ao abalo sísmico de Mendocino.



Fonte: Autoria própria.

As atenuações dos picos de amplitude de aceleração, tais como as variações percentuais das frequências fundamentais do modelo dinâmico, são expressas na Tabela 13. De forma semelhante à análise de vibração forçada, os valores numéricos das frequências naturais estiveram próximos, com variação percentual máxima equivalente a 4,11%.

Tabela 13 – Frequências naturais e picos de amplitude de aceleração (abalo sísmico de Mendocino).

<b>Casos Testados</b>	<b><math>\omega_{n1}</math> [Hz]</b>	<b>%VP</b>	<b><math>A_{p1}</math> [g]</b>	<b>%R</b>	<b><math>\omega_{n2}</math> [Hz]</b>	<b>%VP</b>	<b><math>A_{p2}</math> [g]</b>	<b>%R</b>
Estrutura original	3,05	-	0,061	-	8,27	-	0,013	-
DAF Incorporado – Offset 1 mm	2,94	3,61	0,024	60,25	7,93	4,11	0,002	86,74
DAF Incorporado – Offset 1 mm	2,97	2,62	0,015	75,28	7,98	3,51	0,001	89,71

Fonte: Autoria própria.

## 6 CONCLUSÕES

Na primeira fase da pesquisa, avaliou-se o comportamento dinâmico do sistema estrutural com 2 GDL de forma analítica e numérica, levando em conta a condição de referência (sem o mecanismo dissipador). Através dessas abordagens, realizou-se a análise modal (determinação das frequências fundamentais e dos modos normais de vibração), bem como foram obtidas as curvas de resposta em frequência do sistema físico. Pela análise comparativa, os resultados apresentados convergiram de maneira satisfatória, pois a maior discrepância esteve por volta de 4,89%.

No que concerne à caracterização dinâmica do Dispositivo de Amortecimento Friccional (DAF), este, se mostrou eficiente quanto às curvas da energia dissipada (força versus deslocamento) proveniente do contato superficial entre os discos de fricção. Constatou-se que a energia dissipada sofre um aumento (variação do laço histerético) quando há o incremento da amplitude de deslocamento da *Shake Table*, resultado coerente e já esperado tendo em vista os resultados expostos por Mualla (1999). Além disso, foi possível observar por meio de parâmetros numéricos, uma mínima alteração da  $E_D$  considerando diferentes frequências de excitação do equipamento eletromecânico. Nesta circunstância, a variação percentual máxima resultou em 3,98%.

Na etapa experimental em que se realizou a análise do sistema estrutural sob vibração livre (sem e com o DAF), os resultados indicaram uma boa eficiência do mecanismo dissipador de energia mecânica, mediante os históricos de aceleração relativos aos três casos testados. Enquanto a resposta vibratória do modelo dinâmico sem a implementação do DAF excedeu 50 segundos, as respostas temporais com o DAF incorporado reduziram o período de tempo para 38 segundos (*offset* de 1 mm) e 32 segundos (*offset* de 3 mm).

Realizando-se os cálculos associados aos valores RMS, verificou-se uma redução significativa das amplitudes médias de aceleração em função do tempo, na comparação entre o modelo dinâmico sem e com o DAF. Para a configuração em que o deslocamento da mola helicoidal é de 1 mm, a redução percentual alcançou 44,56%. Já a configuração na qual o *offset* é de 3 mm, a atenuação foi equivalente a 53,60%, evidenciando o acréscimo do momento de atrito atuante no sistema de controle passivo.

Na etapa de análise de vibração forçada, as densidades espectrais de potência revelaram que o mecanismo dissipador proposto, DAF, teve melhor eficiência de atenuação na segunda

frequência de ressonância da estrutura. Com base nas configurações de ensaio adotadas, foram obtidas reduções percentuais dos picos de aceleração de até 81,82% no primeiro pavimento, e até 74,38% no segundo pavimento. Os espectros mostraram que não houve variação considerável quanto aos valores numéricos das frequências naturais do sistema dinâmico, quando o DAF é implementado. Neste enquadramento, a maior variação percentual atingiu 3,03%.

Nos testes experimentais em que a estrutura esteve sujeita a uma excitação sísmica, foram obtidos os sinais de aceleração no tempo e, posteriormente, realizou-se a análise espectral. A instalação do DAF no sistema estrutural, evidenciou a atenuação da resposta vibratória levando em conta os parâmetros das amplitudes médias de aceleração (expressas em termos dos valores RMS), principalmente na segunda configuração de *offset* (3 mm), com redução percentual de 52,32%. Na análise espectral, os níveis de atenuação das acelerações de pico foram satisfatórios, explicitando uma redução percentual mínima de 60,25%. Em relação aos valores das frequências fundamentais do modelo dinâmico, verificou-se que também não houve variação significativa, sendo 4,11% a maior taxa percentual calculada.

Portanto, pode-se concluir que a incorporação do sistema de controle passivo no protótipo estrutural, considerando ambas as configurações de *offset* impostas em cada teste dinâmico, apontou bons resultados quanto à dissipação de energia mecânica vibracional, especialmente na segunda frequência natural da estrutura, quando as atenuações estiveram mais acentuadas conforme os espectros apresentados.

## 7 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com base nos resultados obtidos acerca deste estudo, podem ser sugeridas as seguintes opções para futuras investigações:

- Empregar a técnica de amortecimento por atrito em outros tipos de sistemas estruturais, avaliando novas concepções de montagem;
- Realizar a simulação numérica por elementos finitos do protótipo estrutural com o DAF incorporado, visando refinar o projeto do sistema de controle passivo;
- Realizar uma análise dimensional do dispositivo de amortecimento friccional para uma possível aplicação em escala real;
- Utilizar outros materiais na fabricação dos discos de fricção (bronze, por exemplo), com o propósito de estudar o desgaste superficial dos elementos dissipadores e, conseqüentemente, observar eventuais interferências no desempenho do sistema de amortecimento quanto à dissipação de energia mecânica.

## REFERÊNCIAS

ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos: a base da tecnologia CAE / análise dinâmica**. 2. ed. São Paulo: Érica, 2008.

ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos: a base da tecnologia CAE**. 6. ed. São Paulo: Érica, 2013.

ARTAR, M.; CARBAS, S. Optimum sizing design of steel frame structures through maximum energy dissipation of friction dampers under seismic excitations. **Structures**, v. 44, n. September, p. 1928–1944, 2022.

ASEKA, E. H. **Sistemas Concentrados e Distribuídos Com Amortecimento Viscoelástico Utilizando a Base Gerada Pela Resposta Impulso**. Porto Alegre, RS: UFRGS, 2008. 129 p. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT): NBR 15421, 2006, “Projetos de Estruturas Resistentes a Sismos: Procedimento”, Rio de Janeiro.

BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R. **Resistência dos Materiais**. 3º ed. Rio de Janeiro: Editora Pearson Makron Books, 1995.

BRASIL, R. M. L. R. F, 2023. **Engenheiro e professor da USP que estuda terremotos comenta sobre colapso de estruturas na Turquia: voluntários brasileiros levam ajuda para vítimas do terremoto na Turquia**. Disponível em: <<https://globoplay.globo.com/v/11358090/?s=0s>>. Acesso em: 21 mar. 2023.

BRASIL, R. M. L. R. F. **Otimização de Projetos de Engenharia**. São Paulo: Blucher, 2019.

BRASIL, R. M. L. R. F. **Introdução à Dinâmica de Estruturas Para Engenharia civil**. 2º ed. São Paulo: Blucher, 2015.

BUDYNAS, R. G., NISBETT, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley: Projeto de Engenharia Mecânica**. 10ª ed. Porto Alegre: AMGH, 2016.

CHOPRA, A. K. **Dynamics of Structures**. 2ª ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall, 1995.

DAMPTECH, EARTHQUAKE PROTECTION, 2021. Disponível em: <<https://www.damptech.com/description>>. Acesso em: 20 mar. 2023.

FELÍCIO, L. C., 2010. **Modelagem da Dinâmica de Sistemas e Estudo da Resposta**. 2ª ed. São Carlos: Editora Rima.

FRIIS, T., *et al.* Two-level friction damping and its application for passive multi-functional vibration control of high-rise buildings. **Engineering Structures**, v. 239, n. July 2020, p. 112310, 2021.

GOLAFSHANI, A. A.; GHOLIZAD, A. Friction damper for vibration control in offshore steel jacket platforms. v. 65, n. 1, p. 180–187, 2009.

GONÇALVES, A. P. S. **Controle Ativo de Vibrações em uma Estrutura com 2GDL Utilizando Transdutores Piezoelétricos Associados a Circuitos *Shunt* de Capacitância Negativa**. Campina Grande, PB: UFCG, 2016. 125 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Campina Grande, 2016.

GRASSI, E. N. D. **Comportamento Termomecânico de Minimolas Superelásticas de NiTi: Influência de Tratamentos Térmicos**. Campina Grande, PB: UFCG, 2014. 115 p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Campina Grande, 2014.

HIGUTI, R. T.; KITANO, C. **Sinais e Sistemas**. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira: Unesp, SP, 2003.

IKAGO, K.; SAITO, K.; INOUE, N. Seismic control of single degree of freedom structure using tuned.pdf. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**, p. 22, 2011.

INMAN, D. J. **Engineering Vibration**. 2ª ed. New Jersey: Prentice Hall, 2001.

JANKE, L., CZADERSKI, C., MOTAVALLI, M., RUTH, J. Applications of Shape Memory Alloys in Civil Engineering Structures – Overview, limits and new ideas. **Materials and Structures**. v. 38, 2005.

KANG, J.; TAGAWA, H. Seismic performance of steel structures with seesaw energy dissipation system using fluid viscous dampers. **Engineering Structures**, v. 56, p. 431–442, 2013.

KIM, J.; CHOI, H.; MIN, K. Use of rotational friction dampers to enhance seismic and progressive collapse resisting capacity of structures. v. 537, n. December 2009, p. 515–537,

2011.

LAGOUDAS, D. **Shape Memory Alloys: Modeling and Engineering Applications**. Editora: Springer Science Business Media, LLC, 2008.

LEE S. K., *et al.* Design of a bracing-friction damper system for seismic retrofitting. **Smart Struct Syst**, 2008.

LIN, R. C., *et al.* An experimental study on seismic behaviour of viscoelastically damped structures. v. 13, p. 75–84, 1991.

LINDEBURG, M. R., MCMULLIN, K. M. **Seismic Design of Building Structures: A professional's Introduction to Earthquake Forces and Design Details**. 9<sup>o</sup> ed, In: Belmont Professional Publications, 2008.

LIU, Y., *et al.* Seismic Behavior of Superelastic Shape Memory Alloy Spring in Base Isolation System of Multi-Story. **Materials**, 2019.

MCCONNELL, K. G. **Vibration Testing – Theory and Practice**. New York: John Wiley & Sons, 1995.

MENDES, P; OLIVEIRA, S. **Análise Dinâmica de Estruturas: Utilização Integrada de Modelos de Identificação Modal e Modelos de Elementos Finitos**. Lisboa: 2008.

MIGUEL, L. F. F.; RIERA, J. D. Vibration control of structures using friction dampers. **Revista Internacional de Desastres Naturales, Accidentes e Infraestructura Civil**, v. 8, n. 1, p. 57–70, 2008.

MIN, K.; SEONG, J.; KIM, J. Simple design procedure of a friction damper for reducing seismic responses of a single-story structure. **Engineering Structures**, v. 32, n. 11, p. 3539–3547, 2010.

MONTGOMERY, M; CHRISTOPOULOS, C. Enhanced wind and seismic performance of tall buildings. **Structure Magazine**, 2020. Disponível em: <<https://www.structuremag.org/?p=16160>>. Acesso em: 30 mar. 2023.

MORAES, Y. J. O. **Análise Dinâmica Aplicada ao Controle Passivo de Vibrações em Estrutura do Tipo Pórtico Incorporando Minimolas Superelásticas de Nitinol**. Campina Grande, PB. 114p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica – PPGEM/UAEM, Universidade Federal de Campina Grande, 2017.

MORAES, Y. J. O., *et al.* Análise dinâmica aplicada ao controle de vibrações em protótipo de edifício incorporando molas LMF superelásticas. **Revista Principia - Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB**, v. 1, n. 45, p. 90, 2019.

MORAES, Y. J. O. **Controle Passivo de Vibrações em Sistema Estrutural Utilizando Molas: Comparação entre Técnicas e Análise da Influência de Variáveis**. João Pessoa, PB. 256p. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica – PPGEM/CT, Universidade Federal da Paraíba, 2021.

MORGEN, B. G.; KURAMA, Y. C. A friction damper for post-tensioned precast concrete beam-to-column joints. n. 3189, p. 15, 2004.

MOUTINHO, C. M. R. **Controle de Vibrações em Estruturas de Engenharia Civil**. Porto, Portugal: FEUP, 2007. 394 p. Tese de Doutorado em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2007.

MUALLA, I. H. Experimental evaluation of new friction damper device. p. 1–7, 1999.

MUALLA, I. H.; BELEV, B. Performance of steel frames with a new friction damper device under earthquake excitation. v. 24, p. 365–371, 2002.

NAEEM, A.; KIM, J. Seismic retrofit of structures using rotational friction dampers with restoring force. 2020.

NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas: Uma Abordagem Integrada**. 4ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

ONTIVEROS-PÉREZ, S. P.; MIGUEL, L. F. F.; MIGUEL, L. F. F. A new assessment in the simultaneous optimization of friction dampers in plane and spatial civil structures. **Mathematical Problems in Engineering**, 2017.

OTSUKA, K.; WAYMAN, C.M. **Shape Memory Materials**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1998.

PEÑA, L. A. P. **Análise dos Efeitos Provocados por Abalos Sísmicos em Estruturas Irregulares**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília, Brasília, 2012.

PEÑA, L. A. P.; DOZ, G. N.; AVILA, S. M. Numerical and experimental comparative of coupled neighboring buildings. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 13, n. 6, p.

2020, 21 out. 2020.

PENA, R. F. A. **Os maiores terremotos da história**. In: Mundo Educação, 2016. Disponível em: <<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/geografia/os-maiores-terremotos-historia.htm>>. Acesso em: 19 abr. 2023.

PEREIRA, R. A., FERREIRA, W. G., BEZERRA, A. D. S. **Abalos Sísmicos no Brasil e no Mundo**. Vitória: Scribd – Coletânea da Sismologia Mundial, 2008.

QUANSER, INOVATE EDUCATE, 2023. Disponível em: <<https://www.quanser.com/products/shake-table-ii/#productdetails>>. Acesso em: 15 mar. 2023.

RAMAKRISHNA, U.; MOHAN, S. C. Materials Today : Proceedings Performance of Low-cost Viscoelastic Damper For Coupling Adjacent Structures Subjected Dynamic Loads. **Materials Today: Proceedings**. October, p. 1-6, 2020.

RAO, S. **Vibrações Mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

RAS, A.; BOUMECHRA, N. Seismic energy dissipation study of linear fluid viscous dampers in steel structure design. **Alexandria Engineering Journal**, v. 55, n. 3, p. 2821–2832, 2016.

ROSSATO, L. V.; MIGUEL, L. F. F.; FADEL MIGUEL, L. F. F. Estimativa de Razão de Massas Ideal de Amortecedor de Massa Sintonizada Para Controle de Vibrações em Estruturas. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia**, v. 2, n.13, p. 1-12, 2017.

SANTOS, I. J. A. dos. **Análise Dinâmica de Suportes Para Antenas em Torres Metálicas Para Telecomunicações**. Recife, PE. 151p. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil – PPGEC, Universidade Federal de Pernambuco, 2015.

SHIRKHANI, A., *et al.* Behavior of steel frames with rotational friction dampers by endurance time method. **JCSR**, v. 107, p. 211–222, 2015.

SOONG, T.T; DARGUSH, G. F. **Passive energy dissipation systems in structural engineering**. Chichester: Wiley, 1997.

SOONG, R. Z.; MAHMOODI, P. Seismic response of steel frame structures. v. 18, n. August, 1989.

SOONG, T. T.; JR, B. F. S. Supplemental energy dissipation : state-of-the-art and state-of-the-practice. v. 24, p. 243–259, 2002.

SORIANO, H. L. **Introdução à Dinâmica das Estruturas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2014.

STOICA. P; MOSES. R. **Spectral Analysis of Signals**. New Jersey: Prentice Hall, 2005.

TAIYARI, F., *et al.* Damage-based optimal design of friction dampers in multistory chevron braced steel frames. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 119, 11–20, 2019.

WEBER, F., FELTRIN, G., HUTH, O. **Guidelines for Structural Control**. In: SAMCO Report F05, 2006.

WEI, X., *et al.* Introduction of flat-spring friction system for seismic isolation. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 145, n. October 2020, p. 106649, 2021.

WICANDER. R.; MONROE, J. S. PETERS, K. **Fundamentos de Geologia**. São Paulo: Cengage Learning, 2009.

XU, Z.; SHEN, Y.; ZHAO, H. A synthetic optimization analysis method on structures with viscoelastic dampers. v. 23, p. 683–689, 2003.

YÁNEZ, P. A. L. **Análise Sísmica de Edifícios pela Técnica do Meio Contínuo**. São Carlos – SP: USP, 198 p. Tese de Doutorado em Engenharia de Estruturas. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade Federal de São Paulo, 1992.

## ANEXOS

## ANEXO A – Escalas de Medição de Magnitude e Intensidade de Abalos Sísmicos.

Escala Richter	Efeitos do terremoto
De 0,0 a 1,9	Não é sentido. O tremor de terra pode ser detectado apenas por sismógrafos
De 2,0 a 2,9	Não é sentido, no entanto objetos pendurados podem balançar
De 3,0 a 3,9	Comparável à vibração de um caminhão passando próximo
De 4,0 a 4,9	Pode quebrar janelas e derrubar objetos pequenos ou desequilibrados
De 5,0 a 5,9	Ocasiona pequenos danos em edificações. A mobília se move e o reboco da parede cai
De 6,0 a 6,9	Dano a construções fortes, dano severo a construções fracas
De 7,0 a 7,9	Terremoto de grande proporção. Prédios saem das fundações; rachaduras surgem na terra; tubulações subterrâneas se quebram
De 8,0 a 8,9	Terremoto muito forte. Pontes se rompem; poucas construções resistem de pé. Não há um limite para a escala mas, de 8 graus em diante, os efeitos devastadores são sentidos em um raio de centenas de quilômetros.
De 9,0 para cima	Destruição quase total; ondas se movendo pela terra são visíveis a olho nu

Os efeitos de cada abalo sísmico variam bastante devido à distância, às condições do terreno, às condições das edificações e de outros fatores.

Figura A.1 – Escala Richter. Fonte: Pereira *et al.* (2008).

Escala Mercalli	Descrição do nível de intensidade
I	Não sentido pelas pessoas, sendo registrado apenas pelos sismógrafos, exceto em condições extremamente favoráveis.
II	Sentido apenas por algumas pessoas, especialmente em prédios altos.
III	É sentido por algumas pessoas em casa, especialmente nos andares superiores em prédios altos. Pode não ser reconhecido como um abalo sísmico.
IV	Sentido em casa por muitas pessoas durante o dia e na rua por poucas pessoas. À noite algumas pessoas pode ser acordadas. Objetos vibram e as paredes podem ranger. Os carros e motos parados balançam visivelmente.
V	Sentido por praticamente todas as pessoas, muitos são acordados. As pessoas conseguem identificar a direção do movimento. Objetos pequenos e instáveis são deslocados. Portas oscilam, fecham, abrem.
VI	Sentido por todas as pessoas, muitos devido ao medo saem às ruas. Algumas mobílias pesadas podem se movimentar. Objetos caem de prateleiras. Ocorrência de danos moderados em estruturas de má qualidade.
VII	Sentido inclusive por pessoas que estão dirigindo automóveis. Ocorrência de danos pequenos em edifícios bem construídos, danos moderados em casas bem construídas e danos consideráveis em estruturas mal construídas. Algumas chaminés se quebram. Pequenos escorregamentos de barrancos arenosos.
VIII	Danos em construções normais, inclusive com colapso parcial. Algum dano em construções especialmente projetadas. Queda de muros de alvenaria, chaminés, monumentos, torres e caixas d'água. Trincas no chão.
IX	Pânico generalizado. Construções comuns muito danificadas, às vezes colapso total. Danos consideráveis em construções especialmente projetadas e em grandes edifícios, com colapso parcial. Tubulação subterrânea quebrada. Rachaduras visíveis no solo.
X	Maioria das construções destruídas inclusive nas fundações. Danos sérios a barragens e diques. Terra desliza consideravelmente. Trilhos levemente entortados. A água molha as margens dos rios.
XI	Poucas estruturas de alvenaria não colapsam totalmente. Pontes são destruídas e os trilhos dos trens são completamente entortados. As tubulações subterrâneas são completamente destruídas.
XII	Destruição quase total. A paisagem é modificada com a topografia sendo distorcida. Grandes blocos de rocha são deslocados. Objetos são jogados ao ar. Essa intensidade nunca foi observada no período histórico.

Figura A.2 – Escala de Mercalli. Fonte: Lindeburg &amp; McMullin (2008), adaptado pelo autor.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A – Algoritmo computacional da análise dinâmica do sistema estrutural.

```

% Análise Modal e Respostas em Frequência - Sistema Estrutural
% Autor: Handerson Valdevino

clear all, close all
clc

% Dados do Sistema Estrutural:
% Módulo de Elasticidade - Aço Inoxidável [Pa]:
E = 155e9;
% Parâmetros Geométricos da Seção Transversal das Colunas da
Estrutura [m]:
b = 50e-3;
h = 0.97e-3;
% Momento de Inércia das Colunas da Estrutura [m^4]:
Ic = b*h^3/12;
% Comprimento das Colunas da Estrutura [m]:
lc = 231.5e-3;
% Massa do Primeiro Pavimento [kg]:
m1 = 1.12;
% Massa do Segundo Pavimento [kg]:
m2 = 1.12;
% Rigidez do Primeiro Pavimento [N/m]:
k1 = 24*E*Ic/lc^3;
% Rigidez do Segundo Pavimento [N/m]:
k2 = k1;
% Fator de Amortecimento da Estrutura:
zeta = 0.005;

% Matriz de Massa:
M = [m1 0; 0 m2];
fprintf('Matriz de Massa do Sistema Estrutural: \n')
disp(M)
% Matriz de Rigidez:
K = [k1+k2 -k2; -k2 k2];
fprintf('Matriz de Rigidez do Sistema Estrutural: \n')
disp(K)

% Cálculo dos Autovalores e Autovetores:
[Autovetores,Autovalores] = eig(K,M);

% Cálculo das Frequências Naturais do Sistema Estrutural:
wn = sqrt(Autovalores);

% Frequências Naturais:
fprintf('Frequências Naturais da Estrutura [rad/s]: \n')
W1 = wn(1,1);
W2 = wn(2,2);
disp([W1;W2])

fprintf('Frequências Naturais da Estrutura [Hz]: \n')

```

```

F1 = wn(1,1)/(2*pi);
F2 = wn(2,2)/(2*pi);
disp([F1;F2])

% Normalização dos Vetores Modais:
for i=1:2
    Autovetores(:,i) = Autovetores(:,i)/Autovetores(1,i);
end

% Matriz de Forma Modal:
fprintf('Matriz Modal Normalizada: \n')
disp(Autovetores)

% Autovetores:
fprintf('Modos Naturais de Vibração: \n')
A1 = Autovetores(:,1);
fprintf(' - Autovetor 1 (Primeiro Modo de Vibração) \n')
disp(A1)
A2 = Autovetores(:,2);
fprintf(' - Autovetor 2 (Segundo Modo de Vibração) \n')
disp(A2)

% Posição de Equilíbrio da Estrutura:
linha = [0;501.40];
pontos = 0*linha;

% Pontos Discretos - Altura [mm]:
h = [0;250.70;501.40];

% Representação Gráfica dos Modos Naturais de Vibração:
for i=1:2
    subplot(1,2,i)
    plot([0;Autovetores(:,i)],h,'k','LineWidth',3)
    hold on
    plot(pontos,linha,'--b','LineWidth',1)
    hold off
    title(['Modo de Vibração ',num2str(i)])
    ylabel('Altura da Estrutura [mm]')
    grid on
    axis([-2 2 0 550])
end

% Propriedade de Ortogonalidade:
% Massa Generalizada Associada ao Primeiro Modo de Vibração [kg]:
MG1 = A1.'*M*A1;
% Rigidez Generalizada Associada ao Primeiro Modo de Vibração [N/m]:
KG1 = A1.'*K*A1;
% Massa Generalizada Associada ao Segundo Modo de Vibração [kg]:
MG2 = A2.'*M*A2;
% Rigidez Generalizada Associada ao Segundo Modo de Vibração [N/m]:
KG2 = A2.'*K*A2;

% Determinação da Matriz de Amortecimento:
A = [(1/2)/(2*wn(1,1)) (1/2)*wn(1,1); (1/2)/(2*wn(2,2))
(1/2)*wn(2,2)];
B = [zeta; zeta];

```

```

% Vetor das Constantes Proporcionais de Massa e Rigidez:
C_MR = inv(A)*B;
% Constante de Amortecimento Proporcional de Massa:
alpha = C_MR(1,1);
% Constante de Amortecimento Proporcional de Rigidez:
beta = C_MR(2,1);

% Matriz de Amortecimento Proporcional:
C = alpha.*M + beta.*K;

% Incremento de Frequência:
df = 0.001;
% Faixa de Frequências [Hz]:
f = [0:df:20];
% Vetor de Frequência [rad/s]:
w = 2*pi*f;

% Razões de Frequências:
r1 = f/F1;
r2 = f/F2;

% Fatores de Amplificação Dinâmica:
FAD1 = 1./sqrt((1-r1.^2).^2+(2.*zeta.*r1).^2);
FAD2 = 1./sqrt((1-r2.^2).^2+(2.*zeta.*r2).^2);

% Amplitude do Movimento de Base [mm]:
Y = 0.7;

% Forças Equivalentes [N]:
Fm1 = Y.*sqrt(k1.^2+(C(1,1)-C(2,2))*w).^2);
Fm2 = 0;

% Força Generalizada Associada ao Primeiro Modo de Vibração [N]:
FG1 = Fm1*A1(1,1)+Fm2*A1(2,1);
% Força Generalizada Associada ao Segundo Modo de Vibração [N]:
FG2 = Fm1*A2(1,1)+Fm2*A2(2,1);

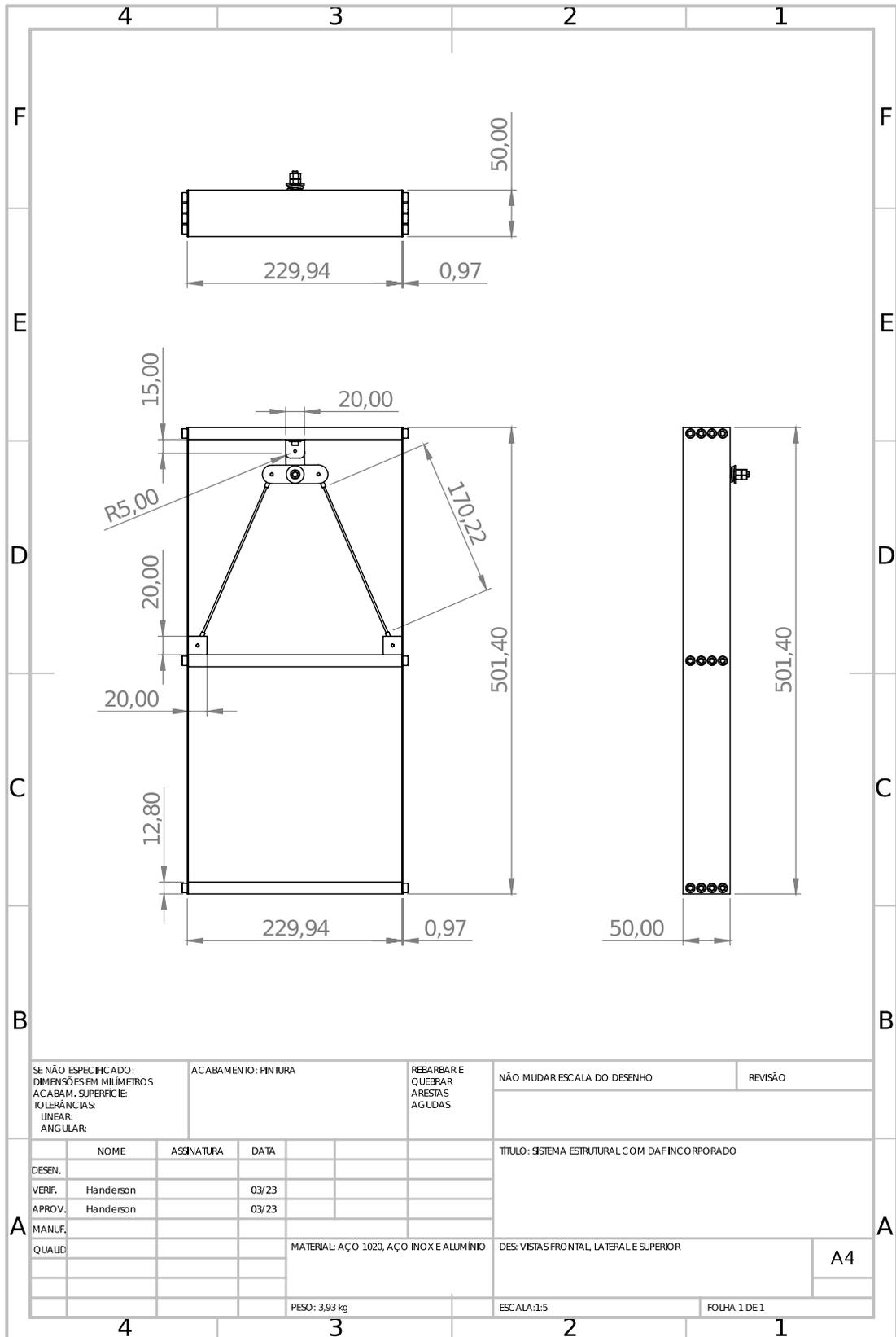
% Respostas Dinâmicas no Domínio da Frequência:
% - Primeiro Pavimento:
X_P1 = (FG1./KG1).*FAD1.*A1(1,1)+(FG2./KG2).*FAD2.*A2(1,1);
% - Segundo Pavimento:
X_P2 = (FG1./KG1).*FAD1.*A1(2,1)+(FG2./KG2).*FAD2.*A2(2,1);

% Plotagem da Solução:
figure(2)
plot(f,abs(X_P1),'b')
title('Deslocamento x Frequência')
xlabel('Frequência [Hz]'), ylabel('Amplitude [mm]'), grid
axis([0 12 0 60])

figure(3)
plot(f,abs(X_P2),'r')
title('Deslocamento x Frequência')
xlabel('Frequência [Hz]'), ylabel('Amplitude [mm]'), grid
axis([0 12 0 90])

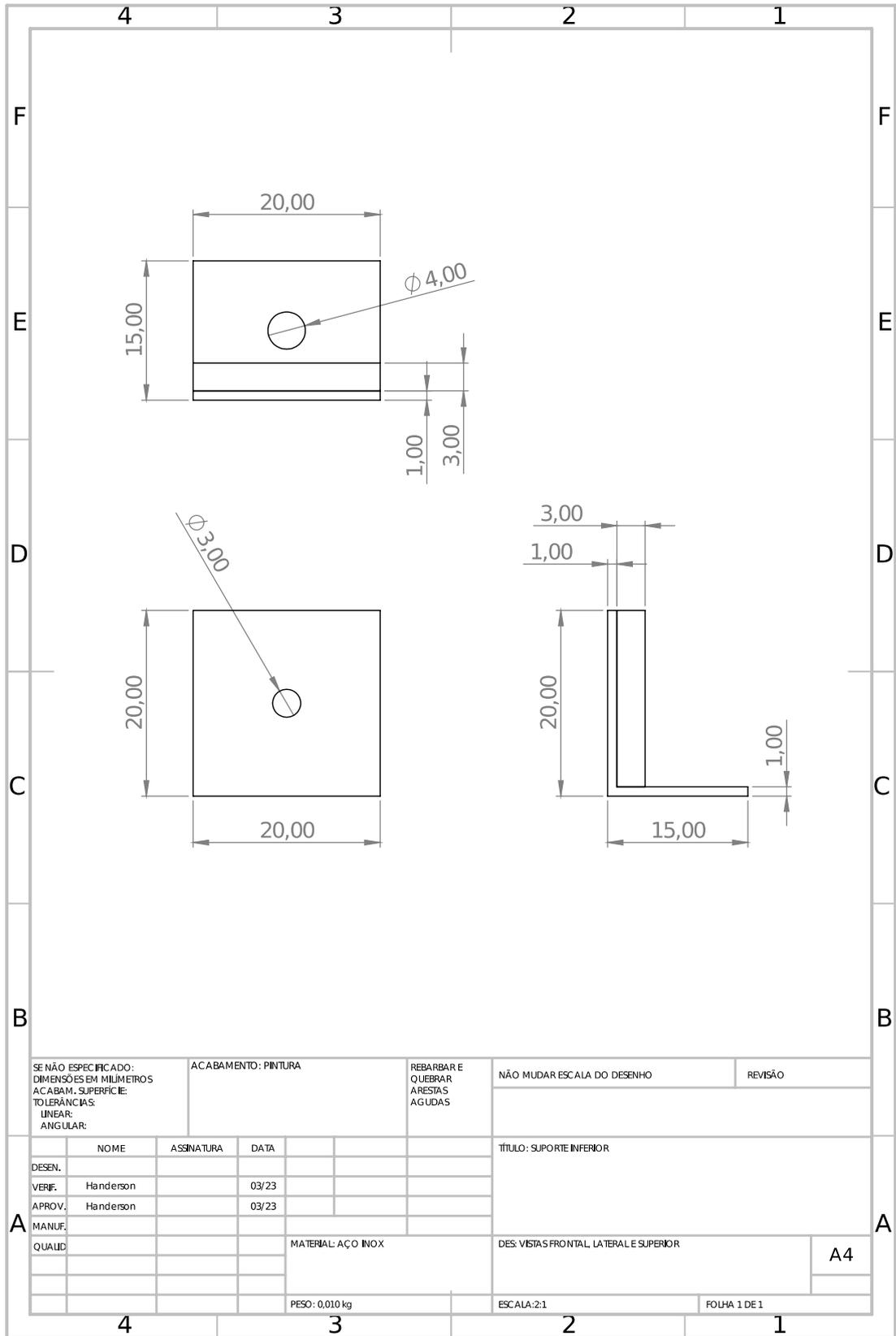
```

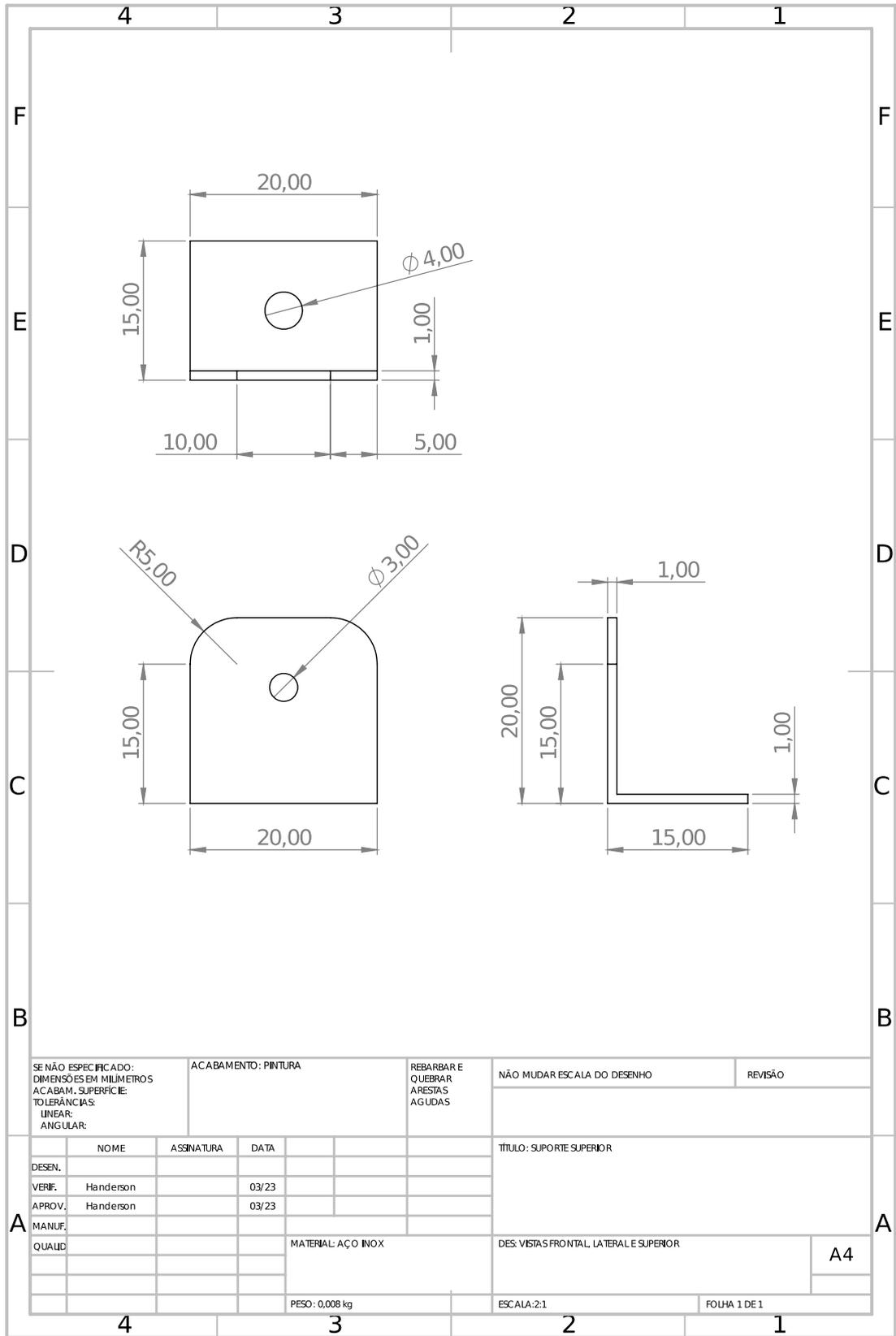
**APÊNDICE B** – Desenhos técnicos do sistema estrutural com o DAF incorporado e detalhamento dos elementos secundários.











SE NÃO ESPECIFICADO:  
DIMENSÕES EM MILÍMETROS  
ACABAM. SUPERFÍCIE:  
TOLERÂNCIAS:  
LINEAR:  
ANGULAR:

ACABAMENTO: PINTURA

REBARBAR E  
QUEBRAR  
ARESTAS  
AGUDAS

NÃO MUDAR ESCALA DO DESENHO

REVISÃO

	NOME	ASSINATURA	DATA		
DESEN.					
VERIF.	Handerson		03/23		
APROV.	Handerson		03/23		
MANUF.					
QUALID.					
				MATERIAL: AÇO INOX	
				PESO: 0,008 kg	

TÍTULO: SUPORTE SUPERIOR

DES: VISTAS FRONTAL, LATERAL E SUPERIOR

A4

ESCALA: 2:1

FOLHA 1 DE 1