



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE EDUCAÇÃO E SAÚDE
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA E MATEMÁTICA
GRADUAÇÃO DE MATEMÁTICA**

ALDAIR MARIANO DE LACERDA

**ESTUDO DE REVISÃO SOBRE ENSINO-APRENDIZAGEM DAS EQUAÇÕES DI-
FERENCIAIS: UM OLHAR A PARTIR DE ARTIGOS E DISSERTAÇÕES**

Cuité

2023

ALDAIR MARIANO DE LACERA

ESTUDO DE REVISÃO SOBRE ENSINO-APRENDIZAGEM DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS: UM OLHAR A PARTIR DE ARTIGOS E DISSERTAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática do Centro de Educação e Saúde da Universidade Federal de Campina Grande, como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profa. Dr^a. Célia Maria Rufino Franco

Cuité

2023

L131e Lacerda, Aldair Mariano de.

Estudo de revisão sobre ensino-aprendizagem das equações diferenciais: um olhar a parti de artigos e dissertações. / Aldair Mariano de Lacerda. - Cuité, 2023.
48 f. : il. color.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Educação e Saúde, 2023.

"Orientação: Profa. Dra. Célia Maria Rufino Franco".

Referências.

1. Equações diferenciais. 2. Equações diferenciais - ensino-aprendizagem. 3. Equações diferenciais - método de ensino. 4. Equações diferenciais ordinárias. 5. Modelagem matemática. 6. Equações diferenciais - fenômenos físicos. 7. Equações diferenciais - problemas de engenharia. I. Franco, Célia Maria Rufino. II. Título.

CDU 514.745.8(043)

ALDAIR MARIANO DE LACERDA

ESTUDO DE REVISÃO SOBRE ENSINO-APRENDIZAGEM DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS: UM OLHAR A PARTIR DE ARTIGOS E DISSERTAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática do Centro de Educação e Saúde da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito para obtenção do grau de licenciado em Matemática.

Trabalho aprovado em: 01 de novembro de 2023.

COMISSÃO EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente



CELIA MARIA RUFINO FRANCO LEITE

Data: 07/11/2023 11:44:55-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Drª. Célia Maria Rufino Franco
Orientadora

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

Documento assinado digitalmente



EDNA CORDEIRO DE SOUZA

Data: 07/11/2023 12:44:59-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profª. Drª. Edna Cordeiro de Souza
Examinadora

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

Documento assinado digitalmente



LEONARDO LIRA DE BRITO

Data: 07/11/2023 11:52:42-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me. Leonardo Lira de Brito
Examinador

Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)

A Deus.

Aos meus pais Maria Luzineide e Valderi.

*Aos meus irmãos Anderson, Vitória, Maiara,
Milena, Mirian e José Nikolas. À minha avó Maria
de Lourdes (in memoriam) e aos meus amigos.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter guiado meu caminho me dando forças e perseverança para seguir em busca dos meus objetivos, dando continuidade nesta jornada árdua sem ter que rebaixar ninguém para meu ganho pessoal.

Aos meus pais, Valderi Mariano da Silva e Maria Luzineide Mariano de Lacerda, por toda dedicação e esforço que tiveram por mim.

Aos meus irmãos, Anderson, Vitória, Maiara, Milena, Mirian Kelly e José Nicolas.

À minha orientadora, Dr^a. Célia Maria Rufino Franco, por depositar em mim confiança nesta etapa, contribuindo muito em minha formação docente.

À toda minha família, em destaque aos meus avós maternos e paternos.

A todos meus amigos e colegas que fizeram parte desta caminhada, me motivando e compartilhando conhecimentos.

A todos do corpo docente da Matemática e coordenação.

Aos meus companheiros de quarto Jardel Matheus e João Vítor, pela convivência harmoniosa que obtivemos e a todos da residência universitária masculina.

A alegria não chega apenas no encontro do achado, mas faz parte do processo da busca. E ensinar e aprender não podem dar-se fora da procura, fora da boniteza e da alegria.

(FREIRE, Paulo, 1996)

RESUMO

DE LACERDA, Aldair Mariano. **Estudo de Revisão Sobre Ensino-aprendizagem das Equações Diferenciais: um Olhar a Partir de Artigos e Dissertações**. 2023. 48 f. Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) – Centro de Educação e Saúde, Universidade Federal de Campina Grande, Cuité, 2023.

As equações diferenciais são de grande importância por estar presente em diversas áreas do conhecimento e ser amplamente reconhecida. Suas equações são ferramentas essenciais para modelar fenômenos físicos, problemas da Engenharia e vários outros campos, onde se faz necessária. Este trabalho tem por objetivo fazer uma revisão de literatura, possibilitando a verificação de dificuldades e estratégias sobre o ensino e a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO). Inicialmente é abordado um pouco sobre o desenvolvimento histórico das equações, descrevendo seus principais precursores, noções gerais sobre o ensino e a aprendizagem e a Modelagem Matemática como metodologia de ensino. Para desenvolver este trabalho, foram selecionados alguns artigos e dissertações publicadas no período de 2017 a 2022 que englobam a temática. Os trabalhos foram organizados e analisados de maneira que envolvam métodos e estratégias de ensino ou avaliações de métodos utilizados. O estudo foi essencial para o conhecimento de recursos e estratégias apresentadas que possam contribuir no ensino e aprendizagem das equações diferenciais.

Palavras-chave: Equações diferenciais ordinárias. Aprendizagem. Metodologia de Ensino.

ABSTRACT

DE LACERDA, Aldair Mariano. **A Review Study on the Teaching and Learning of Differential Equations: a Look at Articles and Dissertations**. 2023. 48 f. Course Conclusion Work (TCC) - Center for Education and Health, Federal University of Campina Grande, Cuité, 2023.

Differential equations are of great importance because they are present in various areas of knowledge and are widely recognized. Its equations are essential tools for modeling physical phenomena, engineering problems and various other fields where they are needed. The aim of this work is to review the literature, making it possible to verify the difficulties and strategies involved in teaching and learning Ordinary Differential Equations (ODEs). Initially, a little is covered about the historical development of equations, describing their main precursors, general notions about teaching and learning and Mathematical Modeling as a teaching methodology. To develop this work, we selected some articles and dissertations published between 2017 and 2022 that cover the subject. The works were organized and analyzed in a way that involved teaching methods and strategies or evaluations of the methods used. The study was essential for learning about resources and strategies that can contribute to the teaching and learning of differential equations.

Keywords: Ordinary differential equations. Learning. Teaching Methodology.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EDO	Equações Diferenciais Ordinárias
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
ED	Equação Diferencial
HIV	Vírus da Imunodeficiência Humana
MCC	Matemática no Contexto das Ciências
EMC	Educação Matemática Crítica
A	Artigo
D	Dissertação
SciELO	Scientific Electronic Library Online
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
UNB	Universidade de Brasília
UFN	Universidade Franciscana
UFMG	Universidade Federal de Campina Grande
UFOP	Universidade Federal de Ouro Preto
UEPS	Unidade de Ensino Potencialmente Significativa

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Isaac Newton.....	17
Figura 2: Gottfried Wilhelm Leibniz.....	18
Figura 3: Pierre de Fermat.....	19
Figura 4: Esquema simplificado de Modelagem Matemática.....	23
Figura 5: Atividade Campos de Direções.....	28
Figura 6: Campo de Direções.....	29
Figura 7: Representação de $\frac{dy}{dx} = x^2 + x$	29
Figura 8: Atividade Avaliativa de EDO de 1ª Ordem.....	32
Figura 9: Parte da solução do grupo B.....	32
Figura 10: Caracterização do Fenômeno.....	36
Figura 11: Atividade 01 Aplicada aos Alunos.....	36
Figura 12: Atividade 02 Aplicada aos Alunos.....	36
Figura 13: Enunciado do Problema.....	38

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Dados referentes aos trabalhos analisados.....	27
Quadro 2: Contribuições das pesquisas para o ensino e aprendizagem de EDO.....	42

Sumário

INTRODUÇÃO.....	14
OBJETIVOS.....	16
Objetivo Geral.....	16
Objetivos Específicos.....	16
1. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS: CONTEXTO HISTÓRICO E ALTERNATIVA PARA O SEU ENSINO.....	17
1.1 Desenvolvimento Histórico das Equações Diferenciais	17
1.2 Modelagem Matemática como Metodologia de Ensino	21
1.3 Noções Gerais Sobre o Ensino-Aprendizagem das Equações Diferenciais	23
2. ANÁLISE DE TRABALHOS SOBRE O ENSINO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS	26
3. CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE OS TRABALHOS ANALISADOS.....	39
CONCLUSÕES.....	44
REFERÊNCIAS.....	46

INTRODUÇÃO

As Equações Diferenciais Ordinárias (EDO's), são ferramentas indispensáveis na aplicação em várias disciplinas, buscando sempre compreender eventos acontecidos ou que venham a acontecer. Constituído uma componente importante do ensino de cálculo e na formação de um professor de matemática o seu estudo possibilita um instrumental matemático importante na resolução de problemas que podem ser e são aplicadas em estudos de diversas áreas, na biologia, física, química e engenharias.

As equações diferenciais têm grandes contribuições nas ciências exatas através da utilização de suas aplicações, o que o faz dela, ferramenta importante para diversos estudos, a sua importância não limita apenas nas aplicações, mas também no seu estudo que contém uma complexidade. A transmissão deste conhecimento requer um nível elevado sobre ferramentas e estratégias que possam auxiliar no ensino, devido à complexidade que existe e por ter como objetivo principal a aprendizagem do aluno.

Pesquisar trabalhos em Educação Matemática é desfrutar de resultados importantíssimos que possam nos guiar em caminhos diversos na procura de estratégia de ensino. Sobre a importância destas pesquisas, Bicudo (1993), relata que “é comum a comunidade de educadores matemáticos perguntar-se da validade das pesquisas que já estão relatadas e publicadas em revistas especializadas e, principalmente, na forma de dissertações e de teses.”

Desse modo, fazer investigações sobre pesquisas realizadas na área de educação matemática em relação às EDO's é importante para compreendermos o quanto isso pode influenciar ou está influenciando no ensino-aprendizagem.

A partir da revisão da literatura realizada neste trabalho, vamos investigar como as pesquisas na área de ensino de cálculo estão trazendo contribuições para o ensino e aprendizagem.

Diante da grande importância que traz a utilização dos resultados desta pesquisa, podemos ter uma soma positiva para o ensino e aprendizagem das EDO's. Através desta pesquisa será possível visualizar contribuições ou pontos negativos que tenham surgido, que também podem contribuir para que haja um estudo a respeito e uma busca de solução.

Neste trabalho, iniciaremos com uma breve descrição do desenvolvimento histórico das Equações Diferenciais, abordando noções gerais sobre o ensino das Equações e Modelagem Matemática. Sua organização se dará da seguinte forma.

No capítulo I é abordado os principais precursores das Equações Diferenciais Ordinárias, dentre eles Isaac Newton, Gottfried Wilhelm Leibniz e Pierre de Fermat, destacando em cada

um suas contribuições para as Equações Diferenciais Ordinárias e mostrando um pouco o que os pesquisadores vem abordando em relação ao ensino da Equações. Além disso, a modelagem matemática foi apresentada como uma alternativa metodológica apropriada.

No capítulo II trata-se da Análise de trabalhos reportados na literatura sobre o ensino das Equações Diferenciais abordando uma breve descrição de revisão bibliográfica e sendo realizada a descrição da análise da literatura localizada nos bancos de dados.

No capítulo III são apresentadas as considerações gerais sobre os trabalhos analisados, destacando em uma tabela as contribuições que os autores trazem em seus trabalhos.

No capítulo IV apresenta-se as conclusões desta pesquisa.

OBJETIVOS

Objetivo Geral

Fazer uma revisão de literatura sobre o ensino e a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias em artigos e dissertações publicadas no período de 2017 a 2022.

Objetivos específicos

Investigar como as pesquisas analisadas estão contribuindo para o ensino de EDO.

Identificar nas pesquisas analisadas as principais dificuldades dos alunos na aprendizagem de EDO.

Identificar quais abordagens metodológicas foram aplicadas nas pesquisas analisadas.

1. EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS: CONTEXTO HISTÓRICO E ALTERNATIVAS METODOLÓGICAS PARA O SEU ENSINO

Neste capítulo iremos abordar um pouco sobre o desenvolvimento histórico das Equações Diferenciais (ED's), bem como métodos de ensino-aprendizagem, enfatizando as dificuldades enfrentadas no ensino de EDO e a modelagem matemática como uma alternativa metodológica apropriada.

1.1 Desenvolvimento Histórico das Equações Diferenciais

As Equações Diferenciais (ED's) têm uma história rica e um desenvolvimento ao longo de vários séculos. Sua origem remonta a muitos matemáticos influentes ao longo da história. Estas equações são ferramentas indispensáveis na aplicação em várias disciplinas, buscando sempre compreender eventos acontecidos ou que venham a acontecer.

Silva (2022, p. 8) destaca que:

O surgimento das Equações Diferenciais se deu em decorrência do desenvolvimento de outra área matemática também muito importante, o Cálculo Diferencial, ou como era mais conhecido na época, o Cálculo Infinitesimal. O surgimento do estudo do Cálculo compreende-se entre o século XVII e início do século XVIII, e tem como precursores nomes de grandes cientistas como: Pierre de Fermat (1601-1665), Isaac Newton (1642-1727), e Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) que foram os principais estudiosos que se dedicaram ao estudo de taxas de variação de grandezas (Silva, 2022, p. 8).

Figura 1 – Isaac Newton (1642-1727)



Fonte: El Antro (2015)

Conhecendo um pouco dos precursores das ED's, temos Isaac Newton (Figura 1). Foi um dos cientistas mais influentes e renomados da história. Nasceu em Woollsthorpe na Inglaterra. Logo após a morte de seu pai, foi criado e educado por sua avó materna até os seus 14 anos de idade. Em 1661 ingressou no Trinity College, na Universidade de Cambridge, onde

estudou matemática e filosofia natural. Apesar de Newton ter atuado relativamente pouco na área de equações diferenciais propriamente ditas, seu desenvolvimento do cálculo e a elucidação dos princípios básicos da mecânica forneceram a base para a aplicação das equações diferenciais no século XVIII. Newton classificou as equações diferenciais de primeira ordem de acordo com as formas $dy/dx = f(x)$, $dy/dx = f(y)$ e $dy/dx = f(x,y)$. Ele desenvolveu um método para resolver essa última equação no caso em que $f(x, y)$ é um polinômio em x e y usando series infinitas, (Boyce; DiPrima, 1985).

As contribuições de Isaac Newton tiveram grandes impactos em diversos campos do conhecimento, algumas de suas contribuições foram:

- Leis do Movimento: Onde estas estabelecem as relações fundamentais entre força, massa e aceleração.
- Lei da Gravitação Universal: Que descreve a força de atração entre objetos com massa.
- Cálculo Diferencial e Integral: Desenvolvido juntamente com Gottfried Wilhelm Leibniz.
- Teoria das Cores: Esta é uma das suas contribuições mais significativas para a compreensão da natureza da luz e das cores.
- Óptica
- Leis do Movimento dos Fluidos: Além de suas contribuições à física clássica, Newton também estudou a mecânica dos fluidos e formulou as leis que regem o movimento dos fluidos viscosos.
- Contribuições à Matemática: Além da grande contribuição dada juntamente com Gottfried Wilhelm Leibniz, Newton trabalhou em áreas como séries infinitas, teoria dos números e equações diferenciais.

Figura 2 - Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)



Fonte: blogspot.com

Gottfried Wilhelm Leibniz (Figura 2), nascido em Leipzig em 1646, na Alemanha, estudou na Universidade de Leipzig, concluindo seu doutorado em direito em 1666 pela Universidade de Nuremberg. Uma de suas contribuições para a matemática foi a introdução da notação de derivada (dy/dx) e da notação da integral (\int) que é extensamente usada até hoje. Leibniz é amplamente reconhecido por seu intelecto brilhante e contribuições multifacetadas ao conhecimento humano. Sua influência abrangeu muitos campos e suas ideias continuam a ser exploradas e debatidas até hoje.

As notações de derivada e integral, foram apenas algumas de suas contribuições, Leibniz “Descobriu o método de separação de variáveis em 1691,

$$M(x) dx + N(y) dy = 0, \quad (1)$$

onde M só depende de x e N só depende de y . A redução de equações homogêneas (2) a equações separáveis (3) em 1691,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y - 4x}{x - y} \quad (2)$$

$$v + x \frac{dv}{dx} = \frac{v^2 - 4}{1 - v} \quad (3)$$

O procedimento para resolver equações lineares de primeira ordem em 1694” (Boyce; DiPrima, 1985, pág. 20).

Figura 3 – Pierre de Fermat (1601-1665)



Fonte: thefa-mouspeople.com

Pierre de Fermat (Figura 3), nasceu em 1601, em Beaumont-de-Lomagne, França. Fermat tinha um irmão e duas irmãs. Antes de se mudar para Bordeaux em 1620, ele esteve na Universidade de Toulouse. Com esta mudança para Bordeaux, Fermat iniciou suas primeiras pesquisas, onde produziu trabalhos importantes sobre máximos e mínimos.

Com mais uma mudança, ele partiu de Bordeaux para Orléans, onde formou-se advogado civil. Em 1631, Fermat era advogado e tornou-se oficial do governo em Toulouse. Devido

ao seu escritório, ele fez uma alteração em seu nome passando de Pierre para Pierre de Fermat. Em Bordeaux, Fermat entrou em contato com o matemático Jean Beaugrand. Durante esse período, ele desenvolveu um trabalho significativo sobre máximos e mínimos, contribuindo de maneira crucial para o avanço do cálculo diferencial no decorrer do tempo que por sua vez, o surgimento das EDO's se deu em decorrência do cálculo.

Além dos nomes supracitados, temos vários outros importantes que fizeram parte do desenvolvimento das equações diferenciais, como Jakob (1654-1705) e Johann Bernoulli (1667-1748). Os irmãos Bernoulli “ambos fizeram contribuições significativas em diversas áreas da matemática. Com a ajuda do cálculo, resolveram diversos problemas em mecânica formulando-os como equações diferenciais” (Boyce; DiPrima, 1985). Johan Bernoulli, em 1694 resolveu a equação

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{ax}. \quad (4)$$

Nascido na Suíça, Leonhard Euler (1707-1783) foi um dos matemáticos mais prolíficos e influentes da história, fazendo inúmeras contribuições em várias áreas da matemática, física e outras disciplinas científicas. Dentre suas contribuições referentes as equações diferenciais, em 1734 Euler conseguiu identificar a condição para que equações diferenciais de primeira ordem sejam exatas, desenvolvendo também a teoria de fatores integrantes em 1743, em que encontrou a solução geral para equações lineares homogêneas com coeficientes constantes (Boyce; DiPrima, 1985).

As equações diferenciais estão presentes na formulação de vários modelos. Por exemplo, no estudo de epidemias, onde podemos citar a febre amarela, Cólera e entre outras. De acordo com Barros (2007), “as Epidemias sempre estiveram presentes na história da humanidade, alcançando um número maior de casos no período de transição entre diferentes modos de produção, pois entravam muita mercadoria de outros estados ou países”.

Quando se busca analisar os processos de transmissão de uma doença, o uso das equações diferenciais se faz necessário dentro destes estudos. Lima (2018) realiza um estudo envolvendo aplicações de equações diferenciais ordinárias na epidemiologia, onde é apresentado um modelo (2) aplicado ao vírus HIV. O modelo considerado foi:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\mu x \\ \frac{dy}{dt} = \mu x \end{cases}. \quad (5)$$

O modelo apresentado acima tem $\mu(t) = kt$, considerado como a taxa de conversão de portadores do HIV para portadores de AIDS. A utilização destas equações, através de manipulações algébricas foi possível chegar à velocidade de conversão do vírus HIV para portadores de AIDS.

1.2 Modelagem matemática como metodologia de ensino

O uso da modelagem matemática é uma abordagem importante e versátil que envolve a representação matemática de fenômenos da vida real. “O uso da modelagem matemática não é algo novo, não é uma ideia que seja recente, mas sim, esteve presente e impulsionou a criação de teorias científicas, em particular os conceitos matemáticos” (Lima, 2018, p. 15). Por se tratar de uma ferramenta indispensável de aplicação, ela é dada como “uma alternativa para o trabalho de conceitos matemáticos em sala de aula, que auxilia na elaboração de modelos para compreender a realidade, seja por meio das práticas sociais, de outras áreas do conhecimento, ou de conceitos internos à própria matemática ...” (Laurentino *et al.*, 2017, p.142).

Embora a ideia de Modelagem Matemática acompanhe a própria História da Matemática, a expressão, em seu conceito moderno, surgiu durante o renascimento, principalmente após Galileu criar o método científico, combinando experimentação e teorização matemática (Silveira; Pereira; Andrade, 2013).

De acordo com Bassanezi (2002):

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (Bassanezi, 2002, p.24)

Sendo uma ferramenta indispensável, a modelagem funciona como auxílio no ensino-aprendizagem fazendo com que os receptores desta ferramenta (alunos e professores) estejam em harmonia, tornando o ensino quanto a aprendizagem mais dinâmica. Para Almeida e Dias (2004), “O desenvolvimento do conhecimento reflexivo, visando à formação de um cidadão crítico, também se insere entre os objetivos a serem atingidos quando se faz uso da Modelagem Matemática em ambientes de ensino e aprendizagem de cursos regulares”.

Em seu livro Bassanezi (2002) destaca que:

A modelagem não deve ser utilizada como uma panaceia descritiva adaptada a qualquer situação da realidade – como aconteceu com a teoria dos conjuntos. Em muitos casos, a introdução de um simbolismo matemático exagerado pode ser mais destrutiva que esclarecedor (seria o mesmo que utilizar granadas para matar pulgas!) O conteúdo e a linguagem matemática utilizados devem ser equilibrados e circunscritos tanto ao tipo de problema como ao objetivo que se propõe alcançar (Bassanezi, 2002, p.25).

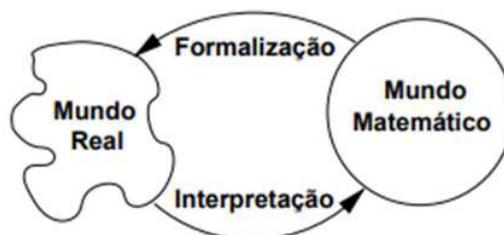
A modelagem matemática é um processo pelo qual problemas do mundo real são traduzidos em termos matemáticos, permitindo uma compreensão mais profunda e a análise de fenômenos complexos. Para este processo Bassanezi (2002) divide nas seguintes etapas:

1. **Experimentação** - É basicamente uma operação de laboratório onde os dados são coletados. Os métodos experimentais são determinados pela própria natureza do experimento e pelo objetivo da pesquisa. No entanto, a contribuição de um matemático nesse período muitas vezes pode ser uma pesquisa básica e direta destinada a subsidiar, posteriormente, o cálculo de parâmetros relacionados a modelos matemáticos. A aplicação de técnicas e métodos estatísticos em pesquisas empíricas pode proporcionar um maior nível de confiança nos dados obtidos.
2. **Abstração** – Esta etapa é crucial pois envolve a simplificação e a redução dos detalhes de um problema do mundo real para torná-lo mais tratável e matematicamente acessível. Durante a abstração, elementos menos essenciais são ignorados ou simplificados para se concentrar nas características-chave do fenômeno em estudo.
3. **Resolução** - Envolve a aplicação de técnicas matemáticas para encontrar soluções para as equações ou relações matemáticas que foram formuladas na etapa de formulação matemática.
4. **Validação** – Este é o processo de aceitação ou rejeição do modelo proposto - Nesta fase, os modelos e suas hipóteses a eles atribuídas devem ser testados face a dados experimentais, comparando suas soluções e as suas previsões com os valores obtidos no sistema real.
5. **Modificação** - Esta etapa refere-se ao processo de adaptação ou modificação de um modelo matemático existente para melhor representar o fenômeno real que está sendo estudado. A modificação é uma parte essencial do processo de modelagem, pois os primeiros modelos podem muitas vezes simplificar demais ou não capturar totalmente aspectos importantes do problema real.

Um modelo matemático tem grande importância na sua capacidade de expressar, em símbolos e relações matemáticas, as características do objeto de pesquisa, ou seja, o problema

em estudo é descrito por meio de modelos, analisado por teorias e técnicas específicas da matemática, gerando assim informações e resultados sobre o assunto. Em seu livro Bassanezi sugere o seguinte esquema:

Figura 4: Esquema simplificado de Modelagem Matemática



Fonte: BASSANEZI (2002)

A utilização de equações diferenciais como modelos de problemas complexos como o sistema de Massa-Mola, Predador-presa requerem uma construção detalhada e as etapas destacadas por Bassanezi são indispensáveis na construção de um modelo. Com base em Boyce e DiPrima (1985), modelar problemas não pode ser reduzida nestas etapas, na formulação dos modelos existem diferentes problemas que não totalmente poderá ser alcançado através das estratégias.

1.3 Noções gerais sobre o Ensino-aprendizagem das Equações Diferenciais

Em análises realizadas por Oliveira e Iglioni (2013) através de artigos, foi constatado que em relação às dificuldades de aprendizagem de estudantes, a abordagem de métodos analíticos, gráficos e numéricos para a análise de equações diferenciais eram algumas das dificuldades que fazia parte da vida destes estudantes.

Com base na observação de Pinto e De Lima (2019), focar o ensino de equações diferenciais exclusivamente nas soluções analíticas e nas manipulações algébricas pode resultar na diminuição da relevância das equações quando se trata de aplicá-las a situações do mundo real e resolver problemas.

Oliveira e Iglioni (2013), conclui em seu estudo que:

[...] as pesquisas levantadas ressaltaram que o ensino das Equações Diferenciais vem acontecendo de modo a concentrar uma maior atenção nas soluções analíticas a partir de manipulações algébricas de resolução e, nesse processo, relataram dificuldades de aprendizagem dos alunos referentes à matemática básica, à aplicação dos conceitos de derivada e integral e à interpretação de taxas de variação instantânea (Oliveira; Iglioni, 2013, p. 21).

Fazer manipulações algébricas envolvem muitos conhecimentos prévios, e às vezes quando executadas, as dificuldades aparecem. Mas este fator pode estar relacionado ao ensino anterior do estudante, trazendo com ele esta lacuna que precisa de uma busca por melhoria pelos educadores e pelo próprio estudante.

O ensino-aprendizagem é um processo fundamental na transmissão de conhecimento, pelo qual temos diversos ambientes em que a prática dele ocorre, tanto em escolas, universidades e até mesmo em situações informais de aprendizado.

Para Kubo e Botomé (2001), ensino e aprendizagem são dois processos independentes. Dentro destes dois processos podemos observar alguns componentes como: aluno, professor, problema, objetivo, conteúdo, métodos e recursos. Estes componentes são indispensáveis para a obtenção de conhecimentos, visto que o ensino-aprendizagem é um processo dinâmico e interativo que requer a colaboração entre professores e alunos. Envolver todos estes componentes, em busca do melhor resultado, requer um conjunto de processos planejados e efetivados. Um ensino de qualidade é uma tarefa complexa, pois envolve múltiplas competências dos docentes e um esforço integrado destes com a instituição onde atuam. Tarefa que se torna ainda mais árida, pois faz parte da cultura dos professores o trabalho individualizado (Perrenoud, 2000, p. 97-101, apud Silva, 2006, p. 78).

Um dos desafios do ensino-aprendizagem é criar um ambiente para que os alunos construam o conhecimento ativamente, em vez de apenas receber informações passivamente. Isso envolve estratégias de ensino que incentivam o pensamento crítico, a resolução de problemas e a colaboração entre os alunos.

Além disso, é importante perceber que os estilos de aprendizagem podem variar de pessoa para pessoa. Alguns alunos aprendem melhor ouvindo, outros lendo, praticando ou interagindo uns com os outros. Como resultado, os educadores devem adotar uma variedade de abordagens para atender as diferentes necessidades e estilos de aprendizagem.

De acordo com Nérice (1978, p.284, apud Brighenti; Biavatti e De Souza, 2015), a metodologia do ensino pode ser compreendida como um “conjunto de procedimentos didáticos, representados por seus métodos e técnicas de ensino”. Este conjunto de métodos é utilizado para atingir os objetivos de ensino e aprendizagem com a máxima eficiência e, portanto, o máximo desempenho.

Em particular, no ensino-aprendizagem das equações diferenciais observa-se uma base alicerçada por objetivos construtivos, visando o melhor para os envolvidos nesse processo. A busca pelo conhecimento permite-nos avançar sempre visando coisas novas, e é através desta

busca que o paralelo entre alunos e professores é inevitável, a ligação entre eles é essencial para desenvolver um ensino e uma aprendizagem de qualidade, mas para isso são necessários métodos inovadores que possam ajudar nesse processo de ensino, encontrando caminhos novos a trilhar. Com base em algumas conclusões destacadas por Dullius *et al.*, (2013), é notório a persistência no ensino tradicional, quando se tem alternativas inovadoras de ensino, mas persistir no tradicional está ligado a alguns motivos, dentre eles “concepção da Matemática, e em particular das ED, muito formalista, que sobrevaloriza a manipulação simbólica frente ao tratamento numérico e gráfico das ED, como princípio inquestionável da aprendizagem significativa” (Dullius *et al.*, 2013).

O ensino das equações diferenciais exige inovação para poder alcançar um objetivo coletivo, a satisfação do ensino e a aprendizagem do aluno. Conforme indicado por Dullius *et al.*, há:

[...] a necessidade de criar módulos auxiliares para que os alunos que apresentam mais dificuldades possam aprender os pré-requisitos necessários para que o conteúdo de ED possa ser aprendido satisfatoriamente; trabalhar com uma metodologia que exija maior participação dos alunos e mais interpretação de sua parte, introduzindo a utilização de ferramentas computacionais para ajudar na tarefa de resolução analítica de ED (Dullius; Veit; Araujo, 2013, p. 226).

A influência dos avanços tecnológicos vem se inserindo significativamente no ensino-aprendizagem. A utilização de plataformas digitais, aplicativos e demais objetos de ensino tem proporcionado novas formas de acesso ao conhecimento. Além disso, também tem ampliado as possibilidades de aprendizado além dos limites físicos das salas de aula tradicionais. Para Silveira *et al.*, (2013), “uma das formas de introduzir um novo conteúdo em sala de aula é através da apresentação de uma situação problema. Esta estratégia é característica da Modelagem Matemática, que vai ao encontro das ideias socioconstrutivistas”.

2. ANÁLISE DE TRABALHOS SOBRE O ENSINO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Neste capítulo tratamos da análise de trabalhos reportados na literatura sobre o ensino das Equações Diferenciais abordando uma breve descrição de revisão bibliográfica e sendo realizada a descrição da análise da literatura localizada nos bancos de dados.

A revisão bibliográfica ou revisão de literatura trata-se de uma prática que está inserida no mundo acadêmico e fora dele em busca de respostas para uma pergunta específica. É a partir

destas revisões que podemos fazer análise críticas sobre publicações. Segundo Gil (2002, p.44, APUD GARCIA, 2016, p.292), pesquisa bibliográfica "... é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos".

A pesquisa bibliográfica com base no que Gil (2002, p.44, APUD GARCIA, 2016, P.292) a descreve, ela é compreendida de características que podem ser descritas como fontes confiáveis, as fontes primárias constituídas de artigos, teses, anais, dissertações, periódicos e outros, fontes secundárias (Enciclopédias, dicionários, bibliografias, bancos de dados e livros e outros) e fontes terciárias (catálogos de bibliotecas, diretórios, revisões de literatura e outros).

Através de pesquisas realizadas sobre o ensino e a aprendizagem de EDO, foi possível organizar e analisar alguns trabalhos científicos que englobam a contextualização com a temática de Equações Diferenciais. Neste estudo, serão analisados nove trabalhos tais como: artigos (A) e Dissertações (D), que abordam métodos e estratégias de ensino ou avaliações de métodos utilizados que contribuíram para o ensino e aprendizagem das equações diferenciais.

Os bancos de dados utilizados foram: Google acadêmico, SciELO (Scientific Electronic Library Online), a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), além de revistas de Teses e Dissertações, utilizando das palavras-chave: Educação matemática, Ensino-aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias e Modelagem Matemática e Metodologia de ensino.

É importante destacar que o espectro temporal considerado para este trabalho foi de 2017 a 2022, compreendendo que nesta delimitação existem várias pesquisas que serão essenciais e indispensáveis para o estudo a ser feito, sem descartar a importância de pesquisas realizadas em anos anteriores, na qual citamos neste trabalho. A análise dos trabalhos apresentados no quadro 1 será feita na sequência dos anos dos trabalhos, dentro do espectro temporal utilizado, respeitando a ordem cronológica.

Para compreendermos o que tem sido realizado nas pesquisas envolvendo o ensino de Equações Diferenciais Ordinárias e tentar responder à questão problema apresentada na introdução, foi determinado quatro atributos de análise estabelecidos previamente: 1) Objetivos de pesquisa, 2) Metodologia 3) Resultados e contribuições para o avanço do tema na área, 4) Considerações apresentadas pelos autores baseados nos resultados obtidos. A análise desses atributos será feita através de uma breve descrição.

O quadro a seguir apresenta os trabalhos com seus respectivos anos, autores, fontes e tipo, ao qual foram analisados durante o estudo.

Quadro 1: Dados referentes aos trabalhos analisados

ANO	AUTOR(ES) E TÍTULO	FONTE	TIPO
2017	BORSSOI, Adriana Helena; FREIRE, Talita Breschiliare Piffer; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. Um Produto Educacional para o Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias em um curso de Formação Docente	Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino – REPPE	A1
2017	IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo; ALMEIDA, Marcio Vieira de. Aplicações para o Ensino de Equações Diferenciais	Revista de educação em ciência e tecnologia da Universidade de Rioja – Espanha	A2
2019	PINTO, Rieuse Lopes; LIMA, Gabriel Loureiro de. Pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de equações diferenciais ordinárias	Revista de PRODUÇÃO DISCENTE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA da PUC – SP	A3
2021	LOPES, Aldo Peres Campos. Modelagem Matemática e Equações Diferenciais: um mapeamento das pesquisas em Educação Matemática	Repositório de Digital de Documentos em Educação Matemática da Universidade de los Andes	A4
2021	BORSSOI, Adriana Helena; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; FERRUZZI, Elaine Cristina. Aprendizagem Colaborativa no Contexto de uma Atividade de Modelagem Matemática	Revista BOLEMA	A5
2022	EVANGELISTA, Tatiane da Silva; SALES, André Barros de. Percepção e sugestão do uso de mapas conceituais em equações diferenciais ordinárias	Revista DOCÊNCIA DO ENSINO SUPERIOR	A6
2017	FREIRE, Talita Breschiliare Piffer. Uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para o Estudo de Equações Diferenciais Ordinárias	Repositório Institucional da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (RIUT)	D1
2020	ARAÚJO, Sebastião Aparecido de. Utilizando a Dimensão Sociocrítica da Modelagem Matemática no Ensino de Equações Diferenciais para o Curso de Licenciatura em Matemática	Repositório Institucional da UFOP	D2
2021	MELO, Igor Raphael Silva de. Equações diferenciais ordinárias na formação inicial de professores de matemática através da resolução de problemas	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da UEPB	D3

Fonte: Autor (2023)

Após a execução das ações anteriores, foi realizada uma análise de cada material coletado, compactando as informações para o desenvolvimento do trabalho.

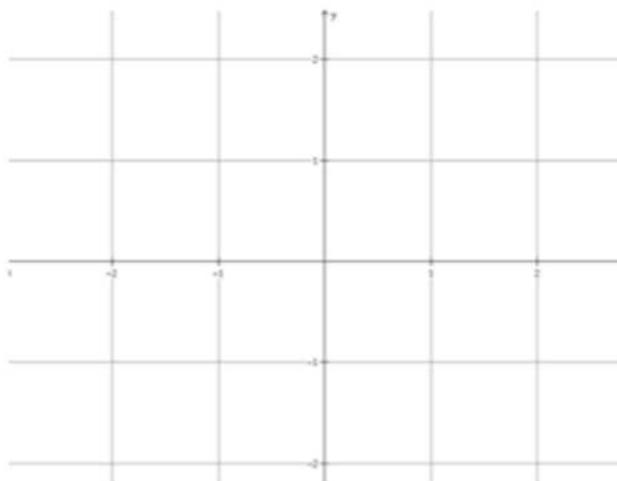
Artigo 1 (A1): BORSSOI; FREIRE e SILVA, (2017)

- 1) Objetivos de pesquisa: apresentar o desenvolvimento de um objeto de aprendizagem (Campo de Direção) no qual se faz de auxílio para o estudo dos conceitos das equações diferenciais ordinárias.
- 2) Metodologia: o procedimento metodológico da pesquisa foi compreendido por um estudo bibliográfico para definição do aporte teórico; Recorte da investigação; Definição do referencial metodológico para a análise dos dados; Estudo de diferentes recursos tecnológicos. Todos estes procedimentos contribuíram para a construção do produto educacional. É apresentada a concepção, fundamentação, estruturação e desenvolvimento de uma atividade no formato de hipermídia que foi implementada em uma turma de licenciatura em matemática na disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias. Para este desenvolvimento, uma turma composta de 21 estudantes da Licenciatura em Matemática participou da investigação. A atividade utilizada no trabalho é apresentada na Figura 5.

Figura 5. Atividade Campo de Direções

CAMPO DE DIREÇÕES

EXERCÍCIO 1: Esboce, no plano quadriculado abaixo, a inclinação da reta tangente à equação diferencial $y' = 2y - x$ nos pontos $(1,1)$; $(1,2)$; $(2,1)$; $(2,2)$; $(1,-1)$; $(-2,-1)$.



Fonte: Borssoi, Freire e Silva (2017)

- 3) Resultados e contribuições para o avanço do tema na área: a atividade Campos de Direções tem uma característica que é tirar os alunos de sua zona de conforto. No entanto, para que esse cenário se concretize, é crucial que o professor desempenhe um papel

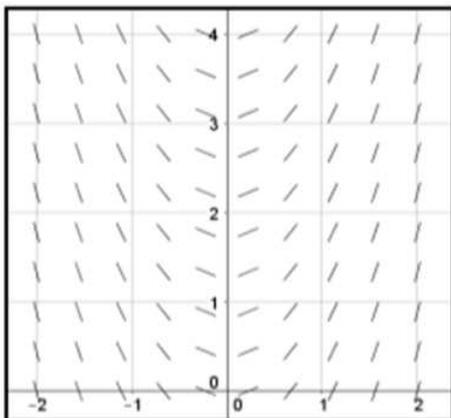
fundamental na orientação da atividade. Ao conduzir a atividade, permitiu-se que os alunos externalizassem os subsunçores presentes em suas estruturas cognitivas. Apresentação de conhecimentos prévios relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral por parte dos alunos, os quais são necessários para o entendimento das Equações Diferenciais Ordinárias.

- 4) Considerações apresentadas pelos autores baseados nos resultados obtidos: com base nos resultados alcançados, os autores inferem que o procedimento de análise desempenhou um papel crucial na avaliação da pertinência da atividade, bem como na validação do objeto de aprendizagem para a inclusão no produto educacional.

Artigo 2 (A2): IGLIORI; ALMEIDA, (2017)

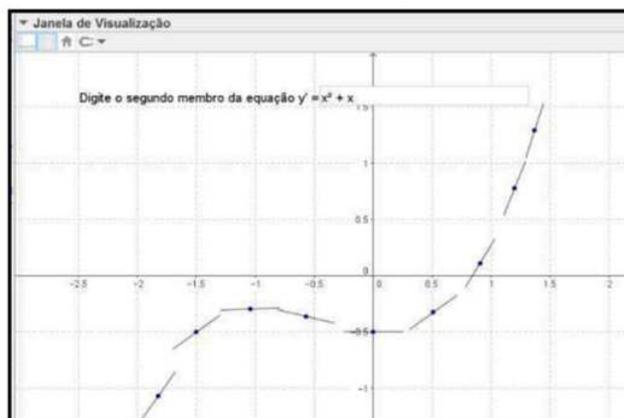
- 1) Objetivos de pesquisa: investigar o ensino e a aprendizagem do conceito de solução de uma equação diferencial, através de aplicações desenvolvidas com o auxílio do GeoGebra. Na qual buscou responder a seguinte questão “Como explorar diferentes representações do conceito de solução de equações diferenciais durante o processo de ensino?”.
- 2) Metodologia: o desenvolvimento da investigação se deu por meio de aplicações produzidas no GeoGebra. Na primeira aplicação é explorada a noção de campo de direções da equação (Figura 6) e na segunda é adaptada uma situação desenvolvida pelo pesquisador inglês Tall (2000) para o esboço de uma curva solução de uma equação diferencial (Figura 7). É importante ressaltar que a investigação se estruturou na produção das aplicações no GeoGebra e referenciadas nos trabalhos de David Tall e colaboradores.

Figura 6. Campo de direções



Fonte: Igliori e Almeida (2017)

Figura 7. Representação de $\frac{dy}{dx} = x^2 + x$



Fonte: Igliori e Almeida (2017)

- 3) Resultados e contribuições para o avanço do tema na área: é descrito que as aplicações auxiliam o professor a desenvolver, no aluno, conceitos relativos as concepções matemáticas trabalhada, favorecendo também a exploração de outros tipos de representações para as equações diferenciais.
- 4) Considerações apresentadas pelos autores baseados nos resultados obtidos: elucidam que as propostas contemplaram a necessidade de compreender o conceito de equação diferencial, possibilitando ao aluno refletir sobre o conceito de ED, a partir de diferentes representações e problemas ligados ao cálculo, tanto em contextos de aplicação do conceito quanto em outros ambientes educacionais.

Artigo 3 (A3): PINTO e LIMA, (2019)

- 1) Objetivos de pesquisa: analisar 11 trabalhos, com a característica de que fossem desenvolvidos pelos estudantes de engenharia ou a utilização da Matemática no Contexto das Ciências (MCC).
- 2) Metodologia: revisão bibliográfica de trabalhos realizados sobre o ensino e a aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias. Foram analisados 11 trabalhos. A pesquisa concentra-se no estudo das EDO's devido à falta de clareza em relação aos objetivos dessa disciplina em sua formação e à frequente desconexão entre os conceitos do Cálculo e suas aplicações na Engenharia. Essa situação tem se transformado em um desafio cotidiano para os estudantes, levando à desmotivação.
- 3) Resultados e contribuições para o avanço do tema na área: relata-se que de acordo com os trabalhos analisados há privilégios em relação a técnicas de resolução e muitos estudantes expressam dificuldades no pensamento simultâneo nas formas algébricas e gráficas. Foi constatado que a contextualização do ensino com problemas tanto traz significados para os alunos como a valorização de interações com modos algébricos, gráficos e analíticos.
- 4) Considerações apresentadas pelos autores baseados nos resultados obtidos: apontam que alguns autores buscam enfoques algébricos, gráficos e analíticos enquanto outros se preocupam nos métodos e interpretação de soluções. É observado que muitos pesquisadores destacam a importância de repensar o ensino de EDO, além da indicação do uso da Modelagem Matemática. Os autores concluem que a resolução de problemas é uma metodologia fundamental para o ensino de EDO. Para abordar os desafios apresentados, sugere-se a utilização de recursos computacionais como uma alternativa viável para encontrar soluções.

Artigo 4 (A4): LOPES, (2021)

- 1) Objetivos de pesquisa: apresentar um mapeamento da produção científica no Brasil, baseado em teses e dissertações, contemplando a Modelagem Matemática que empregaram equações diferenciais.
- 2) Metodologia: foi realizada uma revisão sistemática, caracterizada como um estudo exploratório, do tipo bibliográfico. Um mapeamento foi executado de acordo com as seguintes questões: Quais são os objetivos dessas pesquisas? Quais as perspectivas de Modelagem Matemática são adotadas quando envolvem Equações Diferenciais? Quais são as principais contribuições, possibilidades e dificuldades identificadas?
- 3) Resultados e contribuições para o avanço do tema na área: de acordo com os resultados obtidos no trabalho, foram citados alguns pontos positivos do uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino: a motivação, saída da rotina usual da sala de aula e o trabalho com problemas reais.
- 4) Considerações apresentadas pelos autores baseados nos resultados obtidos: foi constatado que o trabalho prático com a modelagem há exigências de etapas por alguns dos autores e que a abordagem de conteúdos matemático é determinada pelo problema. Para outros autores, os conteúdos determinam o problema. Observa-se que a Modelagem Matemática é organizada e conduzida de diferentes maneiras, auxiliando os alunos e trazendo uma possibilidade pedagógica, mas a sua implementação contém dificuldades devido ao currículo e estrutura de sala de aula tradicional. Os autores elucidam que as pesquisas de educação matemática que utilizam modelagem matemática com equações diferenciais podem se embasar na Educação Matemática Crítica (EMC), contribuindo na formação de alunos críticos.

Artigo 5 (A5): BORSSOI; SILVA e FERRUZI, (2021)

- 1) Objetivos de pesquisa: investigar o que se mostra de aprendizagem colaborativa quando os alunos, em grupos, desenvolvem uma atividade de Modelagem Matemática.
- 2) Metodologia: o artigo foi desenvolvido com base em uma análise qualitativa de cunho interpretativo de registros escritos, vídeos e áudios. Os dados analisados foram fruto de uma atividade de Modelagem desenvolvida por um grupo de alunos de um curso de Licenciatura em Química na disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO). A atividade utilizada (Figura 8) estar apresentada juntamente com uma parte de solução (Figura 9) de um dos grupos de alunos que participaram da aplicação:

Figura 8. Atividade avaliativa de EDO de 1ª ordem

Considere a seguinte situação-problema: "uma toalha molhada colocada para secar em um varal. Suponha que, ao ar livre, ela seca a uma taxa que é proporcional à quantidade de água existente na toalha e, que a cada duas horas a quantidade de água na toalha se reduz a metade."

- Escreva um PVI que represente a situação-problema descrita na questão anterior. Depois, use o **software Modellus 4.5**, realize uma simulação que represente diferentes casos de quantidade inicial de água na toalha e insira uma figura ilustrando os casos simulados.
- Use o espaço para comentar se você encontrou facilidade ou dificuldade em interpretar e desenvolver essa questão.

[O desenvolvimento desta questão pode contribuir na recuperação parcial da Prova 1.]

Fonte: Borssoi, Silva e Ferruzi (2021)

Figura 9. Parte da solução do grupo B

$$\frac{dy}{dt} = ky$$

$$y(x) = 691e^{kt}$$

$$y(1) = 671 = 691e^k$$

$$\frac{671}{691} = e^k$$

$$\ln \frac{671}{691} = \ln e^k$$

$$k \approx -0,02$$

Fonte: Borssoi, Silva e Ferruzi (2021)

- 3) Resultados e contribuições para o avanço do tema na área: os autores consideram que, com a investigação realizada e de acordo com pesquisas que relatam a importância de interação em atividades de Modelagem Matemática, mostrando uma grande contribuição para a área da Educação Matemática no que se refere a fatores que impactam o processo de aprendizado de forma sólida, orientando os alunos a colaborarem em equipe, aderindo a uma metodologia específica. Além disso, foi observado que quando os alunos são orientados a trabalhar colaborativamente, ações afirmativas são desenvolvidas como ouvir os demais alunos, entender a situação problema, resultando em sua solução.
- 4) Considerações apresentadas pelos autores baseados nos resultados obtidos: a interatividade mediada por tecnologias digitais fez com que os alunos deduzissem o modelo matemático. Os autores visualizaram que, com o trabalho em grupo, os alunos tiveram a compreensão da importância da colaboração de cada integrante, fazendo com que chegassem à escolha do modelo. Após os resultados, a aprendizagem colaborativa é oportunizada.

Artigo 6 (A6): EVANGELISTA e SALES, (2022)

- 1) Objetivos de pesquisa: avaliar o uso de mapas conceituais como recurso didático no ensino de equações diferenciais ordinárias.
- 2) Metodologia: trata-se de uma pesquisa qualitativa, baseada em três etapas, onde a 1ª etapa consistia na explanação da teoria e orientações da construção dos mapas, a 2ª etapa foi destinada à prática dos mapas e a 3ª etapa foi reservada para verificação da aprendizagem através de um questionário, contando com a participação de 92 alunos dos cursos de engenharias da UNB.

- 3) Resultados e contribuições para o avanço do tema na área: considerando as percepções dos alunos em relação ao uso dos mapas conceituais como contribuições, foi tido como respostas dos alunos: “Visualização completa de tópicos abordados”, “Auxilia na fixação do conteúdo, melhora a aprendizagem”, “Organiza as ideias desconexas”, “A matéria ficou certinha na minha cabeça”.
- 4) Considerações apresentadas pelos autores baseados nos resultados obtidos: os mapas conceituais influenciaram significativamente na aprendizagem do conteúdo universitário explorado. Os autores descreveram que o uso dos mapas conceituais teve aprovação dos alunos por apresentar facilidade na aprendizagem e tornar mais interessantes e compreensíveis. Concluíram que o mapa conceitual, na percepção docente, é uma importante ferramenta pedagógica, visto que promove a aprendizagem significativa, estimulando atividades colaborativas e ainda faz auxílio no papel da avaliação e coleta de dados. Na perspectiva de melhorar as práticas educativas, os autores sugerem o uso de mapas conceituais como ferramenta pedagógica, visto que trouxe positividade e uma grande relevância para a aprendizagem dos alunos.

Dissertação 1 (D1): FREIRE (2017)

- 1) Objetivos de pesquisa: propor, implementar e analisar uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS) para o estudo de EDO, na qual é constituído com recursos tecnológicos e atividades de Modelagem Matemática com a proposta de apresentar aos alunos um material que possa demonstrar sua relevância para os próprios alunos e professores.
- 2) Metodologia: os encaminhamentos metodológicos do trabalho seguem os pressupostos da pesquisa qualitativa. Para a realização da pesquisa, uma turma do sexto período do curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Equações Diferenciais Ordinárias foi escolhida, sendo a turma composta por 21 alunos, onde 13 era do sexo feminino e 8 do sexo masculino.
- 3) Resultados e contribuições para o avanço do tema na área: com o produto educacional associado a recursos tecnológicos, a autora evidência nos alunos o que podemos chamar de dificuldades em utilizar certas ferramentas. Quando se refere à modelagem matemática, é verificado a falta de experiência com esta alternativa pedagógica, mesmo assim a autora relata que os alunos conseguiram realizar a atividade. O produto educacional e

as atividades aplicadas podem ser mais um recurso para o professor, assim como a leitura sobre Aprendizagem Significativa e UEPS podem favorecer o uso de novas abordagens dentro da sala de aula.

- 4) Considerações apresentadas pelos autores baseados nos resultados obtidos: consuma que a proposta se consolidou como uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa exitosa, no sentido considerado na literatura, nos quais os referenciais teóricos deste trabalho remetem a Teoria da Aprendizagem Significativa concebida por David Ausubel (1963).

Dissertação 2 (D2): ARAUJO (2017)

- 1) Objetivos de pesquisa: identificar e analisar as possíveis contribuições de atividades de Modelagem Matemática numa perspectiva sociocrítica para a aprendizagem de Equações Diferenciais no curso de Licenciatura em Matemática. Além destes objetivos de pesquisa, buscou-se responder a seguinte questão problema “Quais são as possíveis contribuições de atividades de Modelagem Matemática numa perspectiva sociocrítica para a aprendizagem de Equações Diferenciais no curso de Licenciatura em Matemática?”.
- 2) Metodologia: pesquisa qualitativa, delineada a partir da elaboração, desenvolvimento e avaliação de atividades de Modelagem Matemática relacionadas ao crescimento populacional. O corpo discente que participou da pesquisa foram estudantes da licenciatura em matemática de uma faculdade particular Doctum de Ipatinga - MG.
- 3) Resultados e contribuições para o avanço do tema na área: algumas das contribuições como o ambiente de aprendizagem, inserção de outros campos não matemáticos, resultou da aproximação com a interdisciplinaridade. Com o ambiente criado a partir da modelagem matemática, a motivação da aprendizagem de EDO se fez presente nos alunos. Apesar de ter tido estas contribuições, o autor mostrou que dificuldades existiram, e que estas, estão ligadas à distúrbios na aprendizagem caracterizados por motivos crônicos de saúde, como dislexia e discalculia. Não só estes fatores traziam dificuldades, mas também a metodologia utilizada na construção do conhecimento e materiais didáticos adotados.
- 4) Considerações apresentadas pelos autores baseados nos resultados obtidos: observou que a Modelagem mostrou que se faz necessário que o docente fique atento às dificuldades de aprendizagem, tratando mais central as questões de aprendizagem e mais abrangente. Como qualquer metodologia, a utilização da Modelagem teve suas fragili-

dades na aprendizagem, mas que possa ser usada para busca de uma solução. Ressignificação de conceitos e aplicações de Equações Diferenciais Ordinárias e desenvolvimento da criticidade dos alunos.

Dissertação 3 (D3): MELO (2021)

- 1) Objetivos de pesquisa: no geral a pesquisa busca analisar as estratégias metodológicas da Resolução de Problemas nas Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), além disso, analisar os aspectos pedagógicos referentes ao desenvolvimento da Resolução de Problemas na perspectiva das EDO e suas conexões com os conteúdos da Educação Básica, como também planejar, aplicar e avaliar são objetivos presentes neste trabalho.
- 2) Metodologia: a pesquisa foi do tipo qualitativa, e para a condução, o autor apoia-se no uso do *Modelo Metodológico de Romberg-Onuchic*, orientando o pesquisador no trilhar de seu trabalho. Em um segundo momento, após a criação do modelo preliminar que contém um esquema relacionado aos interesses da pesquisa, o autor faz um aprofundamento em três campos teóricos, onde estes proporcionaram uma melhor direção do trabalho de pesquisa. Foi oferecido um curso de extensão denominado “EDO através da Resolução de Problemas” com alunos de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Campina Grande (UFCG), campus Cuité, e para licenciandos de outras universidades e professores de diferentes estados do Brasil.
- 3) Resultados e contribuições para o avanço do tema na área: ressignificação e construção de conceitos no tocante à criticidade dos alunos; diminuição da distância do aluno com o conteúdo deixando de lado o medo e ansiedade; a visualização de situações problema tido como “tradicionais” sendo resolvido através das EDO; o compartilhamento de conhecimentos uns com os outros.
- 4) Considerações apresentadas pelos autores baseados nos resultados obtidos: a pesquisa estabeleceu uma conexão entre a Metodologia de Resolução de Problemas no Ensino, a formação inicial e contínua de professores, bem como o estudo de Equações Diferenciais Ordinárias.

Além dos trabalhos supracitados, vários pesquisadores vêm abordando mesmo que fora do espectro temporal da pesquisa, ao longo do tempo, a temática do ensino das equações diferenciais e vários trabalhos são reportados na literatura (SOUZA, 2011; JAVARONI *et al.*, 2012; OLIVEIRA e IGLIORI, 2013; BARROS FILHO *et al.*, 2014; SILVA, 2016).

Souza (2011) desenvolveu uma pesquisa sobre o ensino das equações diferenciais. A metodologia de trabalho da pesquisa, foi conduzida a partir da diversificação de estratégias didáticas. Na elaboração da estratégia metodológica, a autora contou com a aplicação de uma sequência de atividade para alunos dos cursos de Engenharia de Controle e Automação, Engenharia da Computação, Engenharia de Produção, Engenharia de Telecomunicações e Engenharia Química, de uma faculdade da região norte de Minas. Nas figuras 11 e 12 são apresentadas algumas atividades propostas.

Figura 10. Caracterização do fenômeno

Introdução:
 A função $y = f(x)$ é uma expressão matemática que descreve uma situação ou fenômeno, em que uma quantidade y depende de outra x . A quantidade y é chamada de variável dependente e x de variável independente ou livre. Em problemas específicos, outras letras, diferentes de x e y , podem ser usadas, caracterizando melhor o fenômeno.
 Fenômeno:
"A população humana P , de uma cidade variando ao longo do tempo t "

Fonte: Souza (2011)

Figura 11. Atividade 01 aplicada aos alunos

Atividade 1:
 a) Determine a variável dependente e a variável independente do fenômeno acima.
 b) Como você poderia representá-lo matematicamente?

Fonte: Souza (2011)

Figura 12. Atividade 02 aplicada aos alunos

Atividade 2:
 Em relação ao fenômeno acima, explique, em palavras, o significado das expressões $P(0) = 30000$ e $P(10) = 42000$, considerando t em anos.

Fonte: Souza (2011)

As atividades acima estão relacionadas ao fenômeno destacado pela autora, onde temos “a população humana P , de uma cidade variando ao longo do tempo t ”. De modo introdutivo foi dado elementos algébricos do fenômeno, apresentado na Figura 4.

Para a autora, a elaboração dessa estratégia metodológica tinha como objetivos auxiliar os professores e contribuir para a aprendizagem dos alunos. Com o desenvolvimento da sequência de 4 atividades, Souza conclui que melhorou consideravelmente a aprendizagem das EDO's, minimizando as dificuldades dos alunos.

Javaroni *et al.*, (2012) aborda o uso de tecnologias digitais no ensino de Modelagem Matemática e Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) à distância. O objetivo principal do artigo é investigar como as tecnologias digitais podem facilitar o estudo de Modelagem Matemática e Equações Diferenciais. Os autores descrevem três atividades específicas:

1. Estudo de soluções de uma EDO através de abordagens gráficas e numéricas.
2. Leitura e discussão de um texto relacionado com Modelagem Matemática e EDO.
3. Análise do comportamento das soluções de um modelo matemático para a transmissão da malária, com foco nos parâmetros que influenciam esse comportamento.

Essas atividades foram realizadas presencialmente com a participação de 13 alunos da disciplina, divididos em grupos. As contribuições significativas das atividades incluem a oportunidade de explorar várias soluções possíveis para as EDO's, mesmo que estas não pudessem ser encontradas de forma algébrica. Além disso, foi notado pelos autores uma interação mútua entre as tecnologias empregadas e os alunos, destacando o impacto na maneira como as atividades foram conduzidas, e, ao mesmo tempo, os alunos exerceram influência na adoção e adaptação dos recursos. O estudo aborda a relevância do ensino à distância de equações diferenciais, especialmente em contextos como a pandemia, onde a adaptação às tecnologias se tornou fundamental para o ensino e aprendizado. Os autores concluem que é possível realizar atividades de ensino de Equações Diferenciais Ordinárias e Modelagem Matemática de forma eficaz na modalidade à distância, destacando a importância das tecnologias digitais nesse processo.

Oliveira e Iglioni (2013), apresentaram um levantamento bibliográfico de trabalhos realizados acerca das pesquisas sobre ensino e aprendizagem de Equações Diferenciais. Os autores buscaram realizar uma avaliação de pesquisas na área da Educação Matemática, verificando sobre dificuldades dos alunos na aprendizagem e sugestões que façam com que estas dificuldades sejam amenizadas. Com base nos trabalhos analisados foi possível concluir que a Modelagem Matemática, quando associada a ferramentas computacionais apresentam resultados positivos, fortalecendo a aprendizagem.

Barros Filho *et al.*, (2014), apresentaram em seu artigo resultados de uma pesquisa de mestrado que teve como objetivo buscar contribuições das metodologias de resolução de problemas, visando uma aprendizagem mais significativa das EDO's. Foram elaboradas 5 atividades e entregues aos alunos de uma turma de Equações Diferenciais do curso de Engenharia Elétrica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás-Câmpus Jataí. Uma das atividades está apresentada na Figura 13.

Figura 13. Enunciado do problema

PROBLEMA 04 – QUÍMICA: FÍSICO-QUÍMICA
ENUNCIADO
<p>Sabendo-se que o <i>radium</i> se decompõe naturalmente em proporção direta à quantidade presente e que leva 250 anos para decompor 10% de certa quantidade, quantos anos levarão para decompor a metade da quantidade inicial?</p> <p>Problema extraído do texto <i>Aplicações das Equações Diferenciais (Um enfoque Metodológico)</i> de João Bosco Laudares, 1992, página 25, problema 15.</p>

Fonte: Barros Filho, Laudares e De Miranda (2014)

Os problemas tinham abordagens dos seguintes conteúdos: queda livre, lei de resfriamento/aquecimento de Newton, circuitos elétricos, desintegração radioativa e sistema massa-mola. Ao abordar a atividade mencionada anteriormente, os autores identificam uma tendência no processo de aprendizado dos comandos do software, a qual desempenha um papel fundamental na resolução de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO's) e na melhoria das competências relacionadas às manipulações algébricas. Dentre os pontos positivos observados, o processo de visualização com a utilização do computador contribuiu para a concepção dos alunos. Algumas dificuldades foram apresentadas na manipulação do software, como também interpretação do texto e determinação das variáveis. Os autores concluem que na proposta da metodologia alternativa houve contribuições aos professores de ciências exatas e que estes professores que tiverem interesse no ensino das EDO's, a sugestão é que ressignifiquem sua prática educativa.

Silva (2016) apresenta resultados obtidos a partir de um estudo realizado com alunos de licenciatura plena em matemática com o objetivo de investigar como o uso da modelagem matemática, apoiada por recursos tecnológicos, pode contribuir para o ensino de Equações Diferenciais Ordinárias. Para o desenvolvimento do trabalho, o autor utiliza a metodologia da pesquisa qualitativa, abordando três instrumentos: questionário, observação participante e análise de conteúdo produzido pelos alunos. As cinco atividades aplicadas foram desenvolvidas pelos sujeitos da pesquisa (pibidianos da Unifra do ano de 2014), sendo composta por dez estudantes para aplicação das propostas de atividades, que contemplavam dois temas: crescimento da população do Brasil e casos de AIDS no Brasil. Os dois modelos utilizados na pesquisa foram o de Malthus (6) e o de Verhulst (7):

$$\frac{dp}{dt} = k.p \quad (6)$$

$$\frac{dp}{dt} = rP \left(1 - \frac{P}{L}\right). \quad (7)$$

O autor descreve cada uma das contribuições que foi observada durante o desenvolvimento, dentre elas estão: método motivador para aprender; permite escolher em qual etapa os conteúdos matemáticos podem ser inseridos; os modelos permitem fazer previsões futuras das variáveis; aluno deixa de ser passivo; mostra a aplicação e importância da Matemática; Motivação pessoal; Conexões com outros conteúdos; Promoção da multidisciplinaridade.

Silva (2016) verifica que a Modelagem juntamente com as tecnologias contribuiu para o aprendizado de Equações Diferenciais proposto em seu trabalho. O trabalho com a Modelagem e as tecnologias construíram um espaço de aprendizagem interativo entre os alunos.

3. CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE OS TRABALHOS ANALISADOS

Neste capítulo são apresentadas as considerações gerais sobre os trabalhos analisados, destacando em uma tabela as contribuições que os autores trazem em seus trabalhos.

Este trabalho decorreu da importância das pesquisas em Educação Matemática e da busca de dados que pudessem responder a seguinte questão de investigação:

De que forma as pesquisas em educação matemática estão contribuindo para o ensino e aprendizagem das EDO's?

Através desta questão investigativa pudemos conduzir nosso trabalho, na busca de pesquisas científicas para que pudessemos respondê-la, apoiamos em alguns objetivos, os quais acreditamos que tenham sido atingidos.

Conforme Borssoi, Freire e Silva (2017), o desenvolvimento do objeto de aprendizagem chamado "Campo de Direção" desempenha um papel fundamental no estudo dos conceitos relacionados às equações diferenciais. Foi explorado, por meio do conceito de solução, o processo de ensino e aprendizagem de equações diferenciais, promovendo uma compreensão aprofundada da teoria para facilitar a transição para a aplicação prática. Além disso, buscaram capacitar

os alunos a utilizar recursos tecnológicos, como o *GeoGebra*, e ferramentas pedagógicas que pudessem enriquecer o processo de ensino e aprendizagem.

Igliori e Almeida (2017) destacaram que o *GeoGebra*, conforme demonstrado em sua pesquisa, pode ajudar os alunos a superar preconceitos e dúvidas em relação ao conceito de equações diferenciais, fornecendo uma ponte entre a teoria e a representação prática dos conteúdos. De acordo com os autores, as aplicações práticas dessas ferramentas também auxiliam os professores no desenvolvimento de conceitos matemáticos relacionados. O trabalho com a atividade "Campo de Direções", conforme evidenciado nos resultados de Borssoi *et al.*, (2017), tem o potencial de desafiar os alunos, incentivando-os a sair de suas zonas de conforto, no entanto, para que esse desafio ocorra de maneira eficaz, é essencial que o docente desempenhe um papel crucial na orientação do processo de aprendizagem.

As pesquisas conduzidas no contexto do ensino e aprendizagem de equações diferenciais frequentemente destacam que a maioria das dificuldades está relacionada tanto à abordagem algébrica quanto à representação gráfica. Em um estudo mais aprofundado conduzido por Pinto e Lima (2019), foi observado que recursos computacionais podem oferecer soluções para essas dificuldades, especialmente no que diz respeito à representação gráfica. As ferramentas tecnológicas disponíveis fornecem informações abrangentes que auxiliam os alunos a compreender o conteúdo em estudo.

Quando se trata da parte algébrica, as dificuldades podem não ser exclusivas da disciplina de EDO. De acordo com Pinto e Lima (2019), essas dificuldades podem derivar de lacunas em disciplinas prévias que servem de base para o estudo de EDO. Além disso, de acordo com as conclusões de Araújo (2017), essas dificuldades podem estar relacionadas à distúrbios na aprendizagem, à metodologia de ensino adotada e aos materiais didáticos utilizados.

Com o intuito de melhorar o ensino de equações diferenciais, grande parte das pesquisas tem se concentrado na validação de produtos educacionais, ou seja, materiais didáticos desenvolvidos com o propósito de beneficiar tanto os professores quanto os alunos em sua prática profissional, conforme demonstrado no estudo conduzido por Borssoi *et al.*, (2021).

O emprego da Modelagem Matemática, conforme mencionado por Lopes (2021), representa uma das abordagens ressaltadas por essas pesquisas como uma valiosa contribuição para o ensino de equações diferenciais. No entanto, a implementação dessa estratégia educacional enfrenta desafios consideráveis, em virtude das limitações impostas pelo currículo e da estrutura

convencional das salas de aula. Segundo as concepções de Lopes (2021), a integração da Modelagem Matemática com a Educação Matemática Crítica (EMC) gera benefícios notáveis no processo de formação dos estudantes.

Conforme Borsoi, Silva e Ferruzi (2021) apontam, a incorporação de tecnologias digitais em atividades de Modelagem Matemática tem se mostrado eficaz na promoção da interação dos alunos durante as atividades, permitindo-lhes visualizar as perspectivas de seus colegas e praticar habilidades argumentativas na negociação.

Diversas estratégias têm sido observadas nas pesquisas, todas com o objetivo de alcançar condições satisfatórias para o aprendizado e oferecer contribuições valiosas para os professores. Evangelista e Sales (2022), por exemplo, utilizaram a ferramenta de mapa conceitual como recurso didático no ensino de Equações Diferenciais Ordinárias, e a avaliação dessa abordagem resultou em melhorias perceptíveis no entendimento dos alunos, incluindo uma maior organização de ideias e um aprimoramento na aprendizagem. O fato de os alunos aprovarem essas contribuições é notável.

Estratégias e recursos desempenham um papel fundamental na busca por uma abordagem diversificada para aprimorar o ensino. No contexto dos desafios encontrados no ensino de Equações Diferenciais, foi possível observar que os autores têm proposto maneiras de mitigar essas dificuldades por meio da introdução de situações-problema, ferramentas pedagógicas e a incorporação de recursos tecnológicos.

Pinto e Lima (2019), por exemplo, recomendam a utilização de recursos computacionais como um meio eficaz para atenuar as dificuldades associadas tanto à abordagem algébrica quanto à representação gráfica das equações diferenciais, o que compactua com Iglioni e Almeida (2017), na utilização da ferramenta *GeoGebra*, mostrando avanço e informações valiosas para o ensino-aprendizagem.

Em resumo, o Quadro 2 apresenta as principais contribuições observadas nos trabalhos analisados com seus respectivos autores.

Quadro 2: Contribuições das pesquisas para o ensino e a aprendizagem de EDO.

Autor (ano)	Contribuições
BORSSOI <i>et al.</i> , (2017)	Desenvolver o objeto de aprendizagem (Campo de Dições). Fez com que os alunos saíssem de sua zona de conforto, promovendo interação e um despertar, que surge não só da atividade, mas também da condução do docente.
IGLIORI e ALMEIDA, (2017)	As aplicações investigadas mostram sua contribuição em auxiliar o docente a desenvolver, no aluno, conceitos relativos as concepções matemáticas, favorecendo a exploração de outros tipos de representações para as equações diferenciais.
PINTO e LIMA, (2019)	Grande busca de técnicas de resolução, sendo privilégios nos trabalhos analisados, o que contribui para o conhecimento de docentes e consequentemente a utilização destas técnicas. Valorização da interatividade dos alunos através da forma algébrica, gráfica e analítica.
LOPES (2021)	A abordagem da Modelagem Matemática como estratégia de ensino trouxe algumas contribuições tais como: a motivação, saída da rotina usual da sala de aula e o trabalho com problemas reais.
BORSSOI; SILVA e FERRUZI, (2021)	As atividades com Modelagem Matemática proporcionaram unir os alunos a trabalharem em equipe.
EVANGELISTA e SALES, (2022)	Considerando como contribuições os comentários dos alunos, foi dito que o mapa conceitual: “Auxilia na fixação do conteúdo, melhora na aprendizagem”, “Visualização completa de tópicos abordados”, “Organiza as ideias desconexas” e “A matemática fica certinha na minha cabeça”. Além do mais contribui na facilidade de aprendizagem, tornando mais interessante e compreensível.
FREIRE (2017)	As atividades desenvolvidas e o produto educacional trabalhados na pesquisa contribuíram no favorecimento de novas abordagens na sala de aula.
ARAÚJO (2020)	A ambientação criada, a partir da Modelagem Matemática, trouxe motivação para os alunos na aprendizagem de EDO. Desenvolvimento da criticidade para os futuros docentes. Conexão da tecnicidade da matemática com questões cotidianas.

MELO (2021)	Ressignificação e construção de conceitos no tocante à criticidade dos alunos; diminuição da distância do aluno com o conteúdo deixando de lado o medo e ansiedade; a visualização de situações problema tido como “tradicionais” sendo resolvido através das EDO.
-------------	--

Fonte: Autor (2023)

Conclusões

É perceptível o empenho de pesquisadores da área de Educação Matemática em desenvolver trabalhos que possam contribuir para o ensino e a aprendizagem das equações diferenciais. Com a revisão de literatura aqui apresentada neste contexto, foi possível constatar que as equações diferenciais ordinárias têm ganhado força ao longo dos tempos, impulsionadas por estudos que objetivam promover uma nova estratégia de ensino, abordando uma variedade de práticas e recursos inovadores, que possam tanto contribuir para o aprendizado como para ensino, sem perder o foco no professor que faz parte da condução.

Através da revisão de literatura realizada, foi possível perceber que os autores estão contribuindo no tocante de busca e avaliações de métodos existentes para o ensino de equações diferenciais, sendo disponibilizado um acervo de informações onde podemos verificar a presença das dificuldades dos alunos e os métodos utilizados.

Entre as pesquisas identificamos as principais dificuldades dentro do ensino de EDO, tais como: dificuldades no pensamento simultâneo nas formas algébricas e gráficas; quando relacionado ao uso de ferramentas computacionais, observa-se dificuldades no manuseio e visualização do conceito expresso na representação; dificuldades impostas pelo currículo e estrutura da sala de aula tradicional; dificuldades ligadas à distúrbios na aprendizagem caracterizados por motivos crônicos de saúde; à metodologia utilizada na construção do conhecimento e materiais didáticos adotados. Além das dificuldades identificadas, foi possível verificar os principais métodos utilizados pelos autores para contribuir no ensino e aprendizagem das equações diferenciais, como: a resolução de problemas; Modelagem Matemática; Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS); Uso de ferramentas computacionais como o *GeoGebra*.

Desse modo, com as dificuldades apresentadas, foi possível notar que a predominância com relação a forma algébrica e gráfica, pode estar atrelada às metodologias e outros fatores que possam influenciar na aprendizagem. Como foi observado na análise, para buscar facilitar o ensino das equações diferenciais, são recomendados o uso de ferramentas computacionais incorporados no conceito, como também a utilização de mapas conceituais. O uso do mapa conceitual, como método de ensino, demonstrou ser eficaz, uma vez que sua utilização resultou em uma notável taxa de aprovação, quando incorporados na compreensão dos conceitos.

Por fim, este trabalho serve como base para que professores e alunos possam perceber as principais dificuldades dos alunos e métodos que possam facilitar o ensino de EDO, como também serve de base para outras pesquisas relacionadas ao tema.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. **Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem.** Bolema-Boletim de Educação Matemática, v. 17, n. 22, p. 19-35, (2004).

ARAÚJO, S. A. **Utilizando a dimensão sociocrítica da modelagem matemática no ensino de equações diferenciais para o curso de licenciatura em matemática.** 2020. 198 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, (2020).

BARROS FILHO, A. A.; LAUDARES, J. B.; DE MIRANDA, D. F. **A resolução de problemas em ciências com equações diferenciais ordinárias de 1ª e 2ª ordem usando análise gráfica.** Problem solving in sciences with first and second-order ordinary differential equations using graphical analysis. Educação Matemática Pesquisa Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 16, n. 2, (2014).

BRIGHENTI, J.; BIAVATTI, V. T.; DE SOUZA, T. R. **Metodologias de ensino-aprendizagem: uma abordagem sob a percepção dos alunos.** Revista Gestão Universitária na América Latina-GUAL, v. 8, n. 3, p. 281-304, (2015).

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia.** Editora Contexto, (2002).

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em educação matemática.** Pró-posições, v. 4, n. 1, p. 18-23, (1993).

BORSSOI, A. H.; FREIRE, T. B. P; SILVA, K. A. P. **Um Produto Educacional para o Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias em um curso de Formação Docente.** REPPE-Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino, v. 1, n. 1, p. 59-78, (2017).

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno.** Rio de Janeiro: Guanabara Dois, (1985).

BRIGHENTI, J.; BIAVATTI, V. T.; SOUZA, T. R. **Metodologias de ensino-aprendizagem: uma abordagem sob a percepção dos alunos.** Revista Gestão Universitária na América Latina-GUAL, v. 8, n. 3, p. 281-304, (2015).

BORSSOI, A. H.; SILVA, K. A. P. da; FERRUZZI, E. C. **Aprendizagem colaborativa no contexto de uma atividade de modelagem matemática.** Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 35, p. 937-958, (2021).

EVANGELISTA, T. S.; SALES, A. B. **Percepção e sugestão do uso de mapas conceituais em equações diferenciais ordinárias.** Revista Docência do Ensino Superior, v. 12, p. 1-18, 2022.

BARROS, A. M. R. de, **Modelos matemáticos de equações diferenciais ordinárias aplicados à epidemiologia.** Revista de Ciências Exatas e Tecnologia, v. 2, n. 2, p. 62-67, 2007.

- DULLIUS, M. M.; VEIT, E. A.; ARAUJO, I. S. **Dificuldades dos alunos na aprendizagem de Equações Diferenciais Ordinárias**. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 6, n. 2, p. 207-228, 2013.
- FREIRE, T. B. P. **Uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa para o estudo de equações diferenciais ordinárias**. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná (2017).
- GARCIA, E. **Pesquisa bibliográfica versus revisão bibliográfica-uma discussão necessária**. Línguas & Letras, v. 17, n. 35, (2016).
- IGLIORI, S. B. C.; ALMEIDA, M. V. **Aplicações para o ensino de equações diferenciais**. Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 10, n. 1, p. 257-270, (2017).
- JAVARONI, S. L.; HEITMANN, F. P.; SOARES, D. S. **Ensino de Equações Diferenciais e Modelagem Matemática: uma abordagem semipresencial com tecnologias digitais**. In: Anais do XL Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia-COBENGE, Belém. (2012).
- LAURENTINO, A. C. et al. **O Uso da Matemática em Atividades de Modelagem Matemática: uma pesquisa no ensino médio**. Experiências em Ensino de Ciências, v. 12, n. 8, p. 141-152, (2017).
- LIMA, J. I. et al. **Um estudo sobre equações diferenciais ordinárias aplicado á epidemiologia**. (2018).
- LOPES, A. P. C. **Modelagem matemática e equações diferenciais: um mapeamento das pesquisas em educação matemática**. REnCiMa. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, 12(4), p. 1-25, (2021).
- MELO, I. R. S. **Equações diferenciais ordinárias na formação inicial de professores de Matemática através da resolução de problemas**. (2021).
- OLIVEIRA, E. A.; IGLIORI, S. B. C. **Ensino e aprendizagem de equações diferenciais: um levantamento preliminar da produção científica**. EM TEIA-Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v. 4, n. 2, p. 1-24, 2013.
- PINTO, R. L.; DE LIMA, G. L. **Pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de equações diferenciais ordinárias**. Revista de Produção Discente em Educação Matemática, v. 8, n. 2, (2019).
- SILVA, V. S. et al. **Estudo das Equações Diferenciais Ordinárias de primeira e segunda ordem e aplicações**. (2022).
- SILVEIRA, A.; PEREIRA, G.; ANDRADE, L. **A evolução da modelagem matemática ao longo da história, o surgimento da modelagem no Brasil e suas contribuições enquanto estratégia de ensino de matemática**. (2013).
- SOUZA, GM de. **Uma estratégia metodológica para a introdução de um curso de equações diferenciais ordinárias**. 2011. 141f. 2012. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado

em Ensino de Ciências e Matemática) Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, (2011).

SILVA, E. V da. **Contribuições da Modelagem Matemática e das Tecnologias para o Ensino de Equações Diferenciais Ordinárias.** (2016).

SILVA, S. C. **O Professor de Contabilidade: Competências e Prática Pedagógica.** Tese de Doutorado. Dissertação Mestrado em Ciências Contábeis–Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Faculdade de Administração e Ciências Contábeis (FACC)–Rio de Janeiro (2006).

KUBO, O. M.; BOTOMÉ, S. P. **Ensino-aprendizagem: uma interação entre dois processos comportamentais.** Interação em Psicologia, v. 5, n. 1, (2001).

Los científicos mas importante de la historia. Disponível em: <<https://www.antronic.cl/temas/los-cientificos-mas-importante-de-la-historia.1220114/>>. Acesso em: 28 set. 2023.

Gottfried Wilhelm Leibniz Biography - Profile, Childhood, Personal Life, Major Works. Disponível em: <<https://biographyworldweb.blogspot.com/2013/05/gottfried-wilhelm-leibniz-biography.html>>. Acesso em: 04 nov. 2023.

Who was Pierre de Fermat? Everything You Need to Know. Disponível em: <<https://www.thefamouspeople.com/profiles/pierre-de-fermat-5067.php>>. Acesso em: 04 nov. 2023.