

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS**

**Transporte de Calor e Massa em Sólidos Porosos
Heterogêneos com Geometria Arbitrária via Método
da Análise Concentrada: Modelagem
Fenomenológica Difusiva-Convectiva e Simulação**

Autor: **Wanderson Magno Paiva Barbosa de Lima**
Orientador: **Prof. Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto**

Campina Grande, Agosto de 2021.
PB - Brasil

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS**

**Transporte de Calor e Massa em Sólidos Porosos
Heterogêneos com Geometria Arbitrária via Método
da Análise Concentrada: Modelagem
Fenomenológica Difusiva-Convectiva e Simulação**

**Autor: Wanderson Magno Paiva Barbosa de Lima
Orientador: Prof. Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto**

Curso: Engenharia de Processo
Área de Concentração: Térmica e Fluídos

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Processos, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia de Processos.

Campina Grande, Agosto de 2021.
PB – Brasil

L732t

Lima, Wanderson Magno Paiva Barbosa de.

Transporte de calor e massa em sólidos porosos heterogêneos com geometria arbitrária via método da análise concentrada: modelagem fenomenológica difusiva-convectiva e simulação / Wanderson Magno Paiva Barbosa de Lima. - Campina Grande, 2022.

128 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia de Processos) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2022.

"Orientação: Prof. Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto"

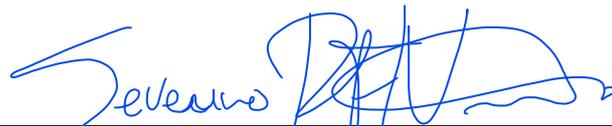
Referências.

1. Térmica – Fluídos. 2. Secagem. 3. Geometria Complexa. 4. Análise Concentrada. 5. Sólido Heterogêneo. 6. Análítico. I. Farias Neto, Severino Rodrigues de. II. Título.

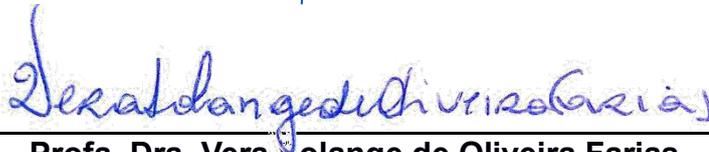
CDU 536:66.047(043)

MEMBROS DA BANCA EXAMINADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **WANDERSON MAGNO PAIVA BARBOSA DE LIMA** APRESENTADA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PROCESSOS DO CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE

Tese de doutorado **aprovada** em 27 de agosto de 2021.



Prof. Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto
Orientador – UAEQ/CCT/UFMG



Profa. Dra. Vera Colange de Oliveira Farias
Examinadora Interna – CDSA/UFMG



Prof. Dr. José Jefferson da Silva Nascimento
Examinador Interno – UAEMA/CCT/UFMG



Prof. Dr. Vital Araújo Barbosa de Oliveira
Examinador Externo – DE/CH/UEPB



Profa. Dra. Ivonete Batista dos Santos
Examinadora Externa – DF/CCT/UEPB

Campina Grande – PB, agosto de 2021

DEDICATÓRIA

A minha família que sempre me apoiou e sempre me orientou para que pudesse estar onde estou. A minha esposa Elisiane Santana de Lima por sempre me apoiar, mesmo nos momentos mais difíceis em que passei e ao meu filho Elliot Magno Santana de Lima que me serve como inspiração para crescer profissionalmente cada vez mais. Ao Prof. Dr. Antonio Gilson B de Lima e ao Prof. Dr. Severino Rodrigues de Farias Neto pela honrosa orientação como pai e profissional, respectivamente.

*“A questão primordial não é o que sabemos,
mas como o sabemos”.*

Aristóteles

RESUMO

Lima, Wanderson Magno Paiva Barbosa de, Transporte de calor e massa em sólidos porosos heterogêneos com geometria arbitrária via método da análise concentrada: Modelagem fenomenológica difusiva-convectiva e simulação, Campina Grande: Pós-Graduação em Engenharia de Processos, Universidade Federal de Campina Grande, 2021. 136 p. Tese (Doutorado).

Este trabalho objetiva estudar teoricamente os fenômenos de transferência de calor e massa em sólidos heterogêneos e com forma arbitrária. Com base no método da análise concentrada, foram desenvolvidos modelos matemáticos fenomenológicos para prever o processo de secagem convectiva considerando os fenômenos simultâneos de difusão no interior e convectivo na superfície do sólido heterogêneo. Para a solução analítica do sistema de equações governantes utilizou-se o método clássico de solução de equações diferenciais ordinárias. Aplicação foi realizada para a secagem de sólidos porosos, cilíndricos, vazados e com superfícies corrugadas. Foram simulados diferentes casos variando-se a forma do corpo, de onde se obteve as cinéticas de secagem (perda da umidade) e aquecimento (aumento de temperatura) em cada material que compõe o sólido heterogêneo. Resultados do teor de umidade foram comparados com dados reportados na literatura e uma boa concordância foi observada. Observou-se que o processo de remoção de umidade ocorre numa menor velocidade que o aquecimento do sólido heterogêneo e que o formato do sólido, particularmente a sua relação área/volume afetou fortemente os fenômenos de transporte de calor e massa em cada material que compõe o sólido heterogêneo. A modelagem proposta tem grande potencial para descrever processos de secagem, umidificação, aquecimento e resfriamento com sucesso.

Palavras Chave:

Secagem, Analítico, Análise concentrada, Sólido heterogêneo, Geometria complexa

ABSTRACT

Lima, Wanderson Magno Paiva Barbosa de, Heat and mass transport in heterogeneous porous solids with arbitrary geometry via the method of lumped analysis: Diffusive-convective phenomenological modeling and simulation, Campina Grande: Pós-Graduação em Engenharia de Processos, Universidade Federal de Campina Grande, 2021. 136 p. Tese (Doutorado).

This work aims to theoretically study the phenomena of heat and mass transfer in heterogeneous solids with arbitrary shape. Based on the method of lumped analysis, phenomenological mathematical models were developed to predict the convective drying process considering the simultaneous phenomena of diffusion inside and convective on the surface of the heterogeneous solid. For the analytical solution of the system of governing equations, the classical method of solving ordinary differential equations was used. Application has been made for drying of porous, cylindrical, hollow and corrugated solids. Different cases were simulated, varying the shape of the body, from which the kinetics of drying (moisture loss) and heating (temperature increase) were obtained in each material that composes the heterogeneous solid. Moisture content results were compared with data reported in the literature and a good concordance was obtained. It was observed that the moisture removal process occurs at a lower speed than the heating of the heterogeneous solid, and that the shape of the solid, particularly its area/volume ratio strongly affects the phenomena of heat and mass transport in each material that makes up the heterogeneous solid. The proposed modeling has great potential to describe successful drying, humidification, heating and cooling processes.

Key words:

Drying, Analytical, Lumped analysis, Heterogeneous solid, Complex geometry

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	04
2. REVISÃO DA LITERATURA	09
2.1 Fundamentos da secagem	09
2.1.1 Conceitos gerais	09
2.1.2 Teoria de secagem	15
2.2 Modelos de secagem	16
2.2.1 Modelos distribuídos	17
2.2.2 Modelos concentrados	22
3. METODOLOGIA	44
3.1 O problema físico e a geometria	44
3.2 Modelagem Matemática	45
3.2.1 Equação para transferência de massa	46
3.2.2 Equação para transferência de calor	49
3.2.3 Procedimento de solução	52
3.2.4 Casos Avaliados	52
3.2.4.1 Validação	52
3.2.4.2 Sólido Heterogêneo Arbitrário	56
3.2.4.2.1 Volume e Área Superficial do Sólido	56
3.2.4.2.2 Casos analisados	59
3.2.4.3 Cálculo do erro e variância	60
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	61
4.1 Validação	61
4.1.1 Sólido esferoidal prolato homogêneo	61
4.1.2 Sólido arbitrário homogêneo e vazado	62
4.1.3 Sólido arbitrário heterogêneo não-vazado	63
4.2 Análises da transferência de calor e massa	64
4.2.1. As geometrias estudadas	64
4.2.2 Transferência de massa	77
4.2.3 Transferência de calor	92
4.3 Análises mássica e energética do processo de secagem	105
4.4 Vantagens e limitações sobre o modelo proposto.	109

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	111
5.1 Conclusões	111
5.2 Sugestões para futuros trabalhos	112
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	114

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Comportamento da umidade e temperatura do produto com o tempo de secagem	11
Figura 2.2 - Esquema representativo do processo de secagem de um sólido homogêneo não-vazado e com geometria arbitrária	36
Figura 2.3 - Esquema representativo do processo de secagem de um sólido homogêneo vazado e com geometria arbitrária.	40
Figura 2.4 - Esquema representativo do processo de secagem de um sólido homogêneo vazado e com geometria arbitrária, com efeitos convectivos interno e externo	41
Figura 2.5 - Esquema representativo de um tijolo industrial homogêneo vazado.	42
Figura 2.6 – Esquema representativo do sólido composto por dois materiais diferentes (heterogêneo não-vazado).	43
Figura 3.1 - Esquema representativo do processo de secagem de um sólido heterogêneo com geometria arbitrária	45
Figura 3.2 – Representação geométrica de um sólido esferoidal prolato homogêneo	52
Figura 3.3- Representação geométrica de um sólido homogêneo vazado.	54
Figura 3.4- Representação geométrica de um sólido heterogêneo esférico.	55
Figura 3.5 – Representação geométrica do sólido heterogêneo definido pelas funções arbitrárias em coordenadas polares.	56
Figura 3.6 – Representação geométrica de um sólido heterogêneo definido pelas funções f_i em coordenadas polares	58
Figura 4.1 – Teor de umidade médio de um esferoidal prolato com razão de aspecto $b/a=2,0$ em função do tempo de secagem ($Bim = 0.00425$).	62
Figura 4.2 – Teor de umidade médio de um sólido arbitrário homogêneo vazado em função do tempo de secagem	63
Figura 4.3 – Teor de umidade médio de um sólido esférico heterogêneo não-vazado em função do tempo de secagem.	64
Figura 4.4- Geometria do domínio em estudo ($a_1=5.0$ cm; $b_1=3.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 1)	65
Figura 4.5 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=7.5$ cm; $b_1=3.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 2)	65
Figura 4.6 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=3.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 3)	66
Figura 4.7- Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=2.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 4)	66
Figura 4.8- Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 5)	67

Figura 4.9- Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=3.0$ cm; $n_1=5.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 6)	67
Figura 4.10- Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=3.0$ cm; $n_1=6.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 7)	68
Figura 4.11 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=12.5$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 8)	68
Figura 4.12 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=17.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 9)	69
Figura 4.13 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=1.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 10)	69
Figura 4.14 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=0.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 11)	70
Figura 4.15 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=5.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 12)	70
Figura 4.16 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=4.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 13)	71
Figura 4.17 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=25.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 14)	71
Figura 4.18 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=30.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 15)	72
Figura 4.19 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 16)	72
Figura 4.20 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=2.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 17)	73
Figura 4.21 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=0.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 18)	73
Figura 4.22 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=2.0$ cm; $n_3=20.0$ - Caso 19)	74
Figura 4.23 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=2.0$ cm; $n_3=15.0$ - Caso 20)	74
Figura 4.24 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=2.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 21)	75
Figura 4.25 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=0.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=0.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 22)	75
Figura 4.26 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $a_1= 0.050, 0.075$ e 0.100 m (Casos 1, 2 e 3)	79
Figura 4.27 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $a_2=0.150, 0.125$ e 0.170 m (Casos 5, 8 e 9)	80

Figura 4.28 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $a_3= 0.200, 0.250$ e 0.300 m (Casos 5, 14 e 15)	80
Figura 4.29 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $b_1=0.030, 0.020$ e 0.000 m (Casos 2, 4 e 5)	81
Figura 4.30 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $b_2= 0.020, 0.010$ e 0.000 m (Casos 5, 10 e 11)	82
Figura 4.31 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $b_3= 0.020, 0.010$ e 0.000 m (Casos 16, 17 e 18)	82
Figura 4.32 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $n_1= 4.00, 5.00$ e 6.00 (Casos 2, 6 e 7)	83
Figura 4.33 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $n_2= 6.00, 5.00$ e 4.00 (Casos 9, 12 e 13)	84
Figura 4.34 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $n_3= 20.00, 15.00$ e 10.00 (Casos 19, 20 e 21)	84
Figura 4.35 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da área superficial interna (Casos 7 e 8)	85
Figura 4.36 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da área superficial externa (Casos 9 e 15)	86
Figura 4.37 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da área superficial total (Casos 15 e 18)	86
Figura 4.38 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito do volume do material interno (Casos 1 e 8)	87
Figura 4.39 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito do volume do material externo (Casos 9 e 15)	88
Figura 4.40 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito do volume total do sólido (Casos 7 e 15)	89
Figura 4.41 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da relação área /volume total do sólido (Casos 15 e 19)	89
Figura 4.42 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Casos de maior e menor impacto no processo (Casos 1 e 8)	90
Figura 4.43 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $a_1= 0.050, 0.075$ e 0.100 m (Casos 1, 2 e 3)	93
Figura 4.44 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $a_2=0.150, 0.125$ e 0.170 m (Casos 5, 8 e 9)	93
Figura 4.45 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $a_3= 0.200, 0.250$ e 0.300 m (Casos 5, 14 e 15)	94
Figura 4.46 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $b_1=0.030, 0.020$ e 0.000 m (Casos 2, 4 e 5)	95

Figura 4.47 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $b_2= 0.020, 0.010$ e 0.000 m (Casos 5, 10 e 11)	96
Figura 4.48 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $b_3= 0.020, 0.010$ e 0.000 m (Casos 16, 17 e 18)	96
Figura 4.49 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $n_1= 4.00, 5.00$ e 6.00 (Casos 2, 6 e 7)	97
Figura 4.50 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $n_2= 6.00, 5.00$ e 4.00 (Casos 9, 12 e 13)	98
Figura 4.51 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $n_3= 20.00, 15.00$ e 10.00 (Casos 19, 20 e 21)	98
Figura 4.52 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da área superficial interna (Casos 7 e 8)	99
Figura 4.53 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da área superficial externa (Casos 9 e 15)	100
Figura 4.54 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da área superficial total (Casos 15 e 18)	101
Figura 4.55 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito do volume do material interno (Casos 1 e 8)	102
Figura 4.56 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito do volume do material externo (Casos 9 e 15)	102
Figura 4.57 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito do volume total do sólido (Casos 7 e 15)	103
Figura 4.58 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da relação área /volume total do sólido (Casos 15 e 19)	104
Figura 4.59 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Casos de maior e menor impacto no processo (Casos 1 e 8)	104
Figura 4.60 – Taxa de variação de massa no interior e fluxo de massa convectivo na superfície do sólido heterogêneo (Caso 1)	106
Figura 4.61 – Taxa de variação de massa no interior e fluxo de massa convectivo na superfície do sólido heterogêneo (Caso 8)	107
Figura 4.62 – Taxa de variação de energia no interior e fluxo de calor convectivo na superfície do sólido heterogêneo (Caso 1)	108
Figura 4.6 3 – Taxa de variação de energia no interior e fluxo de calor convectivo na superfície do sólido heterogêneo (Caso 8)	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Modelos paramétricos empíricos expressando o coeficiente de difusão como função da temperatura e/ou do teor de umidade do meio poroso.	20
Tabela 2.2 – Modelos de camada fina para secagem de frutas e vegetais.	33
Tabela 3.1 – Parâmetros geométricos do sólido usados na simulação.	59
Tabela 4.1 – Valores das área superficiais interna, intermediária, externa e total do sólido para cada caso estudado.	76
Tabela 4.2 – Valores dos volumes interno, externo, total e relação área/volume para cada caso estudado.	77
Tabela 4.3 – Valores do teor de umidade em dois instantes do processo de secagem para os casos estudados nesta pesquisa	91
Tabela 4.4 – Valores da temperatura em dois instantes do processo de secagem para os casos estudados nesta pesquisa	110

NOMENCLATURA

Letras Latinas

Bi	Número de Biot de transferência	[-]
c	Calor específico	[J/(kgK)]
D	Coefficiente de difusão	[m ² / s]
h _{c1}	Coefficientes de transferência de calor convectivo interno	[W/(m ² K)]
h _{c2}	Coefficientes de transferência de calor convectivo externo	[W/(m ² K)]
h _{m1}	Coefficientes de transferência de massa convectivo interno	[m/s]
h _{m2}	Coefficientes de transferência de massa convectivo externo	[m/s]
h _{fg}	Calor latente de vaporização da água livre	[J/kg]
h _w	Calor de adsorção	[J/kg]
\vec{j}	Fluxo	[--]
k	Condutividade térmica	[W/(m K)]
k _l	Condutividade térmica de líquido	[s]
k _v	Condutividade térmica de vapor	[m ² /s]
L _c	Comprimento característico de corpo	[m]
\bar{M}	Teor de umidade médio	[kg/kg]
\dot{M}	Geração de umidade	[kg/kg/s]
M	Teor de umidade em base seca	[kg/kg]
M''	Fluxo de massa por unidade de área	[(kg/kg)/s/m ²]
Nu	Número de Nusselt	[-]
\dot{q}	Geração de calor por unidade de volume	[W/m ³]
\dot{q}	Geração de calor	[W/m ³]
q''	Fluxo de calor por unidade de área	[W/m ²]
R _o	Constante universal dos gases = 8,314	[J/(mol K)]
R _v	Constante dos gases para o vapor d'água = 462,69	[J/(kg K)]
S	Área superficial do sólido	[m ²]
S ₁	Área superficiais do sólido homogêneo interno	[m ²]
S ₂	Área superficiais do sólido homogêneo externo	[m ²]

Sh	Número de Sherwood	[-]
\bar{S}^2	Variância	[-]
T_∞	Temperatura do meio externo	[K ou °C]
T	Temperatura	[°C]
t	Tempo	[s]
UR	Umidade relativa	[%]
V	Volume	[m ³]
V	Volume do sólido homogêneo	[m ³]

Letras Gregas

Γ, Γ^Φ	Propriedade do material	[-]
θ	Temperatura do produto	[°C]
ρ	Densidade (massa específica)	[kg/m ³]
∇	Gradiente	[-]
χ	Erro quadrático mínimo	[-]

Subscritos

a	Ar
c	Calor
e	Equilíbrio
l	Líquido
o	Inicial
p	Produto
ps	Produto seco
q	Calor
v	Vapor
vo	Vapor no estado de saturação

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O processo termodinâmico por meio do qual ocorre a redução da umidade do sólido mediante qualquer quantidade apreciável de energia térmica para evaporar a água e aquecer o sólido úmido é denominado de secagem. Esta secagem é dada a partir do transporte de umidade, do núcleo para a superfície do material podendo ocorrer na forma de líquido e/ou vapor, dependendo do tipo do sólido e do percentual de umidade presente. O estado do ar atmosférico (temperatura, umidade relativa e velocidade) é condição ímpar para a determinação da duração da secagem. A secagem artificial é realizada em câmaras de secagem (ou secadores) e as características da matéria-prima, formato das peças e técnicas de secagem determinam o período do processo. Assim, o controle do processo, tanto do ponto de vista de economia de energia e qualidade do produto pós-secagem torna-se crucial. Em geral, estes estudos têm sido feitos nas formas teórica e experimental.

Apesar da grande variedade de produtos e geometrias hoje em dia, grande parte dos estudos estão restritos a sólidos em forma de placa, cilindro e esferas. Contudo, na prática, os materiais têm formato diferente. Neste sentido, os pesquisadores perceberam a necessidade de melhorar e aperfeiçoar o processo de secagem desenvolvendo técnicas de simulação em computador com

o intuito de prever a distribuição da temperatura e da umidade do produto com diferentes geometrias durante a secagem. Ter o controle deste processo de secagem e o conhecimento do mecanismo do movimento de umidade são de fundamental importância. Com o conhecimento dos efeitos da secagem sobre suas propriedades físicas e químicas, é possível obter condições ótimas de processo, minimizando as perdas do produto e aumentando a produtividade.

A modelagem matemática é a área do conhecimento que estuda a simulação de sistemas reais a fim de prever o comportamento dos mesmos, ou seja, consiste na tentativa de se descrever matematicamente um fenômeno físico. Os modelos matemáticos apresentam uma série de aspectos úteis do ponto de vista científico. Além de apresentar naturalmente uma linguagem concisa, traz também aspectos como a possibilidade de confirmar ou rejeitar determinadas hipóteses relacionadas a sistemas, revelar contradições em dados obtidos e/ou hipóteses formuladas e prever o comportamento de um sistema sob condições não testadas em laboratórios.

Dependendo do material estudado, estes modelos matemáticos aplicados a secagem podem ser classificados em modelos concentrados ou distribuídos; muitas equações concentradas são derivadas das equações distribuídas sob pequenas considerações.

Os modelos distribuídos são baseados na difusão de líquido e/ou vapor e calor dentro do sólido, descrevendo as taxas de transferência de calor e massa como função da posição dentro do sólido e do tempo de secagem, considerando as resistências aos fluxos de calor e massa externa e interna. Já os modelos concentrados descrevem as taxas de transferência de calor e massa para o material, ignorando a resistência interna de transferência de calor e massa. Este modelo negligencia os efeitos de variação de temperatura e umidade no interior do material podendo ser classificado como:

- a) **Modelos empíricos:** consistem em uma relação direta entre o teor de umidade e o tempo de secagem.
- b) **Modelo semi-empírico:** baseia-se na validade da lei de Newton do resfriamento, assumindo uma proporcionalidade entre a diferença do teor de umidade do produto e o seu respectivo teor de umidade de equilíbrio.

- c) **Modelo teórico:** baseia-se na solução em série da equação de difusão com finito número de termos, e algumas considerações.

No que diz respeito aos modelos concentrados. Escassos são os trabalhos que estudam os fenômenos de transferência de calor e massa simultânea incluindo efeitos internos de geração de calor e massa, bem como efeitos externos de convecção, evaporação e aquecimento do vapor produzido na superfície do produto, principalmente em sólidos heterogêneos vazados e com geometrias arbitrárias, o que gera a necessidade de novas pesquisas nessa área. Para se ter ideia, este tema vem sendo desenvolvido ao longo dos anos, na UFCG, tendo início com Silva (2002).

A seguir tem-se uma breve descrição da evolução dos trabalhos desenvolvidos até o presente momento:

- **Secagem de sólidos em camada fina via análise concentrada: Modelagem e simulação** – Silva (2002) (**sólido homogêneo não vazado** com geração de massa e calor, e coeficientes de transferência de calor e massa convectivos médios)
- **Transferência de calor e massa em sólidos heterogêneos com geometria arbitrária: Uma análise concentrada** - Almeida (2003) (**sólido heterogêneo não vazado** sem geração de calor e massa e coeficientes de transferência de calor e massa convectivos médios)
- **Transferência de calor e massa em materiais cerâmicos com forma complexa via método da capacitância global** - Lima (2014) (**sólido homogêneo vazado** com geração de massa e calor, e coeficientes de transferência de calor e massa convectivos médios)
- **Transferência de calor e massa em sólidos porosos com geometria complexa via análise concentrada: Modelagem e simulação** – Lima. W (2017) (**sólido homogêneo vazado** com geração de massa e calor e coeficientes de transferência de calor e massa convectivos médios, interno e externo).
- **Transferência de calor e massa em tijolos cerâmicos industriais via análise concentrada: Estimativa de parâmetros do processo de secagem.** Lima (2020) (**sólido homogêneo vazado** com geração de massa e calor, propondo nova metodologia para determinação coeficientes de transferência de calor e

massa convectivos médios, interno e externo em convecção natural forçada e combinada).

Diante do exposto, em complemento às pesquisas citadas acima e visando dar uma contribuição nesta área de conhecimento, esse trabalho tem como objetivo geral estudar a transferência de calor e massa em sólidos porosos **heterogêneos vazados** e com forma arbitrária usando o método da análise concentrada. A ideia foi desenvolver uma pesquisa que busca avançar no entendimento destes fenômenos de transporte, e na otimização e controle do processo de retirada de água e aquecimento de sólidos porosos **heterogêneos vazados** com forma complexa. O modelo incluiu convecção de calor e massa na superfície do sólido e a **difusão de umidade e calor** entre os materiais que constituem o sólido heterogêneo, durante o processo transiente. Desta forma, é evidente **a relevância e o caráter inovador** da pesquisa, na forma como será abordada. O trabalho tem como objetivo geral estudar a transferência de calor e massa em sólidos porosos heterogêneos vazados e com forma arbitrária usando o método da análise concentrada, e como objetivos específicos pode-se citar:

- Desenvolver um modelo matemático fenomenológico híbrido convectivo-difusivo transiente para simular o processo de secagem de materiais porosos heterogêneos, vazados e com forma arbitrária usando o método da análise concentrada;
- Apresentar as soluções analíticas das equações governantes via método de separação de variáveis;
- Simular numericamente as cinéticas de aquecimento e secagem, dos materiais constituintes do sólido poroso heterogêneo ao longo do processo em várias condições operacionais do ar de secagem e com diferentes geometrias do sólido;
- Avaliar o efeito difusivo-convectivo no sólido poroso úmido durante o processo de secagem em diferentes condições operacionais;
- Avaliar os fluxos de calor e massa e taxa de variação de massa e de energia nos materiais que constituem o sólido heterogêneo poroso;
- Buscar formas de otimização e controle do processo de retirada de água e aquecimento dos materiais em estudo.

Baseado na proposta, o trabalho se apresenta estruturado em cinco capítulos, a saber:

Na introdução, Capítulo I, apresenta-se o problema da pesquisa, seus objetivos, a motivação e a estrutura do trabalho. Este capítulo, tem por objetivo esclarecer, em linhas gerais, as bases em que ele é desenvolvido. Seu papel é apresentar todo trabalho numa visão geral.

No Capítulo II é apresentado um breve estudo sobre a revisão da literatura mediante o tema proposto. Descrevemos sobre os Fundamentos da Secagem, as teorias relacionadas a este processo, e os tipos e modelos de secagem estudados na literatura.

No Capítulo III, comenta-se sobre a metodologia aplicada na pesquisa, com ênfase na modelagem matemática fenomenológica para descrever as transferências de calor e massa em um sólido heterogêneo vazado.

No Capítulo IV, apresentam-se os resultados obtidos e as discussões, baseando-se nos indicadores selecionados.

No Capítulo V, apresentam-se as considerações finais e sugestões.

Por fim, apresentam-se os elementos pós-textuais: referências bibliográficas e apêndices.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Fundamentos da secagem

2.1.1 Conceitos gerais

A secagem é um complicado processo que envolve fenômenos de transferência simultânea de calor, massa e quantidade de movimento, existência do estado de equilíbrio e variações dimensionais do sólido a ser secado. Durante o processo de secagem, a retirada de moléculas se dá por movimentação do líquido, devido a uma diferença de pressão parcial do vapor d' água entre a superfície do produto e o fluido que o envolve. Assim, a secagem é uma técnica de separação diferenciada pela maneira como a água é retirada do sólido quando comparada com as demais técnicas.

Existem diversos modos de fornecimento de calor ao material durante um processo de secagem; tais como: radiação térmica, convecção, condução ou utilizando a absorção volumétrica da energia eletromagnética gerada na frequência de rádio ou de micro-ondas. A transferência de calor por absorção volumétrica pode acelerar o processo de secagem e oferece uma série de benefícios em relação aos métodos convencionais. Por exemplo, na secagem de alimentos, o aquecimento volumétrico apresenta a vantagem de evitar o endurecimento do

mesmo devido a uma secagem mais homogênea e com menores gradientes de umidade e de temperatura no interior dos materiais.

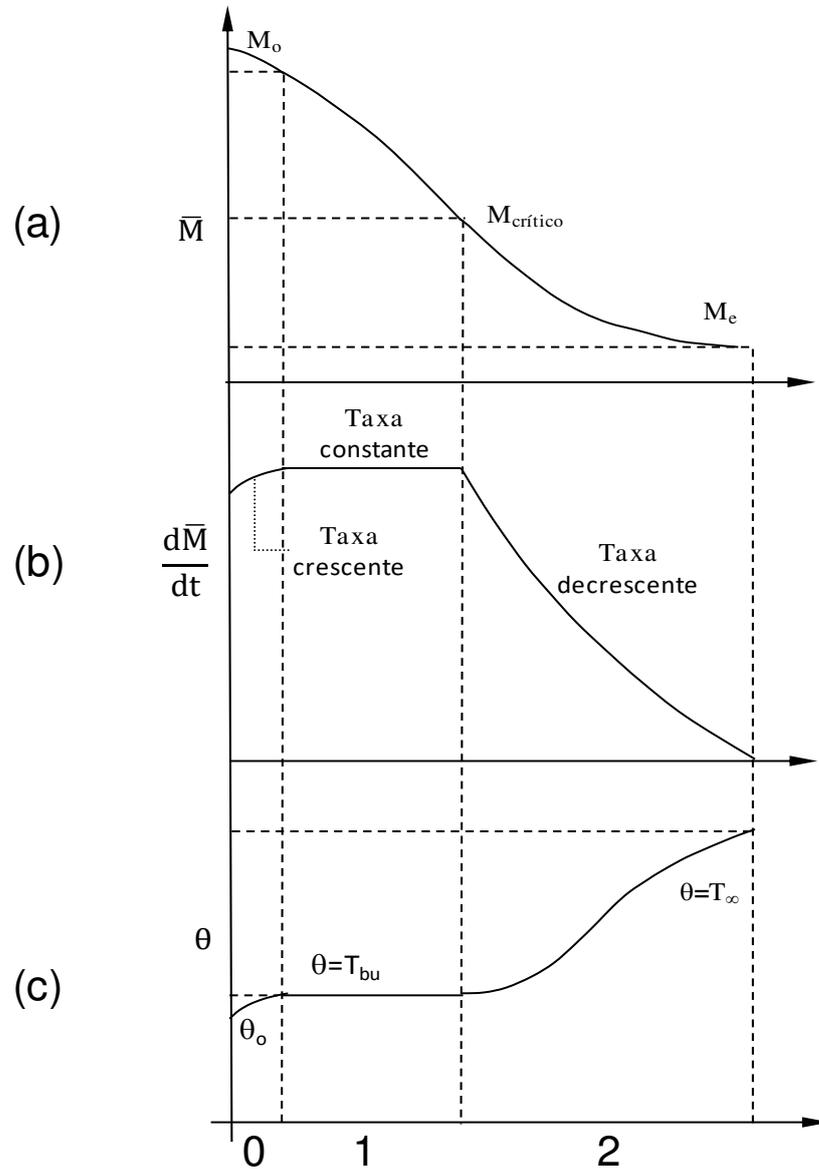
Os produtos possuem características independentes, pois a sua composição, estrutura, e suas dimensões diferem umas das outras. Por outro lado, as condições de secagem podem ser muito diversas. Assim, o estado do ar atmosférico (temperatura, umidade relativa e velocidade) e a forma como se faz o contato ar-produto são condições essenciais para a determinação da duração da secagem, uma vez que o produto é colocado em contato com ar quente numa secagem forçada. Durante a secagem, ocorre uma transferência do calor do ar ao produto sob o efeito da diferença de temperatura existente entre eles. De forma simultânea, a diferença de pressão parcial de vapor d'água existente entre o ar e a superfície do produto determina uma transferência de massa (vapor de água) para o ar, tornando possível a secagem do mesmo.

A seguir será descrito, na Figura 2.1, a evolução da temperatura e teor de umidade do produto no decorrer do processo secagem. Esta evolução é dividida esquematicamente em três períodos, onde estão ilustradas as curvas do teor de água do produto, de sua temperatura e da velocidade de secagem (também chamada de taxa de secagem) ao longo do tempo, ao se usar ar como agente de secagem (secagem convectiva).

- **Curva (a):** representa a diminuição do teor de umidade do produto durante a secagem. Esta informação pode ser determinada a partir da pesagem do produto durante a secagem em uma determinada condição do ar previamente estabelecida.
- **Curva (b):** representa a velocidade (taxa) de secagem do produto (variação temporal do teor de umidade do produto em função do tempo). Esta informação pode ser obtida diferenciando a curva (a) com relação ao tempo.
- **Curva (c):** representa a variação da temperatura do produto durante a secagem. Esta informação pode ser obtida medindo-se a temperatura do produto durante a secagem.

Durante a secagem, o produto passa por diversos períodos, dependendo do seu teor de umidade inicial, natureza e forma. A seguir descrevem-se cada um deles (Figura 2.1):

Figura 2.1 – Comportamento da umidade e temperatura do produto com o tempo de secagem. Fonte: Lima, W (2017)



Período 0: Este período é o de indução ou o período de se entrar em regime operacional (período de acomodação do material). No começo, o produto está geralmente numa temperatura menor que a do ar, e a pressão parcial de vapor da água na superfície do produto é baixa, por consequência, a transferência de massa e a velocidade de secagem também são baixas. O calor chegando ao material em grande quantidade acarreta uma elevação da temperatura do mesmo, provocando um aumento de pressão parcial do vapor d'água no ar e da velocidade de secagem. Este fenômeno continua até que a transferência de calor compense exatamente a transferência

de massa. Se a temperatura do ar for inferior àquela do produto esta última diminuirá até atingir o mesmo estado de equilíbrio. A duração deste período é insignificante em relação ao período total de secagem.

Período 1: Este período corresponde ao de velocidade (taxa) constante de secagem. Durante este período, como no anterior, a quantidade de água disponível dentro do produto é bem grande. A água evapora-se como água livre na superfície do produto. A pressão parcial do vapor de água na superfície é constante e é igual à pressão de vapor de água pura à temperatura do produto. A temperatura do produto, por sua vez, é também constante e é igual à temperatura de bulbo úmido do ar de secagem, característica do fato de que as transferências de calor e de massa se compensam exatamente. A velocidade de secagem é, por conseguinte, constante. Este período continua, enquanto a migração de água do interior até a superfície do produto seja suficiente para acompanhar a perda por evaporação de água na superfície. No caso de materiais biológicos é difícil a existência deste período, pois as condições operacionais de secagem são tais que, a resistência de transferência de massa encontra-se essencialmente no interior do produto, fazendo com que a taxa de evaporação da superfície ao ambiente seja bem superior à taxa de reposição de umidade do interior à superfície do material.

Período 2: Este é o período de velocidade (taxa) decrescente de secagem. Ela inicia assim que a água começa a chegar à superfície em quantidade menor que a evaporação, com isso, a velocidade de secagem diminui. Apesar de alguns autores definirem o valor de teor de umidade do produto no ponto de transição entre os períodos 1 e 2, como sendo o teor de umidade crítico, este não é uma propriedade física do material. Ele depende das condições operacionais de secagem e do tipo e geometria do sólido. Durante este período, a troca de calor não é mais compensada pela perda de massa, conseqüentemente, a temperatura do produto aumenta e tende assintoticamente à temperatura do ar (equilíbrio térmico). Durante todo este período o fator limitante é a migração interna de água. Esta redução da taxa (ou velocidade) de secagem é às vezes interpretada como uma diminuição da superfície molhada no período 2. Contudo, a interpretação mais frequente é pelo abaixamento da pressão parcial de vapor de água na superfície. No final deste período o produto estará em equilíbrio com o ar e a velocidade de secagem é nula (equilíbrio higroscópico).

De modo geral, classificando o processo de secagem quanto ao uso dos equipamentos, ela pode ocorrer de forma natural, artificial ou mista. (Incropera - 2002)

Tendo o Sol como a principal fonte energética utilizada para o aquecimento do produto, a secagem de forma natural é um método muito demorado e consiste em expor o produto por longos períodos à radiação solar ou à sombra, mas em ambiente relativamente seco e sob condições climáticas consideradas ideais, ou seja, temperaturas relativamente altas, ventos com intensidade moderada e baixas umidades relativas, a fim, de que a água seja parcialmente removida do produto por evaporação. A secagem natural quando comparada à secagem artificial apresenta algumas desvantagens, dentre elas, o tempo de processo para a retirada da água é elevado e, devido a isto, há um alto índice de produtos com contaminação, no caso de secagem de produtos biológicos.

A secagem artificial é um processo de remoção de umidade, que implica no uso de equipamentos e condicionamento do ar de secagem com total controle da temperatura, umidade relativa e velocidade do ar de secagem. No caso de secagem convectiva, o ar quente transporta calor para o produto a ser desidratado, promove a evaporação da água nele contido que, em seguida, é liberada para o ambiente. A secagem artificial apresenta algumas vantagens, tais como: a) Em alguns equipamentos, as condições do ar de secagem não dependem das condições climáticas (favorecendo a obtenção de um produto de qualidade superior e um menor tempo de processamento) e b) A alta velocidade na produção, por ser capaz de remover, rapidamente, grandes quantidades de água presente no produto, tornando-se o tipo de secagem mais frequente na utilização a nível industrial.

Os métodos de secagem artificial podem ser classificados em contínuo, estacionário, intermitente e mista:

- **Secagem estacionária:** A designação de secagem estacionária é dada quando não há movimentação do produto durante a secagem, sendo geralmente utilizada em grãos. Nesta técnica, os produtos são colocados em armazenadores que sofrem a ação do ar aquecido. Este tipo de secagem apresenta baixo desempenho em função das camadas do produto serem reguladas pela distância da entrada da secagem e o fluxo de ar envolvido.

- **Secagem contínua:** Neste sistema de secagem, geralmente utilizada em grãos. Os produtos entram úmidos e mantêm contato com o ar aquecido. Este processo possibilita a perda de água do produto e seu aquecimento. A secagem contínua consiste em passar o produto uma única vez pela fonte de calor, de tal forma que o mesmo ingresse úmido e receba a ação do aquecimento, fluindo assim, continuamente, saindo seco. Em seguida passa pelo resfriamento dentro da câmara de secagem. O sistema é classificado de acordo com o sentido de deslocamento das sementes e do ar de secagem, tais como:
 - *Concorrente* – o produto juntamente com o ar de secagem desloca-se paralelamente, em sentidos iguais no interior do equipamento;
 - *Contracorrente* – o produto juntamente com o ar de secagem desloca-se paralelamente em sentidos divergentes no interior do equipamento;
 - *Corrente cruzada* – o ar de secagem desloca-se perpendicular através da massa do produto.

- **Secagem intermitente:** A secagem intermitente é um tipo de secagem descontínua, com períodos de energia e aplicação de calor. É caracterizada pela passagem descontínua do ar pela massa do produto em movimento, promovido pela recirculação do produto no secador. A secagem intermitente controla a taxa de entrada de calor para a secagem do material a ser seco, de maneira que evite a degradação térmica dos produtos sensíveis ao calor.

- A **secagem mista** consiste em utilizar dois ou mais métodos (natural e artificial ou artificial e artificial) de forma combinada durante o processo de secagem. A utilização de sistemas mistos de aquecimento com energia solar favorece a economia de energia, pois fornece algumas alternativas economicamente viáveis e podem ser adaptados à instalações de pequeno porte.

2.1.2 Teoria de secagem

O fenômeno de migração de umidade no interior dos materiais, ainda não é bem conhecido. Alguns autores afirmam que a migração pode ser uma combinação de movimentos de umidade por difusão de líquido e de vapor, cada um predominando em certas etapas da secagem (Steffe e Singh, 1980a) e outras por capilaridades. Por isso, várias teorias de secagem foram propostas para descrever o transporte de massa e calor em meios capilares porosos, as quais são listadas a seguir:

- Teoria da difusão líquida;
- Teoria da vaporização-condensação;
- Teoria capilar;
- Teoria de Kricher;
- Teoria de Luikov;
- Teoria de Philip e De Vries;
- Teoria de Berger e Pei;
- Teoria de Fortes e Okos.

Uma detalhada discussão, sobre as teorias de secagem citadas acima, pode ser encontrada na literatura de Silva (2015), Brito (2016), Lima (2017), Lima et al, (2018), Lima et al, (2021). Os quais fornecem os seguintes mecanismos de transporte de umidade em sólidos, juntamente com (Strumillo e Kudra, 1986; Brooker et al., 1992; Silva (2015), Brito (2016); Lima (2017); Lima et al, (2018), Lima et al, (2021):

- transporte por difusão líquida devido a gradientes de concentração de umidade;
- transporte por difusão de vapor devido a gradientes de concentração de umidade e pressão parcial do vapor (causado por gradientes de temperatura);
- transporte por efusão (escoamento Knudsen). Ocorre quando o caminho livre médio das moléculas de vapor for da mesma ordem de grandeza do diâmetro dos poros. É importante para condições de alto vácuo, como por exemplo, liofilização;
- transporte de vapor por termodifusão devido a gradientes de temperatura;
- transporte de líquido por forças capilares devido à fenômenos de capilaridade;

- transporte de líquido por pressão osmótica devido a força osmótica;
- transporte de líquido devido a gravidade;
- transporte de líquido e de vapor, devido à diferença de pressão total, causada por pressão externa, contração, alta temperatura e capilaridade;
- transporte por difusão superficial, devido a migração da mistura líquido mais vapor pelos poros da superfície do produto.

Embora, aqui não se tenha detalhado cada um dos mecanismos de transporte de umidade listados acima, informações adicionais podem ser encontradas nos trabalhos citados neste item.

2.2 Modelos de secagem

A modelagem matemática é a área do conhecimento que estuda a simulação de sistemas reais a fim de prever o comportamento dos mesmos, ou seja, consiste na tentativa de se descrever matematicamente um fenômeno físico. Os modelos matemáticos apresentam uma série de aspectos úteis do ponto de vista científico. Além de apresentar naturalmente uma linguagem concisa, traz também aspectos como a possibilidade de confirmar ou rejeitar determinadas hipóteses relacionadas a sistemas, revelar contradições em dados obtidos e/ou hipóteses formuladas e prever o comportamento de um sistema sob condições não testadas em laboratórios.

O ponto de partida na modelagem matemática é a definição do processo a ser modulado, em particular a descrição dos dados de entrada que influenciam o processo, bem como as variáveis que dependem do comportamento do processo. Com a solução das equações que compõem o modelo é possível prever os parâmetros do processo em função do tempo de secagem com base nas condições iniciais, de contorno e simplificações. Em algumas situações, diferentes dados de saída do processo são necessários para o cálculo.

O processo de secagem leva em consideração as propriedades termo-físicos do material, cinéticas de secagem e os balanços de massa e energia, e variações dimensionais do produto,

por isso é importante inserir no modelo de secagem, o máximo de informações, relacionadas com o processo, tornando possível relacionar corretamente o modelo com situação real.

Existem dois modelos de secagem que depende da espessura da camada do material estudado, são elas:

- **Secagem de camada fina** – modelos ao nível de partículas;
- **Secagem de camada espessa** – modelos ao nível de secador.

Geralmente os materiais são secos em camadas espessas (estacionárias ou em movimento), pois a secagem em camada fina possui limitações na prática da secagem. Porém, é grande a quantidade de modelos propostos de camada fina para descrever a taxa de perda de umidade durante a secagem de sólidos, podendo ser divididos em dois grandes grupos: modelos distribuídos e modelos concentrados, os quais serão detalhados a seguir:

2.2.1 Modelos distribuídos

Os modelos distribuídos descrevem as taxas de transferência de calor e massa como função da posição dentro do sólido poroso úmido e do tempo de secagem. Eles consideram as resistências externa e interna às transferências de calor e massa. Assim, este modelo ou sistema baseia-se na interação entre o tempo, e uma ou mais variáveis espaciais para todas as suas variáveis dependentes. Nesta abordagem, os gradientes do teor de umidade, pressão e temperatura no interior do material são considerados (Erbay e Icer, 2010). Existem diversos modelos distribuídos reportados na literatura. Alguns deles serão discutidos a seguir:

a) Modelo de Luikov

Baseia-se na termodinâmica dos processos irreversíveis e propõe que a água move-se em meios capilares porosos, em condições isotérmicas, sob a ação de um gradiente de transferência de massa. Esse potencial de transferência de massa foi criado por Luikov por analogia com a força motriz de transferência de calor, o gradiente de temperatura (Alvarenga et al., 1980).

Luikov (1966) apresentou um modelo matemático para descrever o processo de secagem de produtos capilares porosos baseado nos mecanismos de difusão, efusão, convecção de vapor e difusão e convecção de água no interior do meio poroso. O processo é descrito por um sistema de equações diferenciais parciais acopladas para a temperatura, umidade e em casos de intensa secagem também a pressão. O conjunto de equações é da forma:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla^2(K_{11}M) + \nabla^2(K_{12}\theta) + \nabla^2(K_{13}P) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla^2(K_{21}M) + \nabla^2(K_{22}\theta) + \nabla^2(K_{23}P) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \nabla^2(K_{31}M) + \nabla^2(K_{32}\theta) + \nabla^2(K_{33}P) \quad (2.3)$$

onde K_{ij} , i e $j = 1, 2$ e 3 , são os coeficientes fenomenológicos para $i=j$ e os coeficientes combinados para $i \neq j$. Conforme estudado por Alvarenga et al. (1980).

b) Modelos difusivos

Diversos autores consideram a difusão de água líquida como principal mecanismo de transporte de umidade em produtos biológicos (Brooker et al., 1992; Oliveira e Lima, 2001; Silva et al., 2020; Silva Júnior et al., 2018) e não biológicos (Nascimento et al., 2001; Farias et al., 2013; Lima et al. 2014; Santos et al., 2020; Araújo et al., 2019; Brito et al., 2017; Santos 2018).

A equação governante para o transporte de umidade é dada pela segunda lei de Fick. Esse modelo estabelece a difusão de umidade em termos do gradiente de concentração no sólido; como segue:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla \cdot (D \nabla M) \quad (2.4)$$

Segundo relatos de Feng et al. (2012), com a Equação (2.4) é possível:

- correlacionar D com as alterações de umidade (TONG e LUND, 1990);

- relacionar D com a temperatura através de uma equação do tipo Arrhenius (SHARMA e PRASAD, 2004);
- estimar a difusividade efetiva de umidade para os diferentes materiais com testes simples de secagem (DADALI et al., 2007);
- investigar os efeitos da potência das micro-ondas sobre a difusividade efetiva de umidade do broto de bambu (BAL et al., 2010).

Em grande parte dos trabalhos o coeficiente de difusão D , é considerado constante, ou dependente da temperatura e/ou do teor de umidade do sólido. Contudo, vale salientar que a compressão mecânica reduz a porosidade e a difusividade de umidade efetiva, portanto a pressão tem efeito negativo na difusividade de água. (Karathanos et al., 1991, citados por Saravacos e Kostaropoulos, 1995). É importante citar que o conceito de difusão líquida como único mecanismo de transporte de umidade vem constantemente apresentando discrepâncias entre os valores experimentais e teóricos, e isto tem sido objeto de várias críticas (Berger, citado por Alvarenga et al., 1980; Fortes e Okos, 1980; Mariz, 1986, Keey, 1992). A Tabela 2.1 fornece um sumário de alguns dos vários modelos expressando a difusividade de umidade como função da temperatura e/ou do teor de umidade, reportados na literatura.

c) Modelo baseado na Termodinâmica do não-equilíbrio

Tendo por base os conceitos termodinâmicos de processos irreversíveis, Fortes e Okos (1981), propuseram um modelo, com as seguintes considerações:

- existência de equilíbrio local;
- da equação de Gibb para condições de não-equilíbrio;
- fenômeno de encolhimento desprezível;
- efeitos de pressão total negligenciados;
- das leis fenomenológicas lineares;
- das relações fundamentais de Onsager;
- de poder um sistema ser tomado como um contínuo e isotrópico;
- de a água migrar nas fases de líquido e de vapor;
- de ser a razão de transferência de calor e massa mais lenta que a razão de mudança de fase;

- do princípio de Curie.

Tabela 2.1 - Modelos paramétricos empíricos expressando o coeficiente de difusão como constante, e em função da temperatura e/ou do teor de umidade do meio poroso.

Modelo paramétrico	Equação
$D(M, T) = D_0$	(2.5)
$D(M, T) = A_0 \exp(A_1 M) \exp\left(-\frac{A_2}{T_{\text{abs}}}\right)$	(2.6)
$D(M, T) = A_0 \exp\left(-\frac{A_1}{M}\right) \exp\left(-\frac{A_2}{T_{\text{abs}}}\right)$	(2.7)
$D(M, T) = A_0 \exp\left(\sum_{i=1}^3 A_i M^i\right) \exp\left(-\frac{A_4}{T_{\text{abs}}}\right)$	(2.8)
$D(M, T) = A_0 [1 - \exp(-A_1 M)] \exp\left(-\frac{A_2}{T_{\text{abs}}}\right)$	(2.9)
$D(M, T) = A_0 [1 + \exp(A_1 - A_2 M)]^{-1} \exp\left(-\frac{A_3}{T_{\text{abs}}}\right)$	(2.10)
$D(M, T) = A_0 \exp(A_1 M) \exp\left(-\frac{A_2 M + A_3}{T_{\text{abs}}}\right)$	(2.11)
$D(M, T) = A_0(M) \exp\left[-\frac{A_1 \exp(-A_2 M) + A_3}{T_{\text{abs}}}\right]$	(2.12)
$D(M) = (A_0 + A_1 M)$	(2.13)
$D(T) = A_0 \exp\left(-\frac{A_1}{R_0 T_{\text{abs}}}\right)$	(2.14)

Fonte: Zogzas et al. ,(1996)

Segundo Fortes e Okos (1981), a diferença fundamental entre a teoria desses autores e as teorias citadas, é que a força motriz para o movimento isotérmico, tanto do líquido quanto do vapor, é um gradiente do teor de umidade de equilíbrio e não do teor de umidade. A força motriz para a transferência de líquido e vapor é o gradiente do potencial químico, que por sua vez é função da temperatura, da umidade relativa e do teor de umidade de equilíbrio. Neste modelo, é postulado que a água em meios capilares porosos, pode mover-se no sentido contrário ao gradiente do teor de umidade, mas sempre na direção do gradiente do teor de umidade de

equilíbrio. Assim, o teor de umidade de equilíbrio é apresentado como uma escolha mais natural para o potencial de transporte de massa que o conceito proposto por Luikov.

Admitindo-se ainda as considerações do modelo, considerando-se desprezível os efeitos da gravidade no transporte de vapor e aplicando-se as relações de Onsager, Fortes e Okos (1981) derivaram as seguintes equações, para corpos capilares porosos.

*** Fluxo de calor**

$$\begin{aligned} \bar{J}_q = & -k_t \nabla T - \left[\rho_l k_l R_v \ln(\text{UR}) + k_v \left(\rho_{vo} \frac{\partial \text{UR}}{\partial T} + \text{UR} \frac{d\rho_{vo}}{dT} \right) \right] \frac{R_v T^2}{\text{UR}} \frac{\partial \text{UR}}{\partial T} \nabla M + \\ & + T \left[\rho_l k_l R_v \ln(\text{UR}) + k_v \left(\rho_{vo} \frac{\partial \text{UR}}{\partial T} + \text{UR} \frac{d\rho_{vo}}{dT} \right) \right] \bar{g} \end{aligned} \quad (2.15)$$

*** Fluxo de líquido**

$$\bar{J}_l = -\rho_l k_l R_v \ln(\text{UR}) \nabla T - \rho_l k_l \frac{R_v T}{\text{UR}} \left(\frac{\partial \text{UR}}{\partial M} \right) \nabla M + \rho_l k_l \bar{g} \quad (2.16)$$

*** Fluxo de vapor**

$$\bar{J}_v = -k_v \left(\rho_{vo} \frac{\partial \text{UR}}{\partial T} + \text{UR} \frac{d\rho_{vo}}{dT} \right) \nabla T - k_v \rho_{vo} \left(\frac{\partial \text{UR}}{\partial M} \right) \nabla M \quad (2.17)$$

Assumindo-se que nenhum gelo está presente e que a massa de ar é desprezível, pode-se escrever a equação da conservação da massa como segue:

$$\frac{\partial(\rho_{ps} M)}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{J}_l + \bar{J}_v) \quad (2.18)$$

Com a consideração da não existência de fenômenos de encolhimento, ρ_{ps} é constante e esta equação se reduz a:

$$\rho_{ps} \frac{\partial M}{\partial t} = - \nabla \cdot (\vec{J}_l + \vec{J}_v) \quad (2.19)$$

A equação da conservação de energia pode ser obtida, partindo do princípio de que a taxa de variação da entalpia volumétrica do sistema, menos o calor de adsorção, é igual a divergência do fluxo de entalpia. Assim sendo pode-se escrever:

$$\rho_{ps} c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \rho_{ps} h_w \frac{\partial M}{\partial t} = - \nabla \cdot \vec{J}_q - h_{fg} \nabla \cdot \vec{J}_v - \vec{J}_l \cdot c_l \nabla T - \vec{J}_v \cdot c_v \nabla T \quad (2.20)$$

Como pode ser constatado, este modelo descreve mais apuradamente a física do processo de transferência de calor e massa que o modelo de difusão líquida simples. No entanto a sua aplicabilidade é grandemente limitada, em virtude das equações governantes do fenômeno incluir muitos coeficientes que são difíceis para determiná-los experimentalmente, dependendo do produto.

2.2.2 Modelos concentrados

As equações de secagem em camada fina (modelos concentrados) podem ser classificadas em semi-teóricas, empíricas e semi-empírica. Estas equações negligenciam os efeitos de variação de temperatura e umidade no interior do material, durante o processo de secagem, assumindo que o material alcança a temperatura média do ar imediatamente, no início do processo.

As equações empíricas possuem uma relação direta entre o teor de umidade e o tempo de secagem, enquanto que as semi-empíricas são análogas a lei de Newton do resfriamento, assumindo que a taxa de secagem é proporcional a diferença entre o teor de umidade do produto e seu respectivo teor de umidade de equilíbrio, para as condições de secagem especificadas. As

equações semi-teóricas geralmente são obtidas a partir da equação de difusão de líquido e/ou vapor dentro do produto.

Em resumo, os modelos concentrados descrevem as taxas de transferência de calor e massa para o produto inteiro, ignorando a resistência interna às transferências de calor e massa. Muitas equações concentradas são derivadas das equações distribuídas sob pequenas considerações. Os modelos de parâmetros concentrados são aplicados para número de Biot de transferência de massa menor que 10 e número de Biot de transferência de calor menor que 1,5 (Parti, 1993). Obviamente esta afirmação depende da geometria do corpo em estudo e da forma como estes parâmetros são definidos.

Os modelos de secagem em camada fina são freqüentemente empregados para descrever a secagem de frutas e vegetais. Sua classificação se dá com base em suas vantagens e desvantagens comparativas e também a sua derivação. As categorias mais aplicadas de modelos de camada fina são os modelos semi-teóricos e empíricos (Ozdemir e Devres, 2000; Panchariya et al., 2002; Akpınar, 2006a; Doymaz, 2007; Raquel et al., 2011). Essas categorias de modelos levam em consideração a resistência externa ao processo de transporte de umidade entre o material e o ar atmosférico, proporcionam uma maior extensão de resultados precisos, melhor predizem o comportamento do processo de secagem, e fazem menos suposições devido à sua dependência com dados experimentais. Assim, estes modelos provaram serem os mais úteis para engenheiros e designers de secadores (Brooker et al., 1992). No entanto, só são válidos nas condições de secagem aplicadas. Por outro lado, os modelos teóricos fazem demasiadas suposições levando a um número considerável de erros (Henderson, 1974; Bruce, 1985), limitando assim a sua utilização na concepção de secadores.

Os modelos semi-teóricos são normalmente obtidos a partir de soluções da segunda lei de Fick e variações de suas formas simplificadas. Os modelos semi-teóricos e alguns empíricos fornecem uma compreensão dos processos de transporte e demonstram um melhor ajuste aos dados experimentais (Janjai et al., 2011). Os modelos empíricos e semi-teóricos têm características semelhantes. Os principais desafios enfrentados pelos modelos empíricos são

devidos a eles dependerem em grande parte de dados experimentais e fornecerem informações limitadas sobre a transferência de calor e massa durante o processo de secagem (Erbay e Icier, 2010). Devido às características dos modelos semi-teóricos e empíricos e ao alto teor de umidade de muitas frutas e legumes, estes modelos são amplamente aplicados na estimativa da cinética de secagem.

a) Modelos semi-teóricos

Os modelos semi-teóricos são derivados do modelo teórico (segunda lei de Fick da difusão) ou de sua variação simplificada (lei de resfriamento de Newton). Os modelos semi-teóricos de Lewis, Page e Page Modificado são derivados da lei de resfriamento de Newton. Os seguintes modelos são derivados da segunda lei de difusão de Fick (Erbay e Icier, 2010):

- a) Modelo exponencial e forma simplificada.
- b) Modelo exponencial de 2-termos e forma modificada.
- c) Modelo exponencial de 3-termos e a forma simplificada.

Fatores que poderiam determinar a aplicação destes modelos incluem a umidade relativa, temperatura e velocidade do ar de secagem, a espessura e o teor de umidade inicial do material a ser seco (Panchariya et al., 2002; Erbay e Icier, 2010). Além disso, nestas condições pode notar-se que a complexidade dos modelos pode ser atribuída ao número de constantes. Em relação à literatura científica, o número de constantes varia entre 1 (modelo de Newton), 5 (modelo Hii et al.) e 6 (modelo modificado de Henderson e Pabis). Levando em consideração o número de constantes, tanto o modelo Hii et al., e o modelo modificado de Henderson e Pabis podem ser considerados complexos, enquanto que o modelo de Newton é o mais simples. No entanto, a seleção do modelo mais apropriado para descrever o comportamento de secagem de frutas e vegetais não depende do número de constantes. Em vez disso, depende de vários indicadores estatísticos. Os indicadores estatísticos que têm sido frequentemente utilizados para selecionar com êxito os modelos de secagem mais adequados, tal como relatado na literatura (Akpınar, 2006b; Babalis et al., 2006; Menges e Ertekin, 2006; Doymaz, 2007; Vega et al., 2007; Saeed et al., 2008; Erbay e Icier, 2010; Fadhel et al., 2011; Kadam et al., 2011; Rasouli et al., 2011; Akoy, 2014; Gan e Poh, 2014; Tzempelikos et al., 2014; Darici e Sem, 2015; Onwude

et al., 2015a; Tzempelikos et al., 2015) incluem R , R^2 (r^2), x^2 , SSE , $RMSE$, $RRMS$, EF , MPE e MBE . Quanto mais altos forem os valores de R e R^2 de um modelo em particular, melhor será o modelo para prever o comportamento de secagem de frutas e vegetais. Da mesma forma, quanto menor o valor de x^2 , SSE , $RMSE$, $RRMS$, EF , MPE e MBE de um determinado modelo, mais adequado é o modelo para prever a cinética de secagem do produto em particular (Kucuk et al. 2014).

a1) Modelos derivados da lei de resfriamento de Newton.

Modelo de Newton. Este modelo é às vezes citado na literatura como o modelo de Lewis, modelo exponencial ou modelo exponencial único. Diz-se que é o modelo mais simples por causa da única constante presente no modelo. No passado, este modelo foi amplamente aplicado na descrição do comportamento de secagem de vários alimentos e produtos agrícolas. Recentemente, tem sido ocasionalmente adequado para descrever o comportamento de secagem de algumas frutas e vegetais. Em símbolos pode-se apresentar este modelo como segue:

$$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = \exp(-k_1 t) \quad (2.21)$$

Na equação (2.21), k é a constante de secagem (s^{-1}), MR é a razão de umidade, M é o teor de umidade em base seca em qualquer tempo t . M_0 é o teor de umidade em base seca inicial da amostra e M_e é o teor de umidade de equilíbrio.

Modelo de Page. O modelo de Page ou o modelo de Lewis modificado é uma modificação empírica do modelo de Newton, em que os erros associados ao uso do modelo de Newton são grandemente minimizados pela adição de uma constante empírica adimensional (n), como segue:

$$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = \exp(-k_1 t^n) \quad (2.22)$$

onde n é conhecida como a constante do modelo (sem dimensão). Este modelo tem duas constantes e é amplamente utilizado como a base para a maioria dos modelos semi-teóricos de camada fina. Além disso, o modelo de Page (1949) foi adotado como um padrão americano na modelagem em camadas finas de produtos agrícolas e biológicos (ANSI / ASAE 2014).

Modelo de Page modificado. Como o nome sugere, esta é uma modificação do modelo de Page. Erbay e Icier (2010) relataram 3 formas do modelo de Page modificado. Para o propósito desta revisão da literatura, os seguintes modelos modificados de Page foram escolhidos como sendo os mais adequados para descrever o comportamento de secagem de diferentes frutas e vegetais:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = \exp(-(k_1 t)^n) \quad (2.23)$$

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = a_1 \exp \left[- \left(\frac{t}{k_1^2} \right)^n \right] \quad (2.24)$$

onde a_1 e n são constantes empíricas.

a2) Modelos derivados da segunda lei de Fick da difusão.

Henderson e Pabis ou modelo de termo único. Este modelo é o primeiro termo da solução geral da segunda lei de difusão de Fick. Também pode ser considerado como um modelo simples com apenas duas constantes. O modelo de Henderson e Pabis (1961) foi efetivamente aplicado na secagem de culturas como milho. No entanto, não foi tão explorado para descrever o comportamento de secagem de frutas e vegetais, uma vez que o modelo foi encontrado aplicável apenas a maçã. Em símbolos pode-se escrever:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) \quad (2.25)$$

onde a_1 e K_1 são constantes.

Modelo modificado de Henderson e Pabis. O modelo modificado de Henderson e Pabis é uma solução geral com 3 termos da segunda lei de Fick de difusão para a correção das deficiências do modelo de Henderson e Pabis. Foi relatado que o primeiro termo explica a última parte do processo de secagem de alimentos e produtos agrícolas, que ocorre em grande parte, no último período da taxa decrescente. O segundo termo descreve a parte intermediária e o terceiro termo explica a perda de umidade inicial da secagem (Erbay e Icier, 2010). O modelo contém 6 constantes, assim como o modelo Hii et al. (modelo modificado de dois termos) e, com base nisso, o modelo foi chamado de modelo de camada fina complexo.

No entanto, deve ser enfatizado também que com 6 parâmetros, muitos mais que 6 pontos de dados experimentais são necessários para calcular o modelo. O modelo não é tão complexo com o advento dos computadores, mas, estatisticamente um bom grau de liberdade é necessário para confiabilidade dos resultados, e isso exigirá muitos dados experimentais. Em símbolos pode-se expressar este modelo como segue:

$$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + a_2 \exp(-k_2 t) + a_3 \exp(-k_3 t) \quad (2.26)$$

onde a_i e k_i são as constantes do modelo.

Modelo de Midilli e colaboradores. É um modelo através de uma modificação do modelo de Henderson e Pabis pela adição de um termo extra com um coeficiente. O novo modelo, que é uma combinação de um termo exponencial e um termo linear, foi validado testando o modelo em cogumelo, pólen e pistache. Esse modelo é descrito a seguir:

$$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + a_2 t \quad (2.27)$$

onde a_1 e a_2 são as constantes do modelo e k_1 é a constante de secagem (s^{-1}) a ser estimada a partir dos dados experimentais. Este modelo contém 3 constantes e melhor descreve o comportamento de secagem de diferentes frutas e vegetais tais como: maçã, pimentão, maçãs

douradas, espinho, jaca, kiwi, manga, gengibre, pimenta, caqui, abacaxi, abóbora, açafrão e hortelã (Midilli et al. - 2002)

Modelo logarítmico. Este modelo também é conhecido como um modelo assintótico e uma outra forma modificada do modelo de Henderson e Pabis. É na verdade uma forma logarítmica do modelo de Henderson e Pabis com a adição de um termo empírico. O modelo contém 3 constantes e pode ser expresso como segue:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + a_2 \quad (2.28)$$

onde a_1, a_2 e K_1 são constantes. Este modelo produziu o melhor ajuste na predição da cinética de secagem de maçã, folhas de manjeriço, beterraba, abóbora e maçã (Rayaguru e Routray, - 2012; Kaur e Singh - 2014)

Modelo de dois termos. O modelo de 2-termos é a solução geral com 2 termos da segunda lei de Fick de difusão. O modelo contém 2 constantes empíricas adimensionais e 2 constantes de modelo que podem ser derivadas de dados experimentais. O primeiro termo descreve a última parte do processo de secagem, enquanto que o segundo termo descreve o início do processo de secagem.

Para a maioria das frutas e vegetais com alto teor de umidade, este modelo pode ser adequado, pois assume, ambas, temperatura e difusividade do processo de secagem, constantes (Sacilik - 2007). Este modelo descreve bem a transferência de umidade do processo de secagem, com as constantes que representam as propriedades físicas do processo de secagem:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + a_2 \exp(-k_2 t) \quad (2.29)$$

onde a_1 e a_2 são constantes empíricas, e k_1 e k_2 são as constantes de secagem (s^{-1}). Este modelo é o melhor para descrever o comportamento de secagem de beterraba, cebola, ameixa, abóbora e pimenta recheada (Sacilik - 2007).

Modelo exponencial de dois termos. O modelo exponencial de 2-termos é uma modificação do modelo de 2-termos, reduzindo o número de constantes e modificando a indicação da constante de forma do segundo termo exponencial. Erbay e Icier (2010) enfatizaram que a constante "k₂" do modelo de 2 termos tem que ser (1 - a₁) em t = 0 para obter uma razão de umidade MR= 1. O modelo tem 3 constantes e pode ser expresso como segue:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + (1 - a_1) \exp(-k_2 a_1 t) \quad (2.30)$$

Modelo de Hii e colaboradores (modelo modificado de 2-termos). O modelo de Hii e colaboradores também pode ser referido como um modelo de Page Modificado ou, mais apropriadamente, um modelo modificado de 2- termos. O modelo envolve uma combinação de Page e o modelo de 2-termos. A primeira parte do modelo é exatamente como o modelo de Page. No entanto, descreve mais teoricamente o processo com o modelo modificado de 2 termos com a inclusão de uma constante, empírica adimensional "n".

O modelo contém 5 constantes e pode ser referido como um modelo complexo a este respeito. Hii et al. (2009) propuseram este modelo para a secagem de grãos de cacau. Verificou-se também que este modelo é apropriado para descrever a cinética de secagem de alguns frutos. Em símbolos pode-se escrever:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = a_1 \exp(-k_1 t^n) + a_2 \exp(-k_2 t^n) \quad (2.31)$$

Modelo de Demir e colaboradores. Uma modificação do modelo de Henderson e Pabis e do modelo logarítmico foi proposta por Demir et al. (2007) para a secagem de azeitonas verdes. Este modelo contém 4 constantes com 3 constantes empíricas adimensionais. Este modelo pode ser expresso como segue:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = a_1 \exp[-(k_1 t)^n] + a_2 \quad (2.32)$$

Modelo de Verma e colaboradores. Este modelo é outra modificação do modelo de 2 termos, com 4 constantes do modelo. O modelo de Verma et al. (1985) foi aplicado com sucesso na descrição da cinética de secagem da salsa e da abóbora. Este modelo é expresso matematicamente como segue:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + (1 - a_1) \exp(-k_2 t) \quad (2.33)$$

onde a_1 , k_1 e k_2 são constantes a serem determinadas a partir de dados experimentais.

Modelo de difusão aproximado. O modelo de difusão aproximado é outra modificação do modelo exponencial de 2-termos com a separação da constante de secagem " k " e t com uma nova constante adimensional na segunda parte do modelo:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + (1 - a_1) \exp(-k_2 a_2 t) \quad (2.34)$$

onde a_1 , k_1 e k_2 são constantes. Este modelo foi aplicado com grande sucesso na determinação da cinética de secagem de pimentão, abóbora e tomate (Yaldyz e Ertekýn - 2007).

Modelo modificado de Midilli e colaboradores. Como o nome sugere, este modelo é uma modificação do modelo de Midilli et al. Verificou-se que o modelo previu com sucesso apenas a cinética de secagem da folha de jaca. O modelo é expresso como segue:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + a_2 \quad (2.35)$$

b) Modelos empíricos

Modelos empíricos proporcionam uma relação direta entre o teor médio de umidade e o tempo de secagem. A principal limitação à aplicação de modelos empíricos na secagem em camada fina é que eles não seguem os fundamentos teóricos dos processos de secagem na forma de uma relação cinética entre a constante de velocidade e a concentração de umidade, dando

assim valores de parâmetro imprecisos. Os seguintes modelos são os mais adequados para descrever adequadamente a cinética de secagem de algumas frutas e vegetais:

Modelo de Aghbashlo e colaboradores. Aghbashlo et al. (2009) propuseram um modelo que descreve efetivamente a cinética de secagem em camada fina de produtos biológicos. O modelo foi testado em cenoura e comparado com outros modelos de secagem em camada fina disponíveis na literatura. Verificou-se que o modelo melhor descreveu o comportamento de secagem da cenoura.

No entanto, este modelo não tem sido bem-sucedido na descrição de várias outras frutas e legumes. O modelo contém 2 constantes adimensionais que dependem da temperatura absoluta do sistema de secagem. No entanto, não há base teórica para este modelo, que é expresso a seguir:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = \exp\left(\frac{k_1 t}{1+k_2 t}\right) \quad (2.36)$$

onde k_1 e k_2 são constantes de secagem.

Modelo de Wang e Singh. Este modelo foi desenvolvido para a secagem intermitente de arroz bruto (Wang e Singh, 1978). O modelo dá um bom ajuste aos dados experimentais. No entanto, este modelo não tem nenhuma interpretação física ou teórica, daí a sua limitação.

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = 1 + k_1 t + k_2 t^2 \quad (2.37)$$

onde k_1 e k_2 são constantes de modelo obtidas a partir dos dados experimentais.

Modelo de Diamante e colaboradores. Diamante e outros (2010) propuseram um novo modelo empírico para a secagem de frutas. Os dados experimentais utilizados no desenvolvimento do modelo foram obtidos a partir da secagem ao ar quente do kiwi e do damasco. Os autores utilizaram uma análise de regressão polinomial para determinar os valores das constantes do modelo. Novamente, este modelo carece de base teórica e interpretação física. Em símbolos pode-se escrever:

$$\ln(-\ln MR) = a_1 + a_2(\ln t) + a_3(\ln t)^2 \quad (2.38)$$

onde a_i são constantes do modelo.

Modelo de Weibull. Este modelo foi considerado um dos modelos empíricos mais adequados e amplamente utilizados na literatura. O modelo foi, na verdade, derivado de dados experimentais, sem significado físico ou teórico e pode descrever bem a cinética de secagem de frutas e vegetais, como alho, marmelos e caqui. Ele pode ser expresso matematicamente como segue:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = a_1 - a_2 \exp(-k_1 t^n) \quad (2.39)$$

onde a_1 , k_1 , k_2 e n são constantes de modelo.

Modelo Thompson O modelo é empírico e obtido a partir de dados experimentais, correlacionando o tempo de secagem em função do logaritmo da razão de umidade. O modelo não consegue descrever com sucesso o comportamento de secagem da maioria das frutas e legumes porque não tem base teórica e não possui interpretação física. Contudo, verificou-se que o modelo é adequado para descrever a cinética de secagem de ervilhas verdes e de mirtilos. O modelo pode ser expresso como segue:

$$t = a_1 \ln(MR) + a_2 [\ln(MR)]^2 \quad (2.40)$$

onde a_i são constantes empíricas.

Modelo de Silva e colaboradores. Propuseram um modelo empírico para a modelação cinética do grão-de-bico. Este modelo mostra um bom ajuste para descrever o transporte de água dentro dos grãos de leguminosas do grão-de-bico. Ele é expresso como segue:

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = \exp(-a_1 t - a_2 \sqrt{t}) \quad (2.41)$$

onde a_1 e a_2 são parâmetros de ajuste. Este modelo tem sido utilizado com sucesso na descrição da cinética de secagem da banana.

Modelo de Peleg. Este modelo não tem significado físico ou interpretação teórica. No entanto, foi aplicado com sucesso apenas na descrição do comportamento de secagem da banana. É matematicamente descrito por:

$$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = 1 - t / (a_1 + a_2 t) \quad (2.42)$$

onde a_1 e a_2 são parâmetros de modelo.

Vale ressaltar que a Eq. 2.37, 2.38 e 2.39 são equações quadráticas ou equações polinomiais com $n = 2$. A implicação é que haverá um máximo MR e depois o MR diminuirá com o tempo, ou haverá um mínimo MR e após o MR aumenta com o tempo. Estes cenários não são práticos na secagem.

A Tabela 2.2 contém informações adicionais resumidas (nome do modelo, modelo matemático e referências para melhor análise) de diferentes modelos semi-teóricos e empíricos, reportados nesta pesquisa.

Tabela 2.2 - Modelos de camada fina para secagem de frutas e vegetais.

nº	Nome do modelo	Modelo	Referência
1	Modelo de Newton	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = \exp(-k_1 t)$	EL-Beltagy et al., (2007)
2	Modelo de Page	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = \exp(-k_1 t^n)$	Akoy (2014); Tzempelikos et al., (2014)
3	Modelo de Page modificado (II)	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = \exp[-(k_1 t)^n]$	Vega et al., (2007)
4	Modelo de Page modificado (III)	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-t/k_1^2)^n$	Kumar et al., (2006)
5	Modelo de Henderson e Pabis	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-k_1 t^n)$	Meisami- asl et al., (2010); Hashim et al., (2014)
6	Modelo modificado de Henderson e Pabis	$MR = a_1 \exp(-k_1 t) + a_2 \exp(-k_2 t) + a_3 \exp(-k_3 t)$	Zenoozian et al., (2008)
7	Modelo de Midilli e colaboradores	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + a_2 t$	Darvishi e Hazbavi, (2012); Ayadi et al., (2014)

8	Modelo logatímico	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + a_2$	Rayaguru e Routray, (2012); Kaur e Singh (2014)
9	Modelo de dois termos	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + a_2 \exp(-k_2 t)$	Sacilik (2007)
10	Modelo exponencial de dois termos	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + (1 - a_1) \exp(-k_2 a_1 t)$	Dash et al. (2013)
11	Modelo de Hii e colaboradores	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-k_1 t^n) + a_2 \exp(-k_2 t^n)$	Kumar et al. (2012b)
12	Modelo de Demir e colaboradores	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-k_1 t)^n + a_2$	Demir et al. (2007)
13	Modelo de Verma e colaboradores	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + (1 - a_1) \exp(-k_2 t)$	Akpinar (2006)
14	Modelo de difusão aproximado	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + (1 - a_1) \exp(-k_2 a_2 t)$	Yaldyz e Ertekýn (2007)
15	Modelo modificado de Midilli e colaboradores	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 \exp(-k_1 t) + a_2$	Gan e Poh (2014)
16	Modelo de Aghbashlo e colaboradores	$MR = \exp\left(\frac{k_1 t}{1 + k_2 t}\right)$	Aghbashlo et al. ,(2009)
17	Modelo de Wang e Singh	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = 1 + k_1 t + k_2 t^2$	Omolola et al., (2014)
18	Modelo de Diamante e colaboradores	$\ln(-\ln MR) = a_1 + a_2(\ln t) + a_3(\ln t)^2$	Diamante et al., (2010)
19	Modelo de Weibull	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = a_1 - a_2 \exp(-k_1 t^n)$	Tzempelikos et al.,(2015)
20	Modelo Thompson	$t = a_1 \ln(MR) + a_2 [\ln(MR)]^2$	Pardeshi (2009)
21	Modelo de Silva e colaboradores	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = \exp(-a_1 t - a_2 \sqrt{t})$	Pereira et al. ,(2014)
22	Modelo de Peleg	$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = 1 - t/(a_1 + a_2 t)$	Da Silva et al. ,(2015)

c) Modelos teóricos (fenomenológicos)

A equação de difusão, para diversas geometrias, tem solução analítica para o valor médio da grandeza, cuja forma geral é dada como segue:

$$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(-B_n t) \quad (2.43)$$

onde os valores de A_n e B_n , dependem da geometria do corpo (placa, cilindro, esfera, esferóide, etc.), e das condições de contorno admitidas (de equilíbrio ou convectivas).

Nesta solução, os termos sucessivos em cada uma das séries infinitas convergentes diminuem com o aumento de n e para tempos longos, a convergência pode ser rápida. Para valores suficientemente altos de t e condições de equilíbrio na superfície do sólido, os primeiros 5 termos dominam a série, e conseqüentemente os outros termos da série podem ser desprezados. De qualquer forma, para n inteiro finito tem-se que:

$$MR = \frac{M - M_e}{M_o - M_e} = \sum_{r=1}^m A_r \exp(-B_r t) \quad (2.44)$$

O valor de m determina a precisão do valor de MR calculado em cada instante de tempo. Observando-se a Equação 2.44, vê-se por exemplo, que:

- * Se $m=1$, $A_r = 1$ e $B_1 = K_1$, esta equação reduz-se a Equação (2.21);
- * Se $m=1$, $A_r = A_1$, $B_1 = K_1$, e $n=1$, esta equação reduz-se a Equação (2.22);
- * Se $m=1$, $A_r=1$, $B_1 = K_1^n$ e $n=1$, esta equação reduz-se a Equação (2.23);
- * Se $m=n$, $A_r = A_i$ e $B_1 = K_1$, esta equação reduz-se a Equação (2.26), e assim por diante.

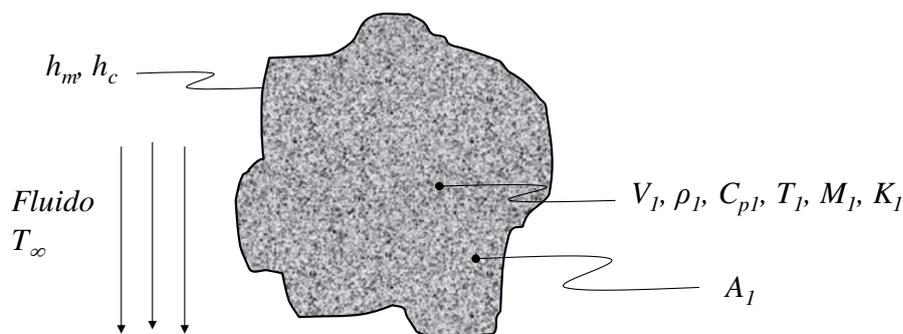
Então, a maioria dos modelos empíricos e semi-empíricos são derivados do modelo de difusão e, portanto, suas equações são aproximações e variações do modelo difusional, dependendo do número de termos usado. Sendo que os coeficientes A_n e B_n dependem da forma do corpo e das condições de contorno. Portanto, quando a Equação (2.44) é utilizada ajustando seus coeficientes a dados de cinética de secagem de um produto particular, estes mesmos coeficientes contêm informações das condições externas (T , UR , v , ...). Portanto, é perfeitamente aceitável e tem significado físico que esses coeficientes sejam considerados constantes ou funções das condições termodinâmicas e velocidade do ar de secagem.

Assim sendo, devido às limitações apresentadas pelos métodos empíricos e semi-teóricos/semi-empíricos, a literatura tem reportado alguns modelos teóricos que consideram a fenomenologia dos processos de perda de massa e aquecimento do material durante o processo de secagem baseando-se num método da capacitância global (análise concentrada).

Para o entendimento do método da capacitância global (análise concentrada) considere um corpo sólido de forma arbitrária como ilustrado na Figura (2.2). O sólido pode receber (ou ceder) um fluxo de calor e/ou umidade por unidade de área em sua superfície e ter geração interna de massa e/ou energia por unidade de volume uniformemente distribuída. Admitindo que a umidade e/ou temperatura do sólido seja espacialmente uniforme em qualquer instante durante o processo transiente, isto é, que os gradientes de umidade e/ou temperatura no interior do sólido sejam desprezíveis, todo o fluxo de massa e/ou calor recebido e massa e/ou calor gerado, difundirá instantaneamente através do mesmo.

Sendo assim, o método da capacitância global (Incropera e de Witt, 2002) admite uma distribuição uniforme de massa e ou temperatura dentro do sólido em qualquer instante, de tal modo que, a temperatura ou teor de umidade do sólido seja dado exclusivamente em função do tempo.

Figura 2.2 - Esquema representativo do processo de secagem de um sólido homogêneo não-vazado e com geometria arbitrária.



Na Figura 2.2, T_∞ é a temperatura do meio externo; h_c é o coeficiente de transferência de calor; h_m é o coeficiente de transferência de massa; V é o volume do sólido homogêneo; S é a área superficial do sólido homogêneo; c_p é o calor específico; M é o teor de umidade do produto em qualquer intervalo de tempo; M_0 é o teor de umidade inicial do produto e M_e é o teor de umidade de equilíbrio.

Aplicando um balanço de massa e energia num elemento infinitesimal na superfície do sólido, em qualquer sistema de coordenadas, assumindo propriedades termo-físicas constantes

e variações dimensionais desprezíveis, tem-se as seguintes equações de conservação de massa e energia, respectivamente:

$$V \frac{d\bar{M}}{dt} = -M''S + \dot{M}V \quad (2.45)$$

$$V\rho \frac{d\bar{\theta}}{dt} = -\frac{q''}{c_p}S + \frac{\dot{q}}{c_p}V \quad (2.46)$$

onde ρ é a densidade do sólido homogêneo; t é o tempo; M'' é o fluxo de massa por unidade de área; \dot{M} é a geração de massa por unidade de volume; q'' é o fluxo de calor por unidade de área; \dot{q} é a geração de calor por unidade de volume e $\bar{\theta}$ é a temperatura do sólido homogêneo.

As quantidades q'' , M'' , \dot{q} e \dot{M} podem ser positivas ou negativas, podendo também serem constantes ou dependentes do tempo. Particularmente com respeito à energia, a quantidade q'' pode ser convectiva, radiativa, evaporativa e/ou aquecimento de vapor. A presente formulação pode ser aplicada em regiões de transferência de calor e massa simultânea. O caso particular ocorre quando os dois fenômenos são completamente independentes. Os dois fenômenos são acoplados quando absorção e dessorção na região são acompanhadas de efeitos térmicos.

Diante do exposto, e sabendo que, em muitas situações físicas e condições operacionais, existe gradiente de umidade e temperatura dentro do sólido, sob que condições pode-se aplicar o método da capacitância global? É neste sentido que entra o número de Biot de transferência. O significado físico do número de Biot de transferência, é tido como a relação numérica entre a resistência à condução no interior do corpo e uma resistência à convecção na superfície do mesmo, como segue:

$$Bi = \frac{R_{\text{Cond}}}{R_{\text{Conv}}} = \frac{\frac{L_1}{\Gamma\phi S}}{\frac{1}{hS}} = \frac{hL_1}{\Gamma\phi} \quad (2.47)$$

onde Γ^ϕ pode ser k (condutividade térmica) ou D (coeficiente de difusão de massa), e L_1 é um comprimento característico de corpo, como por exemplo, a relação volume por área superficial do corpo.

O comprimento característico definido desta forma tem sido usado pelo fato de que a relação área/volume (parâmetro geométrico que incorpora o efeito da forma do corpo) tem fundamental importância nas cinéticas de secagem e aquecimento do material, como reportado por Lima, W. (2014); Silva, V (2016); Brito, (2016); Lima, W (2017); Lima et al., (2018); Nascimento, (2002).

O número de Biot tem um papel fundamental nos problemas de difusão que envolve efeitos convectivos nas fronteiras. Para $Bi \ll 1$, os resultados experimentais sugerem supor uma razoável distribuição uniforme de M ou Θ ao longo do corpo, em qualquer instante t , do processo transiente. Assim, para a análise de um problema de difusão de massa e térmica, deve-se calcular o número de Biot e, uma vez sendo este inferior a 0,1, o erro associado ao uso do método da capacitância global é pequeno, entretanto, este valor é dependente da forma como este parâmetro é definido.

Para cálculos de transferência de massa e calor convectivos por unidade de área superficial do sólido, usa-se as seguintes equações:

$$q'' = h_c (\theta - \theta_\infty) \quad (2.48)$$

$$M'' = h_m (M - M_e) \quad (2.49)$$

As relações para a determinação dos coeficientes de transferência de calor e de massa podem ser obtidas de duas maneiras. O primeiro método consiste em encontrar as relações analíticas apropriadas a partir dos dados empíricos ou pela solução aproximada das equações diferenciais que descrevem a transferência de calor e massa. O segundo método é baseado na teoria da similaridade. A descrição desta teoria pode ser encontrada em livros sobre transferência de calor e mecânica dos fluidos (Incropera 2002).

A transferência de calor e massa entre o material úmido e o agente de secagem depende de muitos parâmetros externos, cuja influência está incluída em números adimensionais apropriados. A forma geral deste tipo de equações para transferência de calor é a seguinte:

- Convecção forçada

$$Nu = f_1 (Re, Pr, Gu) \quad (2.50)$$

- Convecção livre

$$Nu = f_2 (Gr, Pr) \quad (2.51)$$

Similarmente para transferência de massa, tem-se:

- Convecção forçada

$$Sh = f_3 (Re, Sc, Gu) \quad (2.52)$$

- Convecção livre

$$Sh = f_4 (Gr', Sc) \quad (2.53)$$

onde nestas equações, Nu é o número de Nusselt, Sh é o número de Sherwood, Re representa o número de Reynolds, Sc é o número de Schmidt, Pr é o número de Prandtl, Gr é o número de Grashof para transferência de calor, Gr' é o número de Grashof para transferência de massa e Gu é o número de Gukhman (Strumillo e Kudra, 1986).

c1) Sólidos homogêneos

Para descrever as transferências de calor e massa em sólidos homogêneos não-vazados (Figura 2.2), Silva, J. (2002), Lima, L. (2003) e Lima et al. (2011) apresentam uma modelagem matemática baseada nas leis de conservação de energia e massa, como segue:

Análise da transferência de massa

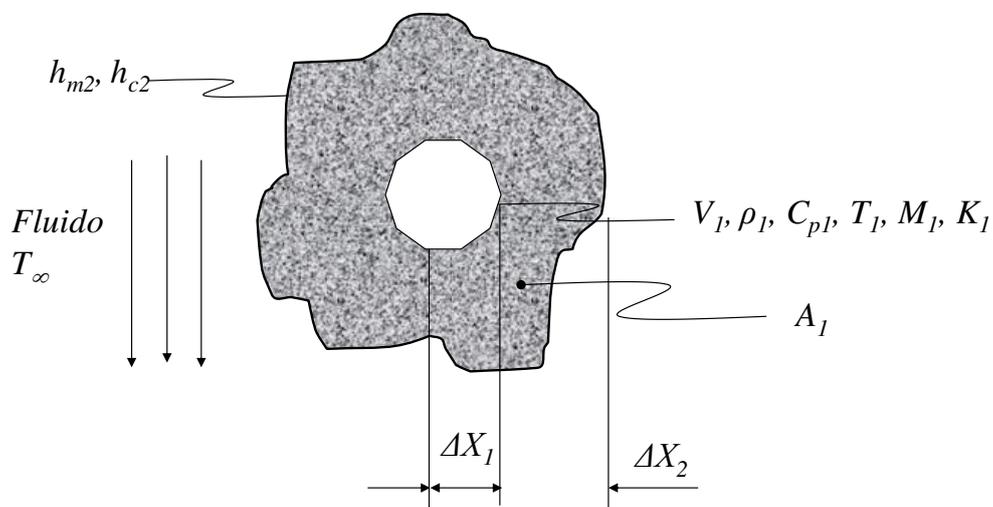
$$V \frac{d\bar{M}}{dt} = -h_m A_1 (\bar{M} - \bar{M}_e) + \dot{M}V \quad (2.54)$$

Análise da transferência de calor

$$\rho V \frac{d\bar{\theta}}{dt} = \frac{h_c(\bar{\theta}_e - \bar{\theta}) + \frac{\rho_s V d\bar{M}}{A_1 dt} (h_{fg} + c_v(\bar{\theta}_e - \bar{\theta}))}{c_p} A_1 + \frac{\dot{q}V}{c_p} \quad (2.55)$$

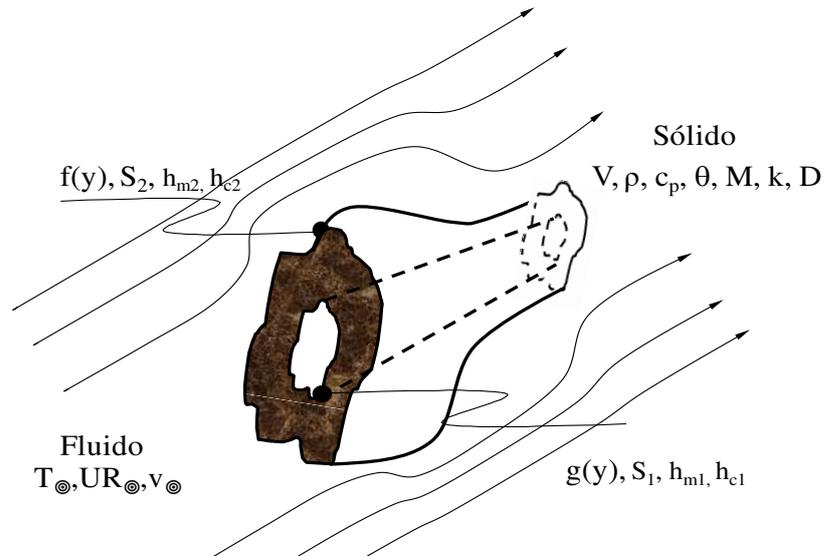
Posteriormente Lima, W. (2014) e Silva, V. (2016) aplicaram a modelagem proposta por Silva, J. (2002) na secagem de sólidos homogêneos vazados, conforme estabelecido na Figura 2.3. O diferencial do trabalho da Silva, V. (2016) está por conta dos cálculos do volume e área superficial do sólido vazado, que foi realizado usando o método dos anéis circulares.

Figura 2.3 - Esquema representativo do processo de secagem de um sólido homogêneo vazado e com geometria arbitrária.



Lima, W. (2017) aplicando o modelo proposto por Lima, W. (2014) e Silva, V. (2016) admitiu que os coeficientes de transferência de calor e massa, no modelo de secagem em sólidos homogêneos vazados e com geometria arbitrária, fossem distintos tornando o modelo proposto anteriormente mais generalista (Equações 2.56 e 2.57), conforme estabelecido na Figura 2.4. Este modelo proposto por Lima, W. (2017) é dado por:

Figura 2.4 - Esquema representativo do processo de secagem de um sólido homogêneo vazado e com geometria arbitrária, com efeitos convectivos interno e externo.



- Análise da transferência de massa

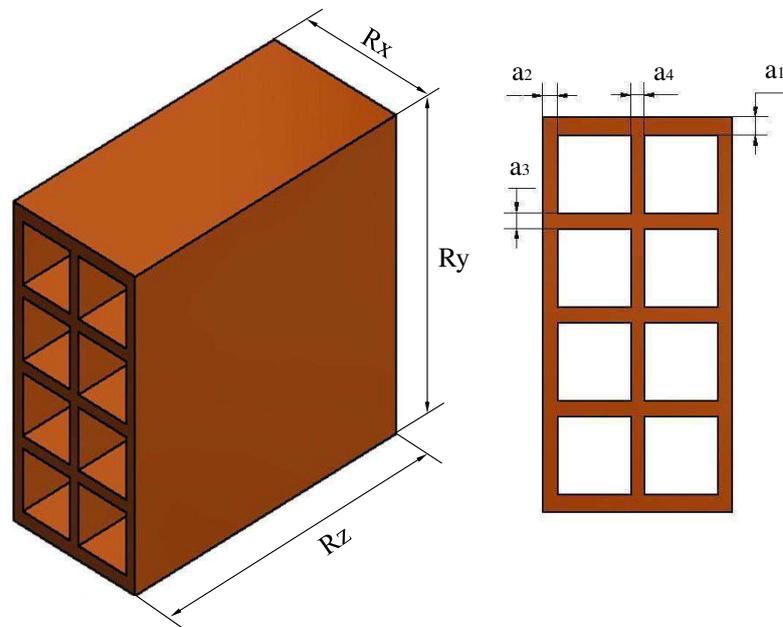
$$V \frac{d\bar{M}}{dt} = -h_{m1} S_1 (\bar{M} - \bar{M}_e) - h_{m2} S_2 (\bar{M} - \bar{M}_e) + \dot{M}V \quad (2.56)$$

- Análise da transferência de calor

$$\rho_u V c_p \frac{d\bar{\theta}}{dt} = h_{c1} S_1 (\bar{\theta}_\infty - \bar{\theta}) + h_{c2} S_2 (\bar{\theta}_\infty - \bar{\theta}) + \rho_s V \frac{d\bar{M}}{dt} [h_{fg} + c_v (\bar{\theta}_\infty - \bar{\theta})] + \dot{q}V \quad (2.57)$$

Lima, E. (2020) aplicando o modelo proposto, admitiu que os coeficientes de transferência de calor e massa, no modelo de secagem em sólidos homogêneos vazados e com geometria arbitrária, fossem distintos e propôs uma metodologia para a determinação destes parâmetros termofísicos nas condições operacionais de convecção natural, forçada e mista. Todo o estudo foi aplicado para a secagem de tijolos cerâmicos industriais, onde Lima, E. (2020) avaliou o efeito das condições operacionais e posição do tijolo em relação à direção e sentido do fluxo do ar, remoção de umidade e elevação da temperatura do sólido homogêneo vazado. A Figura 2.5 ilustra esquematicamente a geometria estudada.

Figura 2.5 - Esquema representativo de um tijolo industrial homogêneo vazado. Fonte: Lima, E (2020).



c2) Sólidos heterogêneos

Para descrever as transferências de calor e massa em sólidos heterogêneos não-vazado e de forma arbitrária, Almeida (2003) e Almeida et al. (2003) apresentam uma modelagem matemática baseada nas leis de conservação de energia e massa, como segue (Figura 2.6).

As seguintes equações são válidas:

- Análise da transferência de massa

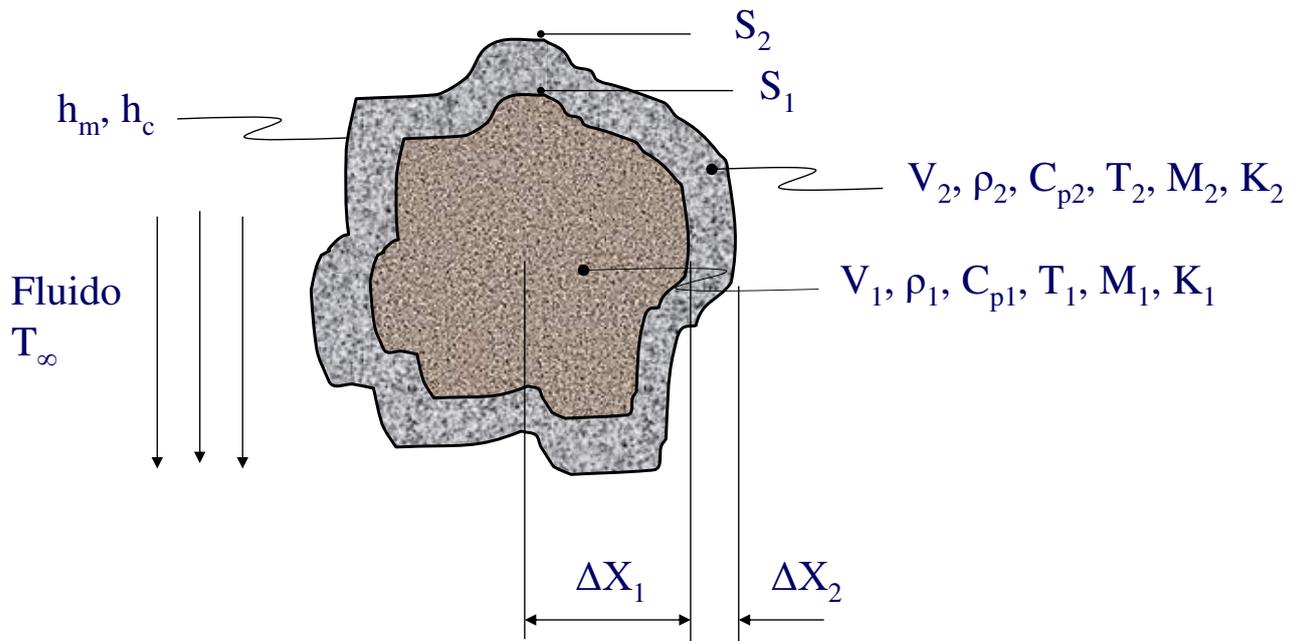
Para o Sólido 1:

$$\frac{D_1 S_1}{\Delta X_1} (M_2 - M_1) = V_1 \frac{dM_1}{dt} \quad (2.58)$$

Para o Sólido 2:

$$h_m S_2 (M_e - M_2) + \frac{\rho_1 D_1 S_1}{\rho_2 \Delta X_1} (M_1 - M_2) = V_2 \frac{dM_2}{dt} \quad (2.59)$$

Figura 2.6 – Esquema representativo do sólido composto por dois materiais diferentes (heterogêneo não-vazado).



- Análise da transferência de calor

- Sólido 1:

$$\frac{K_1 S_1}{\Delta X_1} (\theta_2 - \theta_1) = \rho_1 V_1 C_{p1} \frac{d\theta_1}{dt} \quad (2.60)$$

- Sólido 2:

$$h_c S_2 (T_\infty - \theta_2) + \frac{K_1 S_1}{\Delta X_1} (\theta_1 - \theta_2) = \rho_2 V_2 C_{p2} \frac{d\theta_2}{dt} \quad (2.61)$$

onde, nestas equações, V é o volume, S é a área superficial, C_p é o calor específico, K é a condutividade térmica, M é o teor de umidade, θ é a temperatura, e h_m e h_c são, respectivamente, os coeficientes de transferência de massa e calor convectivos, D é o coeficiente de difusão de massa e ρ é a densidade do material.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA

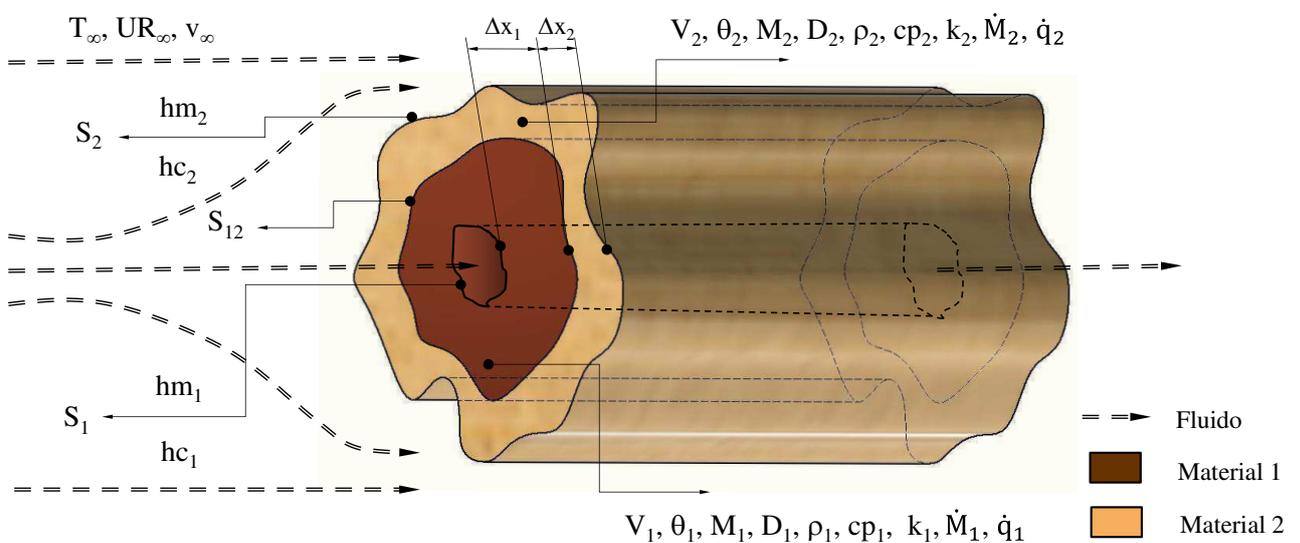
3.1 O problema físico e a geometria

O problema físico considerado nesta pesquisa consiste na secagem convectiva de sólidos heterogêneos e com forma arbitrária, como ilustrado na Figura (3.1). O sólido recebe uma quantidade de energia na forma de calor e perde umidade por unidade de área em sua superfície, para um fluido escoando sobre as superfícies interna e externa do sólido poroso, e ter geração interna de massa e/ou energia por unidade de volume uniformemente distribuída.

Na Figura 3.1, ρ_1 e ρ_2 são as densidades (kg/m^3) dos materiais 1 e 2, que compõem o sólido heterogêneo; c_{p1} e c_{p2} representam os calores específicos ($\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K}$); k_1 e k_2 são as condutividades térmicas ($\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$); D_1 e D_2 são os coeficientes de difusão de massa (m^2/s); M_1 e M_2 são os teores de umidade em base seca ($\text{kg}_{\text{água}} / \text{kg}_{\text{sólido seco}}$), em qualquer tempo de processo; Θ_1 e Θ_2 representam as temperaturas (K ou $^{\circ}\text{C}$), dos materiais 1 e 2, respectivamente, em qualquer tempo de processo dos materiais 1 e 2, respectivamente; T_{∞} é a temperatura do ar de secagem (K ou $^{\circ}\text{C}$); S_1 e S_2 são as áreas superficiais (m^2) interna e externa, do sólido,

respectivamente; S_{12} corresponde a área superficial (m^2) entre os materiais 1 e 2, que compõem o sólido; h_{c1} e h_{c2} são os coeficientes de transferência de calor convectivo nas superfícies interna e externa ($W/m^2 \cdot K$), respectivamente; h_{m1} e h_{m2} são os coeficientes de transferência de massa convectivo nas superfícies interna e externa (m/s), respectivamente, e V_1 e V_2 são os volumes (m^3) dos materiais 1 e 2, que compõem o sólido heterogêneo, respectivamente; \dot{M}_1 e \dot{M}_2 representam a geração de umidade ($kg/kg/s$), nos materiais 1 e 2; \dot{q}_1 e \dot{q}_2 as gerações de energia por unidade de volume nos materiais 1 e 2 (W/m^3), respectivamente. Além disso, Δx_1 e Δx_2 representam uma espessura característica (m), dos materiais 1 e 2, respectivamente.

Figura 3.1 - Esquema representativo do processo de secagem de um sólido heterogêneo com geometria arbitrária.



3.2 Modelagem matemática

Nesta pesquisa foi desenvolvida uma modelagem matemática baseando-se numa análise concentrada (Incropera e de Witt, 2002). Nesta técnica de abordagem, considera-se que a umidade e/ou temperatura no interior do sólido é espacialmente uniforme em qualquer instante durante o processo transiente. Então, os gradientes de umidade e/ou temperatura no interior do sólido são desprezíveis, e todo o fluxo de massa e/ou calor recebido e massa e/ou calor gerado, difunde-se instantaneamente através do mesmo. Desta forma, a temperatura ou teor de umidade do sólido varia exclusivamente em função do tempo de processo.

Para modelar o processo de secagem de sólidos com forma arbitrária (Figura 3.1), as seguintes considerações foram adotadas:

- (a) O sólido é heterogêneo e individualmente isotrópico;
- (b) As distribuições de umidade e temperatura no interior do sólido são uniformes ao longo do processo;
- (c) As propriedades termo-físicas são constantes durante todo o processo;
- (d) O fenômeno de secagem ocorre por condução de calor e massa no interior do sólido e por convecção de calor e massa e evaporação, na superfície do mesmo.
- (e) O sólido tem dimensões constantes ao longo do processo.

3.2.1 Equação para transferência de massa

No caso de transferência de massa, a convecção de massa ocorre nas superfícies interna e externa do sólido, e difusão de massa na interface entre os materiais 1 e 2. Assim, as seguintes equações são válidas:

a) Material 1

$$\rho_1 V_1 \frac{dM_1}{dt} = -\rho_1 h_{m1} S_1 (M_1 - M_e) - \rho_1 D_1 S_{12} \frac{dM_1}{dx} + \dot{M}_1 V_1 \quad (3.1)$$

b) Material 2

$$\rho_2 V_2 \frac{dM_2}{dt} = -\rho_2 h_{m2} S_2 (M_2 - M_e) + \rho_2 D_2 S_{12} \frac{dM_2}{dx} + \dot{M}_2 V_2 \quad (3.2)$$

onde, nas Equações (3.1) e (3.2), M_e é o teor de umidade de equilíbrio em base seca (kg de água/kg de sólido seco).

c) Interface dos materiais 1 e 2

$$-\rho_1 D_1 S_{12} \frac{dM_1}{dx} = \rho_2 D_2 S_{12} \frac{dM_2}{dx} \quad (3.3)$$

onde os gradientes do teor de umidade podem ser aproximados por:

$$\left. \frac{dM_1}{dx} \right|_{12} = \frac{(M_1 - M_2)}{\Delta x_1} \quad (3.4)$$

$$\left. \frac{dM_2}{dx} \right|_{12} = \frac{(M_1 - M_2)}{\Delta x_2} \quad (3.5)$$

Uma vez que as Equações (3.1) e (3.2) são equações diferenciais ordinárias de primeira ordem no tempo, será necessária uma condição inicial para cada equação, de forma a tornar possível a solução do sistema de equações. Baseando-se nas hipóteses, tem-se como condição inicial $M_1(t=0) = M_{10}$ e $M_2(t=0) = M_{20}$.

Resolvendo o sistema de equações diferenciais dado pelas Equações (3.1) e (3.2), obtém-se:

$$M_1 = d_1 e^{-\lambda_1 t} + d_2 e^{-\lambda_2 t} + d_3 \quad (3.6)$$

$$M_2 = \left[-\left(\frac{a_4}{a_2}\right)\lambda_1 - \left(\frac{a_1}{a_2}\right) \right] d_1 e^{-\lambda_1 t} + \left[-\left(\frac{a_4}{a_2}\right)\lambda_2 - \left(\frac{a_1}{a_2}\right) \right] d_2 e^{-\lambda_2 t} + \left[-\left(\frac{a_1}{a_2}\right)d_3 - \left(\frac{a_3}{a_2}\right) \right] \quad (3.7)$$

onde

$$d_1 = \frac{M_{20} + \left[\left(\frac{a_4}{a_2}\right)\lambda_2 + \left(\frac{a_1}{a_2}\right) \right] \left(M_{10} + \frac{c_3}{c_2} \right) - \left(\frac{a_3}{a_2}\right) + \left(\frac{a_1}{a_2}\right)\left(\frac{c_3}{c_2}\right)}{\left[\left(\frac{a_4}{a_2}\right)\lambda_2 - \left(\frac{a_4}{a_2}\right)\lambda_1 \right]} \quad (3.8)$$

$$d_2 = \left(M_{10} + \frac{c_3}{c_2} \right) - d_1 \quad (3.9)$$

$$d_3 = -\left(\frac{c_3}{c_2}\right) \quad (3.10)$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left(c_1 + \sqrt{c_1^2 - 4c_2} \right) \quad (3.11)$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left(c_1 - \sqrt{c_1^2 - 4c_2} \right) \quad (3.12)$$

sendo

$$c_1 = - \left(\frac{b_4 a_1 + b_1 a_4}{b_4 a_4} \right) \quad (3.13)$$

$$c_2 = \left(\frac{b_1 a_1 - b_2 a_2}{b_4 a_4} \right) \quad (3.14)$$

$$c_3 = - \left(\frac{b_3 a_2}{b_4 a_4} \right) + \left(\frac{b_1 a_3}{b_4 a_4} \right) \quad (3.15)$$

com

$$a_1 = - \left(\rho_1 h_{m1} S_1 + \frac{\rho_1 D_1 S_{12}}{\Delta x_1} \right) \quad (3.16)$$

$$a_2 = \left(\frac{\rho_1 D_1 S_{12}}{\Delta x_1} \right) \quad (3.17)$$

$$a_3 = (\rho_1 h_{m1} S_1 M_e + \dot{M}_1 V_1) \quad (3.18)$$

$$a_4 = \rho_1 V_1 \quad (3.19)$$

$$b_1 = - \left(\rho_2 h_{m2} S_2 + \frac{\rho_1 D_1 S_{12}}{\Delta x_1} \right) \quad (3.20)$$

$$b_2 = \left(\frac{\rho_1 D_1 S_{12}}{\Delta x_1} \right) \quad (3.21)$$

$$b_3 = (\rho_2 h_{m2} S_2 M_e + \dot{M}_2 V_2) \quad (3.22)$$

$$b_4 = \rho_2 V_2 \quad (3.23)$$

3.2.2 Equação para transferência de calor

Para a análise da transferência de calor, pode-se fazer analogia à transferência de massa e assumir que ocorre convecção de calor nas superfícies interna e externa do sólido, e condução de calor na interface entre os materiais 1 e 2. Assim, as seguintes equações são válidas:

a) Material 1

$$\rho_1 V_1 c_{p1} \frac{d\theta_1}{dt} = h_{c1} S_1 (\theta_1 - \theta_e) - k_1 S_{12} \frac{d\theta_1}{dx} + \dot{q}_1 V_1 \quad (3.24)$$

b) Material 2

$$\rho_2 V_2 c_{p2} \frac{d\theta_2}{dt} = h_{c2} S_2 (\theta_2 - \theta_e) - k_2 S_{12} \frac{d\theta_2}{dx} + \dot{q}_2 V_2 \quad (3.25)$$

onde, nas Equações (3.24) e (3.25), θ_e é a temperatura de equilíbrio, que é igual a temperatura do ar de secagem.

c) Interface dos materiais 1 e 2

$$k_1 S_{12} \frac{d\theta_1}{dx} = -k_2 S_{12} \frac{d\theta_2}{dx} \quad (3.26)$$

onde os gradientes de temperatura podem ser aproximadas por:

$$\left. \frac{d\theta_1}{dx} \right|_{12} = \frac{(\theta_2 - \theta_1)}{\Delta x_1} \quad (3.27)$$

$$\left. \frac{d\theta_2}{dx} \right|_{12} = \frac{(\theta_2 - \theta_1)}{\Delta x_2} \quad (3.28)$$

Sendo as Equações (3.24) e (3.25), equações diferenciais ordinárias de primeira ordem no tempo, é necessário de uma condição inicial para cada equação, de forma a tornar possível

a solução do sistema de equações. Baseando-se nas hipóteses, tem-se como condição inicial $\theta_1(t=0)=\theta_{10}$ e $\theta_2(t=0)=\theta_{20}$.

Resolvendo o sistema de equações diferenciais dado pelas Equações (3.24) e (3.25), obtém-se:

$$\theta_1 = \hat{d}_1 e^{-\lambda_1 t} + \hat{d}_2 e^{-\lambda_2 t} + \hat{d}_3 \quad (3.29)$$

$$\theta_2 = \left[-\left(\frac{a_4}{a_2}\right)\lambda_1 - \left(\frac{a_1}{a_2}\right) \right] \hat{d}_1 e^{-\lambda_1 t} + \left[-\left(\frac{a_4}{a_2}\right)\lambda_2 - \left(\frac{a_1}{a_2}\right) \right] \hat{d}_2 e^{-\lambda_2 t} + \left[-\left(\frac{a_1}{a_2}\right)\hat{d}_3 - \left(\frac{a_3}{a_2}\right) \right] \quad (3.30)$$

onde

$$\hat{d}_1 = \frac{\theta_{20} + \left[\left(\frac{a_4}{a_2}\right)\lambda_2 + \left(\frac{a_1}{a_2}\right) \right] \left(\theta_{10} + \frac{c_3}{c_2} \right) - \left(\frac{a_3}{a_2}\right) + \left(\frac{a_1}{a_2}\right)\left(\frac{c_3}{c_2}\right)}{\left[\left(\frac{a_4}{a_2}\right)\lambda_2 - \left(\frac{a_4}{a_2}\right)\lambda_1 \right]} \quad (3.31)$$

$$\hat{d}_2 = \left(\theta_{10} + \frac{c_3}{c_2} \right) - d_1 \quad (3.32)$$

$$\hat{d}_3 = -\left(\frac{c_3}{c_2}\right) \quad (3.33)$$

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{1}{2} \left(\hat{c}_1 + \sqrt{\hat{c}_1^2 - 4\hat{c}_2} \right) \quad (3.34)$$

$$\hat{\lambda}_2 = \frac{1}{2} \left(\hat{c}_1 - \sqrt{\hat{c}_1^2 - 4\hat{c}_2} \right) \quad (3.35)$$

sendo

$$\hat{c}_1 = -\left(\frac{\hat{b}_4 \hat{a}_1 + \hat{b}_1 \hat{a}_4}{\hat{b}_4 \hat{a}_4}\right) \quad (3.36)$$

$$\hat{c}_2 = \left(\frac{\hat{b}_1 \hat{a}_1 - \hat{b}_2 \hat{a}_2}{\hat{b}_4 \hat{a}_4}\right) \quad (3.37)$$

$$\hat{c}_3 = -\left(\frac{\hat{b}_3 \hat{a}_2}{\hat{b}_4 \hat{a}_4}\right) + \left(\frac{\hat{a}_3 \hat{b}_1}{\hat{b}_4 \hat{a}_4}\right) \quad (3.38)$$

com

$$\hat{a}_1 = -\left(h_{c1} S_1 + \frac{k_1 S_{12}}{\Delta x_1}\right) \quad (3.39)$$

$$\hat{a}_2 = \left(\frac{k_1 S_{12}}{\Delta x_1} \right) \quad (3.40)$$

$$\hat{a}_3 = (h_{c1} S_1 \theta_e + \dot{q}_1 V_1) \quad (3.41)$$

$$\hat{a}_4 = \rho_1 V_1 c p_1 \quad (3.42)$$

$$\hat{b}_1 = - \left(h_{c2} S_2 + \frac{k_1 S_{12}}{\Delta x_1} \right) \quad (3.43)$$

$$\hat{b}_2 = \left(\frac{k_1 S_{12}}{\Delta x_1} \right) \quad (3.44)$$

$$\hat{b}_3 = (h_{c2} S_2 \theta_e + \dot{q}_2 V_2) \quad (3.45)$$

$$\hat{b}_4 = \rho_2 V_2 c p_2 \quad (3.46)$$

3.2.3 Procedimento de solução

Tendo em vista que as Equações (3.1) e (3.3) e, (3.24) e (3.26), formam um sistema de equações diferenciais ordinárias, para massa e calor, respectivamente, foi possível obter a solução de forma fechada (analítica). Para obtenção dos resultados, desenvolveu-se um código computacional no software Mathematica[®]. Os resultados obtidos com as simulações foram expostos na forma gráfica utilizando o software Grapher[®]. Dois conjuntos de casos foram abordados: a) Validação envolvendo sólidos homogêneos vazados e não vazados, e sólidos heterogêneos não vazados e b) Secagem de sólidos heterogêneos arbitrários.

3.2.4 Casos Avaliados

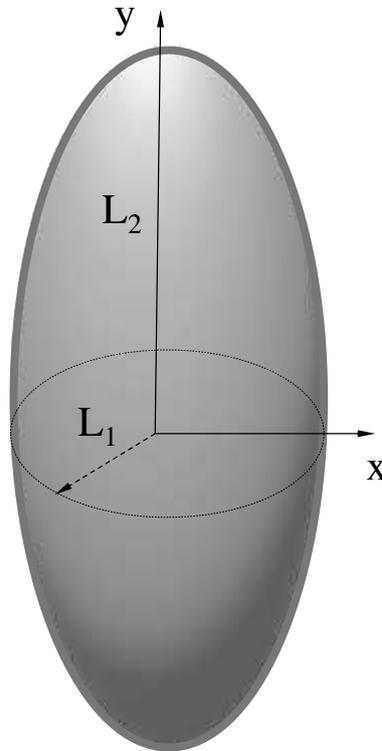
3.2.4.1 Validação

a) Transporte de massa em um sólido esferoidal prolatado homogêneo não-vazado

Lima (1999) reporta em sua pesquisa diferentes modelos matemáticos bidimensionais analíticos e numéricos para simular o fenômeno de difusão em sólidos esferoidais prolatado (Figura 3.2). Na formulação numérica, o método de volumes finitos, usando uma malha regular

foi explorado para discretizar a equação de difusão, considerando diversos efeitos físicos e geométricos. Os modelos desenvolvidos por ele predizem a transferência interna de umidade e/ou calor no sólido, bem como o seu teor de umidade médio e/ou temperatura média ao longo do processo.

Figura 3.2 – Representação geométrica de um sólido esferoidal prolato homogêneo.



Para validação da modelagem matemática desenvolvida neste trabalho de doutorado, selecionou-se um caso específico reportado por Lima (1999). Este caso refere-se ao comportamento transiente do teor de umidade médio em função do tempo de processo para um sólido homogêneo esferoidal prolato. Os seguintes dados foram usados na simulação: $L_2=2.0$ cm, $L_1= 1.0$ cm, $S_1=S_{12}=0.0$ m², $V_1\approx 0.0$ m³, $h_{m1}=h_{m2}=1.2451\times 10^{-9}$ m/s, $D=1.22\times 10^{-9}$ m²/s e $Bim=h_{m2}L_1/D=0.00425$.

Tratando-se de um esferoide prolato, o seu volume pode ser determinado como segue:

$$V_2 = \frac{4}{3} \pi \times L_2 \times L_1^2 \quad (3.47)$$

A área superficial de um esferoide prolato ($L_2>L_1$) é dada por (Pólya e Szego, 1945):

$$S_2 = 2\pi \times L_1 \times L_2 \left\{ \frac{L_1}{L_2} + \frac{\sin^{-1} \left[\sqrt{1 - \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^2} \right]}{\sqrt{1 - \left(\frac{L_1}{L_2}\right)^2}} \right\} \quad (3.48)$$

b) Transporte de massa em um sólido homogêneo vazado

Lima, W. (2017) em sua pesquisa reporta uma modelagem matemática aplicada a sólidos homogêneos vazados baseando-se numa análise concentrada. Para validação da modelagem proposta nesta pesquisa, selecionou-se uma geometria específica, como ilustrado na Figura 3.3, e simulou-se o processo de secagem deste sólido, considerando que a geração de massa é desprezível. Dos resultados obtidos fez-se uma comparação do teor de umidade médio com aqueles reportados por Lima, W. (2017). Detalhes deste modelo podem ser vistos no Capítulo 2 deste trabalho.

A equação que descreve a geometria ilustrada na Figura 3.3, é da forma:

$$f(y) = \left\{ a^m \times \left[1 - \left(\frac{y}{b} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{m}} \quad (3.49)$$

que corresponde ao contorno de uma elipse, sendo a e b os semieixos menor e maior, respectivamente, e

$$g(y) = a' = \text{constante} \quad (3.50)$$

onde $y_1=0$, $y_2=b'$ e m são constantes que definem a forma do corpo.

A área de superfície do sólido de revolução estudado por Lima, W. (2017) foi obtido pela revolução gerada pela rotação da porção do gráfico das funções $f(y)$ e $g(y)$ contínuas e não-negativas entre as retas $y=y_1$ e $y=y_2$ em torno do eixo y (Munem e Foulis, 1978), de modo que as áreas superficiais interna e externa são dadas, respectivamente, por:

$$S_1 = \int_{y_1}^{y_2} 2\pi \times g(y) \times \sqrt{1 + [g'(y)]^2} dy \quad (3.51)$$

$$S_2 = \int_{y_1}^{y_2} 2\pi \times f(y) \times \sqrt{1 + [f'(y)]^2} dy + \pi \times \{ [a^m \times (1 - \frac{b'}{b})^2]^{1/m} \}^2 - (a')^2 \} + \pi \times [a^2 - (a')^2] \quad (3.52)$$

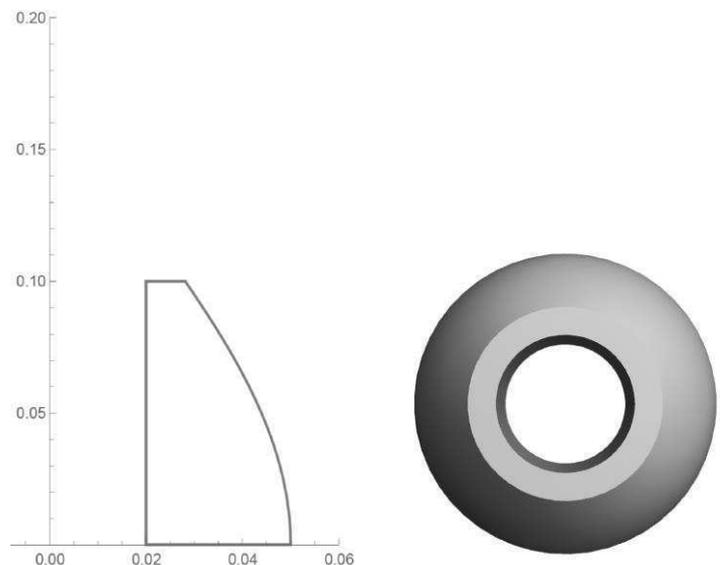
Então, a área da superficial total será dada por:

$$S = S_1 + S_2 \quad (3.53)$$

O volume desse sólido será dado por:

$$V = \int_{y_1}^{y_2} \pi \times [f(y)^2 - g(y)^2] dy \quad (3.54)$$

Figura 3.3- Representação geométrica de um sólido homogêneo vazado.



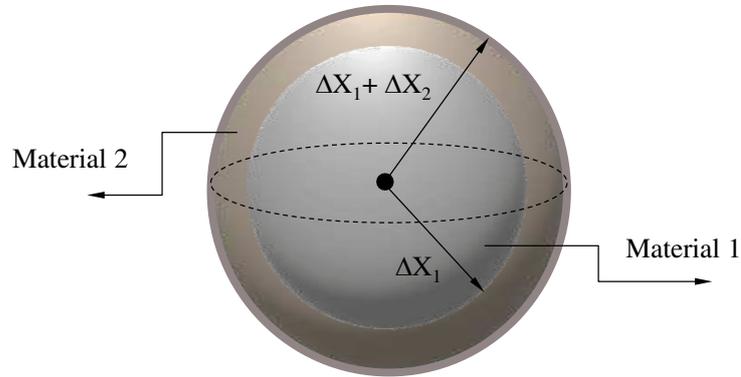
Os seguintes dados foram usados na simulação: $a=0.050$ m, $b=0.200$ m, $m=0.500$, $b'=0.100$ m, $a'=0.020$ m, $S_{12}=S_1$, $V_1 \approx 0.0$ m³, $\rho_1 = \rho_2 = 640$ kg/m³, $D=1.0 \times 10^{-9}$ m²/s, $h_{m1}=1.0 \times 10^{-9}$ m/s, $h_{m2}=5 \times 10^{-9}$ m/s, $M_0=0.20$ kg_{água}/kg_{produto seco} e $Me=0.01$ kg_{água}/kg_{produto seco}.

c) Transporte de massa em um sólido heterogêneo não-vazado

Almeida (2003) reporta um modelo matemático para prever o fenômeno de transferência de calor e massa em corpos com forma arbitrária baseando-se numa análise

concentrada, supondo que o mesmo é composto por dois materiais distintos, como ilustrado na Figura 3.4.

Figura 3.4- Representação geométrica de um sólido heterogêneo esférico.



Para validação do modelo proposto nesta pesquisa, selecionou-se um caso específico, e simulou-se o processo de secagem deste sólido, considerando que a geração de massa é desprezível. Dos resultados obtidos fez-se uma comparação do teor de umidade médio com aqueles reportados por Almeida (2003). Detalhes deste modelo podem ser vistos no Capítulo 2 deste trabalho.

Os seguintes dados foram usados na simulação: $S_1 \approx 0.0 \text{ m}^2$, $h_m = 1.61 \times 10^{-9} \text{ m/s}$, $D = 2.8 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$, $\Delta X_1 = 0.003 \text{ m}$ e $\Delta X_2 = 0.005 \text{ m}$. Todos os resultados foram gerados considerando-se os materiais 1 e 2 de forma esférica, com raios ΔX_1 e $(\Delta X_2 + \Delta X_1)$, respectivamente. Os valores de ΔX_1 e ΔX_2 foram assumidos tal que o número de Biot de transferência fosse inferior a 0,1.

Tratando-se de um sólido esférico, os volumes dos materiais 1 e 2 pode ser determinados como segue:

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi(\Delta X_1)^3 \quad (3.55)$$

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi[(\Delta X_1 + \Delta X_2)^3 - (\Delta X_1)^3] \quad (3.56)$$

As áreas superficiais dos sólidos esféricos 1 e 2 são dadas por:

$$S_{12} = 4\pi(\Delta X_1)^2 \quad (3.57)$$

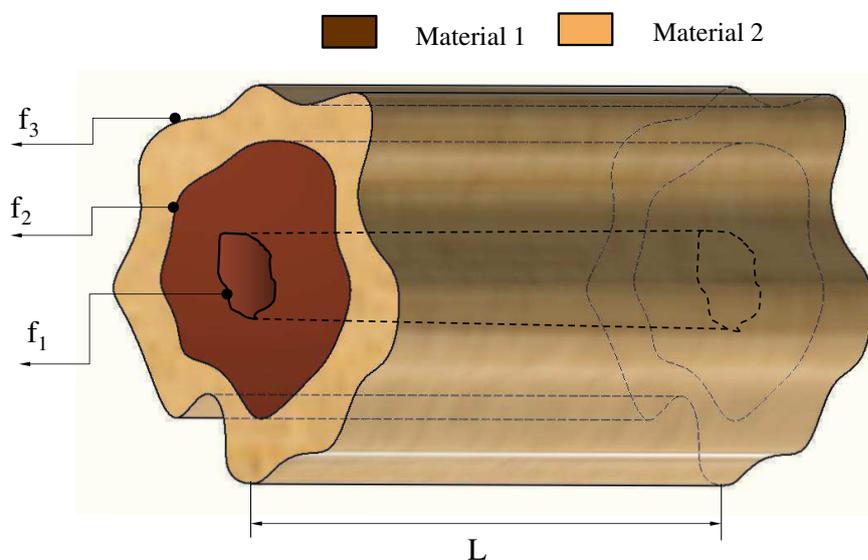
$$S_2 = 4\pi(\Delta X_1 + \Delta X_2)^2 \quad (3.58)$$

3.2.4.2 Sólido Heterogêneo Arbitrário

3.2.4.2.1 Volume e Área Superficial do Sólido

Nesta pesquisa, para estudar a secagem de sólidos arbitrários, considerou-se a Figura 3.5. O material 1 é delimitado pela funções f_1 e f_2 , enquanto que o material 2 é delimitado pelas funções f_2 e f_3 . O comprimento do sólido é fixo e igual a L , de acordo com a figura:

Figura 3.5 – Representação geométrica do sólido heterogêneo definido pelas funções arbitrárias em coordenadas polares.



Para encontrar o volume e área superficial do sólido heterogêneo considerado nesta pesquisa, determinou-se o volume e área superficial de cada material individualmente. Para isto utilizou-se as seguintes equações, em coordenadas polares:

a) Área superficial

A área de troca de calor e massa do material 1 corresponde a soma das áreas laterais (delimitadas pelas funções f_1 e f_2) e da área superficial interna (furo), como segue.

$$S_1 = 2 \times \left\{ \frac{1}{2} \times \int_{\alpha}^{\beta} \{ [f_2(\varphi)]^2 - [f_1(\varphi)]^2 \} d\varphi \right\} + L \times \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{ [f_1(\varphi)]^2 + \left[\frac{df_1(\varphi)}{d\varphi} \right]^2 } d\varphi$$

(3.59)

A área de troca de calor e massa na interface entre os materiais 1 e 2 corresponde a multiplicação do perímetro da curva definida pela função f_2 pelo comprimento do sólido, como segue.

$$S_{12} = L \times \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{ [f_2(\varphi)]^2 + \left[\frac{df_2(\varphi)}{d\varphi} \right]^2 } d\varphi$$

(3.60)

A área de troca de calor e massa do material 2 corresponde a soma das áreas laterais (delimitadas pelas funções f_2 e f_3) e da área superficial externa, como segue.

$$S_2 = 2 \times \left\{ \frac{1}{2} \times \int_{\alpha}^{\beta} \{ [f_3(\varphi)]^2 - [f_2(\varphi)]^2 \} d\varphi \right\} + L \times \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{ [f_3(\varphi)]^2 + \left[\frac{df_3(\varphi)}{d\varphi} \right]^2 } d\varphi$$

(3.61)

Então, a área da superficial total é dada por:

$$S = S_1 + S_2$$

(3.62)

b) Volume

$$V_1 = L \times \left\{ \frac{1}{2} \times \int_{\alpha}^{\beta} \{ [f_2(\varphi)]^2 - [f_1(\varphi)]^2 \} d\varphi \right\}$$

(3.63)

$$V_2 = L \times \left\{ \frac{1}{2} \times \int_{\alpha}^{\beta} \{ [f_3(\varphi)]^2 - [f_2(\varphi)]^2 \} d\varphi \right\}$$

(3.64)

Então, o volume total é dado por:

$$V = V_1 + V_2$$

(3.65)

Nestas equações, $\alpha=0$ e $\beta=2\pi$ correspondem aos ângulos que definem o intervalo de integração, e que contribuem para a forma da seção transversal do corpo.

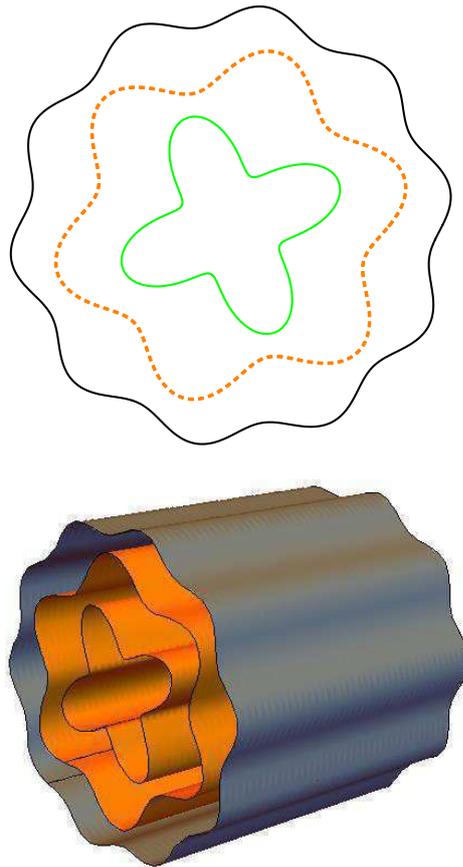
c) A geometria

Nesta pesquisa adotou-se:

$$f_i(\varphi) = a_i + b_i \text{sen}(n_i \varphi) \quad (3.66)$$

onde a , b e n são constantes, e $i = 1, 2$ e 3 . A Figura 3.6 ilustra um exemplo do sólido heterogêneo para o caso em que se definiu: $a_1=0.08$ m; $b_1=0.03$ m e $n_1=4.0$; $a_2=0.15$ m; $b_2=0.02$ m e $n_2= 6.0$; $a_3= 0.20$ m; $b_3=0.01$ m e $n_3=10.0$. Percebe-se que o sólido é formado por superfícies onduladas interna e externamente. Particularmente, quando $b_i=0.0$ m, todas as superfícies tornam-se cilindros concêntricos.

Figura 3.6 – Representação geométrica de um sólido heterogêneo definido pelas funções f_i em coordenadas polares



3.2.4.2.2 Casos analisados

Para o estudo da secagem de sólidos heterogêneos duas abordagens foram avaliadas: a) Efeito dos parâmetros geométricos e b) Efeito dos parâmetros do processo. A metodologia empregada para a geração dos resultados foi a da variação dos parâmetros da Equação (3.67), um a um, mantendo-se constantes os demais parâmetros.

a) Efeito dos parâmetros geométricos

A Tabela 3.1 a seguir, resume todos os casos estudados nesta pesquisa relacionados com o efeito da geometria no processo de secagem.

Tabela 3.1 – Parâmetros geométricos do sólido usados na simulação.

Caso	L (m)	$f_1(\varphi)$			$f_2(\varphi)$			$f_3(\varphi)$		
		a_1 (m)	b_1 (m)	n_1 (rad ⁻¹)	a_2 (m)	b_2 (m)	n_2 (rad ⁻¹)	a_3 (m)	b_3 (m)	n_3 (rad ⁻¹)
1	0.20	0.05	0.03	4.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.01	10.00
2	0.20	0.075	0.03	4.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.01	10.00
3	0.20	0.10	0.03	4.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.01	10.00
4	0.20	0.10	0.02	4.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.01	10.00
5	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.01	10.00
6	0.20	0.10	0.03	5.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.01	10.00
7	0.20	0.10	0.03	6.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.01	10.00
8	0.20	0.10	0.00	4.00	0.125	0.02	6.00	0.20	0.01	10.00
9	0.20	0.10	0.00	4.00	0.170	0.02	6.00	0.20	0.01	10.00
10	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.01	6.00	0.20	0.01	10.00
11	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.00	6.00	0.20	0.01	10.00
12	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.02	5.00	0.20	0.01	10.00
13	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.02	4.00	0.20	0.01	10.00
14	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.02	6.00	0.25	0.01	10.00
15	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.02	6.00	0.30	0.01	10.00
16	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.02	10.00
17	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.01	10.00
18	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.00	10.00
19	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.02	20.00

20	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.02	15.00
21	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.02	6.00	0.20	0.02	10.00
22	0.20	0.10	0.00	4.00	0.15	0.00	6.00	0.20	0.00	10.00

Para esta análise os seguintes parâmetros foram escolhidos arbitrariamente: $\rho_1= 650 \text{ kg/m}^3$, $\rho_2= 550 \text{ kg/m}^3$, $cp_1= 1600 \text{ J/kgK}$, $cp_2= 1200 \text{ J/kgK}$, $k_1 = 0.10 \text{ W/m}^2\text{K}$, $D_1= 1.0 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$, $h_{m1}= 1.0 \times 10^{-9} \text{ m/s}$, $h_{m2}= 5.0 \times 10^{-9} \text{ m/s}$, $h_{c1}= 1.0 \text{ W/m}^2\text{K}$, $h_{c2}= 5.0 \text{ W/m}^2\text{K}$, $M_{10}=M_{20}=0.20 \text{ kg}_{\text{agua}}/\text{kg}_{\text{sólido seco}}$, $M_e= 0.01 \text{ kg}_{\text{agua}}/\text{kg}_{\text{sólido seco}}$, $\theta_{10}=\theta_{20}= 25^\circ\text{C}$ e $T=70^\circ\text{C}$. Os números destacados em vermelho na Tabela 3.1 refere-se aos parâmetros usados para comparação. É importante lembrar que o parâmetro a , representa o raio do material, n , representa o número de ondas estabelecido em cada linha que define a superfície do sólido, e, por último, o parâmetro b diz respeito à amplitude da onda. Os índices 1, 2 e 3, representam as superfícies interna, intermediária e externa do sólido em estudo.

3.2.4.3 Cálculo do erro e variância

Na validação (Item 3.2.4.1), a determinação dos desvios (qualidade da comparação) entre os resultados preditos pelo modelo proposto nesta pesquisa e aqueles reportados na literatura, foi realizada usando a função objeto (erro quadrático mínimo) e variância definidas como segue:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n_0} [M_i^{\text{pre}} - M_i^{\text{exp}}]^2 \quad (3.67)$$

$$\bar{S}^2 = \frac{1}{n_0} \sum_{i=1}^{n_0} [M_i^{\text{pre}} - M_i^{\text{exp}}]^2 \quad (3.68)$$

onde M_i^{exp} é o i -ésimo ponto reportado na literatura, M_i^{pre} é o valor previsto da grandeza Φ no mesmo ponto, e n_0 é o número de observações.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS E DISCUSSÕES

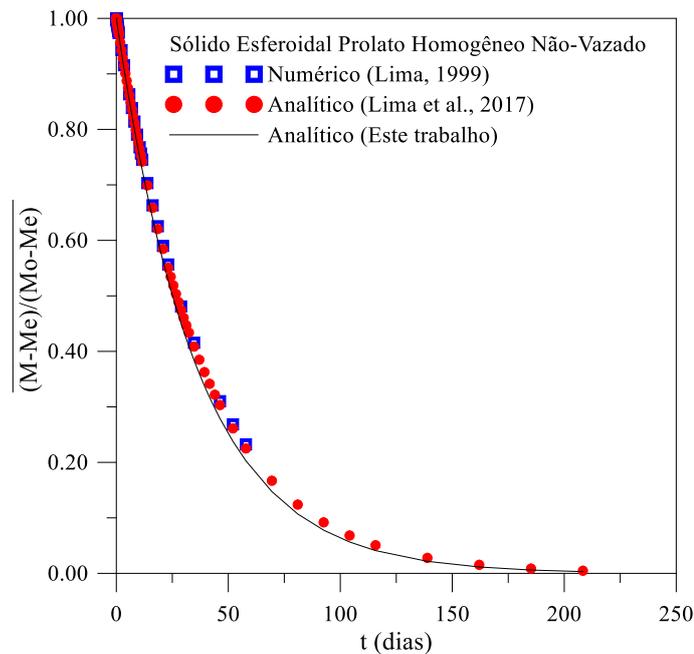
4.1 Validação

4.1.1 Sólido esferoidal prolato homogêneo

Para a validação do método utilizado e da modelagem matemática proposta, foi realizado um comparativo entre os resultados do teor de umidade médio de um sólido esferoidal prolato ($L_2 = 2$ cm e $L_1 = 1$ cm) em função do tempo de secagem reportado por Lima (1999) ao utilizar o método dos volumes finitos para resolver a equação de difusão em coordenadas esferoidais prolatas, reportado por Lima, W. (2017) ao utilizar o método de separação de variáveis para resolver a equação de transferência de massa na sua forma concentrada aplicada a um sólido homogêneo e o presente trabalho (Figura 4.1).

A partir dessa comparação pode-se perceber que, apesar das metodologias utilizadas para a solução da equação da conservação da massa serem diferentes, as diferenças entre os resultados encontrados foram mínimas e independente do material estudado. Da comparação com os valores reportados por Lima, W. (2017), obteve-se um erro quadrático mínimo (χ^2) de $1,44 \times 10^{-2}$ ($\text{kg}_{\text{água}}/\text{kg}_{\text{sólido seco}}$)², para um número de pontos $n_o = 108$ pontos.

Figura 4.1 – Teor de umidade médio de um esferoidal prolato com razão de aspecto $b/a=2,0$ em função do tempo de secagem ($Bim = 0.00425$).

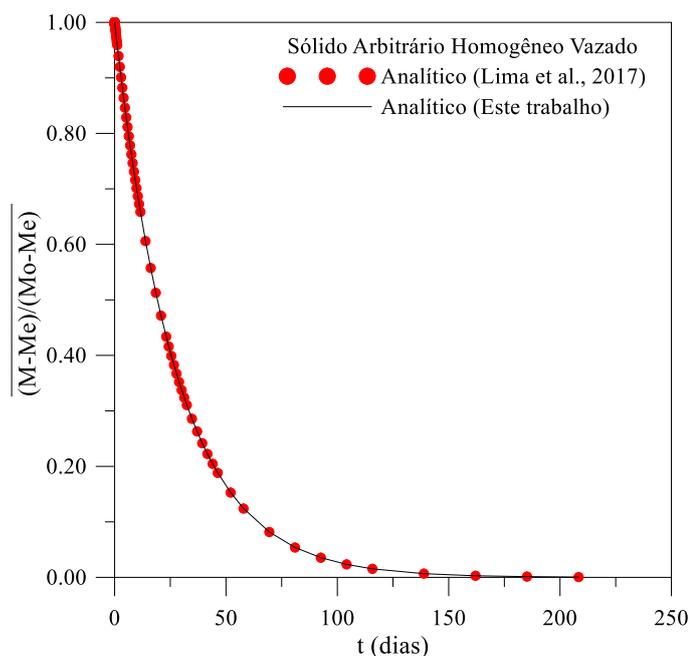


4.1.2 Sólido arbitrário homogêneo e vazado

Também para a validação do método utilizado e da modelagem matemática proposta, foi realizado um comparativo entre os resultados transientes do teor de umidade médio de um sólido homogêneo vazado reportado por Lima, W. (2017) ao utilizar o método de separação de variáveis para a equação de transferência de massa na sua forma concentrada, e o presente trabalho (Figura 4.2).

A partir dessa comparação pode-se perceber que as diferenças entre os resultados encontrados foram mínimas e independente do material estudado. Da comparação com os valores reportados por Lima, W. (2017), obteve-se um erro quadrático mínimo (χ^2) de $3,60 \times 10^{-6}$ ($\text{kg}_{\text{água}}/\text{kg}_{\text{sólido seco}}$)², para um número de pontos $n_0=117$ pontos. Vale salientar a versatilidade e a potencialidade do modelo proposto nesta pesquisa que faz com que o modelo reportado por Lima, W. (2017) seja um caso particular dele.

Figura 4.2 – Teor de umidade médio de um sólido arbitrário homogêneo vazado em função do tempo de secagem.

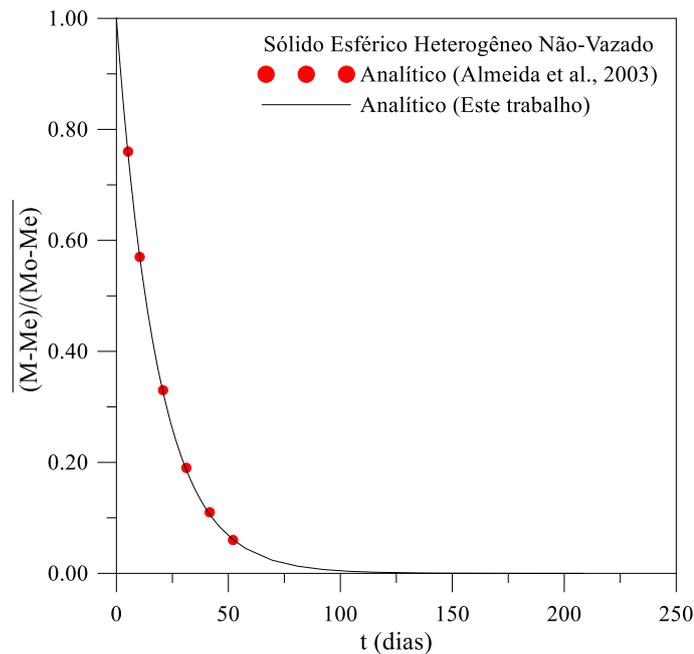


4.1.3 Sólido arbitrário heterogêneo não-vazado

Para a validação do método utilizado e da modelagem matemática proposta, foi realizado um comparativo entre os resultados preditos do teor de umidade médio de um sólido esférico heterogêneo não-vazado em função do tempo de secagem reportado por Almeida (2003) ao utilizar o método de separação de variáveis para resolver as equações de transferência de calor e massa na sua forma concentrada, e o presente trabalho (Figura 4.3).

A partir dessa comparação pode-se perceber que, apesar das metodologias utilizadas para a solução da equação da conservação serem diferentes, as diferenças entre os resultados encontrados foram mínimas e independente do material estudado. Da comparação com os valores reportados por Almeida (2003), obteve-se um erro quadrático mínimo (χ^2) de $6,33 \times 10^{-5}$ ($\text{kg}_{\text{água}}/\text{kg}_{\text{sólido seco}}$)², para um número de pontos $n_o=6$ pontos. Vale salientar a versatilidade e a potencialidade do modelo proposto nesta pesquisa que faz com que o modelo reportado por Almeida (2003) seja um caso particular dele.

Figura 4.3 – Teor de umidade médio de um sólido esférico heterogêneo não-vazado em função do tempo de secagem.



4.2 Análises da transferência de calor e massa

4.2.1. As geometrias estudadas

As Figuras 4.4 a 4.25 ilustram uma vista frontal das geometrias cilíndricas ($L=20$ cm) consideradas neste estudo. As diferentes formas foram obtidas variando-se os parâmetros a_1 , b_1 , n_1 , a_2 , b_2 , n_2 , a_3 , b_3 e n_3 , conforme descrito na metodologia (Tabela 3.1, Casos 1 a 22). O objetivo da apresentação destas figuras é o de mostrar o formato do corpo que está sendo avaliado em cada caso estudado, o que facilitará a interpretação dos resultados da transferência de calor e massa que serão apresentados nos tópicos seguintes.

Desde que os parâmetros geométricos citados acima definem a forma do sólido em estudo e, naturalmente, sua área superficial (externa e interna), volume (total e dos materiais 1 e 2, individualmente) e a área de interface entre os materiais 1 e 2, foi possível avaliar os efeitos destes parâmetros no processo de transferência de calor e massa durante a remoção de massa e aquecimento destes sólidos. É importante lembrar que o parâmetro a , representa o raio do material, n , representa o número de ondas estabelecido em cada linha que define a superfície do sólido, e, por último, o parâmetro b diz respeito à amplitude da onda. Os índices 1, 2 e 3,

representam as superfícies interna, intermediária e externa do sólido em estudo, conforme dito anteriormente no Capítulo 3.

Figura 4.4- Geometria do domínio em estudo ($a_1=5.0$ cm; $b_1=3.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 1)

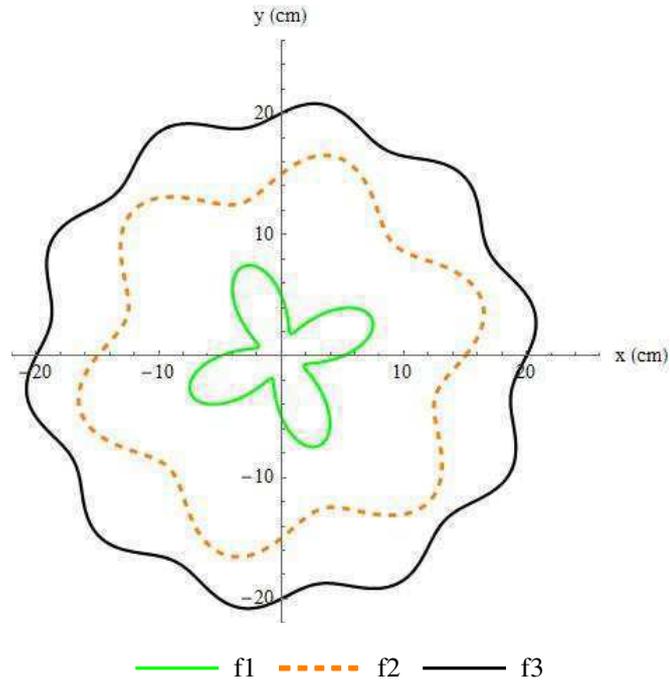


Figura 4.5 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=7.5$ cm; $b_1=3.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 2)

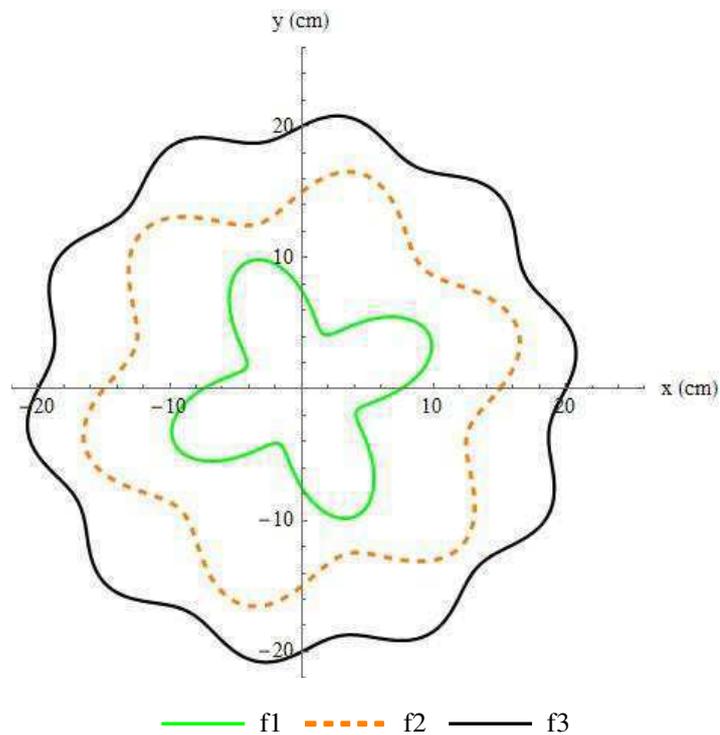


Figura 4.6 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=3.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 3)

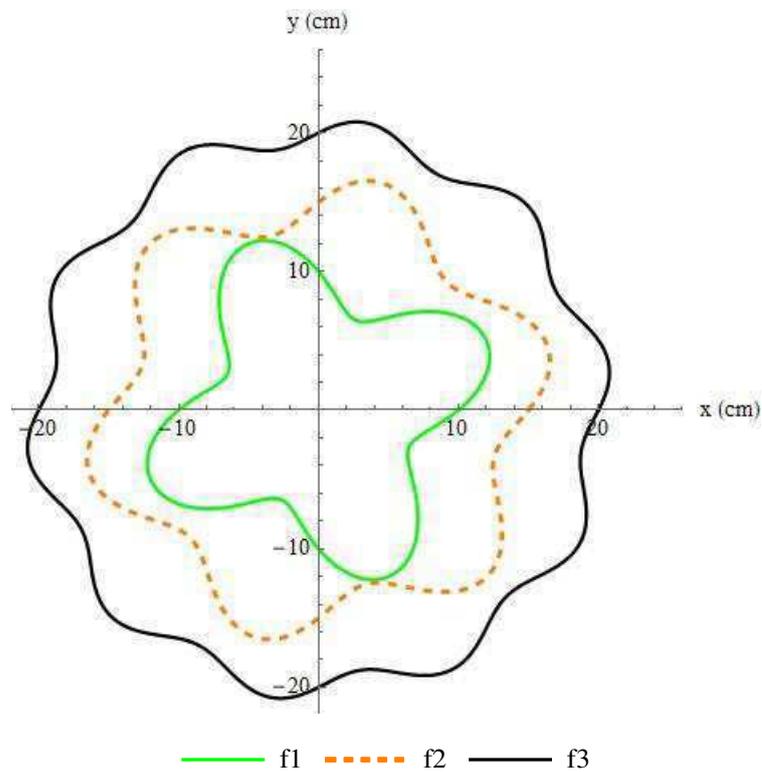


Figura 4.7- Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=2.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 4)

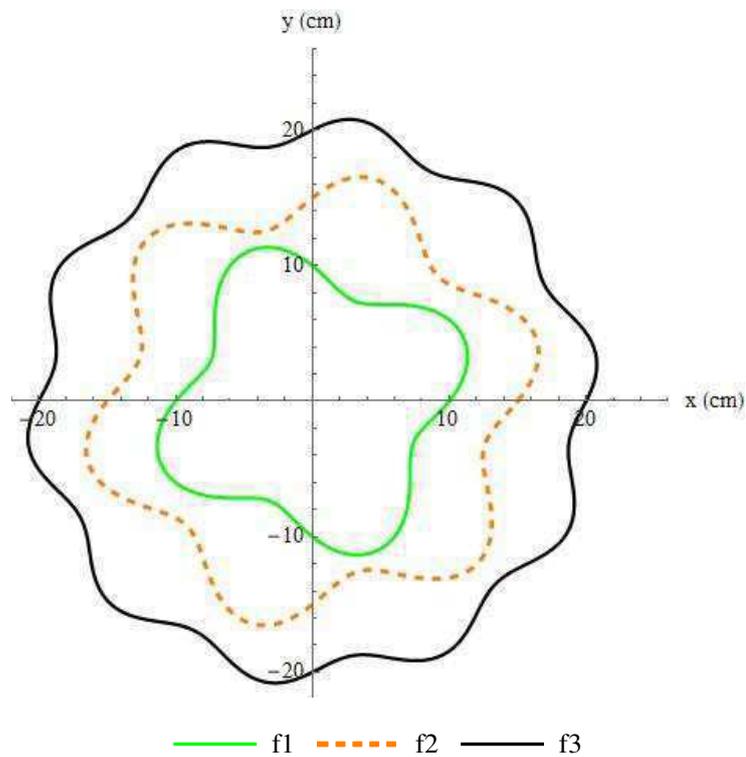


Figura 4.8- Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 5)

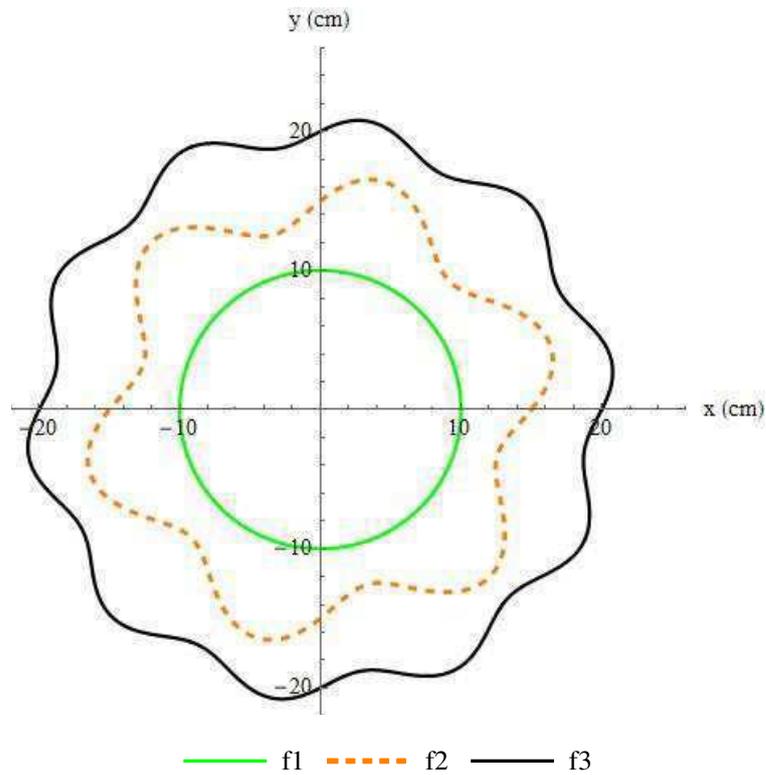


Figura 4.9- Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=3.0$ cm; $n_1=5.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 6)

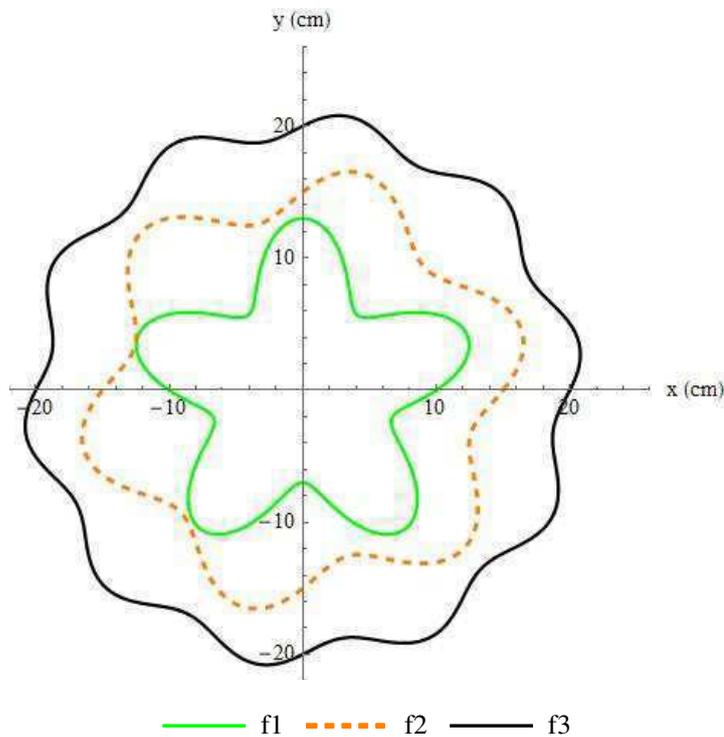


Figura 4.10- Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=3.0$ cm; $n_1=6.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 7)

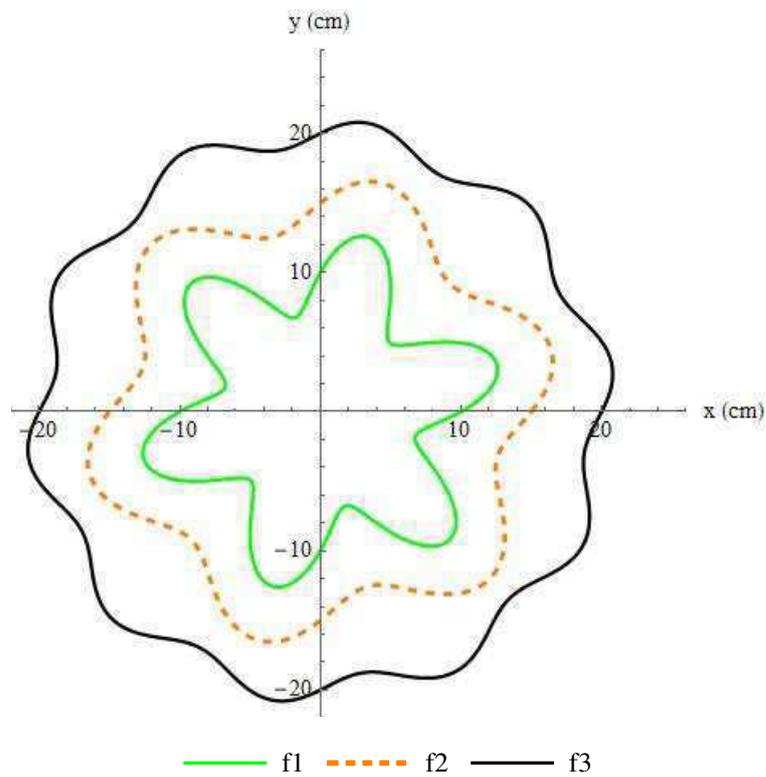


Figura 4.11 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=12.5$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 8)

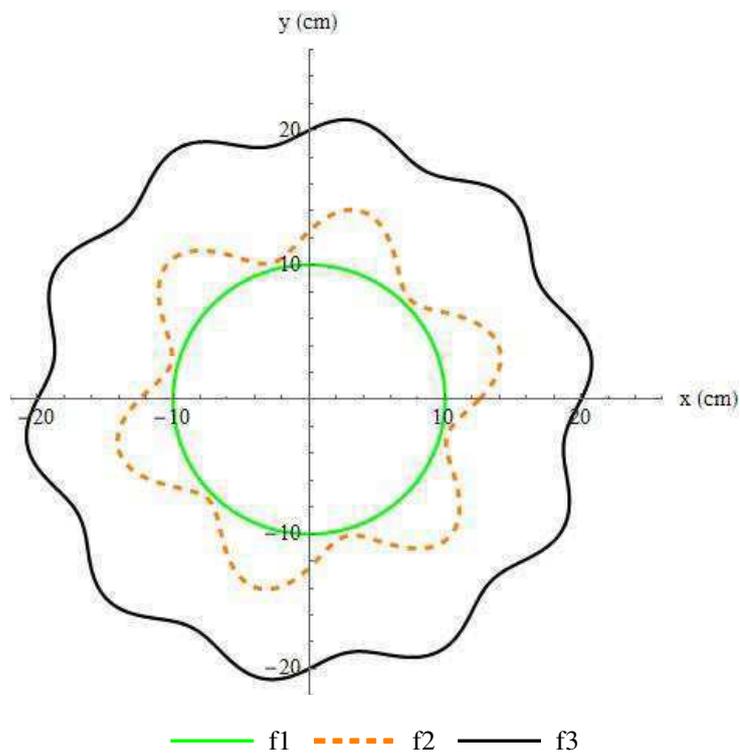


Figura 4.12 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=17.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 9)

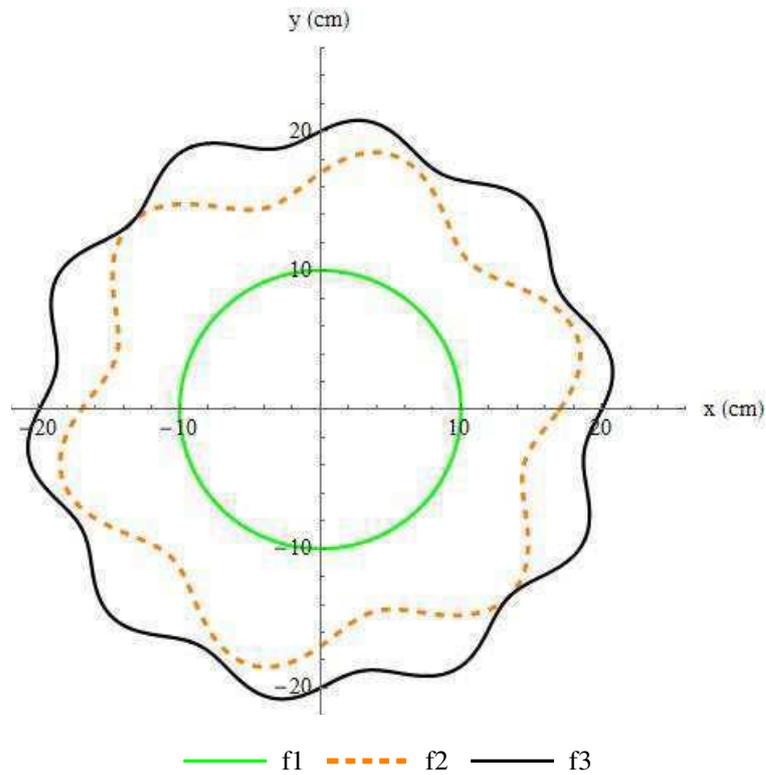


Figura 4.13 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=1.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 10)

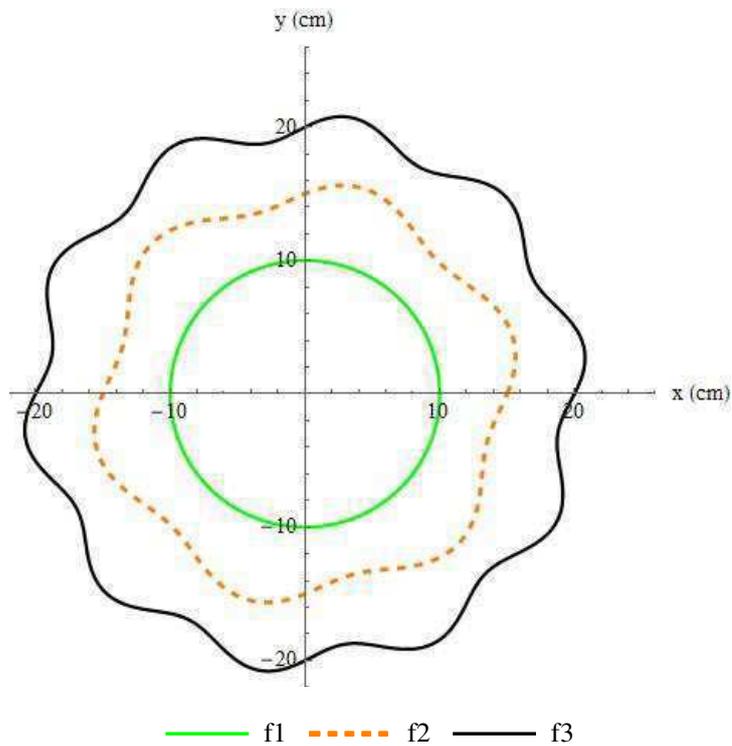


Figura 4.14 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=0.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 11)

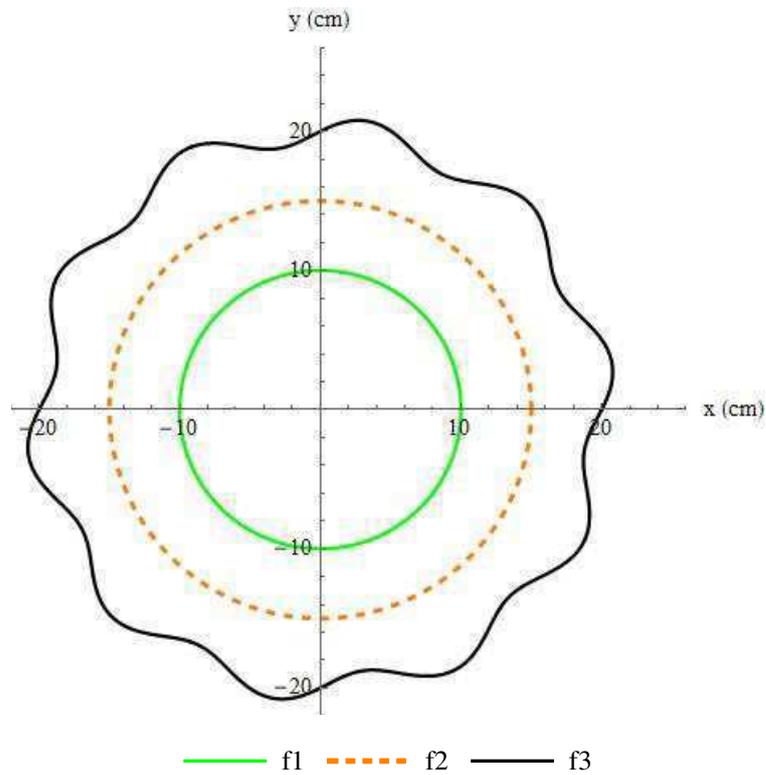


Figura 4.15 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=5.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 12)

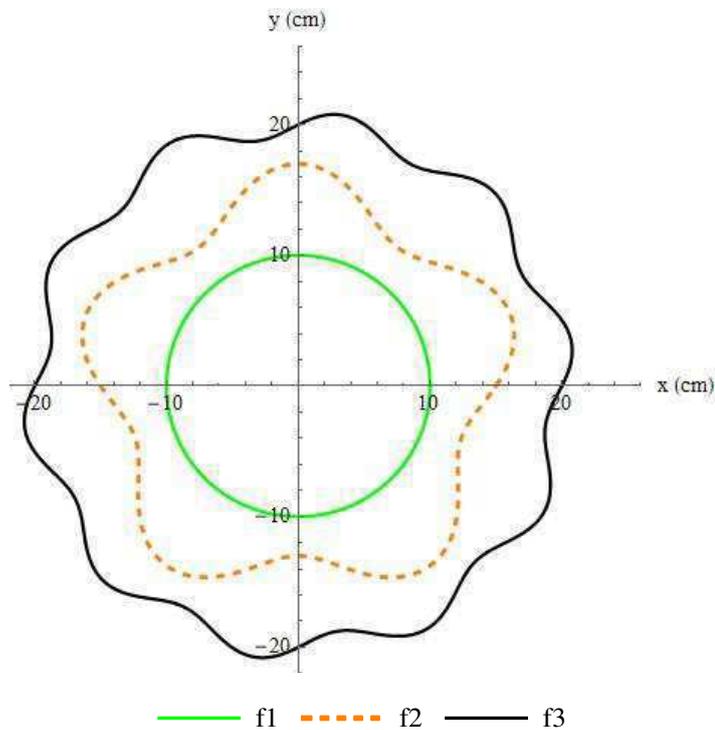


Figura 4.16 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=4.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 13)

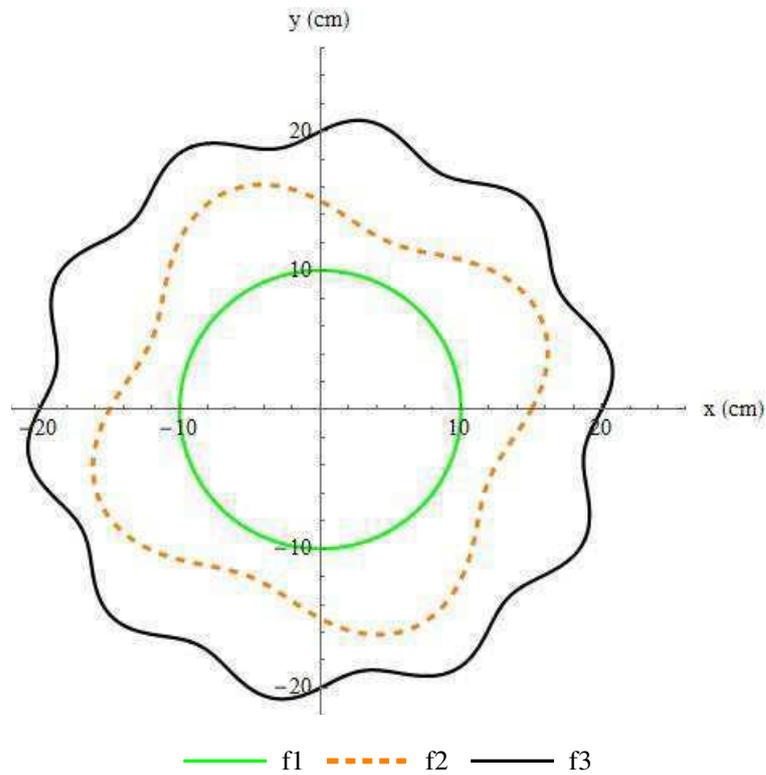


Figura 4.17 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=25.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 14)

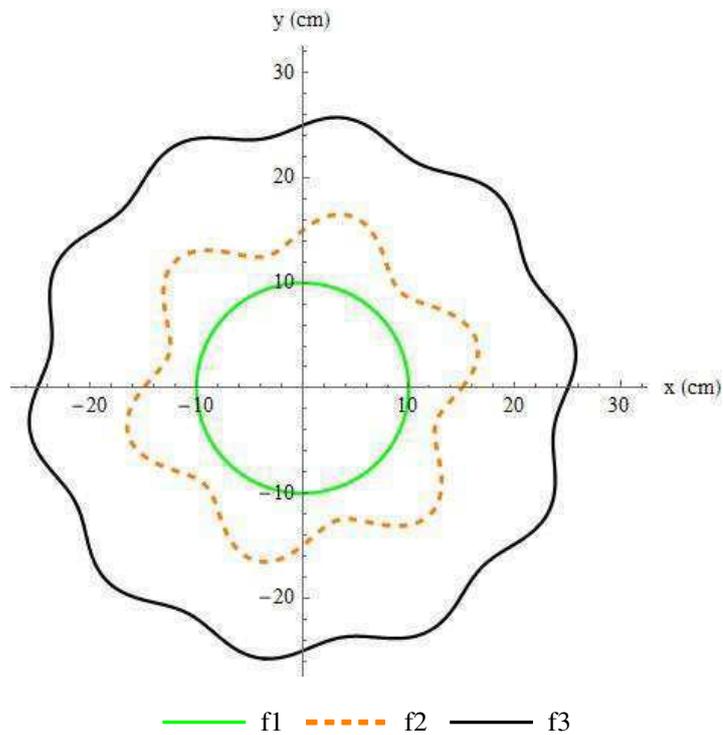


Figura 4.18 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=30.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 15)

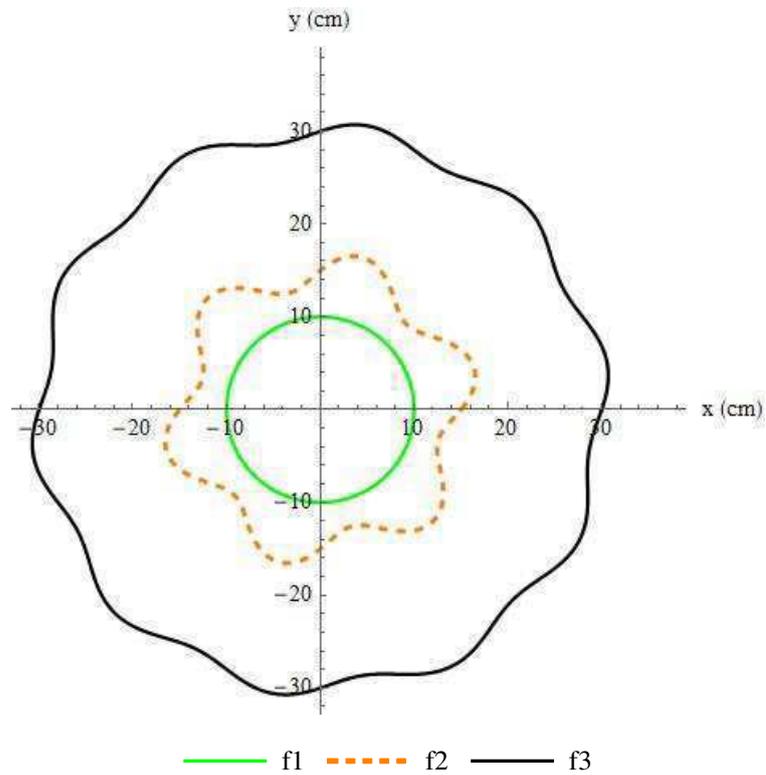


Figura 4.19 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=1.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 16)

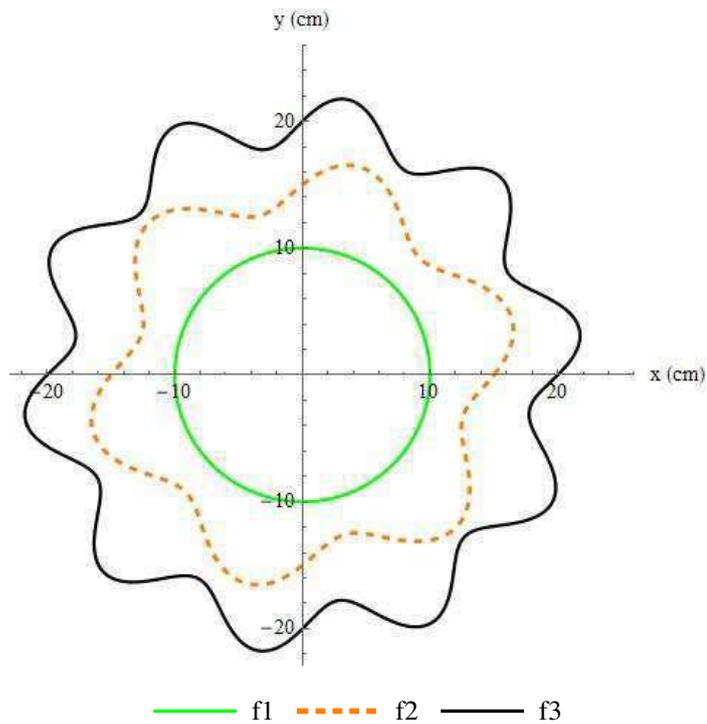


Figura 4.20 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=2.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 17)

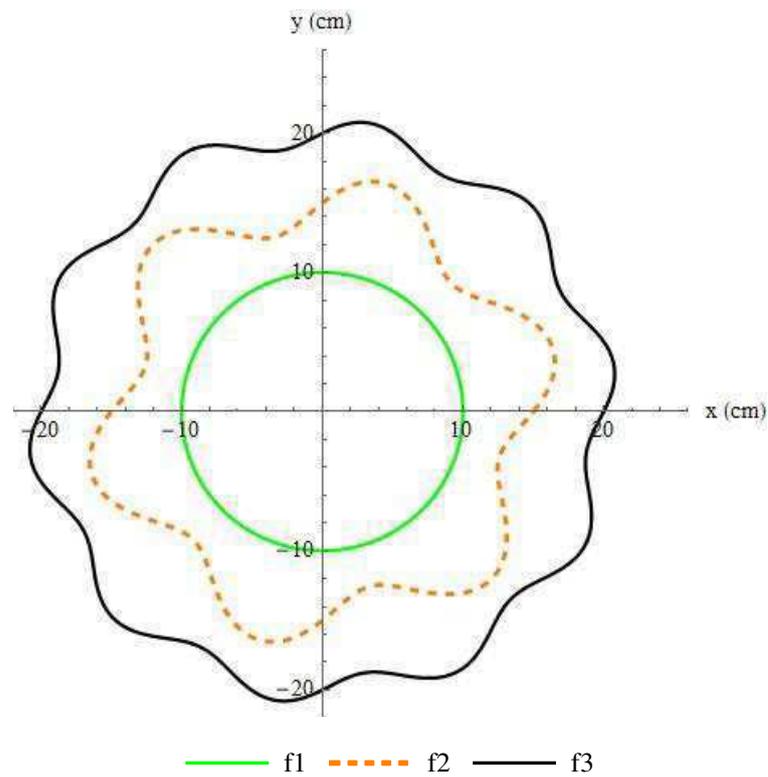


Figura 4.21 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=0.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 18)

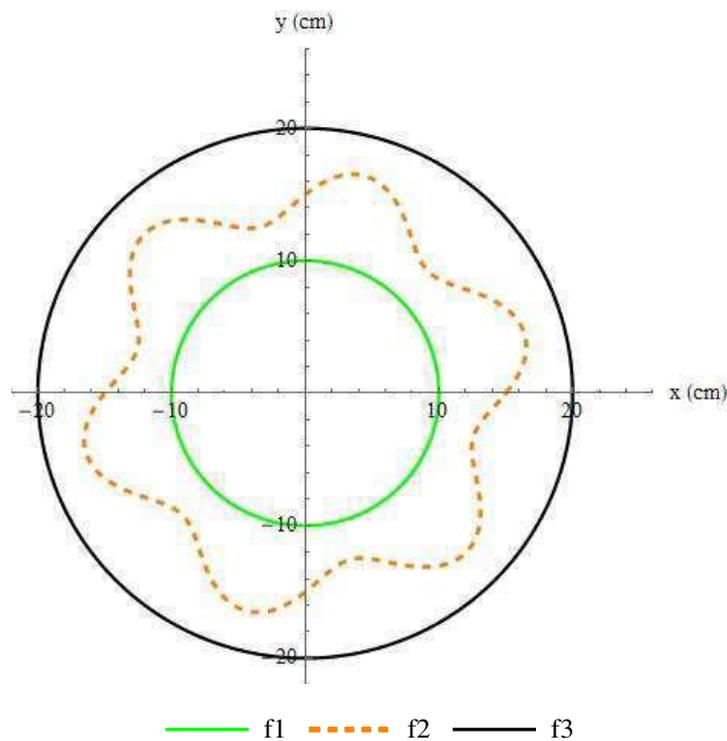


Figura 4.22 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=2.0$ cm; $n_3=20.0$ - Caso 19)

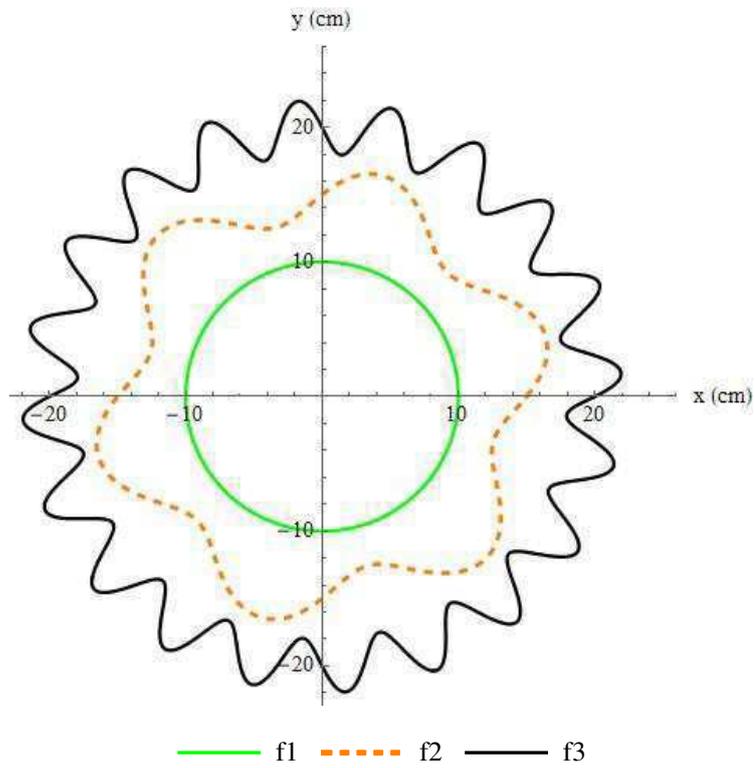


Figura 4.23 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=2.0$ cm; $n_3=15.0$ - Caso 20)

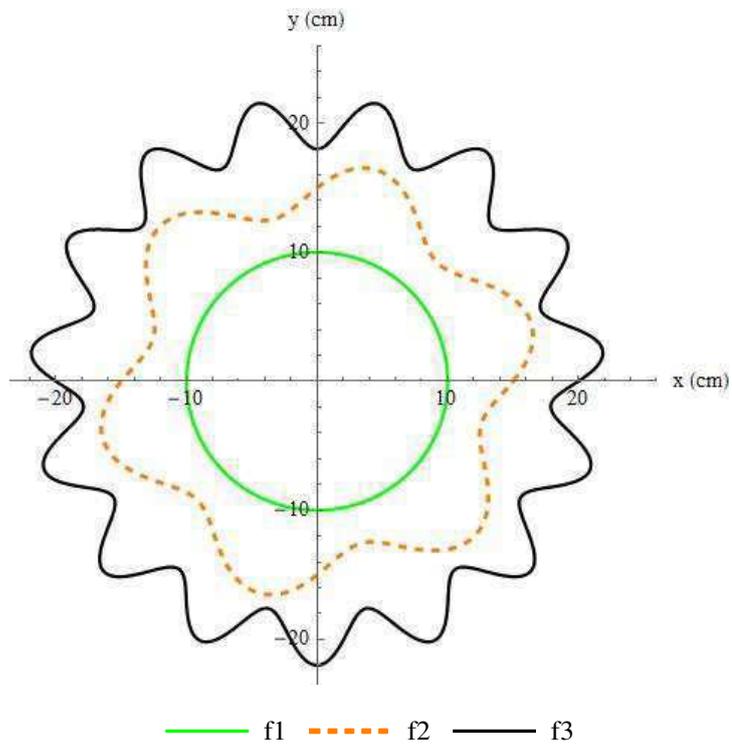


Figura 4.24 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=2.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=2.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 21)

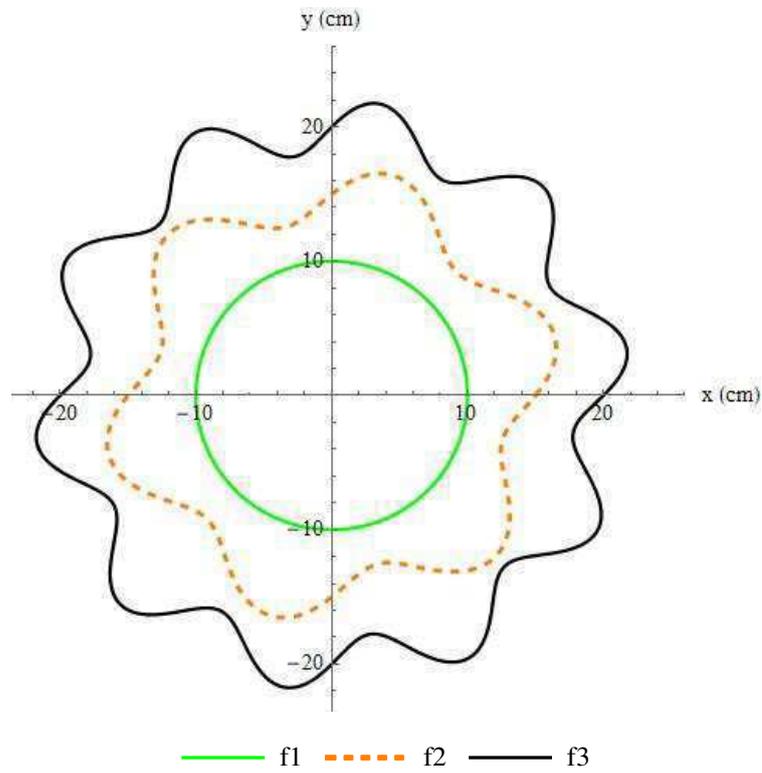
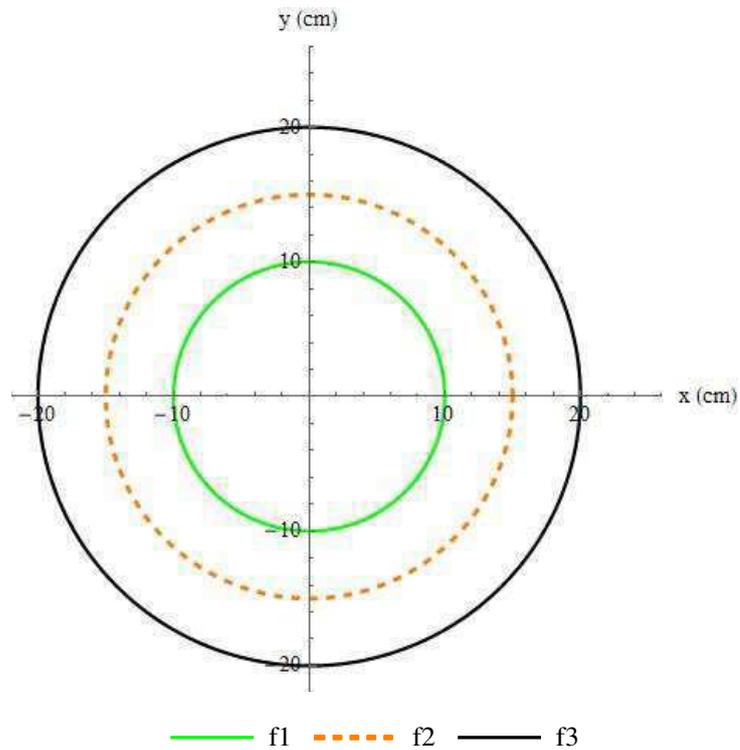


Figura 4.25 - Geometria do domínio em estudo ($a_1=10.0$ cm; $b_1=0.0$ cm; $n_1=4.0$; $a_2=15.0$ cm; $b_2=0.0$ cm; $n_2=6.0$; $a_3=20.0$ cm; $b_3=0.0$ cm; $n_3=10.0$ - Caso 22)



Nas Tabelas 4.1 e 4.2 pode-se observar os valores de área, volume e relação área/volume para cada um dos casos estudados. Os valores destacados em vermelho referem-se aos parâmetros que servirão para análise dos resultados de transferência de calor e massa.

Tabela 4.1 – Valores das áreas superficiais interna, intermediária, externa e total do sólido para cada caso estudado.

Caso	S ₁ (cm ²)	S ₁₂ (cm ²)	S ₂ (cm ²)	S=S ₁ +S ₂ (cm ²)
1	2443.95	2148.889	3773.306	6217.26
2	2418.04	2161.096	3754.707	6172.75
3	2389.04	2152.4	3760.636	6149.68
4	2209.81	2166.65	3764.676	5974.49
5	2054.6	2203.49	3724.63	5779.23
6	2581.96	2152.75	3769.11	6351.08
7	2768.678	2151.97	3726.45	6495.13
8	1622.632	1878.899	4189.635	5812.27
9	2456.725	2362.07	3355.169	5811.90
10	2045.176	1968.72	3748.82	5794.0
11	2042.035	1884.955	3774.626	5816.66
12	2054.6	2107.299	3751.43	5806.03
13	2054.6	2003.19	3707.606	5762.21
14	2054.6	2121.50	5768.03	7822.63
15	2054.6	2150.28	8092.53	10147.1
16	2054.60	2190.97	4133.55	6188.15
17	2054.6	2154.41	3739.96	5794.56
18	2054.6	2163.698	3600.265	5654.87
19	2054.601	2159.667	5388.069	7442.67
20	2054.6	2157.251	4695.649	6750.25
21	2054.6	2165.099	4126.015	6180.62
22	2042.035	1884.955	3612.831	56548.7

Tabela 4.2 – Valores dos volumes interno, externo, total e relação área/volume para cada caso estudado.

Caso	V ₁ (cm ³)	V ₂ (cm ³)	V=V ₁ +V ₂ (cm ³)	S/V (cm ² /cm ³)
1	12409.29	10901.32	23310.6	0.266714
2	10445.79	10901.326	21347.1	0.289161
3	7696.9	10901.326	18598.2	0.330659
4	7853.98	10901.326	18755.3	0.318549
5	7979.645	10901.326	18881.0	0.306088
6	7696.9	10901.326	18598.2	0.341488
7	7696.9	10901.326	18598.2	0.349234
8	3659.955	15221.016	18881.0	0.307837
9	12000.88	6880.087	18881.0	0.307818
10	7885.397	10995.57	18881.0	0.306869
11	7853.98	11026.99	18881.0	0.308070
12	7979.65	10901.326	18881.0	0.307507
13	7979.645	10901.326	18881.0	0.305186
14	7979.645	25038.49	33018.1	0.236919
15	7979.645	42317.25	50296.9	0.201745
16	7979.645	10995.57	18975.2	0.326117
17	7979.645	10901.326	18881.0	0.306899
18	7979.645	10869.91	18849.6	0.300000
19	7979.645	10995.574	18975.2	0.392231
20	7979.645	10995.574	18975.2	0.355740
21	7979.645	10995.574	18975.2	0.325720
22	7853.981	10995.574	18849.6	0.300000

4.2.2 Transferência de massa

Neste trabalho foi realizado um comparativo entre a cinética de secagem de vinte e dois sólidos com diferentes tipos de geometrias, de maneira que foi possível compreender melhor o

processo de transferência de massa e calor durante o processo de secagem e aquecimento destes materiais.

As Figuras 4.26 à 4.42 evidenciam as cinéticas de secagem para os casos descritos, considerando condição de contorno de terceira espécie (convectiva) na superfície do sólido heterogêneo vazado. Todos os resultados foram plotados na forma adimensional em termos do teor de umidade e tempo (Número de Fourier para transferência de massa $Fo_m = D \times t / (V/S)^2$). Este procedimento é importante porque faz com que os parâmetros termo-físicos escolhidos arbitrariamente para os materiais 1 e 2 não interfiram nos resultados obtidos.

Após a análise das Figuras 4.26 à 4.42 verifica-se, para todos os casos, que o teor de umidade existente no início do processo de secagem é exponencialmente reduzido até alcançar o teor de umidade de equilíbrio (equilíbrio higroscópico) no final do processo. Verifica-se ainda uma diferença entre os teores de umidade dos materiais interno e externo, a qual é dependente da geometria do material.

De forma geral, o comportamento das curvas de perda de massa demonstra a inexistência do período de taxa de secagem constante. Desta forma, o processo de secagem ocorre apenas no período de taxa decrescente de secagem. A fase de taxa de secagem decrescente é governada pela migração interna de umidade com uma velocidade diferente daquela com que a umidade é evaporada na superfície do material. Além disso, pode ser verificado que a umidade do produto diminui durante a secagem, com isso, a taxa do movimento interno de umidade também diminui e, em consequência, a taxa de secagem cai rapidamente.

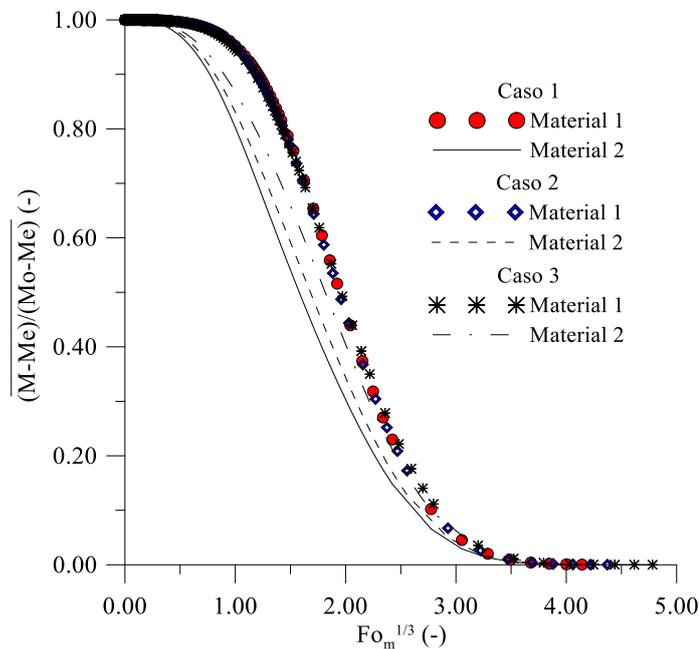
De forma mais específica a Figura 4.26 ilustra a influência do parâmetro a_1 que representa a distância radial média do centro até a superfície interna material 1 (material interno), enquanto que a Figura 4.27 ilustra a influência do parâmetro a_2 que representa a distância radial média do centro até a superfície externa do material 1. Já a Figura 4.28 ilustra a influência do parâmetro a_3 que representa a distância radial média do centro até a superfície externa do material 2 material externo).

Após análise da Figura 4.26 verifica-se que, um aumento no valor do parâmetro a_1 , praticamente não influenciou na cinética de secagem do material 1, contudo afetou significativamente na taxa de secagem do material 2. Quanto menor o valor de a_1 , o material 2 seca mais lentamente.

Analisando a Figura 4.27 verifica-se que, um aumento no valor do parâmetro a_2 , influenciou na cinética de secagem de ambos os materiais 1 e 2, portanto do sólido como um

todo. Quanto menor o valor de a_2 , menor a diferença entre os teores de umidade dos materiais 1 e 2. Um maior valor de a_2 provocou um aumento na taxa de secagem do material 2 nos tempos iniciais de processo tendendo a uma inversão nos tempos finais de secagem.

Figura 4.26 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $a_1 = 0.050, 0.075$ e 0.100 m (Casos 1, 2 e 3)



Analisando a Figura 4.28 pode-se verificar que um aumento no valor do parâmetro a_3 , influenciou na cinética de secagem de ambos os materiais 1 e 2, portanto do sólido como um todo. Quanto menor o valor de a_3 , maior a diferença entre os teores de umidade dos materiais 1 e 2. Um maior valor de a_3 provocou um aumento na taxa de secagem do material 2 em todo o processo de secagem, de forma que o sólido do Caso 15 secou mais rápido..

A Figura 4.29 ilustra a influência do parâmetro b_1 que representa a amplitude da onda definida pelo parâmetro n_1 na função que define a superfície interna do material 1 (material interno), enquanto que a Figura 4.30 ilustra a influência do parâmetro b_2 que representa a amplitude da onda definida pelo parâmetro n_2 na função que define a superfície externa do material 1 (material interno). Já a Figura 4.31 ilustra a influência do parâmetro b_3 que representa a amplitude da onda definida pelo parâmetro n_3 na função que define a superfície externa do material 2 (material externo).

Figura 4.27 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $a_2=0.150, 0.125$ e 0.170 m (Casos 5, 8 e 9)

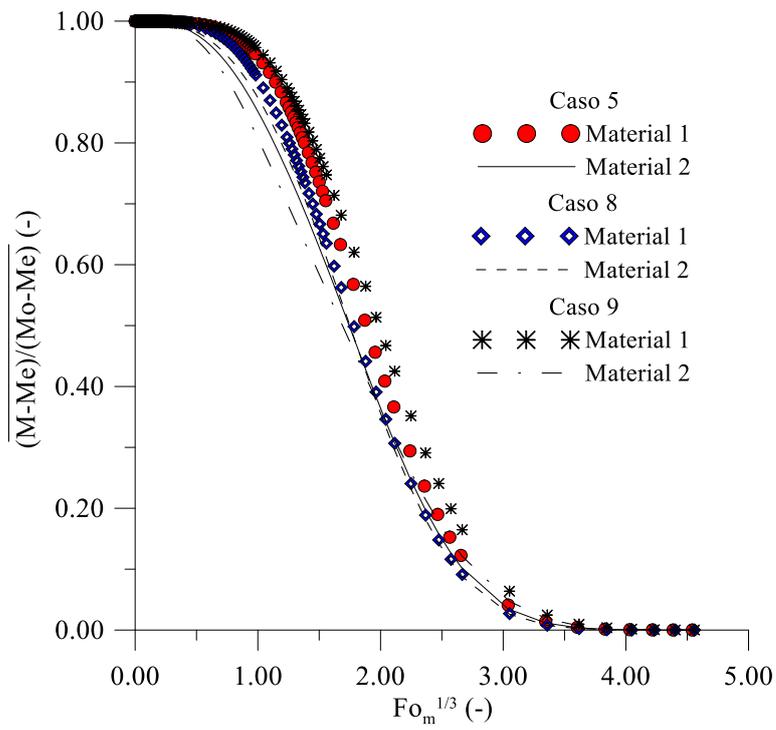
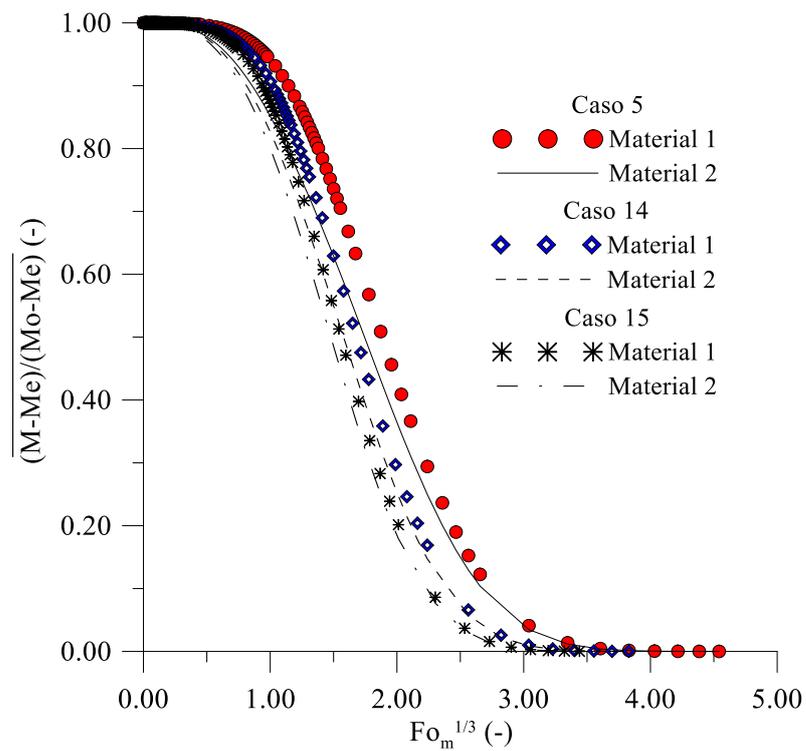
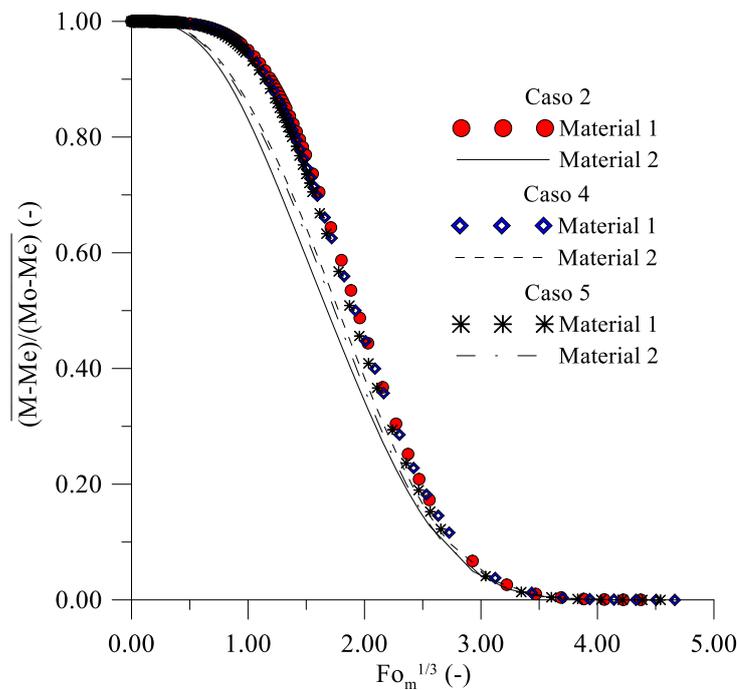


Figura 4.28 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $a_3= 0.200, 0.250$ e 0.300 m (Casos 5, 14 e 15)



Após análise da Figura 4.29 verifica-se que, uma redução no valor do parâmetro b_1 , praticamente não influenciou na cinética de secagem do material 1, e afetou levemente a taxa de secagem do material 2; quanto maior o valor de b_1 , o material 2 seca mais rápido. Já os efeitos dos parâmetros b_2 e b_3 nas cinéticas de secagem dos materiais 1 e 2, e do sólido como um todo, foram praticamente nulos (Figuras 4.30 e 4.31).

Figura 4.29 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $b_1=0.030, 0.020$ e 0.000 m (Casos 2, 4 e 5)



A Figura 4.32 ilustra a influência do parâmetro n_1 que representa o número de ondas na função que define a superfície interna do material 1 (material interno), enquanto que a Figura 4.33 ilustra a influência do parâmetro n_2 que representa o número de ondas na função que define a superfície externa do material 1 (material interno). Já a Figura 4.34 ilustra a influência do parâmetro n_3 que representa o número de ondas na função que define a superfície externa do material 2 (material externo).

Após análise da Figura 4.32 verifica-se que, uma redução no valor do parâmetro n_1 , praticamente não influenciou na cinética de secagem do material 1, e afetou as taxas de secagem de ambos os materiais 1 e 2; quanto menor o valor de n_1 , o material 2 seca mais rápido.

Figura 4.30 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $b_2 = 0.020, 0.010$ e 0.000 m (Casos 5, 10 e 11)

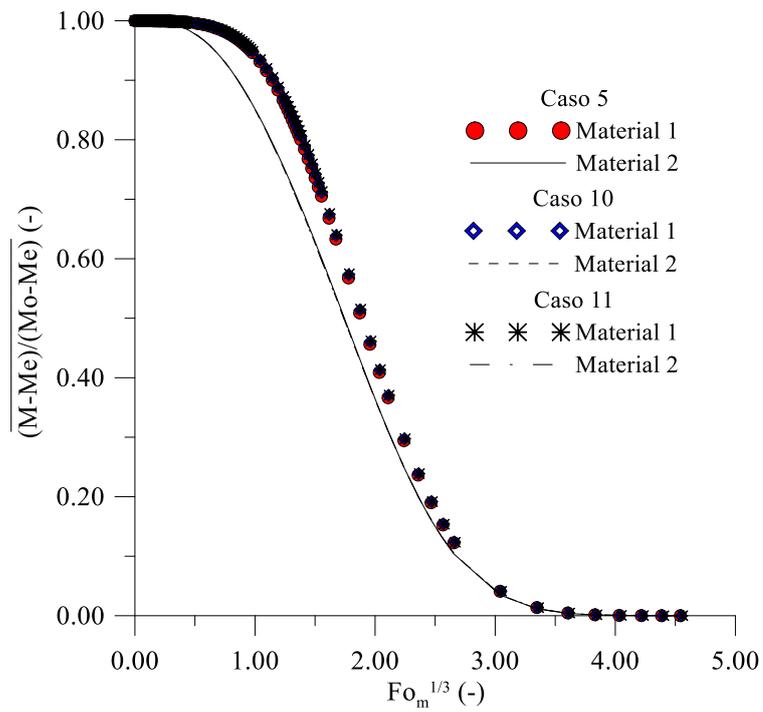


Figura 4.31 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $b_3 = 0.020, 0.010$ e 0.000 m (Casos 16, 17 e 18)

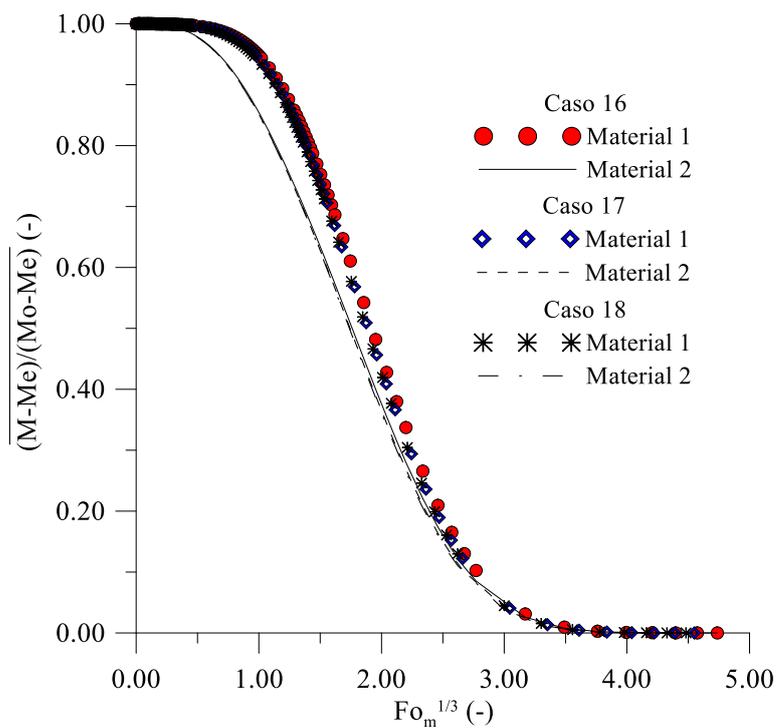
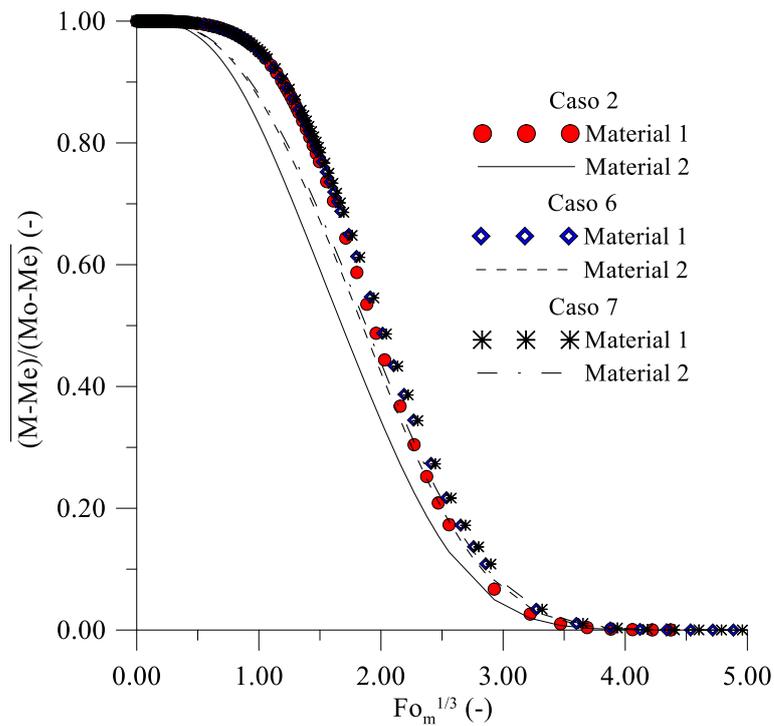


Figura 4.32 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $n_1 = 4.00, 5.00$ e 6.00 (Casos 2, 6 e 7)



Analisando a Figura 4.33 verifica-se que, uma redução no valor do parâmetro n_2 , influenciou levemente nas cinéticas de secagem dos materiais 1 e 2; um maior valor de n_2 provocou um aumento na taxa de secagem do material 2 nos tempos iniciais de processo tendendo a uma inversão nos tempos finais de secagem. Além disso, após análise da Figura 4.34, verifica-se que um aumento no parâmetro n_3 praticamente não influenciou no comportamento do teor de umidade do sólido 2, e afetou levemente a cinética de secagem do sólido 1.

Na Figura 4.35 ilustra-se a influência da área da superfície interna material 1 (material interno) na cinética de secagem do sólido heterogêneo vazado. Após análise desta figura verifica-se que, um aumento no valor da área superficial interna do material 1, de 1622.63 cm^2 (Caso 8) para 2768.68 cm^2 (Caso 7), influenciou na cinética de secagem dos materiais 1 e 2. Quanto menor o valor de S_1 , o sólido heterogêneo vazado seca mais rápido. Contudo, deve ser observado que os demais parâmetros geométricos, também variaram: menor área superficial intermediária e maiores áreas superficiais externa e total de fluxo de massa, para o Caso 8.

Figura 4.33 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $n_2 = 6.00, 5.00$ e 4.00 (Casos 9, 12 e 13)

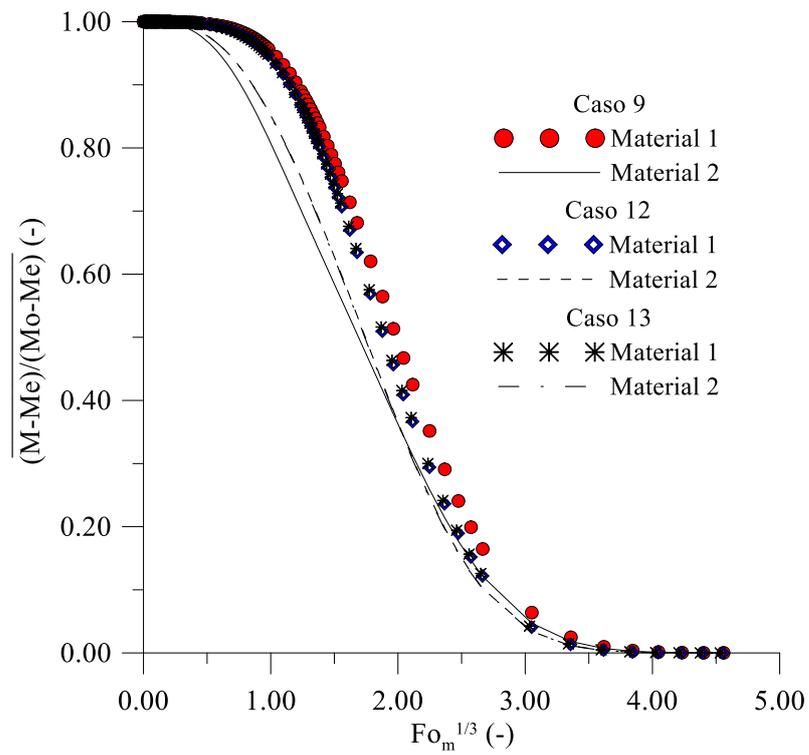


Figura 4.34 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $n_3 = 20.00, 15.00$ e 10.00 (Casos 19, 20 e 21)

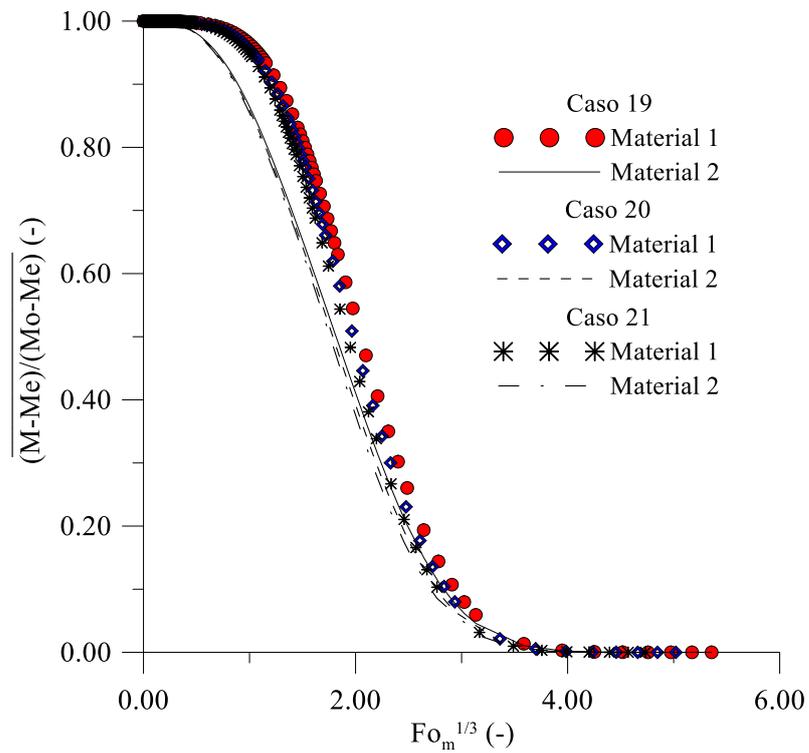
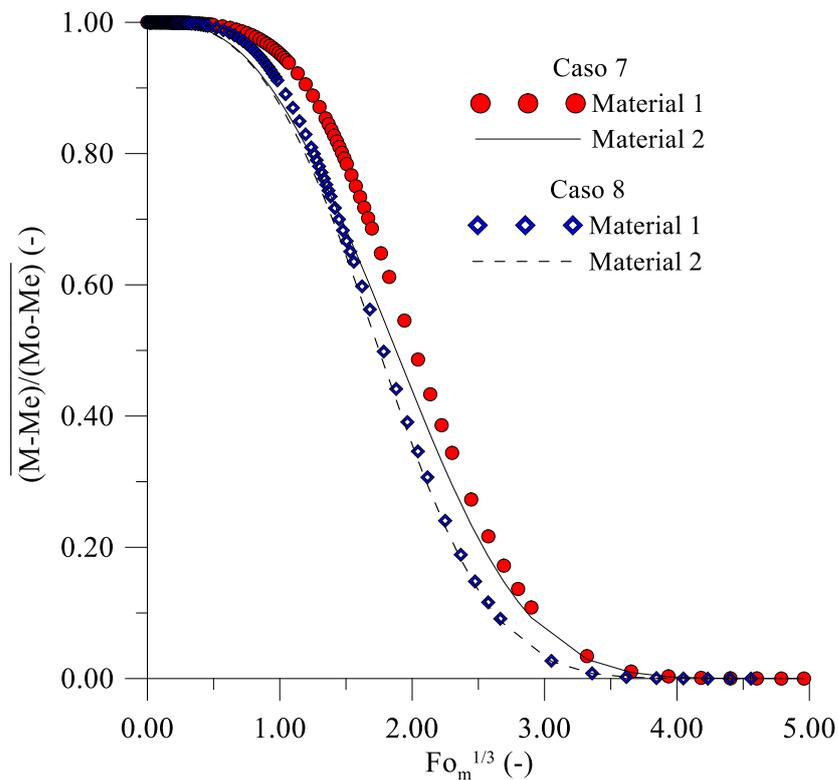


Figura 4.35 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da área superficial interna (Casos 7 e 8)



Na Figura 4.36 ilustra-se a influência da área da superfície externa do material 2, enquanto que a Figura 4.37 ilustra a influência da área superficial total do sólido na perda de umidade do sólido heterogêneo vazado. Após análise da Figura 4.36 verifica-se que, um aumento no valor da área superficial externa do material 2, de 3355.17 cm² (Caso 9) para 8092.53 cm² (Caso 15), influenciou na cinética de secagem dos materiais 1 e 2. Quanto menor o valor de S₂, o sólido heterogêneo vazado seca mais lentamente. Contudo, deve ser observado que os demais parâmetros geométricos, também variaram: menores áreas superficiais intermediária e interna, e maior área superficial total de fluxo de massa, para o Caso 15.

Após análise da Figura 4.37 verifica-se que, um aumento no valor da área superficial total, de 5654,87 cm² (Caso 18) para 10147.1 cm² (Caso 15), influenciou na cinética de secagem do sólido heterogêneo vazado. Quanto maior o valor de S, o sólido heterogêneo vazado seca mais rápido. Contudo, deve ser observado que outros parâmetros geométricos, também variaram: levemente menor área superficial intermediária e maior área superficial externa de fluxo de massa, para o Caso 15. A área superficial interna permaneceu constante.

Figura 4.36 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da área superficial externa (Casos 9 e 15)

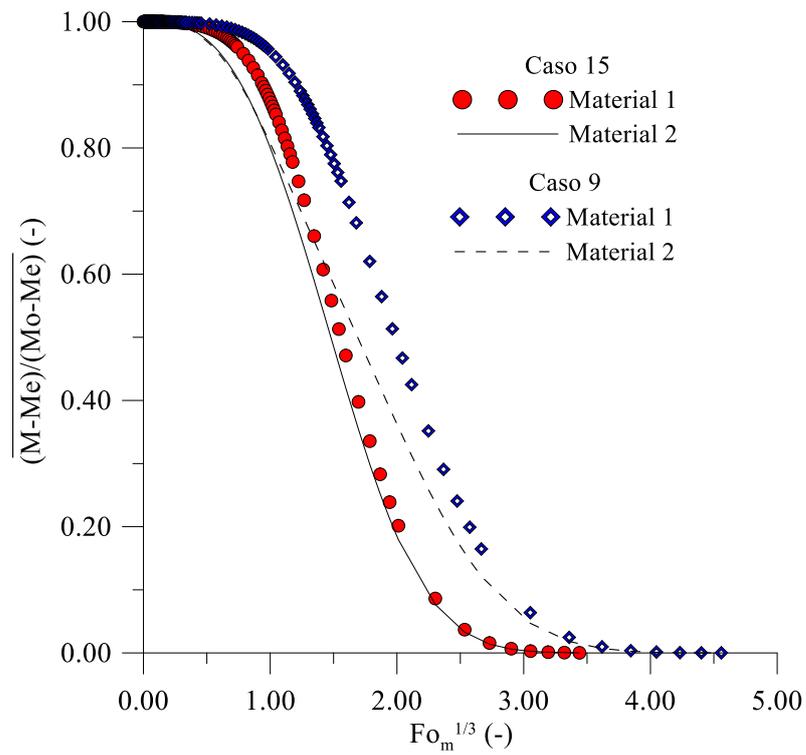
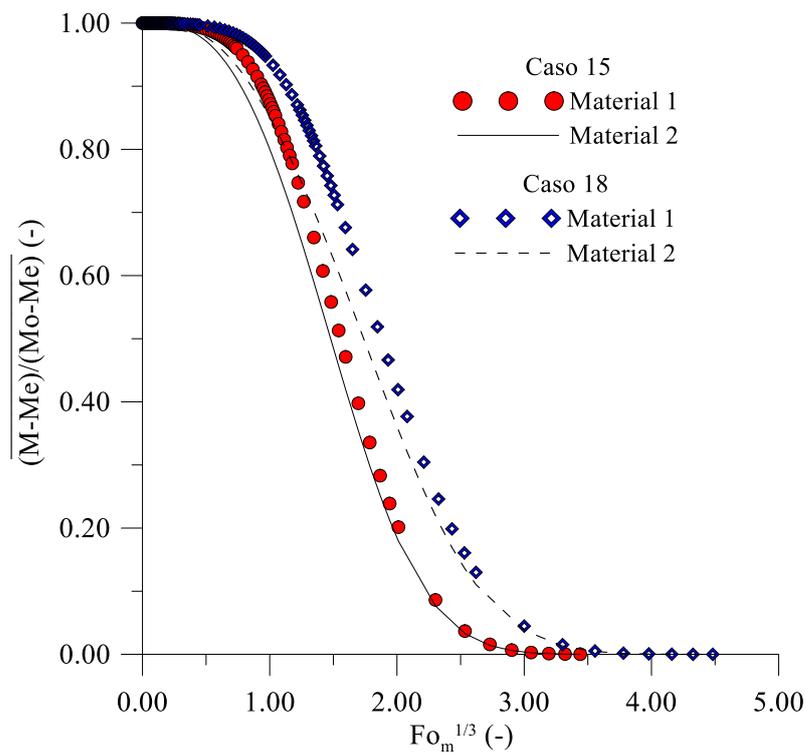


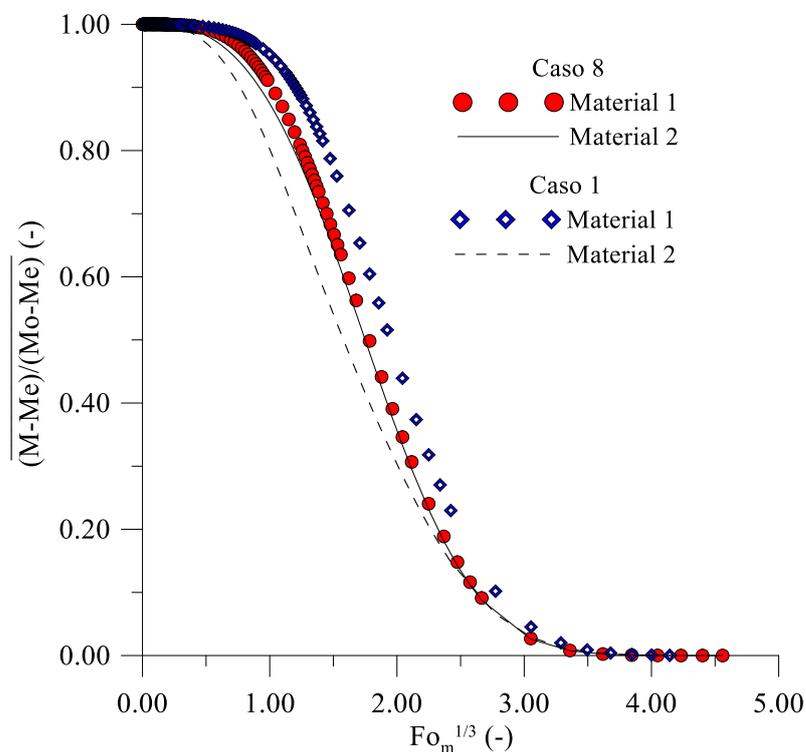
Figura 4.37 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da área superficial total (Casos 15 e 18)



Na Figura 4.38 ilustra-se a influência do volume do material 1 (material interno) na cinética de secagem do sólido heterogêneo vazado. Já a Figura 4.39 ilustra a influencia do volume do material 2 (material externo), enquanto que a Figura 4.40 ilustra a influência do volume total do sólido na perda de umidade do sólido heterogêneo vazado.

Após análise da Figura 4.38 verifica-se que, um aumento no valor do volume do material interno (material 1), de 3659,96 cm³ (Caso 8) para 12409,30 cm³ (Caso 1), influenciou na cinética de secagem do sólido heterogêneo vazado. Quanto maior o valor de V₁, o sólido heterogêneo vazado seca mais lentamente. Contudo, deve ser observado que outros parâmetros geométricos, também variaram: menor volume do material 2 e maior volume total do sólido heterogêneo vazado, para o Caso 1.

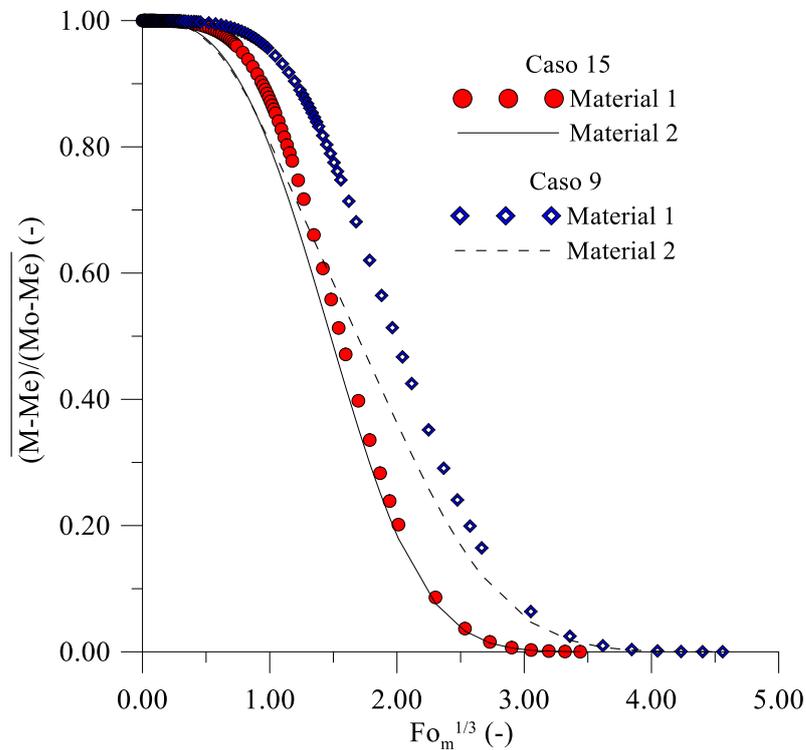
Figura 4.38 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito do volume do material interno (Casos 1 e 8)



Após análise da Figura 4.39 verifica-se que, um aumento no valor do volume do material externo (material 2), de 6880,09 cm³ (Caso 9) para 42317,30 cm³ (Caso 15), influenciou na cinética de secagem do sólido heterogêneo vazado. Quanto maior o valor de V₂, o sólido heterogêneo vazado seca mais rápido. Contudo, deve ser observado que outros parâmetros geométricos, também variaram: menor volume do material 1 e maior volume total do sólido

heterogêneo vazado, para o Caso 15. Vale salientar que todos os resultados estão na forma adimensional.

Figura 4.39 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito do volume do material externo (Casos 9 e 15)



Analisando a Figura 4.40 verifica-se que, um aumento no valor do volume total do sólido heterogêneo vazado, de 18598,20 cm³ (Caso 7) para 50296,90 cm³ (Caso 15), influenciou na cinética de secagem do sólido heterogêneo vazado. Quanto maior o valor de V, o sólido heterogêneo vazado seca mais rápido. Contudo, deve ser observado que outros parâmetros geométricos, também variaram: maiores volumes dos materiais interno (material 1) e externo (material 2), para o Caso 15.

Na Figura 4.41 ilustra-se o efeito da forma do corpo na cinética de secagem do sólido heterogêneo vazado. Após análise desta figura verifica-se que, um aumento no valor da relação área superficial total /volume total do sólido heterogêneo vazado, de 0,201745 cm²/cm³ (Caso 15) para 0.392231 cm²/cm³ (Caso 19), reduziu a taxa de secagem do sólido heterogêneo vazado. Quanto maior o valor de S/V, mais lentamente o sólido heterogêneo vazado perde umidade. Contudo, deve ser observado que toda a análise está sendo feita na forma adimensional, onde o parâmetro Fo_m depende da relação área/volume.

Figura 4.40 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito do volume total do sólido (Casos 7 e 15)

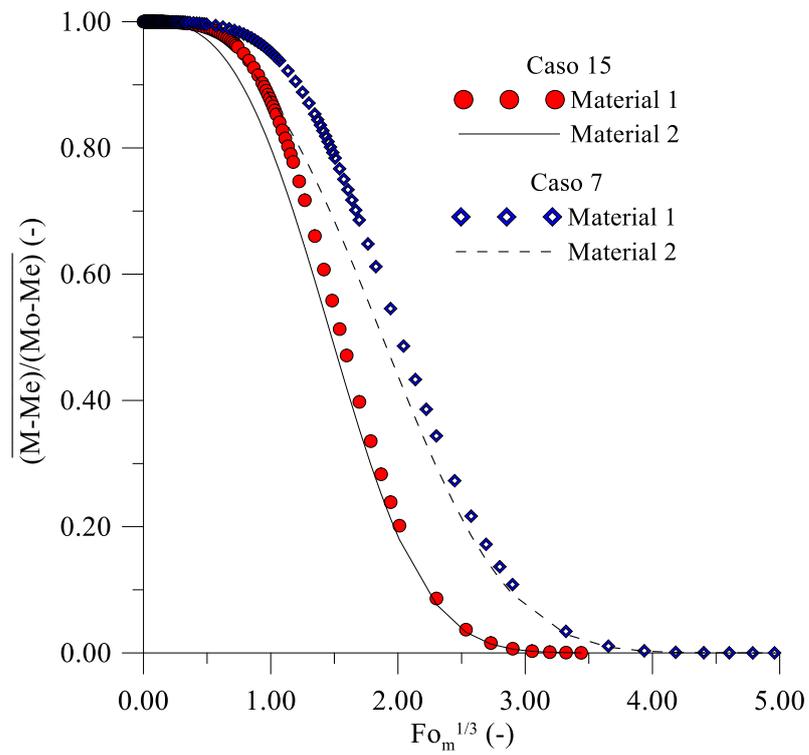
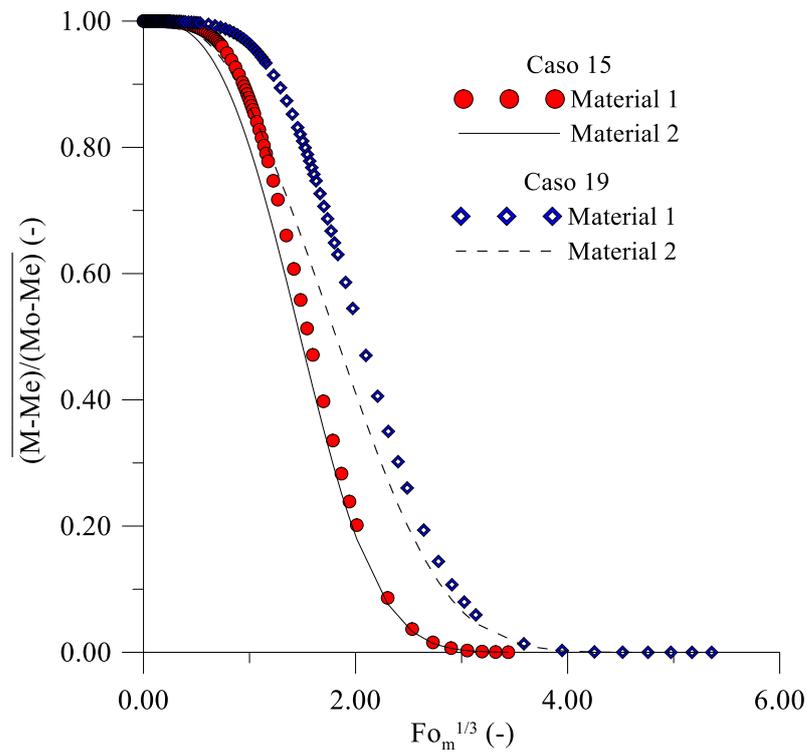
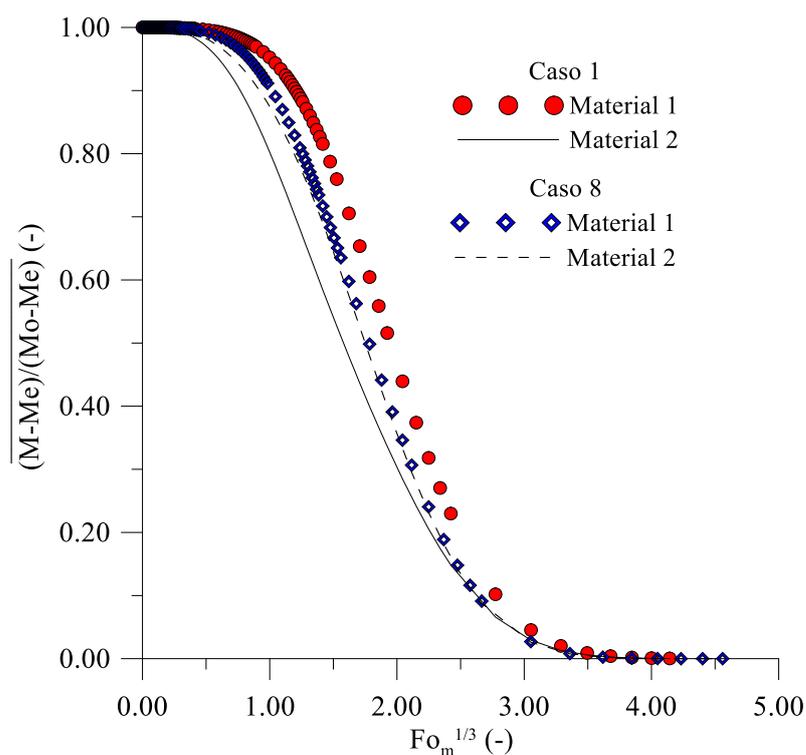


Figura 4.41 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da relação área /volume total do sólido (Casos 15 e 19)



Na Figura 4.42 mostra-se o comportamento transiente do teor de umidade de dois sólidos heterogêneos vazados, especificados nos Casos 1 e 8. Nestes casos selecionados para análise tem-se o maior e menor efeito na remoção de umidade destes materiais, isto é, são os casos onde ocorreu a maior (Caso 1) e menor (Caso 8) variação do teor de umidade entre os materiais 1 e 2 durante o processo de secagem.

Figura 4.42 – Teor de umidade em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Casos de maior e menor impacto no processo (Casos 1 e 8)



Para o caso de maior impacto no processo de secagem (Caso 1), o material 1 tem áreas superficiais interna e externa de 2443.95 cm^2 e 2148.89 cm^2 , o material 2 tem áreas superficiais interna e externa de 2148.89 cm^2 e 3773.31 cm^2 , e área superficial total de 6217.26 cm^2 . Ainda para o Caso 1, o material 1 tem volume interno de $12409,30 \text{ cm}^3$, o material 2 tem volume interno de $10901,30 \text{ cm}^3$, e volume total de $23310,60 \text{ cm}^3$. Para o Caso 1, a relação área total/volume total é de $0.266714 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$, enquanto que para o Caso 8, o sólido heterogêneo tem para este mesmo parâmetro geométrico, um valor de $0.307837 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$, evidenciando, mais uma vez, que maior relação área/volume o sólido seca mais lentamente, além disso, influenciou também na diferença entre os teores de umidade dos materiais 1 e 2, que compõem o sólido heterogêneo vazado.

A Tabela 4.3 sumariza o teor da umidade médio dos materiais 1 e 2 que compõe o sólido heterogêneo vazado, para cada caso estudado, nos instantes t=125 horas e t= 1250 horas.

Tabela 4.3 – Valores do teor de umidade em dois instantes do processo de secagem para os casos estudados nesta pesquisa

Caso	Teor de umidade em base seca (kg/kg)			
	Material 1		Material 2	
	t= 125 hs 450000 s	t= 1250 hs 4500000 s	t= 125 hs 450000 s	t= 1250 hs 4500000 s
1	0.1978	0.1596	0.1862	0.1153
2	0.1973	0.1499	0.1864	0.1171
3	0.1961	0.1343	0.1866	0.1162
4	0.1963	0.1356	0.1866	0.1168
5	0.1965	0.1370	0.1867	0.1180
6	0.1959	0.1334	0.1865	0.1157
7	0.1957	0.1331	0.1866	0.1159
8	0.1937	0.1236	0.1891	0.1193
9	0.1972	0.1456	0.1817	0.1108
10	0.1966	0.1381	0.1867	0.1173
11	0.1966	0.1384	0.1866	0.1167
12	0.1965	0.1373	0.1866	0.1174
13	0.1966	0.1384	0.1867	0.1178
14	0.1970	0.1472	0.1906	0.1305
15	0.1972	0.1519	0.1921	0.1374
16	0.1964	0.1330	0.1855	0.1125
17	0.1965	0.1371	0.1867	0.1177
18	0.1966	0.1385	0.1871	0.1197
19	0.1959	0.1214	0.1813	0.0967
20	0.1962	0.1277	0.1836	0.1050
21	0.1964	0.1332	0.1855	0.1125
22	0.1967	0.1400	0.1871	0.1190

4.2.3 Transferência de calor

Neste trabalho foi realizado um comparativo entre a cinética de aquecimento de vinte e dois sólidos com diferentes tipos de geometrias, de maneira que foi possível compreender melhor o processo de transferência de massa e calor durante o processo de secagem e aquecimento destes materiais.

As Figuras 4.43 à 4.59 evidenciam as cinéticas de aquecimento para os casos descritos, considerando condição de contorno de terceira espécie (convectiva) na superfície do sólido heterogêneo vazado. Todos os resultados foram plotados na forma adimensional em termos do teor de umidade e tempo (Número de Fourier para transferência de calor $Fo_c = \alpha t / (V/S)^2$, onde $\alpha = k / (\rho \times c_p)$ é a difusividade térmica do material).

Após a análise das Figuras 4.43 à 4.59 verifica-se, para todos os casos, que a temperatura dos materiais existente no início do processo de secagem é assintoticamente aumentada até alcançar a temperatura de equilíbrio (equilíbrio térmico) no final do processo. Verifica-se ainda uma diferença entre as temperaturas dos materiais interno e externo, a qual é dependente da geometria do material.

De forma geral, o comportamento das curvas de aumento da temperatura demonstra a inexistência do período de taxa de secagem constante. Desta forma, o processo de secagem ocorre apenas no período de taxa decrescente de secagem. A fase de taxa de secagem decrescente é governada pela migração interna de umidade com uma velocidade diferente daquela com que a umidade é evaporada na superfície do material e com um aumento contínuo de temperatura do sólido.

De forma mais específica a Figura 4.43 ilustra a influência do parâmetro a_1 que representa a distância radial média do centro até a superfície interna material 1 (material interno), enquanto que a Figura 4.44 ilustra a influência do parâmetro a_2 que representa a distância radial média do centro até a superfície externa do material 1. Já a Figura 4.45 ilustra a influência do parâmetro a_3 que representa a distância radial média do centro até a superfície externa do material 2 (material externo).

Após análise da Figura 4.43 verifica-se que, um aumento no valor do parâmetro a_1 , praticamente não influenciou na cinética de aquecimento do material 1, contudo afetou significativamente na taxa de aquecimento do material 2. Quanto menor o valor de a_1 , mais rapidamente o material 2 se aquece.

Figura 4.43 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $a_1=0.050, 0.075$ e 0.100 m (Casos 1, 2 e 3)

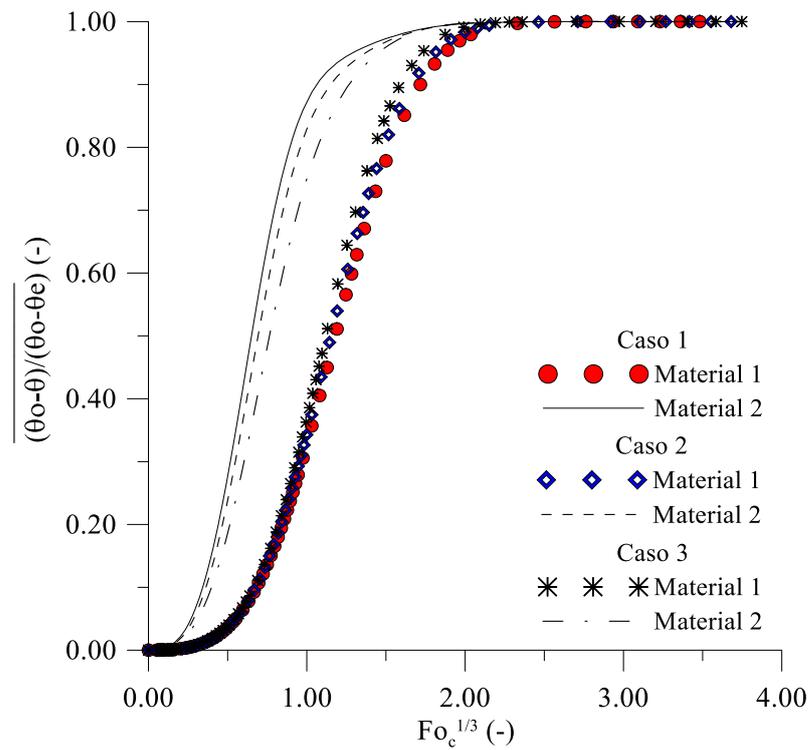
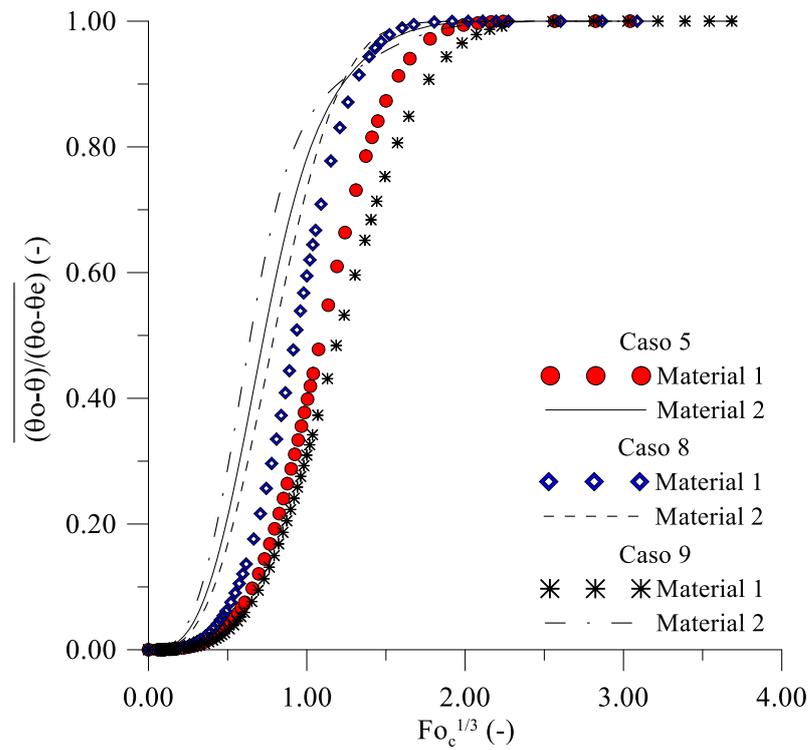
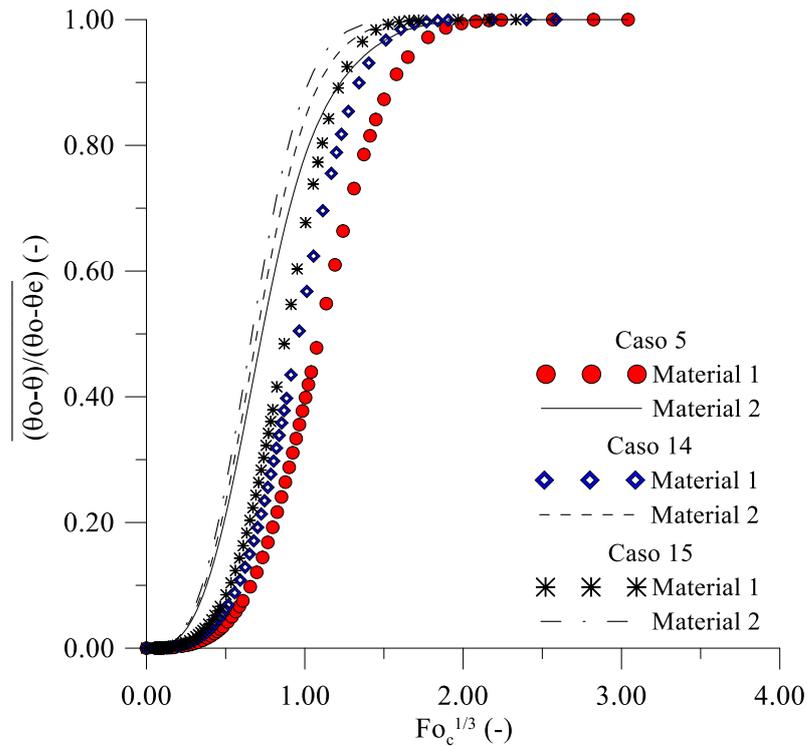


Figura 4.44 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $a_2=0.150, 0.125$ e 0.170 m (Casos 5, 8 e 9)



Analisando a Figura 4.44 verifica-se que, um aumento no valor do parâmetro a_2 , influenciou na cinética de aquecimento de ambos os materiais 1 e 2, portanto do sólido como um todo. Quanto menor o valor de a_2 , menor a diferença entre as temperaturas dos materiais 1 e 2. Um maior valor de a_2 provocou um aumento na taxa de aquecimento do material 2 nos tempos iniciais de processo tendendo a uma inversão nos tempos finais de secagem.

Figura 4.45 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $a_3=0.200, 0.250$ e 0.300 m (Casos 5, 14 e 15)

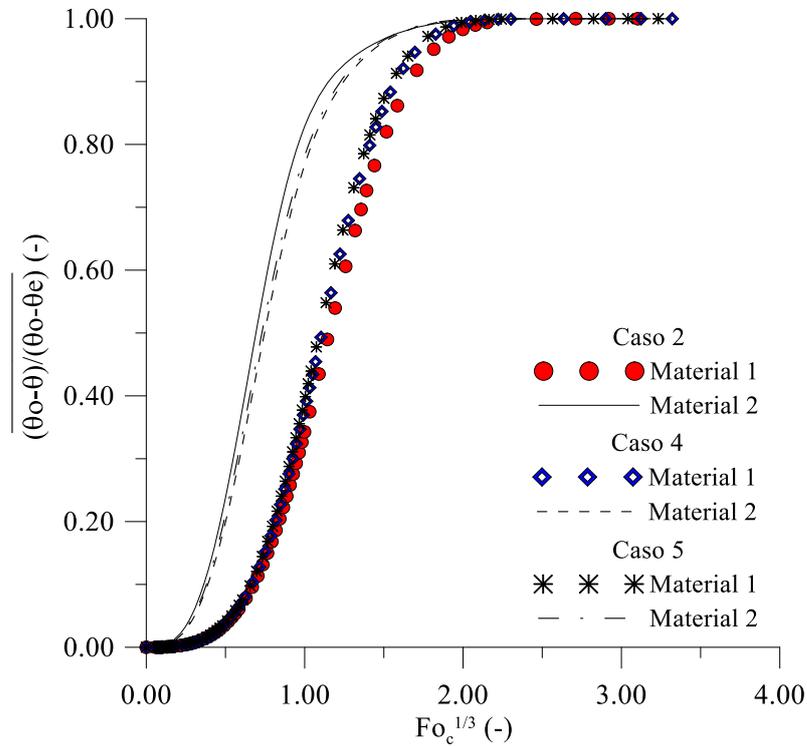


Analisando a Figura 4.45 pode-se verificar que um aumento no valor do parâmetro a_3 , influenciou na cinética de aquecimento de ambos os materiais 1 e 2, portanto do sólido como um todo. Quanto menor o valor de a_3 , maior a diferença entre as temperaturas dos materiais 1 e 2. Um maior valor de a_3 provocou um aumento na taxa de aquecimento dos materiais 1 e 2 em todo o processo de secagem, de forma que o sólido do Caso 15 aqueceu mais rápido.

A Figura 4.46 ilustra a influência do parâmetro b_1 que representa a amplitude da onda definida pelo parâmetro n_1 na função que define a superfície interna do material 1 (material interno), enquanto que a Figura 4.47 ilustra a influência do parâmetro b_2 que representa a amplitude da onda definida pelo parâmetro n_2 na função que define a superfície externa do material 1 (material interno). Já a Figura 4.48 ilustra a influência do parâmetro b_3 que representa

a amplitude da onda definida pelo parâmetro n_3 na função que define a superfície externa do material 2 (material externo).

Figura 4.46 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $b_1=0.030, 0.020$ e 0.000 m (Casos 2, 4 e 5)



Após análise da Figura 4.46 verifica-se que, uma redução no valor do parâmetro b_1 , afetou levemente a taxa de aquecimento de ambos os materiais 1 e 2; quanto maior o valor de b_1 , o material 2 aquece mais rápido. Já os efeitos dos parâmetros b_2 e b_3 nas cinéticas de aquecimento dos materiais 1 e 2, e do sólido como um todo, foram praticamente nulos (Figuras 4.47 e 4.48).

A Figura 4.49 ilustra a influência do parâmetro n_1 que representa o número de ondas na função que define a superfície interna do material 1 (material interno), enquanto que a Figura 4.50 ilustra a influência do parâmetro n_2 que representa o número de ondas na função que define a superfície externa do material 1 (material interno). Já a Figura 4.51 ilustra a influência do parâmetro n_3 que representa o número de ondas na função que define a superfície externa do material 2 (material externo).

Figura 4.47 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $b_2=0.020, 0.010$ e 0.000 m (Casos 5, 10 e 11)

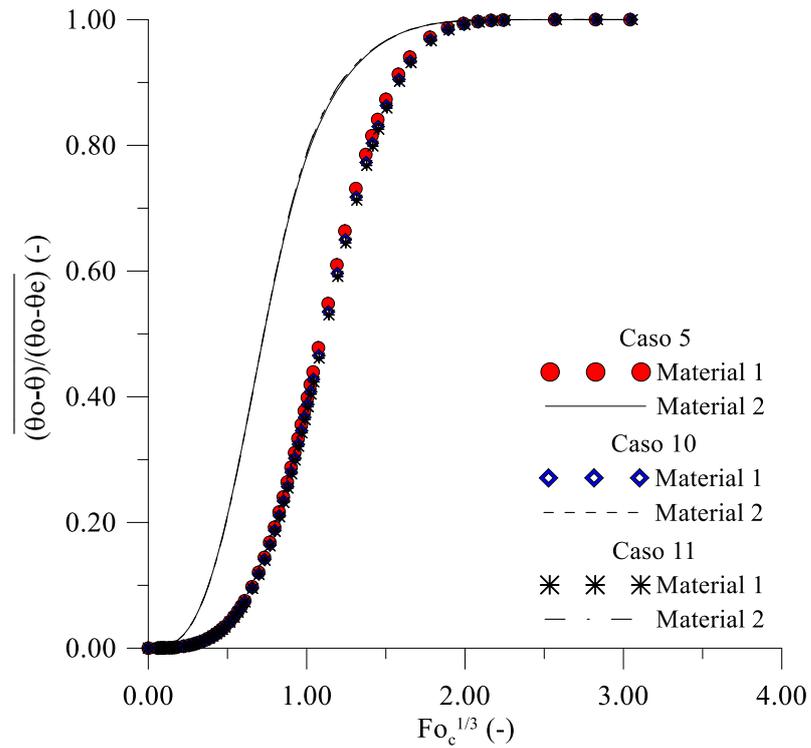
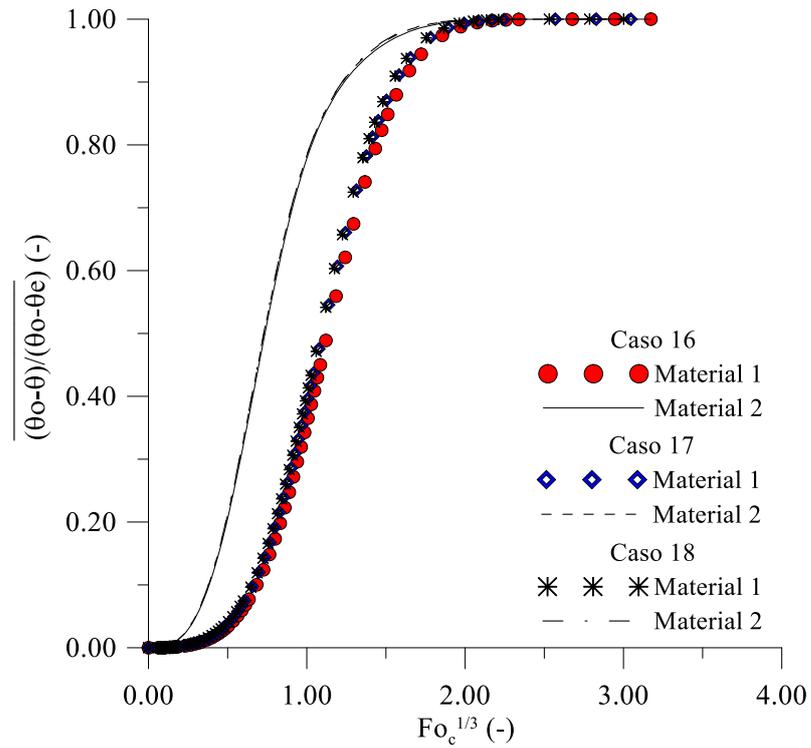
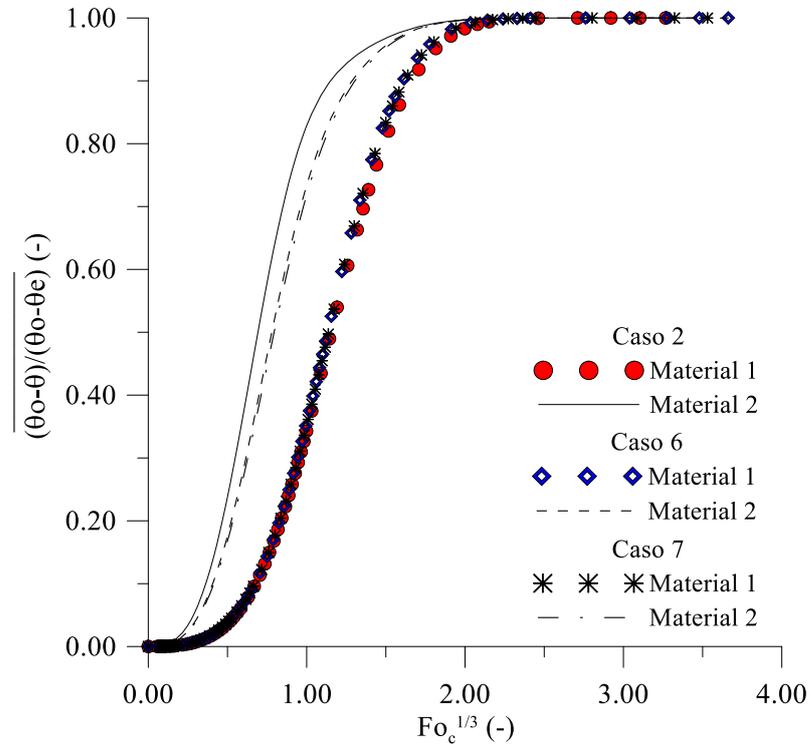


Figura 4.48 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $b_3=0.020, 0.010$ e 0.000 m (Casos 16, 17 e 18)



Após análise da Figura 4.49 verifica-se que, uma redução no valor do parâmetro n_1 , praticamente não influenciou na cinética de aquecimento do material 1, e afetou a taxa de secagem do material 2; quanto menor o valor de n_1 , mais rápido o material 2 se aquece.

Figura 4.49 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $n_1=4.00, 5.00$ e 6.00 (Casos 2, 6 e 7)



Analisando a Figura 4.50 verifica-se que, uma redução no valor do parâmetro n_2 , influenciou levemente nas cinéticas de aquecimento dos materiais 1 e 2; um maior valor de n_2 provocou um aumento na taxa de aquecimento do material 2 nos tempos iniciais de processo tendendo a uma inversão nos tempos finais de secagem. Além disso, após análise da Figura 4.51, verifica-se que um aumento no parâmetro n_3 praticamente não influenciou no comportamento da temperatura do sólido 2, e reduziu levemente a cinética de aquecimento do sólido 1.

Figura 4.50 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $n_2=6.00, 5.00$ e 4.00 (Casos 9, 12 e 13)

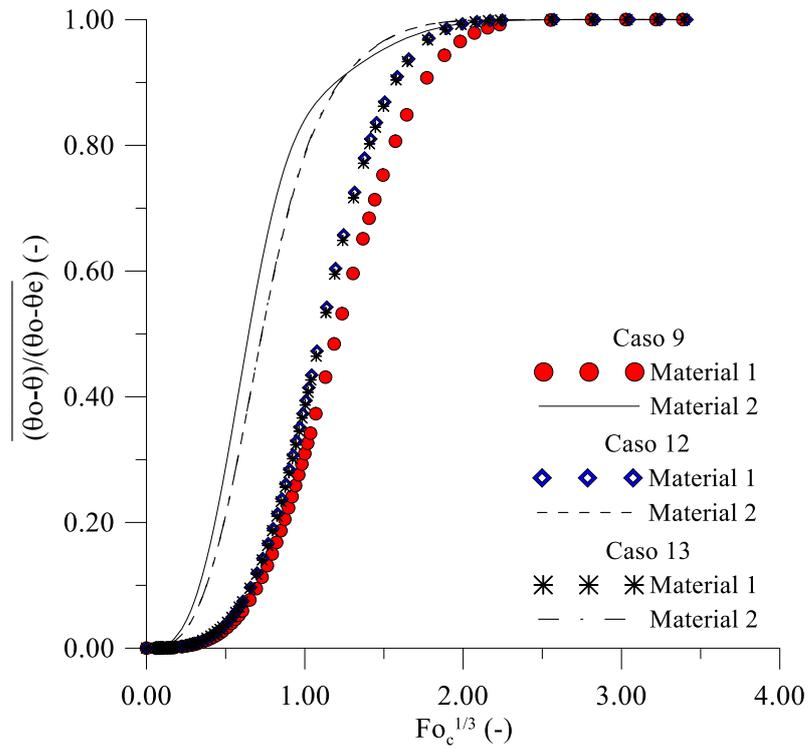
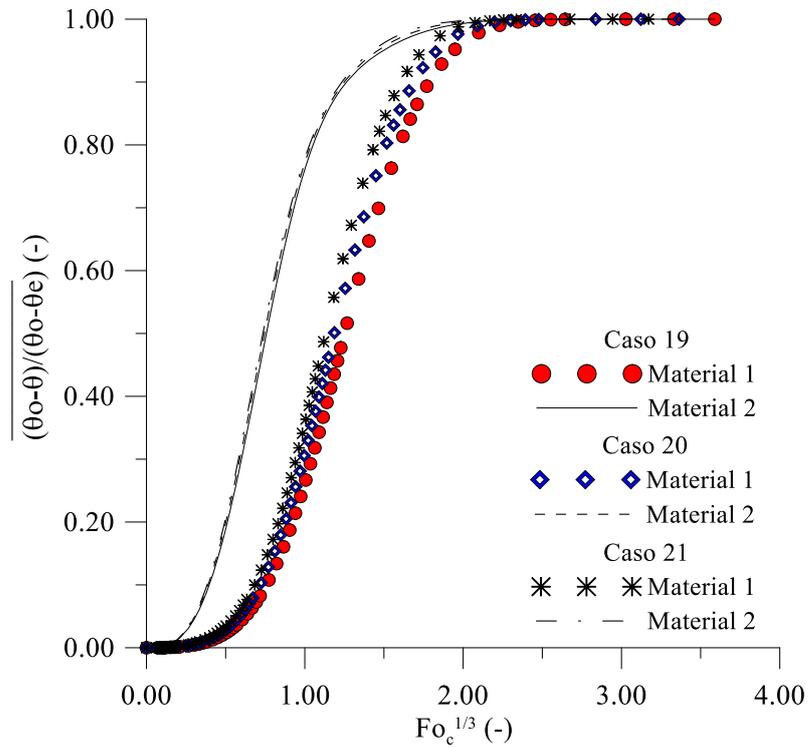
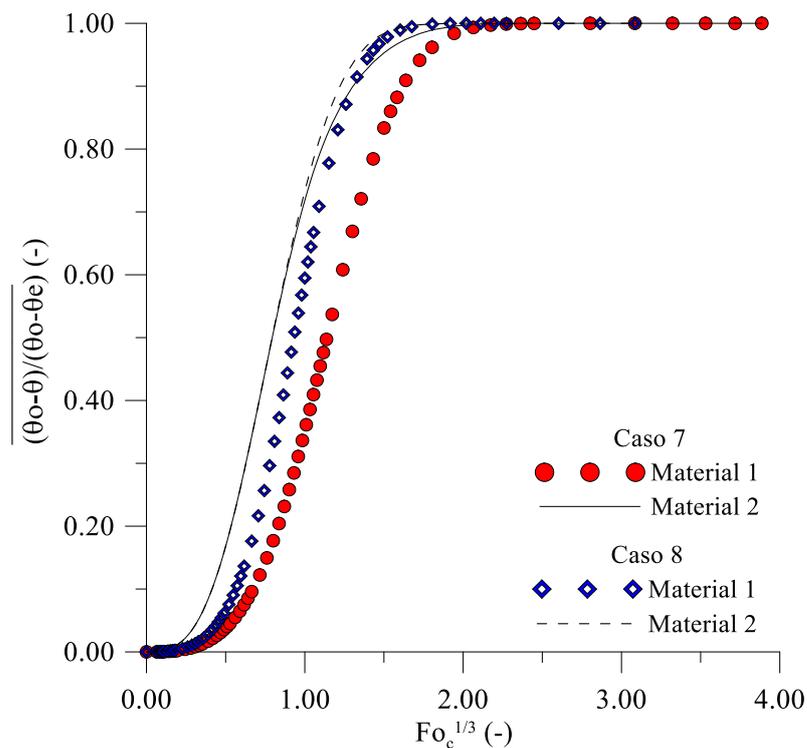


Figura 4.51 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários com $n_3=20.00, 15.00$ e 10.00 (Casos 19, 20 e 21)



Na Figura 4.52 ilustra-se a influência da área da superfície interna material 1 (material interno) na cinética de aquecimento do sólido heterogêneo vazado. Após análise desta figura verifica-se que, um aumento no valor da área superficial interna do material 1, de 1622.63 cm² (Caso 8) para 2768.68 cm² (Caso 7), influenciou na cinética de aquecimento dos materiais 1 e 2. Quanto menor o valor de S₁, o sólido heterogêneo vazado aquece mais rápido. Contudo, deve ser observado que os demais parâmetros geométricos, também variaram: menor área superficial intermediária e maiores áreas superficiais externa e total de fluxo de calor, para o Caso 8.

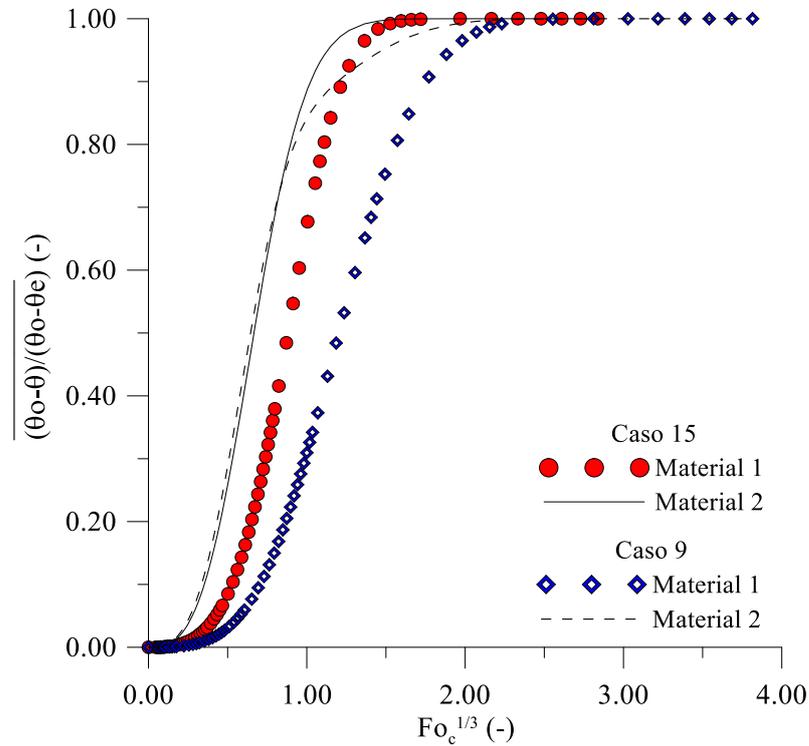
Figura 4.52 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da área superficial interna (Casos 7 e 8)



Na Figura 4.53 ilustra-se a influência área da superfície externa do material 2, enquanto que a Figura 4.54 ilustra a influência da área superficial total do sólido na elevação de temperatura do sólido heterogêneo vazado. Após análise da Figura 4.53 verifica-se que, um aumento no valor da área superficial externa do material 2, de 3355.17 cm² (Caso 9) para 8092.53 cm² (Caso 15), influenciou na cinética de aquecimento dos materiais 1 e 2. Quanto menor o valor de S₂, o sólido heterogêneo vazado aquece mais lentamente. Contudo, deve ser observado que os demais parâmetros geométricos, também variaram: menores áreas

superficiais intermediária e interna, e maior área superficial total de fluxo de calor, para o Caso 15.

Figura 4.53 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da área superficial externa (Casos 9 e 15)



Após análise da Figura 4.54 verifica-se que, um aumento no valor da área superficial total, de 5654,87 cm² (Caso 18) para 10147,10 cm² (Caso 15), influenciou na cinética de aquecimento do sólido heterogêneo vazado. Quanto maior o valor de S, o sólido heterogêneo vazado aquece mais rápido. Contudo, deve ser observado que outros parâmetros geométricos, também variaram: levemente menor área superficial intermediária e maior área superficial externa de fluxo de massa, para o Caso 15. A área superficial interna permaneceu constante.

Na Figura 4.55 ilustra-se a influência do volume do material 1 (material interno) na cinética de secagem do sólido heterogêneo vazado. Já a Figura 4.56 ilustra a influenciado volume do material 2 (material externo), enquanto que a Figura 4.57 ilustra a influência do volume total do sólido na perda de umidade do sólido heterogêneo vazado.

Após análise da Figura 4.55 verifica-se que, um aumento no valor do volume do material interno (material 1), de 3659,96 cm³ (Caso 8) para 12409,30 cm³ (Caso 1), influenciou na cinética de aquecimento do sólido heterogêneo vazado. Quanto maior o valor de V₁, o sólido

heterogêneo vazado aquece mais lentamente. Contudo, deve ser observado que outros parâmetros geométricos, também variaram: menor volume do material 2 e maior volume total do sólido heterogêneo vazado, para o Caso 1.

Após análise da Figura 4.56 verifica-se que, um aumento no valor do volume do material externo (material 2), de 6880,09 cm³ (Caso 9) para 42317,30 cm³ (Caso 15), influenciou na cinética de aquecimento do sólido heterogêneo vazado. Quanto maior o valor de V₂, o sólido heterogêneo vazado aquece mais rápido. Contudo, deve ser observado que outros parâmetros geométricos, também variaram: menor volume do material 1 e maior volume total do sólido heterogêneo vazado, para o Caso 15. Vale salientar que todos os resultados estão na forma adimensional.

Analisando a Figura 4.57 verifica-se que, um aumento no valor do volume total do sólido heterogêneo vazado, de 18598,20 cm³ (Caso 7) para 50296,90 cm³ (Caso 15), influenciou na cinética de aquecimento do sólido heterogêneo vazado. Quanto maior o valor de V, o sólido heterogêneo vazado aquece mais rápido. Contudo, deve ser observado que outros parâmetros geométricos, também variaram: maiores volumes dos materiais interno (material 1) e externo (material 2), para o Caso 15.

Figura 4.54 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da área superficial total (Casos 15 e 18)

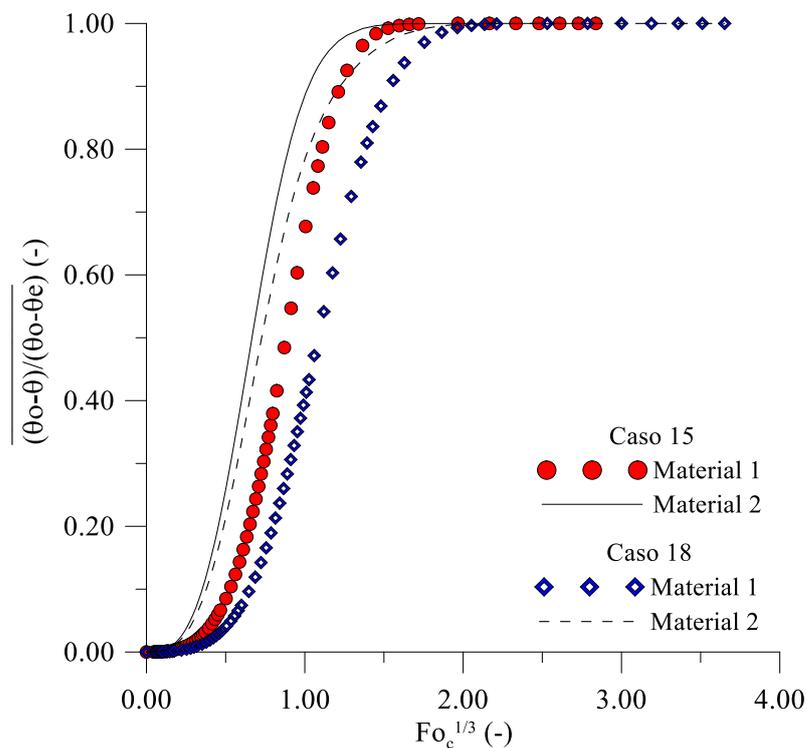


Figura 4.55 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito do volume do material interno (Casos 1 e 8)

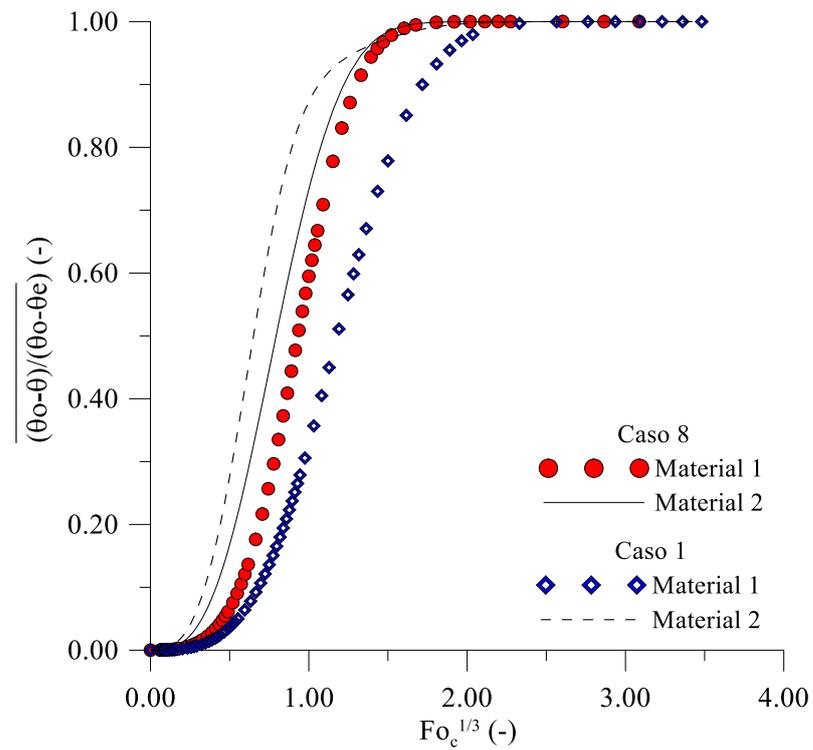


Figura 4.56 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito do volume do material externo (Casos 9 e 15)

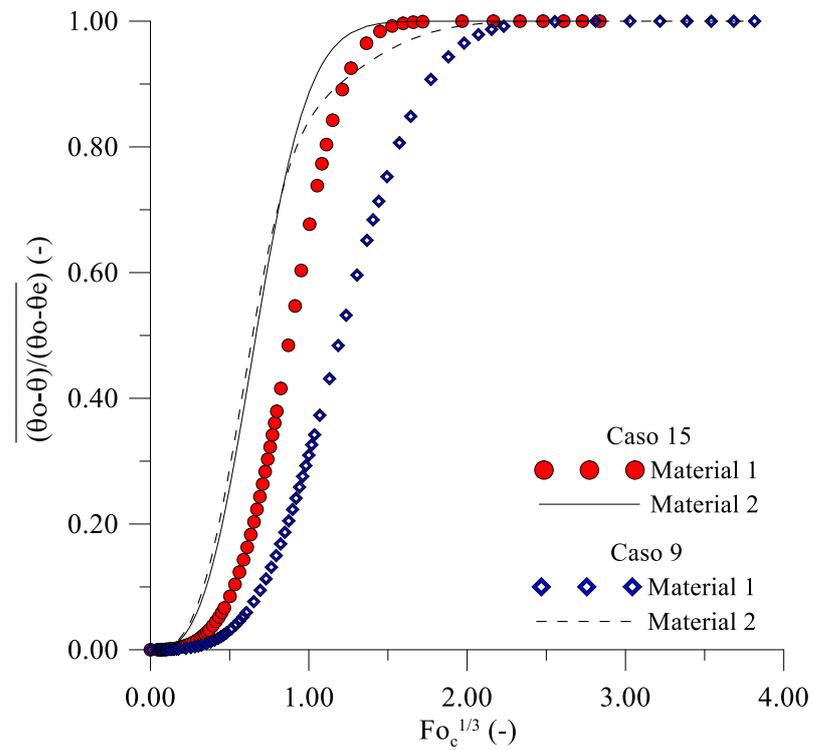
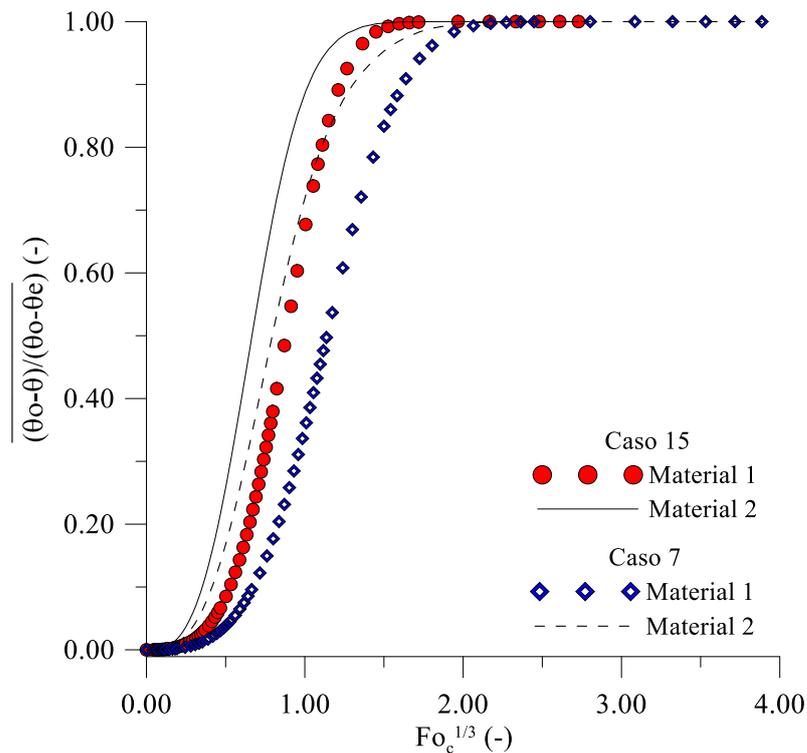


Figura 4.57 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito do volume total do sólido (Casos 7 e 15)



Na Figura 4.58 ilustra-se o efeito da forma do corpo na cinética de aquecimento do sólido heterogêneo vazado. Após análise desta figura verifica-se que, um aumento no valor da relação área superficial total /volume total do sólido heterogêneo vazado, de $0.201745 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$ (Caso 15) para $0.392231 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$ (Caso 19), reduziu a taxa de aquecimento do sólido heterogêneo vazado. Quanto maior o valor de S/V , mais lentamente o sólido heterogêneo vazado se aquece. Contudo, deve ser observado que toda a análise está sendo feita na forma adimensional, onde o parâmetro Fo_c depende da relação área/volume.

Quando a área superficial for grande comparada com o volume, a área de transferência de calor e massa será aumentada, ao passo que a distância percorrida pelos fluxos de calor e massa no interior do material será diminuída, o que pode ser explicado pelos valores de relação área/volume.

Na Figura 4.59 mostra-se o comportamento transiente da temperatura de dois sólidos heterogêneos vazados, especificados nos Casos 1 e 8. Nestes casos selecionados para análise tem-se o maior e menor efeito na elevação de temperatura destes materiais, isto é, são os casos onde ocorreu a maior (Caso 1) e menor (Caso 8) variação da temperatura entre os materiais 1 e 2 durante o processo de secagem.

Figura 4.58 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Efeito da relação área /volume total do sólido (Casos 15 e 19)

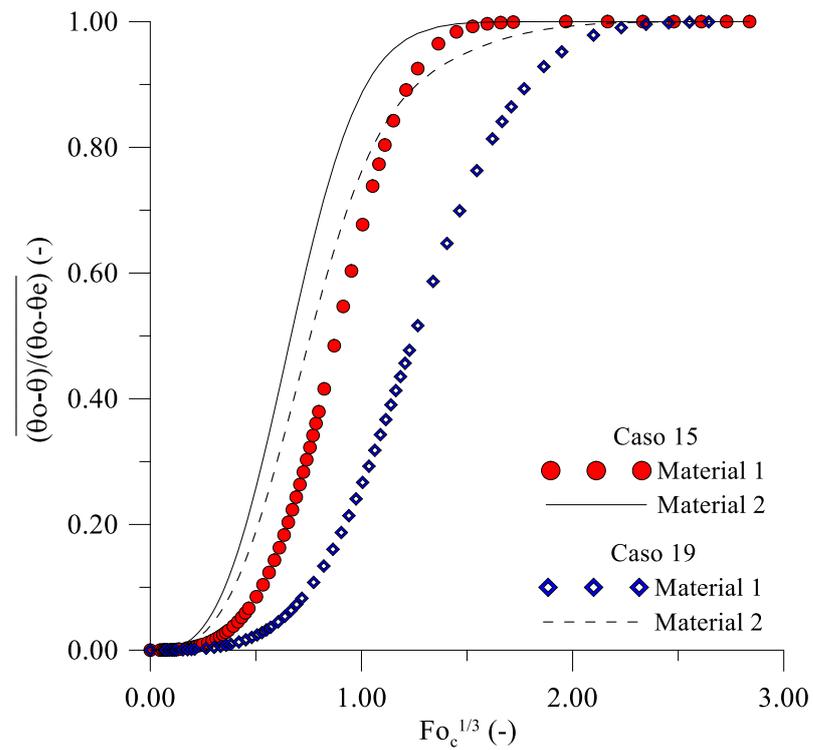
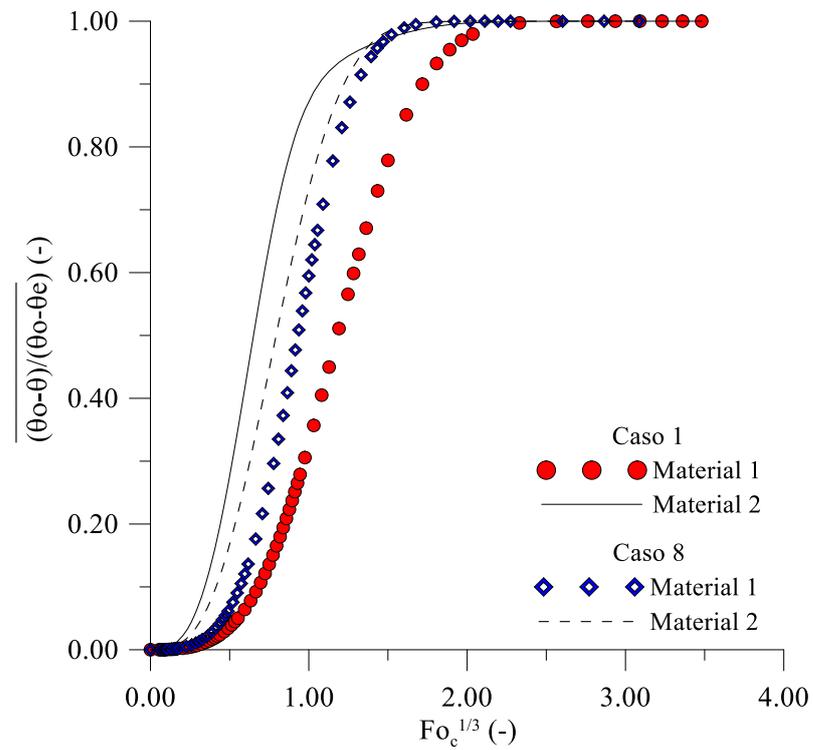


Figura 4.59 – Temperatura em função do tempo para diferentes sólidos arbitrários: Casos de maior e menor impacto no processo (Casos 1 e 8)



Para o caso de maior que foi mais impactado (Caso 1), o material 1 tem áreas superficiais interna e externa de 2443.95 cm^2 e 2148.89 cm^2 , o material 2 tem áreas superficiais interna e externa de 2148.89 cm^2 e 3773.31 cm^2 , e área superficial total de 6217.26 cm^2 . Ainda para o Caso 1, o material 1 tem volume interno de $12409,30 \text{ cm}^3$, o material 2 tem volume interno de $10901,30 \text{ cm}^3$, e volume total de $23310,60 \text{ cm}^3$. Para o Caso 1, a relação área total/volume total é de $0.266714 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$, enquanto que para o Caso 8, o sólido heterogêneo tem para este mesmo parâmetro geométrico, um valor de $0.307837 \text{ cm}^2/\text{cm}^3$, evidenciando, mais uma vez, que maior relação área/volume o sólido aquece mais lentamente, além disso, influenciou, também, na diferença entre as temperaturas dos materiais 1 e 2, que compõem o sólido heterogêneo vazado.

A Tabela 4.4 sumariza a temperatura dos materiais 1 e 2 que compõem o sólido heterogêneo vazado, para cada caso estudado, nos instantes $t=15 \text{ min}$ e $t=75 \text{ min}$.

Analisando as Tabelas 4.3 e 4.4, percebe-se que os sólidos atingem a temperatura do ar de secagem (equilíbrio térmico) mais rapidamente se comparada a transferência de massa. Tal comportamento se deve ao fato de que o coeficiente de difusão de massa no sólido é muito menor que a difusividade térmica. Quando o sólido entra em equilíbrio térmico com o ar de secagem, o processo de transferência de massa no interior do sólido ocorre de forma isotérmica.

4.3 Análises mássica e energética do processo de secagem

Nas Figuras 4.60 e 4.61, estão ilustradas as taxas de variação de massa no interior dos materiais 1 (interno) e 2 (externo), e os fluxos de massa convectivo perdido para o ar de secagem na superfície desses dois materiais, para os casos 1 e 8, respectivamente. Os casos 1 e 8 correspondem aquelas situações físico-geométricas onde ocorreu o maior e o menor volume, do material 1, respectivamente. Para o caso 1, as áreas superficiais dos materiais 1 e 2 foram $2443,95$ e $3773,306 \text{ cm}^2$, respectivamente, enquanto que para o caso 8, esses mesmos parâmetros foram $1622,632$ e $4189,635 \text{ cm}^2$, respectivamente. Com relação ao volume verificou-se, para o caso 1, valores de 12409.29 e de 10901.32 cm^3 , para os materiais 1 e 2, respectivamente. Já para o caso 8, verificaram-se os seguintes valores: 3659.955 para o material 1 e 15221.016 cm^3 para os materiais 2.

Analisando as Figuras 4.60 e 4.61 pode-se verificar que o fluxo mássico perdido na superfície do material 1 é bem menor do que aquela verificada na superfície do material 2, cuja diferença vai sendo reduzida, a medida que os materiais vão secando. Isto ocorre devido a dois

fatores: menores área superficial e coeficiente de transferencia de massa convectivo na superfície do material 1. Comportamento similar foi verificado para a taxa de variação de massa no interior dos materiais 1 e 2. Além disso verifica-se claramente que o fluxo mássico convectivo na superfície do material 2 é maior do que a taxa de variação de massa no interior desse mesmo material; essa diferença mássica é transferida para o material 1, através da interface entre os dois materiais, justificando porque a taxa de variação de massa do material 1 é maior do que o fluxo mássico convectivo na superfície do material 1, o aumento na taxa de variação de massa desse mesmo material, no tempos iniciais de secagem, e seu valor superior a aquele verificado no material 2, para tempos longos de processo.

Analisando, um pouco mais os fluxos mássicos convectivos e as taxas de variação de massa para os casos 1 e 8, observa-se que estes parâmetros foram mais elevados para o caso 8, nos tempos iniciais de processo, devido a sua maior relação área volume.

Figura 4.60– Taxa de variação de massa no interior e fluxo de massa convectivo na superfície do sólido heterogêneo (Caso 1)

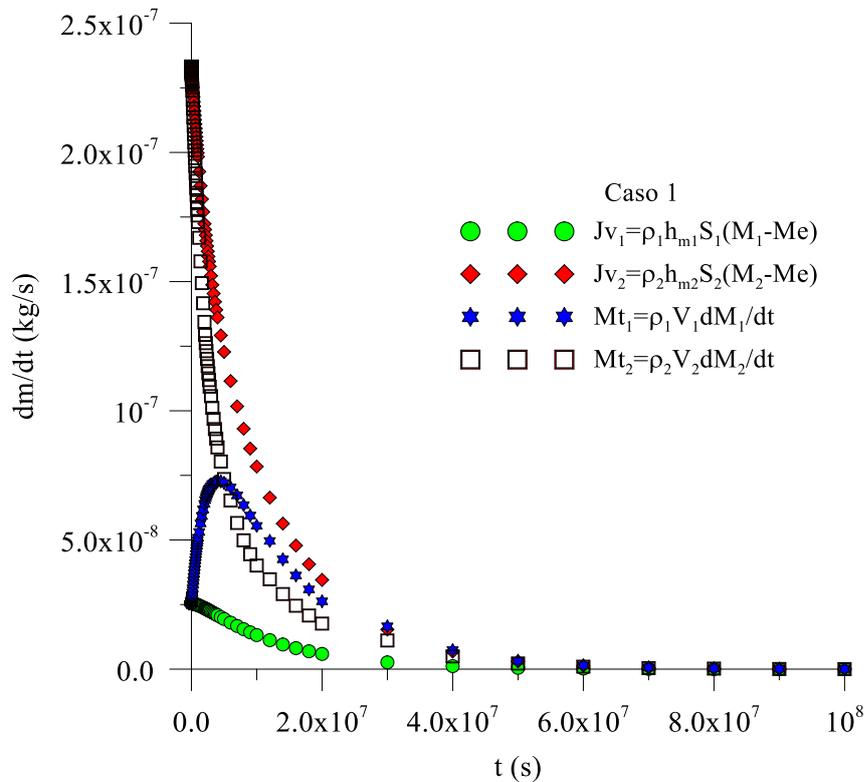
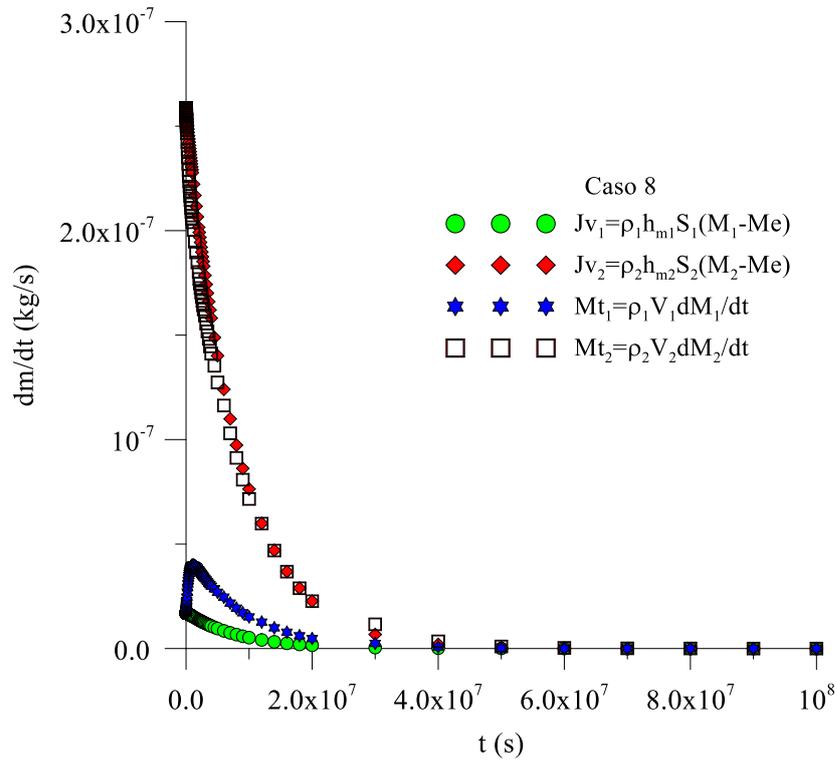


Figura 4.61– Taxa de variação de massa no interior e fluxo de massa convectivo na superfície do sólido heterogêneo (Caso 8)



Nas Figuras 4.62 e 4.63, estão ilustradas as taxas de variação de energia no interior dos materiais 1 e 2, e os fluxos de calor convectivo fornecido pelo ar de secagem e recebido por esses dois materiais na superfície, para os casos 1 e 8, respectivamente.

Analisando as Figuras 4.62 e 4.63 pode-se verificar que o fluxo calor recebido na superfície do material 1 é bem menor do que aquela verificada na superfície do material 2, cuja diferença vai sendo reduzida, a medida que os materiais vão se aquecendo. Isto ocorre devido a dois fatores: menores área superficial e coeficiente de transferência de calor convectivo na superfície do material 1.

Comportamento similar foi verificado para a taxa de variação de energia interna dos materiais 1 e 2. Além disso verifica-se claramente que o fluxo de calor convectivo na superfície do material 2 é maior do que a taxa de variação de energia interna desse mesmo material; essa diferença de energia é transferida para o material 1, através da interface entre os dois materiais, justificando porque a taxa de variação de energia interna do material 1 é maior do que o fluxo de calor convectivo na superfície do material 1, bem como o aumento na taxa de variação da energia interna desse mesmo material, no tempos iniciais de secagem, e seu valor superior aquele verificado no material 2, para tempos longos de processo.

Figura 4.62– Taxa de variação de energia no interior e fluxo de calor convectivo na superfície do sólido heterogêneo (Caso 1)

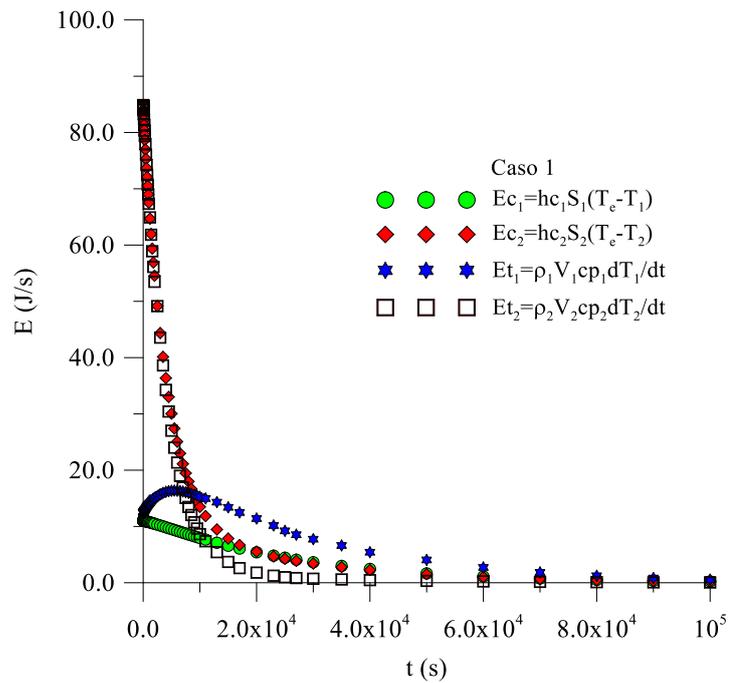
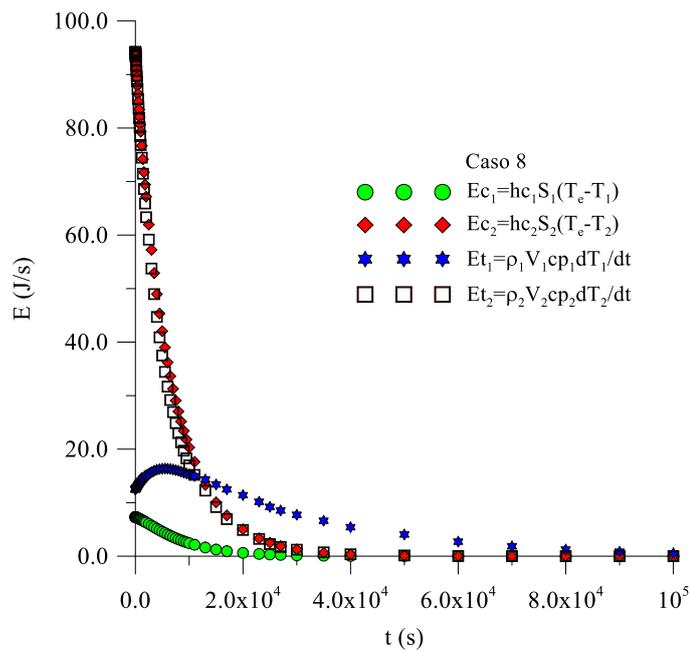


Figura 4.63– Taxa de variação de energia no interior e fluxo de calor convectivo na superfície do sólido heterogêneo (Caso 8)



Analisando, um pouco mais os fluxos de calor convectivo e taxas de variação da energia interna para os casos 1 e 8, pode-se observar que estes parâmetros foram mais elevados para o caso 8, nos tempos iniciais de processo, devido a sua maior relação área volume.

4.4 Vantagens e limitações sobre o modelo proposto.

O modelo matemático fenomenológico proposto nesta pesquisa apresenta diversas características importantes quando comparado à outros modelos concentrados reportados na literatura. Algumas delas são citadas a seguir:

a) É inédito, inovador e versátil.

b) Tem possibilidade de ser usado em diferentes condições operacionais, com condução de contorno constante ou do tipo convectivo, e também com outras condições de contorno, sob pequenas modificações.

c) Apresenta razoável grau de aproximação, permitindo obter bons ajustes à dados experimentais;

d) Tem alta estabilidade numérica e baixo tempo computacional quando comparada com outros métodos de solução das equações governantes.

e) Apresenta simplicidade e eficácia computacional. A predição de um problema de secagem pode ser obtida em um tempo muito curto (poucos minutos);

f) Pode ser usado em diferentes geometrias e tipos de materiais sem restrições a natureza (frutas, vegetais, grãos, cerâmicos, etc.)

g) Tem grande facilidade de extensão e uso para outras situações físicas que envolvam transporte de calor e massa, como por exemplo, no uso de infravermelho ou micro-ondas na secagem, em problemas de resfriamento ou aquecimento, em problemas com ou sem mudança de fase, em sólidos vazados ou não-vazados, em sólidos homogêneos ou heterogêneos;

h) Não permite a determinação dos gradientes de temperatura e do teor de umidade no interior do material, com isso, análise das tensões hídrica e térmica internas durante o processo de secagem, não é possível.

Tabela 4.4 – Valores da temperatura em dois instantes do processo de secagem para os casos estudados nesta pesquisa

Caso	Temperatura (°C)			
	Material 1		Material 2	
	t= 15 min	t= 75 min	t= 15 min	t= 75 min
1	25.9626	30.4614	33.0669	52.3282
2	26.1533	31.7397	33.0070	51.9596
3	26.5969	34.6197	32.9773	51.5653
4	26.4687	34.0955	32.9814	51.5260
5	26.3627	33.6583	32.9001	51.2948
6	26.7058	35.0420	32.9958	51.6360
7	26.8079	35.4078	32.9165	51.4945
8	27.4471	40.0768	31.4894	48.3492
9	26.0798	31.7421	35.7696	56.1075
10	26.3526	33.4331	32.9017	51.4529
11	26.3496	33.3596	32.9363	51.5841
12	26.3560	33.5615	32.9577	51.4766
13	26.3448	33.4044	32.8807	51.3706
14	26.2892	32.6888	30.5588	46.2065
15	26.2660	32.3378	29.6807	43.7507
16	26.3826	33.9081	33.6103	52.8071
17	26.3594	33.6105	32.9326	51.3943
18	26.3530	33.5277	32.6834	50.8363
19	26.4463	34.6303	35.8737	56.9010
20	26.4096	34.2241	34.6441	54.8122
21	26.3797	33.8694	33.5981	52.7982
22	26.3422	33.2613	32.6474	50.9391

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

5.1 Conclusões

A partir das simulações e resultados apresentados, é possível concluir que:

- Baseando-se numa análise concentrada, a modelagem matemática proposta e aplicada a sólidos heterogêneos vazados e não-vazados é inovadora, adequada, generalizada, e versátil, podendo ser utilizada para a obtenção de soluções em casos de secagem, resfriamento, aquecimento e umidificação.
- A partir das soluções das equações da transferência de calor e massa via análise concentrada utilizando o método da capacitância global, é possível obter as cinéticas de secagem e aquecimento dos materiais que compõem o sólido heterogêneo, individualmente, como também fazer uma análise dessas cinéticas por meio das simulações e resultados obtidos, em diferentes condições operacionais.
- Foi verificado que os parâmetros geométricos que definem os materiais 1 e 2, e que, por sua vez, definem o sólido heterogêneo (forma, área superficial e volume), afetam as cinéticas de secagem e aquecimento dos materiais, de forma diferenciada, cuja intensidade é dependente do valor destes parâmetros.

- A transferência de calor ocorre de maneira mais rápida em relação à transferência de massa, de tal forma que contribui para que o mesmo consiga atingir a temperatura de equilíbrio em um menor tempo (rápido aquecimento do produto).
- As difusividades de massa e térmica que afetam, respectivamente, às transferências de massa e de calor, são responsáveis por exercer uma grande influência no processo de secagem, informando a velocidade em que ocorre cada processo, em cada material que compõe o sólido heterogêneo, individualmente.
- A área superficial do produto que é exposta a secagem e o seu volume são fatores importantes na secagem. Numa análise adimensional, quanto menor a relação área/volume mais rápido é a perda de umidade e aquecimento do sólido heterogêneo.
- O processo de secagem com velocidades mais elevadas pode interferir na qualidade do produto no que diz respeito à defeitos tais como trincas e deformações, que são responsáveis pela redução na qualidade do produto. Contudo, se a velocidade de secagem é muito lenta, o processo torna-se inviável, pelo excessivo gasto de energia e diminuição da produtividade, apesar de minimizar consideravelmente os problemas técnicos de secagem. É necessário encontrar condições adequadas e seguras que proporcione o melhor custo-benefício.
- No processo de secagem pode-se verificar que os fluxos mássico e de calor convectivo possuem uma forte relação com a área superficial, coeficiente convectivo de transferencia de massa na superfície do material de contato e sua relação área volume.

5.2 Sugestões para futuros trabalhos

Como sugestões para futuras pesquisas podem ser citados os seguintes trabalhos:

- Modelar matematicamente a secagem de sólidos com qualquer geometria via método da análise concentrada para corpos heterogêneos vazados incluindo diferentes fenômenos físicos de forma individual ou combinada tais como: mudança de fase, aquecimento combinado de convecção e micro-ondas ou infravermelho, por exemplo, propriedades variáveis e variação de dimensões do sólido durante o processo;

- Aplicar os modelos apresentados neste trabalho à secagem de produtos agrícolas/biológicos, tais como frutas, vegetais e grãos e não biológico tais como compósitos e cerâmicos;
- Usar os modelos desenvolvidos nesta pesquisa para auxiliar na modelagem e otimização de secadores, nos níveis acadêmicos e industriais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aghbashlo M, Kianmehr MH, Khani S, Ghasemi M. 2009. Mathematical modeling of thin-layer drying of carrot. **International Agrophysics**, v. 23, n. 4, p.313–7.

Akoy, E. O. Experimental characterization and modeling of thin-layer drying of mango slices. **International Food Research Journal**, v.21, n. 5, p. 1911-1917 (2014).

Akpinar, E. K. Determination of suitable thin-layer drying curve model for some vegetables and fruits. **Journal of Food Engineering**, v. 73, n. 1, p. 75–84 (2006a).

Akpinar EK. Mathematical modeling of thin-layer drying process under open sun of some aromatic plants. **Journal of Food Engineering**, v. 77, n. 4, p. 864–870 (2006b).

Alvarenga, L. C.; Fortes, M.; Pinheiro Filho, J. B.; Hara, T. Transporte de umidade no interior de grãos de feijão preto sob condições de secagem. **Revista Brasileira de Armazenamento**, v.5, n.1, p. 5-18 (1980).

Almeida, G. S.; Cavalcante, F. J. N.; Lima, A. G. B. Transporte de calor e massa em sólidos heterogêneos: um estudo teórico via análise concentrada. **Revista Brasileira de Produtos Agroindustriais**, Campina Grande, V. 5, n. 1, p. 1 – 16, (2003).

Araújo, M. V.; Pereira, A. S.; Oliveira, J. L.; Brandão, V. A. A.; Brasileiro F. F. A.; Silva, Rodrigo M., Lima, A. G. B., Industrial Ceramic Brick Drying in Oven by CFD. *Materials*, v. 12, p. 1612, 2019.

Ayadi, M.; Ben Mabrouk, S.; Zouari, I.; Bellagi, A.. Kinetic study of the convective drying of spearmint. ***Journal of the Saudi Society of Agricultural Sciences***, v. 13, n. 1, p. 1–7 (2014)

Babalís SJ, Papanicolaou E, Kyriakis N, Belessiotis VG. Evaluation of thin-layer drying models for describing drying kinetics of figs (*Ficus carica*). ***Journal of Food Engineering***, v. 75, n. 2, p. 205–214 (2006).

Bal LM, Kar A, Satya S, Naik SN (2010) **Drying kinetics and effective moisture diffusivity of bamboo shoot slices undergoing microwave drying**. *Int J Food Sci Technol* 45:2321–2328

Brooker, D. B.; Bakker-Arkema, F. W.; Hall, C. W. **Drying and storage of grains and oilseeds**. New York: AVI Book, 1992, 450 p.

Brito, Mirenia Teixeira de.. **Estudo teórico da transferência de calor e massa na secagem de tijolos cerâmicos com forma paralelepípedica**. Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, Brasil (2016).

Bruce, D. M. Exposed layer barley drying, three models fitted to new data up to 150°C. ***Journal of Agricultural Engineering Research***, v. 32, n. 4, p. 337–348 (1985).

Da Silva, W. P.; Rodrigues, A. F.; Silva, C. M. D. P. S.; De Castro, D. S.; Gomes, J. P. Comparison between continuous and intermittent drying of whole bananas using empirical and diffusion models to describe the processes. ***Journal of Food Engineering***, v. 166, p. 230–236 (2015).

Da Silva, W. P.; Silva, C. M. D. P. S.; De Sousa, J. A. R.; Farias, V. S. O. Empirical and diffusion models to describe water transport into chickpea (*Cicer arietinum* L.). ***International Journal of Food Science & Technology***, v. 48, n. 2, p. 267–273 (2013).

Darıcı, S.; Sen, S. Experimental investigation of convective drying kinetics of kiwi under different conditions. **Heat and Mass Transfer**, v. 51, n. 8, p. 1167–1176 (2015).

Dadali G, Demirhan E, Öz zbek B (2007) **Microwave heat treatment of spinach: drying kinetics and effective moisture diffusivity**. *Dry Technol* 25:1703–1712

Darvishi, H.; Hazbavi, E. Mathematical modeling of thin-layer drying behavior of date palm. **Global Journal of Science Frontier Research Mathematics and Decision Sciences**, v. 12, n. 10, p. 8-17 (2012).

Dash, K. K.; Gope, S.; Sethi, A.; Doloi, M. Study on thin layer drying characteristics star fruit slices. **International Journal of Agriculture and Food Science Technology**, v. 4, n. 7, p. 679-686 (2013).

Decareau, R.V. & Peterson, R.A. (1986). **Microwave processing and engineering**. Chichester : Ellis Horwood, 224 p.

Demir, V.; Gunhan, T.; Yagcioglu, A. K. Mathematical modeling of convection drying of green table olives. **Biosystems Engineering**, v. 98, n. 1, p. 47–53 (2007).

Diamante, L.; Durand, M.; Savage, G.; Vanhanen, L. Effect of temperature on the drying characteristics, colour and ascorbic acid content of green and gold kiwifruits. **International Food Research Journal**, v. 17, n. 2, p. 441–451. 2010a.

Diamante, L. M.; Ihns, R.; Savage, G. P.; Vanhanen, L. Short communication: a new mathematical model for thin-layer drying of fruits. **International Journal of Food Science & Technology**, v. 45, n. 9, p. 1956–1962 (2010b.).

Doymaz, I. The kinetics of forced convective air-drying of pumpkin slices. **Journal of Food Engineering**, v. 79, n. 1, p. 243–248 (2007).

Drouzas, A. E. & Schubert, H. (1996). Microwave application in vacuum drying of fruits. **Journal of Food Engineering**, v. 28, n.2, p.203–209.

El-Beltagy, A.; Gamea, G. R.; Essa, A. H. A. Solar drying characteristics of strawberry. **Journal of Food Engineering**, v. 78, n. 2, p. 456–464 (2007).

Engelder, D. & Buffler, C. 1991. Measuring dielectric properties of food products at microwave frequencies. **Microwave World**, v.12, 2, p.6-15.

Erbay, Z.; Icier, F. A review of thin-layer drying of foods: theory, modeling, and experimental results. **Critical Reviews in Food Science and Nutrition**, v. 50, n. 5, p. 441–464 (2010).

Fadhel, M. I.; Abdo, R. A.; Yousif, B. F.; Zaharim, A.; Sopian, K.. Thin-layer drying characteristics of banana slices in a force convection indirect solar drying. In: 6th IASME/WSEAS International Conference on Energy and Environment: Recent Researches in Energy and Environment, Cambridge: **Proceedings...** p 310–15 (2011).

Feng, H., Yin, Y., & Tang, J. (2012). **Microwave Drying of Food and Agricultural Materials: Basics and Heat and Mass Transfer Modeling**. Food Engineering Reviews, 4(2), 89–106.

Figliola, R. S.; Beasley, D. E. Theory and design for mechanical measurements 2.ed., New York: John Wiley & Sons, 1995, 607p.

Fortes, M.; Okos, M. R. A non-equilibrium thermodynamics approach to transport phenomena in capillary porous media. **Transactions of the ASAE**, v. 24, p. 756-760 (1981).

Fortes, M.; Okos, M. R. **Advances in Drying**, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, USA, v. 1 , p. 119-154 (1980).

Funebo, T & Ohlsson, T. (1998). Microwave-assisted air dehydration of apple and mushroom. **Journal of Food Engineering**, v. 38 n. 3, p.353–367.

Gan, P. L.; Poh, P. E. Investigation on the effect of shapes on the drying kinetics and sensory evaluation study of dried jackfruit. **International Journal of Science and Engineering**, v. 7, n. 2, p. 193–198. 2014.

Garcia, R.; Leal, F. & Rolz, C., (1988). **Drying of bananas using microwave and air ovens**. *International Journal of Food Science and Technology*, v.23, p.73-80.

Hashim, N.; Onwude, D.; Rahaman, E. A preliminary study: kinetic model of drying process of pumpkins (*Cucurbita moschata*) in a convective hot air dryer. **Agriculture and Agricultural Science Procedia**, v. 2, p. 345–352 (2014).

Henderson, S. M.; Pabis, S. Grain drying theory I: temperature effect on drying coefficient. **Journal of Agricultural Engineering Research**, v. 6, n. 3, p. 169-174 (1961).

Henderson, S. M. Progress in developing the thin-layer drying equation. **Transaction of the ASAE**, v. 17, n. 6, p. 1167–1172 (1974).

Hii, C. L.; Law, C. L.; Cloke, M. Modeling using a new thin-layer drying model and product quality of cocoa. **Journal of Food Engineering**, v. 90, n. 2, p. 191–198 (2009).

Hii, C. L.; Ogugo, J. F. 2014. Effect of pre-treatment on the drying kinetics and product quality of star fruit slices. **Journal of Engineering Science and Technology**, v. 9, n. 1, p. 123-135(2014).

Ibrahim, M. H.; Daud, W. R. W.; Talib, M. Z. M. Drying characteristics of oil palm kernels. **Drying Technology**, v. 15, n. 3-4, p. 1103-1117 (1997).

Incropera, F. P.; De Witt, D. P. **Fundamentals of heat and mass transfer**. New York: John Wiley & Sons, 2002.

Janjai, S.; Lamlert, N.; Mahayothee, B.; Bala, B. K.; Precoppe, M.; Muller, J. Thin-layer drying of peeled longan (*Dimocarpus longan* Lour.). **Food Science and Technology Research**, v. 17, n. 4, p. 279–288 (2011).

Jumah, R. Y. & Raghavan, G. S. V. (2001). Analysis of heat and mass transfer during combined microwave-convective spouted-bed drying. **Drying Technology**, v. 19, n. 3 e 4, p. 485-506.

Kadam, D. M.; Goyal, R. K.; Gupta, M. K. Mathematical modeling of convective thin-layer drying of basil leaves. **Journal of Medicinal Plants Research**, v. 5, n. 19, p. 4721–4730 (2011).

Kaur, K.; Singh, A. K. Drying kinetics and quality characteristics of beetroot slices under hot air followed by microwave finish drying. **African Journal of Agricultural Research**, v. 9, n. 12, p. 1036–1044 (2014).

Keey, R. B. **Drying of loose and particulate materials**. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1992. 502 p.

Khraisheh, M.A.M.; Cooper, T.J.R. & Magee, T.R.A., (1997a). Microwave air drying. Fundamental considerations and assumptions for the simplified thermal calculations of volumetric absorption. **Journal of Food Engineering**, v. 33, p. 207–219.

Kucuk, H.; Midilli, A.; Kilic, A.; Dincer, I. A review on thin-layer drying-curve equations. **Drying Technology**, v. 32, n. 7, p. 757–773 (2014).

Kumar, N.; Sarkar, B. C.; Sharma, H. K. Mathematical modeling of thin-layer hot air drying of carrot pomace. **Journal of Food Science and Technology**, v. 49, n. 1, p. 33–41 (2012b).

Kumar, P. D. G.; Hebber, U. H.; Ramesh, M. N. Suitability of thin layer models for infrared-hot-air drying of onion slices. **LWT-Food Science and Technology**, v. 39, n. 6, p. 700–705 (2006).

Lima, A. G. B. **Estudo da secagem e dimensionamento de secador de casulos do bicho-da-seda**, Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica), Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, PB, Brasil (1995), 190 p.

Lima, A. G. B. **Fenômeno de difusão em sólidos esferoidais prolatos. Estudo de caso: secagem de bananas.** Tese de Doutorado (Engenharia Mecânica), UNICAMP, Campinas, SP, Brasil (1999) 256 p

Lima, W. **Transferência de calor e massa em materiais cerâmicos com forma complexa via método da capacitância global.** Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, Brasil (2014).

Lima, W. **Transferência de calor e massa em sólidos porosos com geometria complexa via análise concentrada: Modelagem e simulação.** Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica), Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande, PB, Brasil (2017).

Lima, E. S. ; LIMA, W. M. P. B. ; Barbosa de Lima, Antonio Gilson ; de Farias Neto, S. R. ; SILVA, E. G. ; Oliveira, V. A. B. . **Advanced Study to Heat and Mass Transfer in Arbitrary Shape Porous Materials: Foundations, Phenomenological Lumped Modeling and Applications.** In: J.M.P.Q. Delgado; A. G. Barbosa de Lima. (Org.). *Advanced Structured Materials*. 1ed. Heidelberg (Germany): Springer International Publishing, 2018, v. 93, p. 181-217.

Lima, A. G. Barbosa de.; J. M. P. Q. Delgado.; L. P. C. Nascimento.; E. S. de Lima.; V. A. B. de Oliveira.; A. M. V. Silva.; J. V. Silva. Clay Ceramic Materials; From Fundamentals and Manufacturing to Drying Process Predictions. **Transport process and Separation Technlogise**. V, 133. p. 1 – 29 (2020).

Lima, A. G. Barbosa; DELGADO, J. M. P. Q. ; Nascimento, L. P. C. ; de Lima, E. S. ; de Oliveira, V. A. B. ; SILVA, A. M. V. ; SILVA, J. V. . **Clay Ceramic Materials: From Fundamentals and Manufacturing to Drying Process Predictions**. In: J.M.P.Q. Delgado; A. G. Barbosa de Lima. (Org.). *Advanced Structured Materials*. 1ed. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2021, v. 133, p. 1-29.

Luikov, A. V. **Heat and mass transfer in capillary porous bodies**. New York: Pergamon Press (1966), 523p.

Mariz, T. F. **Secagem da casca de caroço de algodão em leito fixo**. Campina Grande: Dissertação de Mestrado (Engenharia Química), Universidade Federal da Paraíba, Campina Grande, PB, Brasil (1986) 139p.

Maskan, M. (2000). Microwave/air and microwave finish drying of banana. **Journal of Food Engineering**, v. 44, n. 2, p. 71–78.

Meisami-asl, E.; Rafiee, S.; Keyhani, A.; Tabatabaefar, A. Determination of suitable thin-layer drying curve model for apple slices (Golab). **Plant Omics Journal**, v. 3, n. 3, p. 103–108 (2010).

Menges, H. O.; Ertekin, C. Mathematical modeling of thin-layer drying of golden apples. **Journal of Food Engineering**, v. 77, n. 1, p. 119–125 (2006).

Midilli, A.; Kucuk, H.; Yapar, Z. A new model for single-layer drying. **Drying Technology**, v. 20, n. 7, p. 1503–1513 (2002).

Munem, M. A., Foulis, D. J. **Cálculo**, Rio de Janeiro: Guanabara Dois S.A., Vol. 1 p. 353 e 369-376 (1978)

Nascimento, J. J. S.; Belo, F. A.; Lima, A. G. B. Simultaneous moisture transport e shrinkage during drying of parallelepiped solids. In: Inter-American Drying Conference (IADC), Boca del Rio: **Proceedings...** p. 535-544 (2001).

Nascimento, J. J. S.; Belo, F. A.; Lima, A. G. B. Simultaneous mass transport and shrinkage during drying of solid parallelepiped: a numerical study. In: 22nd Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, (XXII CILAMCE). Campinas: **Proceedings...** CD-ROM (2001).

Oliveira, V. A. B.; Lima, A. G. B. Unsteady state mass diffusion prolate spheroidal solids: an analytical solution. In: Inter-American Drying Conference (IADC), Boca del Rio: **Proceedings ...** p. 163-172 (2001).

Omolola, A. O.; Jideani, A. I. O.; Kapila, P. F. Modeling microwave-drying kinetics and moisture diffusivity of Mabonde banana variety. **International Journal of Agricultural and Biological Engineering**, v. 7, n. 6, p.107–113 (2014).

Onwude, D. I.; Hashim, N.; Janius, R.; Nawi, N.; Abdan, K. Computer simulation of convective hot air drying kinetics of pumpkin (*Cucurbita moschata*). In: 8th Asia-Pacific Drying Conference (ADC 2015) Kuala Lumpur: **Proceedings...**, p 122–9 (2015).

Ozdemir, M.; Devres, Y. O. The thin-layer drying characteristics of hazelnuts during roasting. **Journal of Food Engineering**, v. 42, n. 4. p. 225–233 (2000).

Page, G. E. **Factors influencing the maximum rate of air drying shelled corn in thin-layers** Master thesis. Purdue University, West Lafayette, Indiana (1949).

Panchariya, P. C.; Popovic, D.; Sharma, A. L. Thin-layer modeling of black tea drying process. **Journal of Food Engineering**, v. 52, n. 4, p. 349–357 (2002).

Pardeshi, I. L.; Arora, S.; Borker, P. A. Thin-layer drying of green peas and selection of a suitable thin-layer drying model. **Drying Technology**, v. 27, n. 2, p. 288–295 (2009).

Parti, M. Selection of mathematical models for drying grain in thin-layers. **Journal of Agricultural Engineering Research**, v. 54, n. 4, p. 339-352, 1993.

- Prabhanjan, D.G.; Ramaswamy, H.S. & Raghavan, G.S.V. (1995). Microwave-assisted convective air drying of thin layer carrots. **Journal of Food Engineering**, v.25, p.283-293.
- Pólya, G., Szegő, G. Inequalities for the capacity of a condenser. *American Journal of Mathematics*, Vol . LXVII, p. 1 -32 , 1945
- Raquel, P. F.; Susana, P.; Maria, J. B. Study of the convective drying of pumpkin (*Cucurbita maxima*). **Food and Bioproducts Processing**, v. 89, n. 4, p. 422–428 (2011).
- Rasouli, M.; Seiedlou, S.; Ghasemzadeh, H. R.; Nalbandi, H. Convective drying of garlic (*Allium sativum* L.): part I: drying kinetics, mathematical modeling and change in color. **Australian Journal of Crop Science**, v. 5, n. 13, p. 1707–1714 (2011).
- Rayaguru, K.; Routray, W. Mathematical modeling of thin-layer drying kinetics of stone apple slices. **International Food Research Journal**, v. 19, n. 4, p. 1503–10 (2012).
- Ren, G. & Chen, F., (1998). Drying of American ginseng (*Panax quinquefolium*) roots by microwave-hot air combination. **Journal of Food Engineering**, v.35, p.433-443.
- Sacilik, K. Effect of drying methods on thin-layer drying characteristics of hull-less seed pumpkin (*Cucurbita pepo* L.). **Journal of Food Engineering**, v. 79, n. 1, p. 23–30 (2007).
- Saeed, I. E.; Sopian, K.; Abidin, Z. Z. Drying characteristics of roselle (1): mathematical modeling and drying experiments. **Agricultural Engineering International: The CIGR Ejournal**. Manuscript FP 08 015. Vol. X, p. 1–25 (2008).
- Saravacos, G. D.; Kostaropoulos, A. E. **Transport properties in processing of fruits and vegetables**. Food Technology, p. 99 – 105, Sepíember (1995).
- Sharma GP, Prasad S (2004) **Effective moisture diffusivity of garlic cloves undergoing microwave-convective drying**. J Food Eng 65:609–617

Santos, R.S.; Farias, N. S. R.; Lima, A.G. B.; Silva, J.B.; Silva, A.M. V. . **Drying of Ceramic Bricks: Thermal and Mass Analysis via CFD**. DIFFUSION FOUNDATIONS, v. 25, p. 133-153, 2020.

Silva, J. B. **Secagem de Sólidos em Camada Fina Via Análise Concentrada: Modelagem e Simulação**, Dissertação de Mestrado (Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia. Campina Grande, PB, Brasil (2002).

Silva, W. P.; Silva, C. M. D. P. S.; Gama, F. J. A. Mathematical models to describe thin-layer drying and to determine drying rate of whole bananas, **Journal of the Saudi Society of Agricultural Sciences**, v. 13, n. 1, p. 67–74 (2014)

Silva, E. G. ; Gomez, R. S. ; Gomes, J. P. ; Figueirêdo, R. M. F. ; Queiroz, A. J. M. ; Silva, W. P. ; Santiago, Â. M. ; Macedo, A. D. B. ; Ferreira, J. P. L. ; Gomes, Í. A. ; Lima, A. G. B. . **Convective and Microwave Assisted Drying of Wet Porous Materials with Prolate Spheroidal Shape: A Finite-Volume Approach**. AGRICULTURE, v. 10, p. 507, 2020.

Silva Júnior, W. Pereira da Silva, V. S. de Oliveira Farias, C. M. D. P. da Silva e Silva and Barbosa de Lima, Antonio Gilson. **Description of Osmotic Dehydratio of Banana Slices Dipped in Solution of Water and Sucrose Followed by Complementary Drying Using Hot Air**. In: J.M.P.Q. Delgado; A. G. Barbosa de Lima. (Org.). *Advanced Structured Materials*. 1ed.Heidelberg (Germany): Springer International Publishing, 2018, v. 93, p. 273-304.

Steffe, J. F.; Singh, R. P. Liquid diffusivity of rough rice components. **Transactions of the ASAE**, v. 23, n. 3, p. 767-774 (1980a).

Strumillo, C.; Kudra, T. **Drying: principles, science and design**. New York: Gordon and Breach Science Publishers (1986), 448 p.

Tong CH, Lund DB (1990) **Effective moisture diffusivity in porous materials as a function of temperature and moisture content**. *Biotechnol Prog* 6:67–75

Tulasidas, T.N.; Raghavan, G.S.V. & Norris, E.R., (1996). Effects of dipping and washing pre-treatments on microwave drying of grapes. **Journal of Food Process Engineering**, v. 19, p.15-25.

Tzempelikos, D. A.; Vouros, A. P.; Bardakas, A. V.; Filios, A. E.; Margaris, D. P. Case studies on the effect of the air drying conditions on the convective drying of quinces. **Case Studies in Thermal Engineering**, v. 3, p. 79–85 (2014).

Tzempelikos, D. A.; Vouros, A. P.; Bardakas, A. V.; Filios, A. E.; Margaris, D. P. Experimental study on convective drying of quince slices and evaluation of thin-layer drying models. **Engineering in Agriculture, Environment and Food**, v. 8, n. 3, p. 169–77 (2015).

Veja, A.; Fito, P.; Andres, A.; Lemus, R. Mathematical modeling of hot-air drying kinetics of red bell pepper (var. Lamuyo). **Journal of Food Engineering**, v. 79, n. 4, p. 1460–1466. 2007.

Vega, A.; Uribe, E.; Lemus, R.; Miranda, M. Hot-air drying characteristics of aloe vera (*Aloe barbadensis*) and influence of temperature on kinetic parameters. **LWT—Food Science and Technology**, v. 40, n. 10, p. 1698–1707 (2007).

Verma, L. R.; Bucklin, R. A.; Ednan, J. B.; Wratten, F. T. Effects of drying air parameters on rice drying models. **Transaction of the ASAE**, v. 28, n. 1, p. 296–301 (1985).

Wang, C. Y.; Singh, R. P. A single layer drying equation for rough rice. **ASAE American Society of Agricultural and Biological Engineers**, St. Joseph, MI, Paper No 78-3001 (1978).

Wang, J. & Xi, Y. S. (2005). Drying characteristics and quality of carrot using a two stage microwave process. **Journal of Food Engineering**, v. 68, p. 505-511.

Yaldyz, O.; Ertekyn, C. Thin-layer solar drying of some vegetables. **Drying Technology**, v. 19, n. 3–4, p. 583–97 (2007).

Zenoozian, M. S.; Feng, H.; Shahidi, F.; Pourreza, H. R. Image analysis and dynamic modeling of thin-layer drying of osmotically dehydrated pumpkin. **Journal of Food Processing and Preservation**, v. 32, n. 1, p. 88–102 (2008).

Zogzas, N. P.; Maroulis, Z. B. Effective moisture diffusivity estimation from drying data: a comparison between various methods of analysis. **Drying Technology**, v. 14, n. 7 e 8, p. 1543-1573 (1996).