



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA
DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**(Des)confinamento de Quarks e Glúons em Matéria
Taquiônica**

Adamu Issifu

CAMPINA GRANDE

- Julho de 2017 -

UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**(Des)confinamento de Quarks e Glúons em Matéria
Taquiônica**

Adamu Issifu

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Campina Grande, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Física.

Área de Concentração: Física.

Orientador: Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito.

CAMPINA GRANDE

- Julho de 2017 -

I86d Issifu, Adamu.
 (Des)confinamento de quarks e glúons em matéria taquiônica /
 Adamu Issifu. – Campina Grande, 2019.
 63 f. : il.

 Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de
 Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2019.
 "Orientação: Profa. Dra. Francisco de Assis Brito".
 Referências.

 1. Física. 2. Matéria Taquiônica. 3. Confinamento e
 Deconfinamento. 4. Condensação do Táquion. 5. Temperatura Finita.
 6. Função Dielétrica. 7. Mecanismo de Higgs. 8. Simetria Quiral. I. Brito,
 Francisco de Assis. II. Título.

CDU 53(043)

ADAMU ISSIFU

(DES)CONFINAMENTO DE QUARKS E GLUONS EM MATÉRIA TAQUIÔNICA

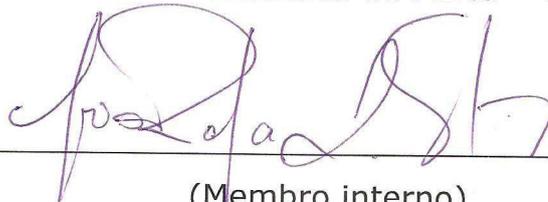
Dissertação aprovada em 21/07/2017

BANCA EXAMINADORA



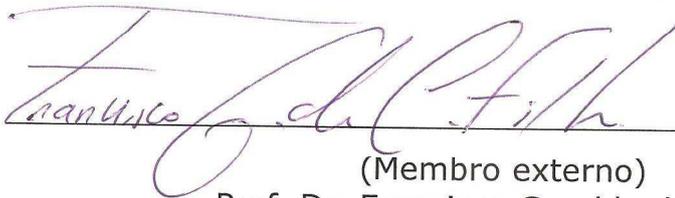
(Presidente)

Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito
Unidade Acadêmica de Física - UFCG



(Membro interno)

Prof. Dr. João Rafael Lúcio dos Santos
Unidade Acadêmica de Física - UFCG



(Membro externo)

Prof. Dr. Francisco Geraldo da Costa
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba

"E disse ao homem: Eis que o temor do Senhor é a sabedoria, e apartar-se do mal é a inteligência."

JÓ 28:28

Agradecimentos

Agradeço ao Todo-Poderoso por sua abundante graça ao longo do meu período de estudo, tem sido aproximadamente dois anos de força e boa saúde.

Em segundo lugar, minha profunda gratidão é para o Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito por sua orientação e supervisão, ele realmente fez a diferença na minha vida acadêmica.

A todos os professores do departamento de Física da UFCG, eu agradeço o conhecimento que vocês me proporcionaram.

Também aprecio o apoio e o amor da minha família (família Issifu), especialmente meu irmão mais novo, Shaibu Issifu, em todas as minhas aspirações acadêmicas, eles têm sido um forte pilar da minha vida.

Agradeço a todos os amigos, Patrick, Stephen, Elijah especialmente Sabrina e meus colegas no Departamento de Física da UFCG pelo amor e apoio, vocês foram maravilhosos para mim.

Finalmente, agradeço à CAPES pelo apoio financeiro ao longo deste trabalho.

Resumo

Neste trabalho, investigamos o amplo assunto de *confinamento e desconfinamento de quarks e glúons na matéria taquiônica*. Nós investigamos o comportamento de seus potenciais de confinamento estático sob as condições de temperatura T , massa m e ambos T, m . Nós também investigamos o comportamento de tensão de corda da QCD nas mesmas condições para estabelecer confinamento ou quebra das corda da QCD (desconfinamento). Para conseguir isso, utilizamos o fenômeno da função dielétrica de cor, juntamente com a dinâmica do campo de calibre em uma matéria taquiônica. A função dielétrica cria a interação forte necessária entre os quarks e os glúons necessários para empregar a teoria da QCD. Este método é eficiente para obter naturalmente, o potencial associado ao confinamento dos quarks e dos gluons em função de T , m e ambos (m, T) . Demonstramos que a matéria taquiônica se comporta da mesma maneira que a função dielétrica associada modifica as equações de Maxwell e influencia os campos de maneira que resulta em regime de confinamento em $T < T_c$, regime coulombiano em $T = T_c$, regime de confinamento em $T = 0, m$ e para quarks pesados, regime de confinamento em $m, T < T_c$ e desconfinamento em $m = 0, T = T_c$. Todos os três estudos separados estão em três dimensões espaciais.

Palavras-chave: Confinamento, Deconfinamento, Taquiônica, Matéria Taquiônica, Condensação do Táquion, Temperatura Finita, Função Dielétrica, Gluons, Férmions, Mecanismo de Higgs e Simetria Quiral.

Abstract

In this work we investigate the broad subject of *Confinement and De-confinement of Quarks and Gluons in Tachyon Matter*. We investigate the behavior of their net static confinement potentials under the conditions temperature T , mass m and both T, m . We also investigate the behavior of their QCD string tension under the same conditions to establish either confinement or QCD string breaking (de-confinement). To achieve these, we use the phenomenon of color dielectric function coupled with the dynamics of the gauge field in a tachyon matter. The dielectric function creates the required strong interaction between the quarks and the gluons necessary to employ QCD theory. This method is efficient for obtaining naturally, the net potential associated with the confinement of the quarks and the gluons as a function of T , m and both (m, T) . We demonstrate that the tachyon matter behaves the same way as the associated dielectric function modifies the Maxwell equations and influences the fields in a manner which results in confinement regime at $T < T_c$, coulombian regime at $T = T_c$, confinement regime at $T = 0$ and m for heavy quarks, confinement regime at $m, T < T_c$ and de-confinement at $m = 0, T = T_c$. All the three separate studies are in three spatial dimensions.

Key Words: Confinement, De-confinement, Tachyons, Tachyon Matter, Tachyon Condensation, Finite Temperature, Dielectric Function, Gluons, Fermions, Higgs Mechanism and Chiral Symmetry.

Sumário

1	Introdução	1
2	Revisão da Literatura	5
2.1	Equações de Maxwell	5
2.1.1	Lagrangiana de Maxwell Modificada por uma Função Dielétrica	6
2.2	Condensação taquiônica e confinamento elétrico	8
2.2.1	Lagrangiana Taquiônica com Campos Eletromagnéticos	9
2.2.2	Potencial Taquiônico Adequado para o Confinamento e Blindagem	11
2.2.3	Confinamento e Potenciais de Coulomb para o Campo Elétrico em três dimensões	11
2.3	Confinamento Escalar e Vetorial em Teoria de Calibre com um Dilaton	15
3	Confinamento de Quarks e Glúons	19
3.1	O Desconfinamento em Temperatura Finita	19
3.1.1	Potencial para Confinamento de Quarks e Glúons	21
3.2	Lagrangian Taquiônica Acoplada com Campos de Férmions	24
3.3	Confinamento de Férmions na Matéria Taquiônica	26
3.3.1	Potencial de Confinamento	29
3.4	Confinamento de Férmions em Temperatura Finita	33
3.4.1	Potencial de Confinamento	36
4	Resultados, Análises e Conclusão	39
4.1	Resultados e Análises	39
4.1.1	Confinamento de Quarks e Glúons em Temperatura Finita	39
4.1.2	Confinamento de Férmions	41
4.1.3	Confinamento de Férmions em Temperatura Finita	44

4.2 Conclusão	48
-------------------------	----

Lista de Figuras

4.1	Gráfico de $V_c(r, T)$ versus r, T para $T = T_c, T_1 = 0.9T_c, T_2 = 0.6T_c, T_3 = 0.3T_c$ e $T = 0$	40
4.2	Gráfico de $\sigma(T)$ versus T/T_c	41
4.3	Gráfico de $G(r, T)$ versus r, T para $T = T_c, T_1 = 0.9T_c, T_2 = 0.6T_c, T_3 = 0.3T_c$ e $T = 0$	41
4.4	Gráfico de $V_c(r, m)$ versus r, m para $m_1 = 0, m_2 = 0.2, m_3 = 0.5, m_4 = 0.8$ e $m_5 = 1, (m_1 < m_2 < m_3 < m_4 < m_5)$	42
4.5	Gráfico de $\sigma(m)$ versus m para quarks pesados em $T = 0$	43
4.6	Gráfico de $G(r, m)$ versus r, m para quarks pesados de massas $m_1 = 0, m_2 = 0.2, m_3 = 0.5, m_4 = 0.8$ e $m_5 = 1, (m_1 < m_2 < m_3 < m_4 < m_5)$	43
4.7	Gráfico de $S(r, m)$ versus r, m para $m_1 = 0, m_2 = 0.2, m_3 = 0.5, m_4 = 0.8$ e $m_5 = 1, (m_1 < m_2 < m_3 < m_4 < m_5)$	44
4.8	Gráfico de $V_c(r, m, T = T_c)$ versus r, m para $m_1 = 0, m_2 = 0.2, m_3 = 0.5, m_4 = 0.8$ e $m_5 = 1, (m_1 < m_2 < m_3 < m_4 < m_5)$	46
4.9	Gráfico de $\sigma(m)$ versus m para quarks pesados em $T = T_c$	46
4.10	Gráfico de $G(r, m)$ versus r, m para $m_1 = 0, m_2 = 0.2, m_3 = 0.5, m_4 = 0.8$ e $m_5 = 1, (m_1 < m_2 < m_3 < m_4 < m_5)$	47

Capítulo 1

Introdução

A investigação do confinamento em teorias de gauge colocou muitos problemas para os físicos teóricos há décadas. A abordagem para resolver esse problema depende da chamada imagem do tubo de fluxo, sendo que este é criado entre fontes de cores através da auto interação dos glúons ou condensação monopolar magnética [1, 2, 3], efeito Meissner dual e condensação taquiônica [4, 5, 6, 7]. A Cromodinâmica Quântica (QCD) é a teoria que descreve a interação forte mediada por glúons que confinam quarks em hádrons. O sucesso desta teoria depende da liberdade assintótica [8, 9, 10]. A QCD forma os fundamentos de toda a física nuclear e nos permite compreender e descrever muitas características da matéria como a conhecemos hoje [4, 12].

Na primeira parte deste trabalho, mostraremos que o fenômeno do confinamento é realizável em um campo elétrico imerso em um meio dielétrico de cor (G) a uma temperatura finita T - ver referência [13] que é precisamente uma das nossas contribuições para este assunto. Na segunda parte deste trabalho, investigaremos o confinamento de férmions na matéria taquiônica utilizando o cenário de meio dielétrico de cor ligado ao campo de calibração e à massa dos férmions. Investigamos o confinamento de férmions em matéria taquiônica a uma temperatura finita. A presença da matéria taquiônica serve como meio que nos permite alcançar tanto o regime de confinamento a baixas temperaturas ($T < T_c$) quanto o deconfinamento a altas temperaturas ($T \geq T_c$). O propósito da função dielétrica de cor $G(\phi)$ acoplado com a dinâmica do campo de calibração e à massa do férmion é criar a interação forte entre as partículas subatômicas que trazem confinamento [4, 12, 14, 15]. Também observaremos mais adiante neste trabalho que o confinamento em todos os casos coincide com a condensação do táquion. Isto acontece

porque, o táquion desempenha o papel do campo de Higgs e espera-se que o mecanismo de Higgs prossiga através da condensação taquiônica [5, 6]. Isso, naturalmente, se traduz em confinamento [9, 16, 17, 18].

Existem algumas semelhanças entre a QCD e a QED (*Eletrodinâmica Quântica*) em termos dos sucessos de ambas as teorias, mas diferem uma da outra por sua força, meio e dinâmica de interações. A QED explica a interação entre partículas carregadas enquanto a QCD explica a interação forte entre as partículas subatômicas. A QED cria um *efeito de blindagem* que diminui sua carga elétrica efetiva à medida que a distância entre as partículas aumenta. Esse comportamento pode ser expresso em termos de carga efetiva, separação das partículas e função dielétrica como, $q'(r \gg d) \leq 1$ ou $G(r \gg d) \geq 1$ e $q'(R \ll d) > 1$ ou $G(r \ll d) < 1$ onde d é o tamanho da blindagem produzida pela polarização da molécula. O efeito oposto é observado na QCD onde uma *anti-blindagem* é criada, a carga de cor efetiva aumenta com o aumento da distância entre o quark e o antiquark. Esse comportamento pode ser expresso em termos da carga efetiva, separação dos quarks e da função dielétrica como, $q'(r \gg R) \gg 1$ ou $G(r \gg R) \ll 1$ e $q'(R < R) \rightarrow 1$ ou $G(r < R) \rightarrow 1$ e R é o raio da anti-blindagem que é igual ao tamanho do hádron. Uma vez que estamos interessados em confinar, iremos concentrar nossa atenção no caso posterior em que o dielétrico $G(r)$ é tal que anti-blindagem produz o confinamento de cores da QCD em um par de antiquarks. Neste trabalho, vamos investigar a QCD em termos da QED. O potencial bem conhecido para determinar o potencial de quarks pesados em estado confinado é o potencial de Cornell [11] dado por, $v_c = -\frac{a}{r} + br$, onde a e b são constantes positivas. Esse potencial compreende uma parte de incremento linear (interação infravermelha) e parte coulombiana (interação ultravioleta) [9, 19].

Usaremos uma abordagem Abelianas em todo o nosso estudo, tal como é aplicado na QED, mas a nossa função dielétrica $G(r)$ é definida de forma a produzir tanto o confinamento quanto o deconfinamento esperados na matéria taquiônica escolhida. Nestes modelos consideramos o vácuo QCD como um meio dielétrico de cor [20, 21]. Já foi estabelecido que a parte abeliana da tensão de corda na QCD não-abeliana representa 92 % e isso representa a parte de confinamento do potencial estático líquido. Portanto, podemos fazer uma aproximação do campo não-Abeliano usando uma aproximação Abelianas [22, 23]. Esses fatos também nos permitem empregar uma teoria de campos fenomenológica eficaz para a QCD no estudo do confinamento de quarks e glúons dentro do hádron em

várias condições [24, 25, 26, 27]. A função dielétrica de cor G cria a interação forte entre as partículas elementares que levam ao confinamento, enquanto o campo escalar auto-interativo $\phi(r)$ determina a dinâmica do campo glúon e a função dielétrica na *matéria taquiônica*. Nossa função dielétrica de cor G é identificada com a condensação taquiônica [14]. Com esses fatos conhecidos, devemos usar uma lagrangiana que descreva coletivamente a dinâmica do campo de gauge, o campo escalar associado à dinâmica do táquion e seu comportamento com a temperatura, a massa e ambos [27]. A motivação para usar essa abordagem é que, seríamos capazes de obter uma teoria de campos fenomenológica para a QCD e também ser capaz de identificar a função dielétrica automaticamente com o potencial taquiônico. Recentemente, muitos trabalhos foram feitos na determinação do potencial de confinamento de glúons que ligam quarks em hádrons em função da temperatura. Esse fenômeno é geralmente referido como a QCD térmica. Este fenômeno foi estudado através da aplicação de várias abordagens para os loops de Wilson e Polyakov [28, 29, 30].

A maioria dos desafios colocados por esses modelos decorre do comportamento adequado da tensão da corda QCD em todas as temperaturas (isto é, temperaturas altas e baixas) em comparação com os resultados da simulação de rede. O comportamento esperado da corda como sugerido por muitos resultados de simulação são: Uma diminuição acentuada com a temperatura em $T < T_c$, desaparece em $T = T_c$ e diminui lentamente em $T > T_c$ [8, 31]. A maior parte da massa do próton vem da energia cinética dos quarks e das interações fortes que os vinculam [32]. O objetivo principal deste trabalho é definir o potencial estático dos confinamentos de quarks e glúons em três dimensões espaciais em função de T , m e (T, m) . Também obteremos a tensão da corda QCD associada a eles como uma função de T , m e (T, m) e também explorar a física associada a eles. Aplicaremos uma teoria de campos efetiva fenomenológica para a QCD para alcançar esses objetivos.

Foi mostrado na fenomenologia do quarkonium em $3 + 1$ dimensões que o melhor ajuste para a espectroscopia de mésons [33] é encontrado para uma combinação conveniente de vetores e potenciais escalares [34]. Os potenciais vetores-escalares combinados também foram estudados em várias dimensões, incluindo $1 + 1$ dimensões para potenciais lineares e de coulomb [35, 36, 37, 38, 39]. Os resultados das simulações de QCD na rede confirmam essa imagem mostrando uma boa concordância dos potenciais coulombianos e

lineares. A dificuldade em obter o potencial fermiônico e as combinações adequadas de seus potenciais lineares e semelhantes ao de Coulomb, como sugerido pela espectroscopia de QCD na rede, foram estudados em vários cenários. Os desafios associados a este estudo foram atribuídos a um problema resolvido de Sturm-Liouville de uma equação de Schrödinger com um potencial efetivo de Kratzer. O caso de um potencial escalar puro com potencial vetorial foi obtido como um caso particular no ponto citado [19, 40, 41, 42, 43].

Finalmente, este trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 revisamos: A teoria eletromagnética, o confinamento de glúons em matéria taquiônica na teoria de calibre com dilatação. No capítulo 3, estudamos em detalhes o confinamento de quarks e glúons em condições de temperatura, massa e ambos. No capítulo 4, exploramos a física do deconfinamento em várias condições e apresentamos considerações finais.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

2.1 Equações de Maxwell

Nesta seção vamos rever a teoria do eletromagnetismo. Estudaremos a Lagrangiana de Maxwell sem fonte, com fonte e também introduzida em um *meio dielétrico de cor* para descrever o fenômeno do confinamento do campo elétrico.

A Lagrangiana de Maxwell sem fonte é dada por

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (2.1)$$

onde

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.2)$$

Usando a equação de Euler-Lagrange,

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\nu} = 0 \quad (2.3)$$

as equações de movimento são

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = 0 \quad (2.4)$$

É importante notar que mesmo na ausência de fontes, a equação de movimento para o campo eletromagnético produz soluções de vácuo esfericamente simétrico e estático (campo de Coulomb devido a uma carga pontual) [47].

Já a lagrangiana de Maxwell com fonte é dada por

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - j^\mu A_\mu \quad (2.5)$$

Usando as equações (2.2) e (2.3), as equações de movimento são

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = -j^\nu \quad (2.6)$$

escolhendo $\mu = 1, 2, 3 = j$ and $\nu = 0$, temos

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = j^0 = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (2.7)$$

Já que temos quatro componentes independentes de A_μ como campos independentes, teremos quatro equações, uma para cada caso.

2.1.1 Lagrangiana de Maxwell Modificada por uma Função Dielétrica

Para campos eletromagnéticos imersos em um meio dielétrico caracterizado por uma função dielétrica $G(\phi)$, onde $\phi(r)$ é um campo escalar que governa a dinâmica do meio, temos a seguinte Lagrangiana

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G(\phi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (2.8)$$

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G(\phi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - j^\mu A_\mu \quad (2.9)$$

Usando as equações (2.2) e (2.3) as equações de movimento para (2.8) se tornam

$$\partial_\mu [G(\phi)F^{\mu\nu}] = 0 \quad (2.10)$$

onde $\mu = 0, 1, 2, 3$. e $\nu = 0$, simplesmente temos

$$\nabla \cdot [G(\phi)\mathbf{E}] = 0 \quad (2.11)$$

E usando as equações (2.6) e (2.7), as equações de movimento para (2.9) se tornam

$$\partial_\mu [G(\phi)F^{\mu\nu}] = -j^\nu \quad (2.12)$$

e

$$\nabla \cdot [G(\phi)\mathbf{E}] = j^0 = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (2.13)$$

Devemos negligenciar o campo magnético ao longo deste trabalho, uma vez que o campo elétrico é suficiente para nossa análise.

Partindo de (2.11) e (2.13), podemos encontrar o campo elétrico \mathbf{E} acoplado à função dielétrica $G(\phi)$. Agora, trabalhando em coordenadas esféricas e assumindo que $E(r)$ e $\phi(r)$ são funções que dependem somente de r e como consequência $G(\phi)$, segue que:

$$\nabla \cdot [G(\phi)\mathbf{E}] = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 G(\phi) E_r) = 0 \quad (2.14)$$

$$\nabla \cdot [G(\phi)\mathbf{E}] = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 G(\phi) E_r) = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (2.15)$$

Usando estas equações obtemos as soluções de vácuo de fonte mencionadas anteriormente. Portanto, integrando a equação diferencial (2.14), obtemos

$$E_r = \frac{\lambda}{r^2 G(\phi)} \quad (2.16)$$

Integrando (2.15) temos

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} [r^2 G(\phi)\mathbf{E}] = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} [r^2 G(\phi)\mathbf{E}] &= \frac{\rho}{\varepsilon_0} \int_0^R r^2 dr \\ E_r &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2 G(\phi)} \end{aligned} \quad (2.18)$$

Agora é fácil interpretar a constante de integração em (2.16) como, $\lambda = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}$, e $q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ para (2.18); em ambos os casos usamos o cenário de carga pontual com $E = |\mathbf{E}| = E_r$. Assim sendo, observamos que a função dielétrica acoplada com o campo elétrico \mathbf{E} muda sua magnitude como uma função da posição radial r .

Devemos agora revisar a referência [4]. Vamos considerar uma função dielétrica $G(\phi)$ como uma função do campo dinâmico ϕ , de acordo com a Lagrangiana [48]

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} G(\phi) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \quad (2.19)$$

O comportamento da função dielétrica $G(\phi)$ será obtido das soluções das equações de movimento da Lagrangiana acima. A equação de movimento para o campo eletromagnético A_μ e o campo escalar ϕ , são dados diretamente como,

$$\partial_\mu [G(\phi)F^{\mu\nu}] = 0 \quad (2.20)$$

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi + \frac{1}{4} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} = 0 \quad (2.21)$$

Conseqüentemente, a equação de movimento para o meio dielétrico e para o campo elétrico em coordenadas esféricas espaciais são

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 G(\phi) E) = 0 \quad (2.22)$$

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr} \right) = -\frac{1}{2} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} E^2 + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} \quad (2.23)$$

Com base na discussão anterior é fácil mostrar que a solução de (2.22) para o campo elétrico é aquele dado na equação (2.16).

Para encontrar o regime de confinamento *em toda parte* a função dielétrica na equação (2.16) deve ter o seguinte comportamento assintótico:

$$G(\phi(r)) = 0 \quad \text{quando} \quad r \rightarrow \infty \quad (2.24)$$

$$G(\phi(r)) = 1 \quad \text{quando} \quad r \rightarrow 0 \quad (2.25)$$

Particularmente, para $G(\phi(\infty)) \sim \frac{1}{r^2}$, da (2.16), encontramos $E \equiv \text{constant}$. Este comportamento uniforme do campo elétrico concorda com o confinamento.

2.2 Condensação taquiônica e confinamento elétrico

Nesta seção discutiremos a relação entre o fenômeno da condensação taquiônica e o confinamento do campo elétrico. Os táquions são partículas que são mais rápidas do que a luz, possuem massa quadrada negativa e são associados com instabilidades [59]. São partículas teóricas cuja existência é presumida assim como *monopolos magnéticos*, nunca foram observados isolados na natureza, apesar, especialmente do ponto de vista das supercordas, também poder interagir com outros campos ou auto interagir em altas

ordens na forma de um *condensado taquiônico* [14, 15, 49]. Neste estudo demonstramos que o confinamento elétrico via condensação taquiônica pode ocorrer da mesma forma que o confinamento de partículas coloridas, tais como quarks e glúons através da *condensação de monopolos*.

2.2.1 Lagrangiana Taquiônica com Campos Eletromagnéticos

A equação de movimento do campo escalar ϕ na Lagrangiana (2.19) é dada por

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi + \frac{1}{4} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} = 0 \quad (2.26)$$

Vamos considerar os campos dependendo somente da componente espacial x por simplicidade, que é,

$$\phi = \phi(x) \quad , \quad A_\mu = A_\mu(x) \quad (2.27)$$

As equações associadas de movimento dadas em uma dimensão são

$$\frac{d}{dx} [G(\phi)E] = 0 \quad (2.28)$$

$$-\frac{d^2\phi}{dx^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial G}{\partial \phi} E^2 + \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0 \quad (2.29)$$

onde usamos o fato de que $F^{01} = E$. Integrando (2.28) temos

$$G(\phi)E = q \quad \Rightarrow \quad E = \frac{q}{G(\phi)} \quad (2.30)$$

Substituindo a equação (2.30) na equação (2.29), temos

$$-\frac{d^2\phi}{dx^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial G}{\partial \phi} \frac{q^2}{G(\phi)^2} + \frac{\partial V}{\partial \phi} = 0 \quad (2.31)$$

que por simplicidade podemos reescrever a equação acima como

$$-\phi'' + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} - \frac{q^2}{2} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} \frac{1}{G(\phi)^2} = 0 \quad (2.32)$$

Notamos que na equação acima temos, em princípio, o potencial $V(\phi)$ e a função dielétrica $G(\phi)$, contudo, podemos restringir essas escolhas considerando $G(\phi) = V(\phi)$. Como veremos adiante, esta escolha é legítima quando estamos trabalhando com uma Lagrangiana que descreve a dinâmica dos táquions representados pelo campo escalar ϕ .

Vamos considerar agora a Lagrangiana taquiônica bem conhecida da teoria de cordas com a dinâmica do campo taquiônico, $T(x)$, acoplado com o campo elétrico, $E(x)$, [49].

$$\begin{aligned}
e^{-1}\mathcal{L} &= -V(T)\sqrt{1 - T'^2 + F_{01}F^{01}} \\
&= -V(T) \left[1 - \frac{1}{2}(T'^2 + F_{01}F^{01}) + \dots \right] \\
&= -V(T) + \frac{1}{2}V(T)T'^2 - \frac{1}{2}V(T)F_{01}F^{01} + \dots \\
&= -V(\phi) + \frac{1}{2}\phi'^2 - \frac{1}{2}V(\phi)F_{01}F^{01} + \dots
\end{aligned} \tag{2.33}$$

onde $e = \sqrt{|g|}$ é considerado em um espaço tempo geral. A expansão numa serie de potências é justificado considerando que o campo taquiônico varia lentamente, o que é adequado para descrever matéria taquiônica. Esta derivação é válida em 3 + 1 dimensões para ϕ dependendo tão somente da coordenada radial r que pode ser identificada com x .

Na equação (2.33) usamos o fato de que

$$\begin{aligned}
V(T(\phi)) &= \left(\frac{\partial\phi}{\partial T} \right)^2 \implies \frac{1}{2}V(T)(T'^2) \\
&= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\phi}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 = \frac{1}{2}\phi'^2
\end{aligned} \tag{2.34}$$

onde $\phi = f(T)$, ou $T = f^{-1}(\phi)$. Agora comparando a equação (2.33) com a equação (2.19) encontramos a igualdade $G = V$. Então podemos escrever

$$\begin{aligned}
-\phi'' + \frac{\partial V}{\partial\phi} - \frac{q^2}{2} \frac{\partial V}{\partial\phi} \frac{1}{V^2} &= 0, \\
-\phi'' + \frac{\partial V}{\partial\phi} - \frac{q^2}{2} \left(-\frac{\partial V^{-1}}{\partial\phi} \right) &= 0, \\
\phi'' - \frac{\partial V}{\partial\phi} - \frac{q^2}{2} \frac{\partial V^{-1}}{\partial\phi} &= 0, \\
\phi'' - \frac{\partial}{\partial\phi} \left[V + \frac{q^2}{2} V^{-1} \right] &= 0, \\
\phi'' - \frac{\partial \tilde{V}}{\partial\phi} &= 0
\end{aligned} \tag{2.35}$$

Conseqüentemente a equação (2.35) foi obtida de (2.32) usando o fato de que $V(\phi) = G(\phi)$. Agora vamos voltar com a equação do campo escalar dada por

$$\phi'' = \frac{\partial \tilde{V}}{\partial\phi} \tag{2.36}$$

com o potencial

$$\tilde{V} = V + \frac{q^2}{2} \frac{1}{V} \quad (2.37)$$

2.2.2 Potencial Taquiônico Adequado para o Confinamento e Blindagem

Para a Lagrangiana taquiônica em (2.33) expandida polinomialmente, fica explicitamente claro que a função dielétrica $G(\phi)$ pode ser igual ao potencial $V(\phi)$. Portanto a função dielétrica é naturalmente identificada no contexto da teoria taquiônica. Potenciais descrevendo a condensação taquiônica em teoria de cordas são do tipo que são zero no vácuo, isto é, quando $\phi \rightarrow \pm\phi_{vac} = 0$. Conseqüentemente podemos adotar o potencial taquiônico mais comumente usado na forma exponencial

$$V = e^{-\alpha\phi} \quad (2.38)$$

de modo que

$$\begin{aligned} \tilde{V} &= e^{-\alpha\phi} + e^{\alpha\phi} \\ &= 2 \cosh(\alpha\phi) \end{aligned} \quad (2.39)$$

ajustando $q^2 = 2$. A solução da equação (2.36) para este potencial é dada por

$$\phi(x) = \frac{2}{\alpha} \arcsin [\tan(x)] \quad (2.40)$$

Substituindo a solução em $V = e^{-\alpha\phi}$, temos

$$G(x) = V(x) = \frac{1}{(\tan(x) + |\sec(x)|)^2} \quad (2.41)$$

Conseqüentemente o modelo reproduz bem o comportamento do confinamento do campo elétrico

$$E(x) = \frac{q}{G(x)} \quad (2.42)$$

Note que se $x \rightarrow \pm\frac{\pi}{2}$ o campo elétrico ("superconfinamento"), por outro lado, no limite $x \rightarrow 0$, o campo elétrico se torna uma constante $E = q$ (regime de "confinamento").

2.2.3 Confinamento e Potenciais de Coulomb para o Campo Elétrico em três dimensões

Em três dimensões a extensão da equação (2.32) (na ausência de campos magnéticos) para simetria radial é direta e dada na equação (2.23)

Relembrando que a solução para o campo elétrico é dada por

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 G(\phi)r^2} \quad (2.43)$$

podemos substituir esta solução na equação (2.23) de modo que

$$-\left[\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr}\right)\right] - \frac{1}{2} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} \left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0 G(\phi)r^2}\right]^2 + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} = 0 \quad (2.44)$$

agora considerando que $G(\phi) = V(\phi)$ e $\lambda = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}$, temos

$$-\left[\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr}\right)\right] - \frac{\lambda^2}{2} \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} \frac{1}{V(\phi)^2 r^4} + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} = 0 \quad (2.45)$$

Conseqüentemente

$$\left[\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr}\right)\right] = \frac{\partial}{\partial \phi} \left[V(\phi) + \frac{\lambda^2}{2} \frac{1}{V(\phi)r^4}\right] \quad (2.46)$$

Agora, assumindo que o táquion tem o potencial $V(\phi) = e^{-\alpha\phi}$, temos

$$\left[\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr}\right)\right] = \frac{\partial}{\partial \phi} \left[e^{-\alpha\phi} + \frac{\lambda^2}{2} \frac{e^{\alpha\phi}}{r^4}\right] \quad (2.47)$$

Já que ϕ depende somente de r , podemos reescrever nossa equação como

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = -\alpha e^{-\alpha\phi(r)} + \frac{\lambda^2}{2} \alpha e^{\alpha\phi(r)} \frac{1}{r^4} \quad (2.48)$$

para $\alpha\phi$ suficientemente grande podemos comparar nosso resultado com o resultado obtido em [19, 50] para o confinamento de quarks e glúons com N_c cores, isto é,

$$\frac{d^2\phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi(r)}{dr} = -\frac{g^2}{64\pi^2 f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) \exp\left(-\frac{\phi(r)}{f_\phi}\right) \frac{1}{r^4} \quad (2.49)$$

Podemos ignorar $e^{-\alpha\phi}$ da equação (2.48) em nossa comparação pois este é um termo negligenciável. Podemos identificar nossa carga elétrica em termos da carga de cor dos glúons g como seguinte

$$-\frac{g^2}{64\pi^2 f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) = \alpha \frac{\lambda^2}{2} \quad (2.50)$$

Relembrando que

$$\lambda = \frac{q}{4\pi^2 \epsilon_0} \quad (2.51)$$

Comparando (2.48) e (2.49) temos

$$\frac{\lambda^2}{2} = \frac{g^2}{64\pi^2} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) \quad (2.52)$$

Onde $\alpha = -\frac{1}{f_\phi}$, consequentemente

$$\lambda = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \quad (2.53)$$

Onde redefinimos $g \rightarrow g/\sqrt{2}$. Agora usando a equação (2.51)

$$q = g\varepsilon_0 \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \quad (2.54)$$

De acordo com [19, 50], a solução de confinamento é dada por

$$\phi(r) = 2f_\phi \ln \left(\frac{r_\phi}{r}\right) \quad (2.55)$$

e a solução de não confinamento é dada por

$$\phi(r) = 2f_\phi \ln \left(\frac{r + r_\phi}{r}\right) \quad (2.56)$$

Agora substituindo as equações (2.54) em (2.43) e considerando que $G(\phi(r)) = V(r)$, temos

$$E(r) = \frac{g}{4\pi G(r)r^2} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \quad (2.57)$$

Mantendo $G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = e^{-\alpha\phi(r)}$ onde $\phi(r)$ é a solução de confinamento na equação (2.55), usando esta solução e o fato de que $\alpha = -\frac{1}{f_\phi}$, temos

$$\begin{aligned} G(\phi(r)) = V(\phi(r)) &= \exp \left[2 \ln \left(\frac{r_\phi}{r}\right) \right] \\ &= \left(\frac{r_\phi}{r}\right)^2 \end{aligned} \quad (2.58)$$

Substituindo a equação (2.58) em (2.57) encontramos o campo elétrico modificado pela *função dielétrica de cor* $G(r)$ desenvolvendo um 'meio de confinamento' que significa uma fase de confinamento dada por

$$E(r) = \frac{g}{4\pi r_\phi^2} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \quad (2.59)$$

O campo elétrico é constante e portanto implica que as linhas de força se mantem juntas em todo tempo, o que caracteriza um tubo de fluxo, representando o confinamento.

Potencial de Confinamento

Aqui vamos determinar o potencial de confinamento usando a relação bem conhecida

$$V_c(r) = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad (2.60)$$

Conseqüentemente, integrando a equação (2.59), temos

$$V_c(r) = \frac{g}{4\pi r_\phi^2} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} r + c \quad (2.61)$$

O que está em conformidade com o potencial de confinamento

$$V_c = \sigma r + c \quad (2.62)$$

onde $\sigma = \frac{g}{4\pi r_\phi^2} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)}$, é a tensão da corda QCD (o qual em geral também possui dependência em r) [17] que quebra em alguma escala da QCD favorecendo a produção de pares de mésons (hadronização) e c é a constante de integração. Então, temos um tipo de confinamento linear que descreve o confinamento de glúons. Note que o tratamento é baseado em teoria de calibre Abelian e portanto não possui todos os graus de liberdade adequados para descrever as cores dos glúons. Contudo, como a própria expressão mostra no limite $N_c \rightarrow \infty$ a carga elétrica é idêntica à carga de cor. Este é o limite de Hooft (limite planar) [2] onde vários diagramas de Feynmann desaparecem e tornam a teoria não Abelian mais simples.

Potencial Coulombiano

Vamos determinar o potencial de Coulomb partindo do campo elétrico na equação (2.43) usando a solução de não confinamento na equação (2.56) para o campo escalar $\phi(r)$.

$$\phi(r) = 2f_\phi \ln\left(\frac{r + r_\phi}{r}\right) \quad (2.63)$$

temos

$$G(\phi(r)) = V(\phi(r)) = G(r) = \left(\frac{r + r_\phi}{r}\right)^2 \quad (2.64)$$

Usando o fato de que $\alpha = -\frac{1}{f_\phi}$ e substituindo a equação (2.64) na equação (2.57) encontramos

$$E(r) = \frac{g}{4\pi(r + r_\phi)^2} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \quad (2.65)$$

que é um campo de Coulomb regularizado em uma distância r_ϕ . Integrando a equação (2.65) usando a relação na equação (2.60) obtemos o potencial de Coulomb regularizado como

$$V_{cl} = -\frac{g}{4\pi(r+r_\phi)}\sqrt{\left(1-\frac{1}{N_c}\right)} + \tilde{c} \quad (2.66)$$

Onde \tilde{c} é a constante de integração. Notamos que este potencial é regular em $r = 0$ ao contrário dos potenciais Coulombianos usuais.

2.3 Confinamento Escalar e Vetorial em Teoria de Calibre com um Dilaton

Nesta seção revisaremos o Confinamento Escalar e Vetorial em Teoria de Calibre com um dilaton [19]. O estudo deste fenômeno foi centrado na densidade Lagrangiana

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{4} \exp\left(\frac{\phi}{f_\phi}\right) F_{\mu\nu}^j F_j^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi + \sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}_f (i\gamma^\mu \partial_\mu + g\gamma^\mu A_\mu^j X_j) \psi_f \\ & - \exp\left(-\xi \frac{\phi}{f_\phi}\right) \sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}_f m_f \psi_f \end{aligned} \quad (2.67)$$

onde X_j denota uma representação N_c -dimensional de $SU(N_c)$. A forma particular das funções de acoplamento do dilaton para os campos de calibre e fermions não é completamente artificial: Para $\xi = 1$ isto corresponde ao que se poderia encontrar no ansatz de Kaluza-Klein [60] conectando a teoria de Einstein-Yang-Mills em $D > 4$ dimensões à teoria de Einstein-Yang-Mills-dilaton em quatro dimensões, onde $\exp(\phi/f_\phi)$ é o determinante da métrica interna. As equações de movimento são

$$\partial_\mu \left[\exp\left(\frac{\phi}{f_\phi}\right) F_i^{\mu\nu} \right] + g \exp\left(\frac{\phi}{f_\phi}\right) A_\mu^j f_{ij} F_k^{\mu\nu} = -g \bar{\psi} \gamma^\nu X_i \psi \quad (2.68)$$

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi = \frac{1}{4f_\phi} \exp\left(\frac{\phi}{f_\phi}\right) F_{\mu\nu}^j F_j^{\mu\nu} - \frac{\xi}{2f_\phi} \exp\left(-\xi \frac{\phi}{2f_\phi}\right) \bar{\psi} m \psi \quad (2.69)$$

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu + g\gamma^\mu A_\mu^j X_j) \psi - \exp\left(-\xi \frac{\phi}{2f_\phi}\right) m \psi = 0 \quad (2.70)$$

Aqui os índices de sabor são suprimidos. Estamos interessados nas distribuições de cores da forma

$$j^\mu = \varrho(\mathbf{r}) \eta_0^\mu = \rho(\mathbf{r}) C^i X_i \eta_0^\mu$$

onde C_i é o valor esperado do gerador X_i . Fontes pontuais semelhantes são desse tipo e (2.68) pode ser reduzido à forma

$$\nabla \cdot \left(\exp\left(\frac{\phi}{f_\phi}\right) \nabla \Phi \right) = -\varrho \quad (2.71)$$

com $\Phi \equiv A^0$. Para $\mathbf{E} = -\nabla \Phi$ e $\rho(\mathbf{r}) = g\delta(\mathbf{r})$ temos

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \left(\exp\left(\frac{\phi}{f_\phi}\right) \nabla \Phi \right) &= -\varrho \\ \nabla \cdot \left(\exp\left(\frac{\phi}{f_\phi}\right) \mathbf{E} \right) &= \varrho \\ \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \exp\left(\frac{\phi}{f_\phi}\right) E \right] &= \frac{gC_i}{V} \\ \int d \left[r^2 \exp\left(\frac{\phi}{f_\phi}\right) E \right] &= \frac{1}{V} \int_0^R gC_i r^2 dr \\ \left[r^2 \exp\left(\frac{\phi}{f_\phi}\right) E \right] &= \frac{gR^3 C_i}{3V} \\ \exp\left(\frac{\phi(r)}{f_\phi}\right) E_i(r) \mathbf{e}_r &= \frac{gC_i}{4\pi r^2} \mathbf{e}_r \end{aligned} \quad (2.72)$$

V é o volume do hádron, R é o raio do hádron e r é a distância entre o par quark-antiquark.

A equação (2.72) pode ser reescrita como

$$E = \frac{gC_i}{4\pi r^2} \exp\left(-\frac{\phi}{f_\phi}\right) \quad (2.73)$$

Temos de determinar o dilaton a partir da equação

$$\frac{d^2}{dr^2} \phi(r) + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \phi(r) = -\frac{g^2}{64\pi^2 f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) \exp\left(-\frac{\phi(r)}{f_\phi}\right) \frac{1}{r^4} - \frac{\xi}{2f_\phi} \exp\left(-\xi \frac{\phi}{2f_\phi}\right) mg\delta(\mathbf{r}) \quad (2.74)$$

onde a propriedade

$$\sum_{i=1}^{N_c^2-1} C_i^2 = \frac{N_c - 1}{2N_c}$$

dos valores esperados no espaço de cor foi usada. Usando a abreviação

$$r_\phi = \frac{g}{8\pi f_\phi} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2N_c}}$$

temos o potencial de Coulomb regularizado descoberto no caso $\xi = 0$ em [46, 51]

$$\phi(r) = 2f_\phi \ln\left(\frac{r + r_\phi}{r}\right) \quad (2.75)$$

$$\Phi_i(r) = \frac{gC_i}{4\pi(r + r_\phi)}, \quad (2.76)$$

e a solução de confinamento [46]

$$\phi(r) = 2f_\phi \ln\left(\frac{r_\phi}{r}\right) \quad (2.77)$$

$$\Phi_i(r) = -\frac{grC_i}{4\pi r_\phi^2} \quad (2.78)$$

O potencial $\Phi_i(r)$ foi determinado a partir da relação

$$\Phi = -\int E dr$$

Para determinar o potencial escalar resultante visto pelos quarks, comparamos nossos resultados da equação (2.70) com a equação de Dirac generalizada onde os potenciais escalares e vetoriais coexistem como

$$[\hat{\alpha}\hat{p} + \hat{\beta}m_0c^2 - (E - V(r))]\psi = 0, \quad (2.79)$$

no potencial da parede esférica, podemos usar a condição

$$V(r) = \begin{cases} -S(r), & \text{for } r \leq R \\ 0, & \text{for } r > R \end{cases}$$

onde r é as separações inter-quark e R é o raio do hadron. Quando consideramos apenas condições estáticas $E = 0$ e equação (2.79) se tornam

$$[\hat{\alpha}\hat{p} + \hat{\beta}m_0c^2 - S(r)]\psi = 0. \quad (2.80)$$

Comparando equações (2.70) e (2.79) para valores arbitrários de ξ podemos identificar o primeiro e o segundo termos de ambas as equações com o potencial vetorial e o terceiro termo como o potencial escalar [57, 58]. Portanto, os potenciais escalares resultantes vistos pelos fermions são

$$S(r) = m \left(\frac{r}{r + r_\phi} \right)^\xi \quad (2.81)$$

e

$$S(r) = m \left(\frac{r}{r_\phi} \right)^\xi. \quad (2.82)$$

Tanto para o coulomb regular quanto para os potenciais de confinamento, respectivamente.

Para discutir a energia potencial de confinamento, assumimos que o potencial é criado por uma fonte pesada parecida com uma orientação ζ_s , no espaço de cores, ou seja

$$C_i = \zeta_s^+ \cdot X_i \cdot \zeta_s.$$

Restringindo $\xi = 0$, sem acoplamento de massa, ou $\xi = 1$, acoplamento de tipo Kaluza-Klein, o potencial líquido visto por um (anti) quark de cor ζ_q no referencial de repouso de uma fonte pesada é então dada como

$$V(r) = \left[\pm \frac{g}{8\pi r_\phi} \left(|\zeta_s^+ \cdot \zeta_q|^2 - \frac{1}{N_c} \right) + m\xi \right] \frac{r}{r_\phi} \quad (2.83)$$

Esta energia potencial é a soma da energia potencial de confinamento calculada a partir da equação (2.78) e uma contribuição de energia potencial de confinamento escalar vista na equação (2.82), também, usamos $\xi = 1$ e $|\zeta_s^+ \cdot \zeta_q|^2 = 1$ para chegar a estes resultados.

O \pm implica que uma fonte de quark azul atrai um quark anti-azul, em essência, um antiquark com um ângulo $\Theta_c = \arccos(\sqrt{1/N_c})$ é atraído do eixo azul positivo ou negativo. Correspondentemente, uma fonte azul atrai quarks de cores diferentes (vermelho ou verde) no sentido de que a orientação das cores deve estar fora do duplo cone definido pelo ângulo Θ_c . O termo de massa é sempre atrativo.

Capítulo 3

Confinamento de Quarks e Glúons

3.1 O Desconfinamento em Temperature Finita

Agora vamos introduzir uma temperatura na Lagrangiana taquiônica (2.19) para determinar sua influência no potencial de confinamento do campo elétrico. Para estudar o efeito térmico, a temperatura efetiva do sistema se torna

$$V_{ff}(\phi) = V(\phi) + \frac{T^2}{24}V_{\phi\phi}, \quad (3.1)$$

e referências podem ser encontradas em [52, 53, 54]. Conseqüentemente a Lagrangiana se torna

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G(\phi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{T^2}{24}V_{\phi\phi} - V(\phi). \quad (3.2)$$

As equações de movimento para esta Lagrangiana são

$$\partial_\mu [G(\phi)F^{\mu\nu}] = 0 \quad (3.3)$$

e

$$\partial_\mu\partial^\mu\phi + \frac{1}{4}\frac{\partial G(\phi)}{\partial\phi}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{T^2}{24}\frac{\partial V_{\phi\phi}}{\partial\phi} + \frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi} = 0. \quad (3.4)$$

Agora escolhemos um potencial taquiônico apropriado que produz confinamento e desconfinamento na matéria taquiônica em uma temperatura finita. Escolhemos este potencial na forma

$$V(\phi) = \frac{1}{2}(\alpha^2\phi^2 - 1)^2, \quad (3.5)$$

portanto

$$V_{\phi\phi} = 2(3\alpha^4\phi^2 - \alpha^2). \quad (3.6)$$

Em três dimensões, (na ausência de campos magnéticos) na simetria radial, a equação (3.4) pode ser reescrita como

$$-\left[\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\phi}{dr}\right)\right] + \frac{T^2}{24}\frac{\partial V_{\phi\phi}}{\partial\phi} - \frac{1}{2}\frac{\partial G(\phi)}{\partial\phi}E^2 + \frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi} = 0. \quad (3.7)$$

Relembrando que a solução para o campo elétrico é dada por

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 G(\phi)r^2}. \quad (3.8)$$

Substituindo esta solução na equação (3.7) obtemos

$$-\left[\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\phi}{dr}\right)\right] + \frac{T^2}{24}\frac{\partial V_{\phi\phi}}{\partial\phi} - \frac{1}{2}\frac{\partial G(\phi)}{\partial\phi}\left[\frac{q}{4\pi\epsilon_0 G(\phi)r^2}\right]^2 + \frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi} = 0. \quad (3.9)$$

Agora considerando o fato de que $G(\phi) = V(\phi)$ e

$$\lambda = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}, \quad (3.10)$$

temos

$$-\left[\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\phi}{dr}\right)\right] + \frac{T^2}{24}\frac{\partial V_{\phi\phi}}{\partial\phi} - \frac{\lambda^2}{2}\frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi}\frac{1}{V(\phi)^2 r^4} + \frac{\partial V(\phi)}{\partial\phi} = 0. \quad (3.11)$$

o que implica:

$$\left[\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\phi}{dr}\right)\right] = \frac{\partial}{\partial\phi}\left[\frac{T^2}{24}V_{\phi\phi} + \frac{\lambda^2}{2}\frac{1}{V(\phi)r^4} + V(\phi)\right]. \quad (3.12)$$

A equação (3.12) se torna

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\phi}{dr}\right)\right] &= \frac{\partial}{\partial\phi}\left[\frac{T^2}{24}2(-\alpha^2 + 3\alpha^4\phi^2)\right] + \lambda^2\frac{\partial}{\partial\phi}\left[(\alpha^2\phi^2 - 1)^{-2}\right]\frac{1}{r^4} + \\ &\frac{\partial}{\partial\phi}\left[\frac{1}{2}(\alpha^2\phi^2 - 1)^2\right]. \end{aligned} \quad (3.13)$$

A qual pode ser simplificada como

$$\left[\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\phi}{dr}\right)\right] = \frac{T^2}{2}\alpha^4\phi + \lambda^2(4\alpha^2\phi + 12\alpha^4\phi^3)\frac{1}{r^4} + 2(\alpha^4\phi^3 - \alpha^2\phi), \quad (3.14)$$

onde

$$\left[(\alpha^2\phi^2 - 1)^{-2}\right] = 1 + 2\alpha^2\phi^2 + 3\alpha^4\phi^4 \dots \quad (3.15)$$

Redefinindo $T_c^2 = \frac{4}{\alpha^2}$, $\alpha\phi$ suficientemente pequeno e ϕ depende somente de r podemos reescrever a equação (3.14) como

$$\phi'' + \frac{2}{r}\phi' = 2\alpha^2\left[\frac{T^2}{T_c^2} - 1\right]\phi + \frac{4\lambda^2}{r^4}\alpha^2\phi. \quad (3.16)$$

Seja $A = \alpha^2 \left[\frac{T^2}{T_c^2} - 1 \right]$ e $B = 4\lambda^2\alpha^2$, a equação (3.16) pode ser reescrita como

$$\phi''(r) + \frac{2}{r}\phi'(r) - \left(2A + \frac{B}{r^4}\right)\phi(r) = 0. \quad (3.17)$$

Assumindo que $\left(\frac{B}{2A}\right)^{1/4} \ll r$, onde A e B são constantes, a equação (3.17) se reduz a

$$\phi''(r) + \frac{2}{r}\phi'(r) - 2A\phi(r) = 0. \quad (3.18)$$

Esta equação tem uma solução dada por

$$\phi(r) = \frac{\sin(\sqrt{2|A|r})}{\alpha\sqrt{|A|r}}. \quad (3.19)$$

com as condições de contorno $\phi(r \rightarrow 0) \rightarrow$ finita onde $|A| = -A = \alpha^2 \left[1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right]$, ajustando o limite $r \ll \frac{1}{\sqrt{2|A|}}$ que é, $\left(\frac{B}{2A}\right)^{1/4} \ll r \ll \frac{1}{\sqrt{2|A|}}$. Conseqüentemente podemos expandir a equação (3.19) polinomialmente como

$$\phi(r) = \frac{\sqrt{2}}{\alpha} \left[1 - \frac{|A|r^2}{3}\right]. \quad (3.20)$$

Substituindo este resultado na equação (3.5), o potencial taquiônico se torna

$$\begin{aligned} V(r) = G(r) &= \frac{1}{2} \left[2 \left(1 - \frac{|A|r^2}{3} \right)^2 - 1 \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(2 - \frac{4|A|r^2}{3} \right) - 1 \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{8|A|r^2}{3} \right] \\ &= \frac{1}{2} - \frac{4|A|r^2}{3}. \end{aligned} \quad (3.21)$$

3.1.1 Potencial para Confinamento de Quarks e Glúons

Substituindo este resultado (3.21) na equação do campo elétrico modificado pela função dielétrica $G(r)$, nos leva a

$$E = \frac{\lambda}{r^2 G(r)} = \frac{\lambda}{r^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{4|A|r^2}{3} \right]}. \quad (3.22)$$

Usando a bem conhecida relação para obtenção do campo elétrico, $V(r) = \int E dr$, para determinar o potencial de confinamento $V_c(r)$, obtemos o resultado

$$V_c = 6\lambda \left(-\frac{1}{3r} + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{|A|} \operatorname{arctanh} \left[2 \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{|A|} r \right] \right) + c. \quad (3.23)$$

Usando o fato de que, $\operatorname{arctanh} \left(2 \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{|A|} r \right) \approx 2 \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{|A|} r$, a equação (3.23) pode ser reescrita como

$$V_c(r, T) = -\frac{2\lambda}{r} + \frac{16\lambda|A|r}{3} + c. \quad (3.24)$$

Usamos, $\lambda = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}$, como observado da equação (2.51).

Agora, podemos comparar nossos resultados da equação (3.16) com os resultados de [19, 50], para o confinamento de quarks e gluons com N_c cores, mas nosso interesse será na parte dos gluons neste trabalho. Então usando

$$\frac{d^2(\phi(r))}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi(r)}{dr} = -\frac{g^2}{64\pi^2 f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c} \right) \exp \left(-\frac{\phi(r)}{f_\phi} \right) \frac{1}{r^4}. \quad (3.25)$$

Transformamos o potencial exponencial na equação (3.25) a fim de concordar com o potencial taquiônico usado neste trabalho, assim sendo, $\exp \left(-\frac{\phi(r)}{f_\phi} \right) \rightarrow 2(\alpha^4 \phi^3 - \alpha^2 \phi)$, isto concorda com a derivada de nosso potencial inicial usado para obter a equação (3.16).

Agora assumindo que $\alpha\phi$ é suficientemente pequeno, a equação (3.25) se torna

$$\frac{d^2\phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi(r)}{dr} = \frac{g^2}{32\pi^2 f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c} \right) \phi(r) \alpha^2 \frac{1}{r^4}. \quad (3.26)$$

Podemos identificar nossa carga elétrica q em termos da carga do glun g comparando a equação (3.16) e a equação (3.26) como se segue

$$4\lambda^2 \alpha^2 = \frac{g^2}{32\pi^2 f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c} \right). \quad (3.27)$$

Logo, podemos identificar $\alpha = \frac{1}{f_\phi}$ e

$$\lambda = \frac{g}{4\pi} \left(1 - \frac{1}{N_c} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.28)$$

Onde redefinimos $g \rightarrow g/2\sqrt{2}$. Usando a equação (2.51)

$$q = \varepsilon_o g \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)}. \quad (3.29)$$

Isto confirma que gluons carregam uma carga. Agora, substituindo o resultado acima na equação (3.24), temos

$$\begin{aligned} V_c(r, T) &= \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \left[-\frac{2}{r} + \frac{16 |A| r}{3} \right] + c \\ &= \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \left[-\frac{2}{r} + \frac{16\alpha^2}{3} \left[1 - \frac{T^2}{T_c^2} \right] r \right] + c. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Isto representa o potencial líquido estático observado para o confinamento de quarks e gluons na matéria taquiônica. Isto mostra o efeito combinado do potencial (deconfinamento) tipo Coulombiano e o aumento do potencial (confinamento). Como veremos, o potencial tipo Coulombiano domina em uma temperatura $T = T_c$ (alta energia) eliminando o efeito do confinamento, resultando na hadronização. Em $T = 0$ (baixa energia) observamos regime de confinamento. Também, da equação acima como r aumenta suficientemente (baixa energia) a parte tipo Coulombiana do potencial se aproxima de zero, a parte linear domina e o confinamento é observado. Por outro lado, como $r \rightarrow 0$ (alta energia) a parte tipo Coulombiana domina e a blindagem é observada.

Escrevendo a equação (3.30) em uma forma mais compacta, temos

$$V_c(r, T) = -\frac{k}{r} + \sigma(T)r + c. \quad (3.31)$$

onde c é a constante de integração e k é uma constante positiva dada por $k = 2\frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)}$.

σ , é a tensão da corda na QCD a qual neste caso depende explicitamente da temperatura.

A quebra da corda em intervalo de temperatura favorece a produção de pares de mésons (hadronização). Também, a tensão da corda da QCD, σ , pode ser expressa como

$$\sigma(T) = \frac{16}{3} \alpha^2 \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \left[1 - \frac{T^2}{T_c^2} \right]. \quad (3.32)$$

Em $T = 0$, σ não depende mais da temperatura ($\sigma(0)$) e a equação (3.31) é parecida com o potencial de Cornell para o confinamento de quarks pesados e glúons em hádrons. Nesta temperatura os glúons estão automaticamente em um estado confinado. Em $T = T_c$, $\sigma(T)$ se anula e a equação (3.31) se reduz a $V_c(r) = -\frac{k}{r} + c$, este potencial também se parece

com o potencial de Coulomb com uma constante arbitrária c . Nesta fase os glúons estão em uma fase deconfinada [13].

Neste ponto, faremos alguns comentários adicionais sobre a blindagem em $T > T_c$ antes de concluir esta seção. Podemos checar que a solução

$$\phi = e^{-mr}/\alpha, \quad (3.33)$$

satisfaz a equação (3.18) para largas distâncias, isto é, $r \gg m^{-1}$ e $r \gg (B/2A)^{1/4}$. Isto impõe uma restrição interessante $m^2 = A$, a qual significa que $m = \alpha T$ para temperaturas altas, isto é, $T \gg T_c$. Agora substituindo esta solução em (3.22), integrando em r e expandindo o resultado para largas distâncias, o termo resultante nos dá precisamente o bem conhecido *potencial médio de cor* [55]

$$\begin{aligned} V_{av}(r, T) &\simeq -2\lambda \frac{e^{-4mr}}{4mr^2} \\ &\simeq \frac{e^{-2m_e(T)r}}{T r^2}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

onde no último passo identificamos a *massa elétrica de blindagem* $m_e \sim gT$. Da equação (3.28) encontramos $\lambda \sim g$ onde podemos naturalmente identificar $g \equiv 2\alpha$, para obter a equação (3.34) na forma padrão. Acima da temperatura crítica, o potencial de confinamento entre um quark e um antiquark deve ser substituído pelo potencial médio de cor. No entanto, por razões numéricas, trabalhamos com o potencial de única cor que diminui mais devagar com $1/r$ ao invés de $1/r^2$ dado pelo potencial médio de cor. O cálculo do potencial anterior está fora do objetivo deste trabalho.

3.2 Lagrangian Taquiônica Acoplada com Campos de Férmions

Estudamos na seção 2.2, o confinamento dos quarks na matéria taquiônica. E na seção 3.1, estudamos o comportamento dos quarks em uma temperatura finita na matéria taquiônica para estabelecer o as transições do deconfinamento. Em vista disto, torna-se interessante estudar o comportamento de quarks pesados sob várias condições e comparar suas características. Para começar com este estudo, derivamos a densidade Lagrangeana adequada para o estudo. Para fazer isto, usamos a Lagrangiana resultante de (2.19) para o confinamento do campo elétrico e introduzimos o campo fermiônico da mesma forma

como é visto na QED massiva [44, 45]. Nós redefinimos os campos dos férmions e a porcentagem de campos gamma, adequadamente, para obter a interação forte necessária para que a teoria da QCD seja aplicada. Conseqüentemente

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G(\phi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi) - \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu + q\gamma^\mu A_\mu - m)\psi. \quad (3.35)$$

Vamos definir os campos dos férmions e os campos gama como: $\bar{\psi} \longrightarrow \tilde{\bar{\psi}}G^{1/2}(\phi)$, $\psi \longrightarrow \tilde{\psi}G^{1/2}(\phi)$ and $\gamma^\mu \longrightarrow \tilde{\gamma}^\mu G^{-1}(\phi)$.

Em primeiro lugar, resolvemos as componentes da Lagrangiana individualmente usando a transformação acima

$$\begin{aligned} \bar{\psi}i\gamma^\mu\partial_\mu\psi &= G^{1/2}(\phi)\tilde{\bar{\psi}}i\tilde{\gamma}^\mu G^{-1}(\phi)\partial_\mu[G^{1/2}(\phi)\tilde{\psi}] \\ &= G^{1/2}\tilde{\bar{\psi}}G^{-1}i\tilde{\gamma}^\mu[G^{1/2}\partial_x\tilde{\psi} + \partial_x(G^{1/2})\tilde{\psi}] \\ &= G^{-1/2}\tilde{\bar{\psi}}i\tilde{\gamma}^\mu\left[G^{1/2}\partial_x\tilde{\psi} + \frac{G^{-1/2}}{2}\partial_x G\tilde{\psi}\right] \\ &= \tilde{\bar{\psi}}i\tilde{\gamma}^\mu\left[\partial_x\tilde{\psi} + \frac{1}{2}\partial_x(\ln G)\tilde{\psi}\right] \\ &= \tilde{\bar{\psi}}i\tilde{\gamma}^\mu[\partial_x + q\partial_x f]\tilde{\psi}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Também consideramos a equação acima apenas em uma dimensão e redefinimos $f = \ln G$ e $q = \frac{1}{2}$. Generalizando a equação (3.36) em 3 + 1 dimensões, temos

$$\bar{\psi}i\gamma^\mu\partial_\mu\psi = \tilde{\bar{\psi}}i\tilde{\gamma}^\mu[\partial_\mu + q\partial_\mu f]\tilde{\psi} \quad (3.37)$$

também,

$$\begin{aligned} \bar{\psi}q\gamma^\mu A_\mu\psi &= \tilde{\bar{\psi}}qG^{1/2}(\phi)\tilde{\gamma}^\mu G^{-1}(\phi)A_\mu G^{1/2}(\phi)\tilde{\psi} \\ &= q\tilde{\bar{\psi}}\tilde{\gamma}^\mu A_\mu\tilde{\psi}, \end{aligned} \quad (3.38)$$

e

$$\begin{aligned} \bar{\psi}m\psi &= \tilde{\bar{\psi}}G^{1/2}(\phi)mG^{1/2}(\phi)\tilde{\psi} \\ &= \tilde{\bar{\psi}}Gm\tilde{\psi}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Agora substituindo as equações (3.37), (3.38) e (3.39) em (3.35), temos

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G(\phi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi) - \tilde{\bar{\psi}}(i\gamma^\mu\partial_\mu + q\tilde{\gamma}^\mu(A_\mu + i\partial_\mu f) - mG(\phi))\tilde{\psi}. \quad (3.40)$$

Usando o calibre de Lorentz $A'_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu f$ para reduzir a equação acima, temos

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G(\phi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi) - \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu + q\gamma^\mu A_\mu - mG(\phi))\psi, \quad (3.41)$$

onde $\tilde{\bar{\psi}} \rightarrow \bar{\psi}$, $\tilde{\psi} \rightarrow \psi$, $\tilde{\gamma} \rightarrow \gamma$ e $A'_\mu \rightarrow A_\mu$.

3.3 Confinamento de Férmions na Matéria Taquiônica

Podemos agora descrever o comportamento do confinamento dos fermions e dos gluons, resolvendo as equações de movimento da Lagrangiana dada na equação (3.41).

The equations of motion are:

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0, \quad (3.42)$$

e

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi + \frac{1}{4} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} - \bar{\psi} m \psi \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} = 0, \quad (3.43)$$

também,

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \bar{\psi})} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}} = 0 \quad (3.44)$$

e

$$-(i\gamma^\mu\partial_\mu + q\gamma^\mu A_\mu)\psi + mG(\phi)\psi = 0, \quad (3.45)$$

finalmente,

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\nu} = 0. \quad (3.46)$$

e

$$\partial_\mu [G(\phi)F^{\mu\nu}] = -\bar{\psi}q\gamma^\nu\psi. \quad (3.47)$$

Estamos interessados em distribuições de carga estacionárias da forma

$$j^\mu(x) = \varrho(\mathbf{r})\eta_0^\mu = \rho(\mathbf{r})C^i X_i \eta_0^\mu = q\bar{\psi}\gamma^\mu X_i \psi, \quad (3.48)$$

onde C_i é o valor esperado do gerador X_i . Esta é uma distribuição de cores não-abeliana que estamos usando para aproximar uma teoria abeliana, porque já foi estabelecido que 92 % de uma tensão de corda da QCD não-abeliana é Abeliana, conforme indicado na

introdução. Também estabeleceremos mais adiante neste trabalho que $q = g$. Da equação (3.47), relembrando que $\nu = 0$ e $\mu = j = 1, 2, 3$, podemos escrever

$$\nabla \cdot [G(\phi)\mathbf{E}] = \bar{\psi}q\gamma^0\psi = \psi^+q\gamma^0\gamma^0\psi = j^0 = C_i\rho. \quad (3.49)$$

Para $\rho(\mathbf{r}) = q\delta(\mathbf{r})$, assumimos que a função Delta de Dirac, $\delta(\mathbf{r})$, é suficientemente localizada (em termos da Gaussiana), pois as partículas estão próximas ou distantes, mas não tão longe umas das outras. Neste caso, podemos assumir uma distribuição de carga uniforme entre as partículas ao aproximar a fonte pontual como $\rho(\mathbf{r}) = q\delta(\mathbf{r}) \cong \rho$. Também $F^{j0} = -E$, expressando a equação (3.49) em coordenadas esféricas, temos

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} [r^2 G(\phi) E] = C_i \rho \quad (3.50)$$

e

$$\begin{aligned} [r^2 G(\phi) E] &= C_i \rho \int_0^R r^2 dr \\ E &= \frac{C_i q}{4\pi r^2 G(\phi)}, \end{aligned} \quad (3.51)$$

onde $q = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$ and $E = |\mathbf{E}| = E_r$. A equação (3.51) dá a solução para o campo elétrico modificado pela função dielétrica G .

Agora, expandindo a equação(3.43) apenas na coordenada radial,

$$-\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \frac{d\phi}{dr} \right] - \frac{1}{2} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} E^2 + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} - \bar{\psi} m \psi \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} = 0, \quad (3.52)$$

escolhemos $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = -2E^2$, e ϕ depende somente de r e podemos escrever

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = -\frac{1}{2} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} E^2 + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} - \bar{\psi} m \psi \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi}. \quad (3.53)$$

Redefinindo $\lambda = \frac{C_i q}{4\pi}$, temos,

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = -\frac{1}{2} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} \left[\frac{\lambda}{r^2 G(\phi)} \right]^2 + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} - \bar{\psi} m \psi \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi}, \quad (3.54)$$

a qual implica,

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = \frac{\partial}{\partial \phi} \left[V(\phi) + \frac{\lambda^2}{2} \frac{1}{V(\phi)} \frac{1}{r^4} - \bar{\psi} m \psi V(\phi) \right]. \quad (3.55)$$

Usamos o fato de que $G = V$ como mostrado em (2.19) e (2.33) para táquions variando lentamente. Agora usando o potencial taquiônico dado pela equação

$$V(\phi) = \frac{1}{2} [(\alpha\phi)^2 - 1]^2 \quad (3.56)$$

conseqüentemente, $V_\phi = 2(\alpha^4\phi^3 - \alpha^2\phi)$ e $V_\phi^{-1} = -8(\alpha^2\phi^2 - 1)^{-3}\alpha^2\phi$ portanto a equação (3.55) se torna

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = -4\lambda^2(\alpha^2\phi^2 - 1)^{-3}\alpha^2\phi \frac{1}{r^4} + 2(\alpha^4\phi^3 - \alpha^2\phi) - \bar{\psi}m\psi[2(\alpha^4\phi^3 - \alpha^2\phi)]. \quad (3.57)$$

Agora assumindo que $\alpha\phi$ é suficientemente pequeno e $(\alpha^2\phi^2 - 1)^{-3} = -1 - 3\alpha^2\phi^2 - 6\alpha^4\phi^4 - \dots$ e escolhendo apenas os termos lineares em ϕ a equação (3.57) se torna

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = 4\lambda^2\alpha^2\phi \frac{1}{r^4} - 2\alpha^2\phi + 2m\bar{\psi}\psi\alpha^2\phi. \quad (3.58)$$

Redefinimos uma distribuição de carga estática, tal que $\psi(x) = \epsilon f(x)$ e $\bar{\psi}(x) = \bar{\epsilon} f(x)$, onde ϵ e $\bar{\epsilon}$ são espinores constantes e $f(x)$ é uma função gaussiana. Logo, podemos escrever $\bar{\psi}\gamma^0\psi = \bar{\epsilon}\gamma^0\epsilon(f(x))^2 = \text{const} \cdot (f(x))^2 \sim \rho$ e portanto $\bar{\psi}\psi = \bar{\epsilon}\epsilon(f(x))^2 = \text{const} \cdot (f(x))^2 = \rho$.

A equação (3.58) pode ser reescrita como

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = 4\lambda^2\alpha^2\phi \frac{1}{r^4} - 2\alpha^2\phi + 2m\rho\phi\alpha^2. \quad (3.59)$$

Podemos reduzir a equação acima à forma

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = \phi \frac{B}{r^4} + 2K\phi. \quad (3.60)$$

Portanto,

$$\phi'' + \frac{2}{r}\phi' - \left(\frac{B}{r^4} + 2K\right)\phi = 0. \quad (3.61)$$

Onde ϕ'' e ϕ' corresponde à primeira e à segunda derivada de ϕ com respeito a r respectivamente, também, $B = 4\lambda^2\alpha^2$ e $K = (m\rho - 1)\alpha^2$. Ajustando o limite

$$\left(\frac{B}{2K}\right)^{1/4} \ll r,$$

a equação (3.61) pode ser reduzida a

$$\phi'' + \frac{2}{r}\phi' - 2K\phi = 0, \quad (3.62)$$

esta equação tem uma solução dada por

$$\phi = \frac{\sinh(\sqrt{2K}r)}{\alpha r \sqrt{K}}. \quad (3.63)$$

Assumimos que

$$r\sqrt{2K} \ll 1 \quad \rightarrow \quad r \ll \frac{1}{\sqrt{2K}}.$$

A equação (3.63) pode ser expressa polinomialmente como

$$\phi = \frac{\sqrt{2}}{\alpha} \left[1 + \frac{Kr^2}{3} \right]. \quad (3.64)$$

Substituindo (3.64) no potencial taquiônico dado por (3.56), isto resulta em

$$\begin{aligned} V(\phi) = G(\phi) &= \frac{1}{2} [(\alpha\phi)^2 - 1]^2 \\ &= \frac{1}{2} \left[2 \left(1 + \frac{Kr^2}{3} \right)^2 - 1 \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} \left[1 + \frac{4Kr^2}{3} \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{4Kr^2}{3}. \end{aligned} \quad (3.65)$$

3.3.1 Potencial de Confinamento

Substituindo os resultados em (3.65) para $G(\phi)$ na equação do campo elétrico em (3.51) para $\lambda = \frac{C_i q}{4\pi}$, temos

$$\begin{aligned} E &= \frac{\lambda}{r^2 G} \\ &= \frac{\lambda}{r^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{4Kr^2}{3} \right]}. \end{aligned} \quad (3.66)$$

Potencial Vetor

Usando a relação bem conhecida

$$V_c(r) = \mp \int E dr \quad (3.67)$$

para determinar o potencial de confinamento, V_c , temos

$$\begin{aligned} V_c(r, m) &= \pm 6\lambda \left[\frac{1}{3r} + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} \arctan \left(2\sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{K} r \right) \right] + c \\ &= \pm \lambda \left(\frac{2}{r} + \frac{16}{3} Kr \right) + c \\ &= \pm \lambda \left(\frac{2}{r} + \frac{16}{3} \alpha^2 (\rho m - 1) r \right) + c. \end{aligned} \quad (3.68)$$

Isto dá o potencial vetorial observado por pares massivos de partícula-anti-partícula (pares quark-anti-quark) na matéria taquiônica. Neste potencial, é claro que, para qualquer parceria massiva, partículas antipartículas, sempre haverá confinamento devido à sua

atração uns pelos outros, isso é mostrado pelo \pm ao potencial observado pela partícula - pares de partículas anti-partículas. Neste trabalho, escolheremos a parte positiva do potencial para representar o potencial observado por uma partícula (quark) quando o sinal negativo representa o potencial de sua correspondente antipartícula (anti-quark). Partículas e antipartículas são usadas para se referir a quark e anti-quark, cor e anti-cor e duas cores de diferentes tipos, respectivamente. Com efeito, as partículas do mesmo tipo (duas partículas ou duas partículas anti-partículas) se repelem uma vez que atraem partículas de diferentes tipos (partículas e partículas anti partículas); Por exemplo, a cor (azul) atrai um anti cor (anti-azul) do mesmo tipo ou cores de tipos diferentes (azul e verde) atraem uns aos outros e vice-versa [19].

Escolhendo a parte negativa do potencial que representa o potencial de uma anti-partícula, é apropriado escolher $\rho = -1$. Onde ρ é a distribuição de carga que mais tarde será identificada como a distribuição de carga de cores dos glúons. Neste caso, ρ pode ser classificado como uma anti-carga, que mais tarde será identificada como uma distribuição de carga anti-cor, já que estamos lidando com o potencial de uma anti-partícula. Isso justifica o sinal negativo de ρ . Além disso, escolheremos $\alpha = 1$ e $c = 0$, portanto, o potencial visto pelo anti-quark em um referencial em repouso de uma fonte pesada é dado por

$$V_c(r, m) = \lambda \left(-\frac{2}{r} + \frac{16}{3}(m+1)r \right), \quad (3.69)$$

e sua tensão de corda na QCD σ é dada como

$$\sigma(m) = \lambda \frac{16}{3}(1+m). \quad (3.70)$$

Potencial Escalar

Para anti-partículas com distribuição de carga colorida $\rho = -1$, podemos deduzir o potencial escalar dos férmions comparando as equações (2.80) e (3.45), conseqüentemente

$$S(r, m) = m \left[\frac{1}{2} - \frac{4(m+1)r^2}{3} \right]. \quad (3.71)$$

Isso representa a energia potencial escalar dos quarks obtidos naturalmente. A divisão desse resultado por uma taxa de gluon g dá o potencial de um quark que será usado para nossa análise neste trabalho. Pode-se ver que o potencial escalar varia quadraticamente

na distância. Também podemos ver que a diminuição da massa m e a distância r da partícula diminuem a magnitude do potencial escalar estático que se aproxima da linearidade (confinamento). Embora isso não fosse esperado para o confinamento, é razoável porque, o domínio escalar no potencial interquark implicará que todas as combinações de quark são confinadas enquanto isso, fenomenologicamente, as combinações necessárias são apenas preferidas energeticamente. Assim, isso confirma a afirmação de [19] de que o potencial vetor deve ser dominante sobre o potencial escalar, portanto, não devemos esperar um domínio escalar em qualquer modelo realista. Assim, vamos basear a maior parte de nossa análise sobre o potencial vetorial, pois nosso interesse está no confinamento.

Comparamos os resultados da equação (3.59) com os resultados obtidos em [19, 50] para o confinamento de quarks e glúons com N_c cores para determinar a constante de acoplamento das partículas coloridas

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = -\frac{g^2}{64\pi^2 f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) \exp\left(-\frac{\phi}{f_\phi}\right) \frac{1}{r^4} - \frac{\xi}{2f_\phi} \exp\left(-\xi \frac{\phi}{2f_\phi}\right) mg\delta(\mathbf{r}). \quad (3.72)$$

Transformamos o potencial exponencial na equação acima para se adequar ao potencial taquiônico usado neste trabalho, $\exp\left(-\frac{\phi(r)}{f_\phi}\right) \rightarrow 2(\alpha^4\phi^3 - \alpha^2\phi)$ and $\exp\left(-\xi \frac{\phi(r)}{2f_\phi}\right) \rightarrow 2\left(\frac{\alpha^4\phi^3\xi^4}{16} - \frac{\alpha^2\phi\xi^2}{4}\right)$, conseqüentemente a equação (3.72) pode ser reescrita como

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = \frac{g^2}{34\pi^2 f_\phi} \left(1 - \frac{1}{N_c}\right) \frac{\alpha^2\phi}{r^4} + \frac{2\xi^3\alpha^2\phi}{8f_\phi} mg\delta(\mathbf{r}). \quad (3.73)$$

Agora escrevemos a equação (3.59) assumindo uma fonte pontual, $\rho \cong q\delta(\mathbf{r})$, a fim de comparar com a equação (3.72), portanto

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = \frac{4\lambda^2\alpha^2\phi}{r^4} + 2q\delta(\mathbf{r})m\alpha^2\phi - 2\alpha^2\phi. \quad (3.74)$$

Comparando somente a parte fermiônica das equações (3.73) e (3.74), temos

$\frac{\xi^3}{8} = 1 \rightarrow \xi = 2, 2q = 2g \rightarrow q = g$ and $\alpha = \frac{1}{f_\phi}$, onde ξ representa a força de acoplamento dos férmions. Também podemos identificar

$$\lambda = \frac{C_i q}{4\pi} \rightarrow \lambda = \frac{C_i g}{4\pi}$$

onde a propriedade

$$\sum_{i=1}^{N_c^2-1} C_i^2 = \frac{N_c - 1}{2N_c}$$

dos valores esperados no espaço das cores será usado. Conseqüentemente as equações (3.69) e (3.70) podem ser reescritas como

$$\begin{aligned}
V_c(r, m) &= \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2N_c}\right)} \left(-\frac{2}{r} + \frac{16}{3}(m+1)r\right) \\
&= \frac{g}{4\pi\sqrt{2}} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \left(-\frac{2}{r} + \frac{16}{3}(m+1)r\right) \\
&= \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \left(-\frac{2}{r} + \frac{16}{3}(m+1)r\right). \tag{3.75}
\end{aligned}$$

e

$$\sigma(m) = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \left(\frac{16}{3}(m+1)\right). \tag{3.76}$$

respectivamente, com $g \rightarrow g/\sqrt{2}$. É importante notar que nosso estudo baseia-se na teoria de calibre Abelian e, portanto, não possui todos os graus de liberdade necessários para descrever completamente os quarks e glúons. No entanto, como nossas expressões acima mostram, no limite $N_c \rightarrow \infty$ a carga de cores torna-se idêntica à carga elétrica, o que sugere uma aproximação abeliana. Este é o limite plano onde vários diagramas de Feynman desaparecem e a teoria não-abeliana torna-se abeliana [19, 50].

Da equação (3.65) e substituindo $\rho = -1$, temos

$$G = V = \frac{1}{2} - \frac{4(m+1)r^2}{3}. \tag{3.77}$$

Nós encontramos a partir da equação acima (3.77) para a função dielétrica G que quanto maior a massa do quark menor o potencial taquiônico e mais facilmente ele forma a condensação de táquions [5] porque os táquions condensam quando o potencial se aproxima de zero, ($V \rightarrow 0$). Como a condensação de táquions implica em confinamento, os potenciais de quark mais pesados são mais propensos a confinar do que os quarks leves [32].

O resultado na equação (3.75) representa o potencial estático líquido de confinamento observado para uma fonte de antiquarks pesados. Este potencial mostra um efeito combinado dos potenciais de Coulomb e de confinamento (crescendo linearmente). É importante para o estado que, o potencial visto na equação (3.75) corresponde a uma mistura de $\xi = 0$ (sem massa de acoplamento) e $\xi = 1$ (acoplamento do tipo Kaluza-Klein). Enquanto $\xi = 0$ corresponde à fase de blindagem (potencial tipo Coulomb) e $\xi = 1$ corresponde à fase de confinamento, uma combinação dos dois nos dá o confinamento dos quarks em todo o tempo devido ao acoplamento do tipo Kaluza-Klein. É fácil ver, por inspeção, que a tensão da corda na QCD $\sigma(m)$ observada das equações (3.76) é

linear em m . Isto mostra que os quarks sempre estão em estados confinados. Da equação (3.76) podemos ver que $\sigma(0) \neq 0$ apesar de $m = 0$, isto por causa do fluxo cromoeletrico gerado por partículas coloridas confinadas mesmo se 'removermos' os quarks depois do confinamento [32].

O método adotado neste trabalho mostrou-se eficiente porque produz naturalmente o potencial estático para o confinamento dos quarks e apareceu do mesmo modo que vemos pelo conhecido potencial de Cornell para confinamento de quarks pesados, com nossa tensão de corda QCD dependendo da massa dos quarks como esperávamos. É importante notar que nossos resultados foram baseados no pressuposto de que pelo menos um dos quarks é suficientemente pesado para produzir confinamento. Também podemos ver isso por $m = 0$ a equação (3.75) é exatamente o mesmo que o potencial de Cornell ($v_c = -\frac{a}{r} + br$) citado na introdução, com dependência apenas da distância radial r (potencial geométrico). Reescrevendo as equações (3.75) em uma forma mais compacta temos

$$V_c = -\frac{k}{r} + \sigma(m)r$$

$$\text{onde, } \sigma(m) = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \left(\frac{16}{3}(m+1)\right) \text{ e } k = \frac{2g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)}.$$

3.4 Confinamento de Férmios em Temperatura Finita

Nesta seção, estudaremos a mudança no vácuo da QCD a uma temperatura e massa finitas usando teoria de campos efetiva da QCD na matéria taquiônica. Vamos começar com a lagrangiana na equação (3.40) com o potencial efetivo do campo escalar dado pelo potencial taquiônico e sua correção de temperatura,

$$V_{eff}(\phi) = \frac{T^2}{24} V_{\phi\phi} + V(\phi)$$

[52, 53, 54], neste caso assumimos que a contribuição do campo fermiônico para a temperatura do sistema é negligenciável, então só o campo escalar ϕ contribui para a temperatura total do sistema. Neste trabalho focaremos no modelo descrito pela densidade lagrangiana dada por

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}G(\phi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - V(\phi) - \frac{T^2}{24}V_{\phi\phi} - \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu + q\gamma^\mu A_\mu - G(\phi)m)\psi. \quad (3.78)$$

As equações de movimento para esta lagrangiana são dada por

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi + \frac{1}{4} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} + \frac{T^2}{24} \frac{\partial V_{\phi\phi}}{\partial \phi} - \bar{\psi} m \psi \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} = 0, \quad (3.79)$$

$$- (i\gamma^\mu \partial_\mu + q\gamma^\mu A'_\mu) \psi + mG(\phi)\psi = 0, \quad (3.80)$$

e

$$\partial_\mu [G(\phi) F^{\mu\nu}] = -\bar{\psi} q \gamma^\nu \psi. \quad (3.81)$$

Estamos interessados na distribuição da carga de cor estacionária da forma dada na equação (3.48). De (3.47), lembrando que $\nu = 0$ e $\mu = j = 1, 2, 3$, podemos escrever

$$\nabla \cdot [G(\phi) \mathbf{E}] = \bar{\psi} q \gamma^\nu \psi = \psi^\dagger q \gamma^0 \gamma^0 \psi = j^0 = \varrho = C_i \rho, \quad (3.82)$$

conseqüentemente

$$E = \frac{C_i q}{4\pi G(\phi) r^2}. \quad (3.83)$$

onde $\rho(\mathbf{r}) = q\delta(\mathbf{r}) \cong \rho$, $q = \frac{4}{3}\pi R^2 \rho$ e $E = |\mathbf{E}| = E_r$. Agora podemos expressar a equação (3.79) em coordenadas radiais na forma

$$-\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r^2 \frac{d\phi}{dr} \right] - \frac{1}{2} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} E^2 + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} + \frac{T^2}{24} \frac{\partial V_{\phi\phi}}{\partial \phi} - \bar{\psi} m \psi \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} = 0. \quad (3.84)$$

onde escolhemos $F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} = -2E^2$, já que ϕ depende somente em r podemos escrever

$$\frac{d^2 \phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = -\frac{1}{2} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} E^2 + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} + \frac{T^2}{24} \frac{\partial V_{\phi\phi}}{\partial \phi} - \bar{\psi} m \psi \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi}. \quad (3.85)$$

Redefinindo $\lambda = \frac{C_i q}{4\pi}$, temos,

$$\frac{d^2 \phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = -\frac{1}{2} \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi} \left[\frac{\lambda}{r^2 G(\phi)} \right]^2 + \frac{\partial V(\phi)}{\partial \phi} + \frac{T^2}{24} \frac{\partial V_{\phi\phi}}{\partial \phi} - \bar{\psi} m \psi \frac{\partial G(\phi)}{\partial \phi}, \quad (3.86)$$

o que implica,

$$\frac{d^2 \phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = \frac{\partial}{\partial \phi} \left[V(\phi) + \frac{\lambda^2}{2} \frac{1}{V(\phi)} \frac{1}{r^4} + \frac{T^2}{24} V_{\phi\phi} - \bar{\psi} m \psi V(\phi) \right]. \quad (3.87)$$

Usando o potencial

$$V(\phi) = \frac{1}{2} [(\alpha\phi)^2 - 1]^2$$

como especificado acima, com

$$V_\phi = 2[(\alpha\phi)^3 - \alpha^2\phi] \quad , \quad V_{\phi\phi} = 2[\alpha^4\phi^2 - \alpha^2] \quad \text{and} \quad V_{\phi\phi\phi} = 12\alpha^4\phi.$$

Substituindo este resultado na equação (3.87) e assumindo que $\alpha\phi$ é suficientemente pequeno, temos

$$\frac{d^2\phi}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi}{dr} = 4\lambda^2\alpha^2 \frac{1}{r^4} - 2\alpha^2\phi + \frac{T^2}{2}\alpha^4\phi + 2m\bar{\psi}\psi\alpha^2\phi. \quad (3.88)$$

Por simplicidade, vamos redefinir

$$B = 4\lambda^2\alpha^2, \quad \frac{4}{\alpha^2} = T_c^2 \quad \text{and} \quad A = \left[\frac{T^2}{T_c^2} - 1 \right]$$

onde usamos $\bar{\psi}\psi = \rho$, consistente com a distribuição de carga definida na equação(3.48), temos assumido também que a função delta é suficientemente concentrada na Seção 3.3.

Novamente, seja $P = (A + m\rho)\alpha^2$, a equação (3.88) se torna

$$\phi'' + \frac{2}{r}\phi' - \left(\frac{B}{r^4} + 2P \right) \phi = 0. \quad (3.89)$$

Esta equação tem uma solução

$$\phi = \frac{\sinh(\sqrt{2P}r)}{\alpha r \sqrt{P}}. \quad (3.90)$$

Assumindo que

$$r\sqrt{2P} \ll 1 \quad \rightarrow \quad r \ll \frac{1}{\sqrt{2P}}$$

e expandindo a equação (3.90) na forma polinomial

$$\phi = \frac{\sqrt{2}}{\alpha} \left[1 + \frac{Pr^2}{3} \right]. \quad (3.91)$$

Substituindo este resultado no potencial taquiônico, obtemos

$$\begin{aligned} G(r) = V(r) &= \frac{1}{2}[(\alpha\phi)^2 - 1]^2 \\ &= \frac{1}{2} \left[2 \left(1 + \frac{4Pr^2}{3} \right)^2 - 1 \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} + \frac{4Pr^2}{3}. \end{aligned} \quad (3.92)$$

Agora substituímos os resultados acima para o campo elétrico na equação (3.79). Obtemos

$$E = \frac{\lambda}{r^2 \left[\frac{1}{2} + \frac{4Pr^2}{3} \right]}. \quad (3.93)$$

3.4.1 Potencial de Confinamento

Determinando o potencial pela bem conhecida relação

$$V_c = \mp \int E dr,$$

temos

$$\begin{aligned} V_c &= \pm \lambda \left[\frac{1}{3r} + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} \arctan \left(2 \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{Pr} \right) \right] + c \\ &= \pm \lambda \left(\frac{2}{r} + \frac{16}{3} Pr \right) + c \\ &= \pm \lambda \left(\frac{2}{r} + \frac{16}{3} \alpha^2 (A + \rho m) r \right) + c \\ &= \pm \lambda \left(\frac{2}{r} + \frac{16}{3} \alpha^2 \left(\left[\frac{T^2}{T_c^2} - 1 \right] + \rho m \right) r \right) + c. \end{aligned} \quad (3.94)$$

Este é o potencial líquido observado pelos pares partículas-anti-partículas (pares quark-anti-quark) à temperatura e massa finitas. Pode-se ver que, independentemente da temperatura T e massa m dos pares partículas antipartículas, elas estarão sempre em estado confinado. Isso é devido à presença de m no potencial estático líquido, mesmo na temperatura crítica T_c do sistema. O sinal \pm mostra a atração entre os pares de partícula-anti-partícula mantendo-os atraentes um para o outro. Além disso, a presença de m neste modelo, mesmo em $T = T_c$, indica que a simetria quiral está quebrada [56] em todos os momentos, resultando em confinamento em todos os momentos. Além disso, em $T = 0$ e $m = 0$ a equação (3.94) parece o mesmo que o potencial de Conell para confinamento de quarks pesados, mencionado na introdução, com dependência apenas na distância radial.

Para este trabalho, escolheremos a parte negativa do potencial como um potencial de uma partícula anti-partícula (anti-quark) e positiva para representar o potencial de sua partícula correspondente. Agora, escolhendo a parte negativa do potencial $V_c(r, m, T)$ que corresponde a um potencial de uma antipartícula e $\rho = -1$ correspondente à distribuição anti-carga que será mais tarde identificada como a distribuição de carga anti-cor das partículas coloridas, também escolhemos $c = 0$, portanto,

$$V_c(r, m, T) = \lambda \left[-\frac{2}{r} + \frac{16}{3} \alpha^2 \left(\left[1 - \frac{T^2}{T_c^2} \right] + m \right) r \right]. \quad (3.95)$$

Nesta equação ajustamos $T = 0$, que é $V_c(r, m, 0)$, recuperamos a equação (3.69) para o confinamento de férmions e para $m = 0$, que é $V_c(r, 0, T)$ (quarks de massa nula) recuperamos a equação (3.24) para o deconfinamento de quarks e glúons em uma temperatura

finita [13]. A tensão da corda da QCD para a equação (3.95) é também dada como

$$\sigma(m, T) = \frac{16}{3}\alpha^2 \left(\left[1 - \frac{T^2}{T_c^2} \right] + m \right). \quad (3.96)$$

Para $m = 0$, que é $\sigma(0, T)$, recuperamos a equação (3.32), a tensão da corda para o deconfinamento de quarks e glúons em uma temperatura finita $T = 0$, que é $\sigma(m, 0)$, recuperamos a equação (3.70) para a tensão da corda para o confinamento de férmions.

A função dielétrica é também dada como

$$G(r, m, T) = \frac{1}{2} - \frac{4\alpha^2}{3} \left[\left(1 - \frac{T}{T_c} \right) + m \right] r^2, \quad (3.97)$$

onde escolhemos $\rho = -1$ para antipartícula. Da equação (3.97) temos que em $m = 0$, $G(r, 0, T)$, recuperamos a equação (3.21), a função dielétrica para o deconfinamento de quarks e glúons em uma temperatura finita, também, para $T = 0$, $G(r, m, 0)$, recuperamos a equação (3.77), a função dielétrica para confinamento de férmions. Finalmente, em $T = T_c$ temos

$$G(r, m, T = T_c) = V(r, m, T = T_c) = \frac{1}{2} - \frac{4}{3}\alpha^2 m r^2. \quad (3.98)$$

Na equação (3.98) observamos que como m cresce a magnitude de $G(r, m, T = T_c) = V(r, m, T = T_c)$ (potencial taquiônico) decresce, conseqüentemente esperamos uma condensação taquiônica em $m \neq 0$ pois os táquions condensam em $V \rightarrow 0$. Por outro lado, em $m = 0$ o potencial taquiônico se reduz a uma constante $V = \frac{1}{2}$ o que não corresponde a um condensado taquiônico. Veremos que esta fase coincide com a fase de deconfinamento de quarks e glúons.

Ao determinar as constantes de acoplamento das partículas de cor, podemos comparar nossos resultados da equação (3.88) a equação padrão (3.73), mas simplificaremos a equação (3.88) para fazer a comparação. Portanto a equação (3.88) pode ser simplificada como

$$\frac{d^2\phi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\phi(r)}{dr} = \frac{B}{r^4} \alpha^2 \phi(r) + 2A\alpha^2 \phi(r) + 2q\delta(\mathbf{r})\alpha^2 \phi(r). \quad (3.99)$$

onde substituímos $\rho \cong \rho(\mathbf{r}) = q\delta(\mathbf{r})$. Podemos relacionar

$2q = 2g \rightarrow q = g, \alpha = \frac{1}{f_\phi}$ and $\alpha = 1$. Onde ξ representa a força de acoplamento dos férmions e g é a carga do glúon. Também podemos identificar

$$\lambda = \frac{C_i q}{4\pi} \rightarrow \lambda = \frac{C_i g}{4\pi}$$

com a propriedade

$$\sum_{i=1}^{N_c^2-1} C_i^2 = \frac{N_c - 1}{2N_c}$$

dos valores esperados no espaço de cores. Portanto, a equação (3.95) e (3.96) podem ser reescritas como

$$V_c(r, m, T) = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \left[-\frac{2}{r} + \frac{16}{3} \alpha^2 \left(\left[1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right] + m \right) r \right] \quad (3.100)$$

e

$$\sigma(m, T) = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \frac{16}{3} \alpha^2 \left(\left[1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right] + m \right). \quad (3.101)$$

Também

$$V_c(r, 0, T) = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \left[-\frac{2}{r} + \frac{16}{3} \alpha^2 \left(\left[1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right] \right) r \right], \quad (3.102)$$

$$V_c(r, m, T = 0) = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \left[-\frac{2}{r} + \frac{16}{3} \alpha^2 (1 + m) r \right], \quad (3.103)$$

e

$$V_c(m, r, T = T_c) = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \left[-\frac{2}{r} + \frac{16}{3} \alpha^2 m r \right]. \quad (3.104)$$

Capítulo 4

Resultados, Análises e Conclusão

4.1 Resultados e Análises

4.1.1 Confinamento de Quarks e Glúons em Temperatura Finita

Plotando os resultados das equações (3.31) e (3.32) na Figura 4.1 e 4.2 assumimos que: $\alpha = 1$, $\lambda = 1$, com isto, obtemos $g/4\pi = 1$, $N_c \gg 1$ e $c = 0$.

O potencial para o confinamento (potenciais lineares e semelhantes a Coulomb) está representado na Figura 4.1. Em temperaturas não nulas, $T > 0$, o potencial aumenta linearmente como esperado, mas a inclinação diminui com o aumento constante da temperatura de $T = 0$ para $T = T_c$, onde a inclinação aproxima-se de zero. Isso representa um aumento na energia livre e uma diminuição nas interações entre os quarks e os glúons à medida que a temperatura aumenta. Em $T = T_c$ o potencial líquido é independente do efeito da tensão da corda da QCD, portanto, a parte coulombiana do potencial domina resultando em hadronização. Um processo que leva à produção de mésons leves. A Figura 4.2 mostra a diminuição acentuada em $\sigma(T)$ (o coeficiente do potencial de aumento linear) com T/T_c e desaparece em $T = T_c$. Neste momento, a corda quebra, dando origem à produção de pares [13].

Substituindo a solução de confinamento da equação (3.20) no potencial taquiônico (3.5), obtemos

$$G(r, T) = \frac{1}{2} - \frac{4\alpha^2}{3} \left[1 - \frac{T^2}{T_c^2} \right] r^2. \quad (4.1)$$

Este resultado é plotado na figura 4.3. Como vimos anteriormente nas equações (2.19) e

(2.33), $V(r) = G(r)$, podemos dizer que $V(r, T) = G(r, T)$, podemos ver claramente na figura (4.1) e (4.3) que a fase de confinamento e condensação taquiônica com intervalos de temperatura $0 \leq T \leq 0.9T_c$ coincide em $0.5 \lesssim r \lesssim 1.5$, com $V(r) = G(r) = 0$. Também, a fase de deconfinamento em $T = T_c$ a qual coincide em $V(r, T) = G(r, T) \equiv 1/2$ não corresponde à condensação taquiônica. De fato, comparando as figuras (4.1) e (4.3) podemos identificar este regime com a produção de mésons (hadronização). Conseqüentemente podemos dizer que o confinamento elétrico está associado com a condensação taquiônica [4].

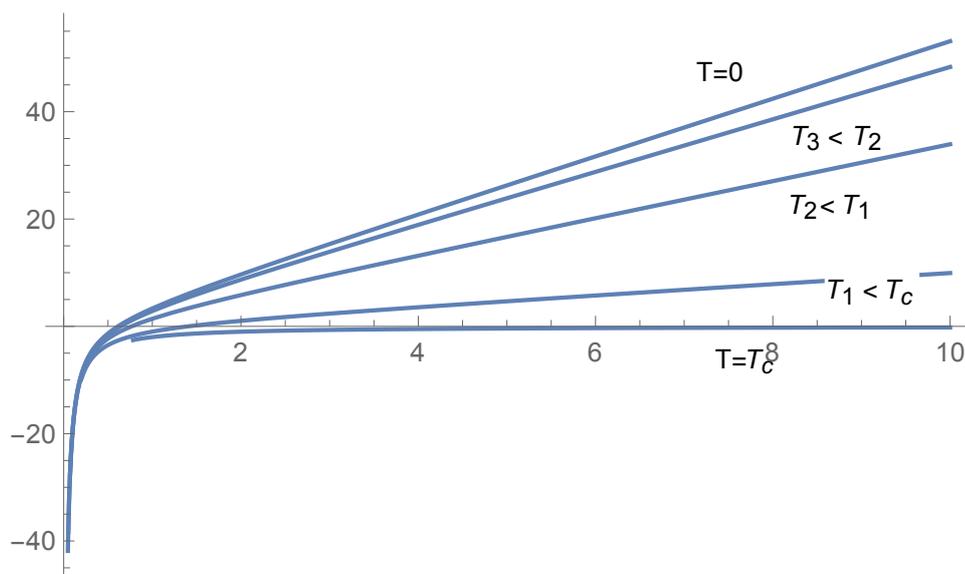


Figura 4.1: Gráfico de $V_c(r, T)$ versus r, T para $T = T_c, T_1 = 0.9T_c, T_2 = 0.6T_c, T_3 = 0.3T_c$ e $T = 0$

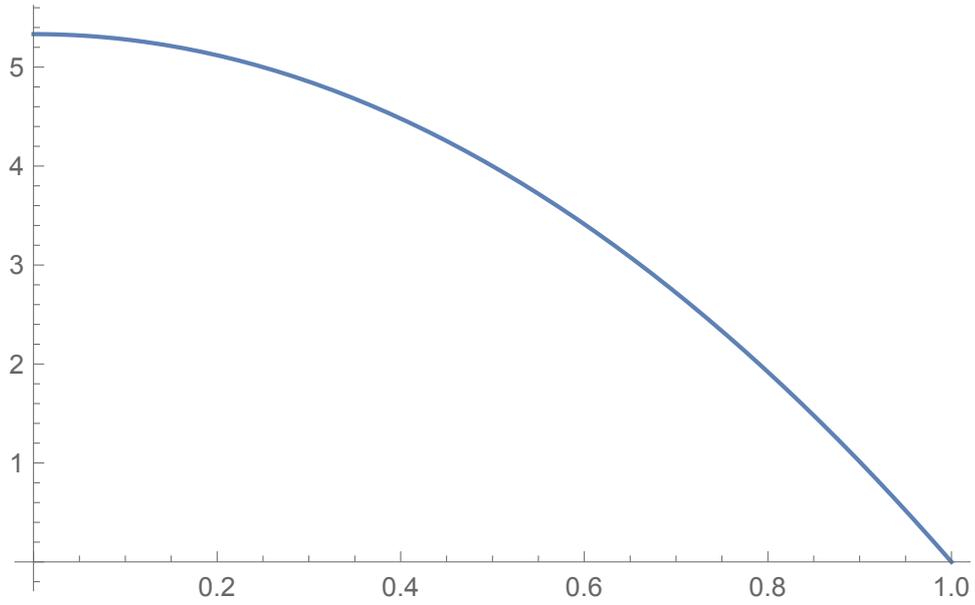


Figura 4.2: Gráfico de $\sigma(T)$ versus T/T_c

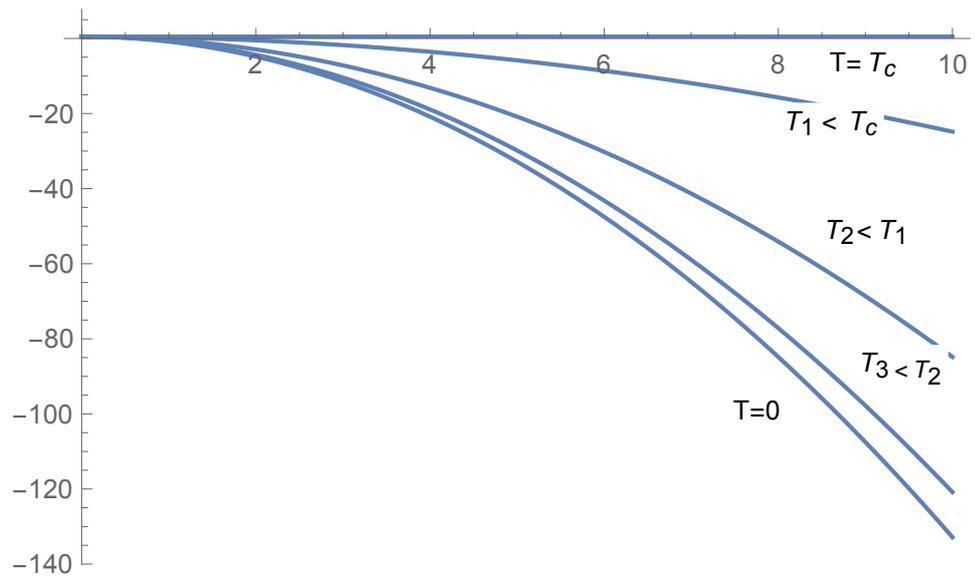


Figura 4.3: Gráfico de $G(r, T)$ versus r, T para $T = T_c$, $T_1 = 0.9T_c$, $T_2 = 0.6T_c$, $T_3 = 0.3T_c$ e $T = 0$

4.1.2 Confinamento de Férmions

Plotando os resultados das equações (3.75), (3.76) e (3.77) nas Figuras 4.4, 4.5 e 4.6 assumimos que $\alpha = 1$, $\lambda = 1$, conseqüentemente obtemos, $g/4\pi = 1$ e $N_c \gg 1$. A figura 4.4 mostra a relação entre o potencial interquark $V_c(r, m)$ e (m, r) para um antiquark. Isso mostra um aumento constante no gradiente de m_1 para m_5 representando um aumento

na força do confinamento de m_1 para m_5 . A figura 4.5 mostra o gráfico de $\sigma(m)$ versus m , isso mostra um aumento linear em $\sigma(m)$ versus m com uma parte cruzando o eixo $\sigma(m)$ aproximadamente no ponto 5,33. Sua linearidade retrata o confinamento que existe entre o (anti) quark. A linearidade em $\sigma(m)$ versus m mostra o confinamento em $\sigma(m)$ e o ponto de cruzamento 5.33 indicando uma interação forte mesmo em $m = 0$, sem qualquer possibilidade de as partículas estarem em uma fase confinada mesmo na ausência de massa. A figura 4.6 mostra a condensação taquiônica a qual coincide com o confinamento no intervalo $0.4 \lesssim r \lesssim 0.7$ na figura 4.4. Por último, na figura (4.7) mostra a relação entre o potencial escalar $S(r, m)$ e r, m . Vemos que o gradiente cresce com $m_1 = m = 0$ até $m_5 = m = 1$. O gráfico aborda a linearidade à medida que a massa diminui, mostrando confinamento e desaparece em $m_1 = m = 0$ também representando confinamento. Isso representa uma redução na interação das partículas à medida que suas massas aumentam, isso não é usual em teorias de confinamento porque esperamos um aumento na interação das partículas à medida que a massa aumenta. Esse comportamento do potencial escalar, em conjunto com seu aumento quadrático nas distâncias intermediárias, torna o potencial vetorial dominante sobre ele.

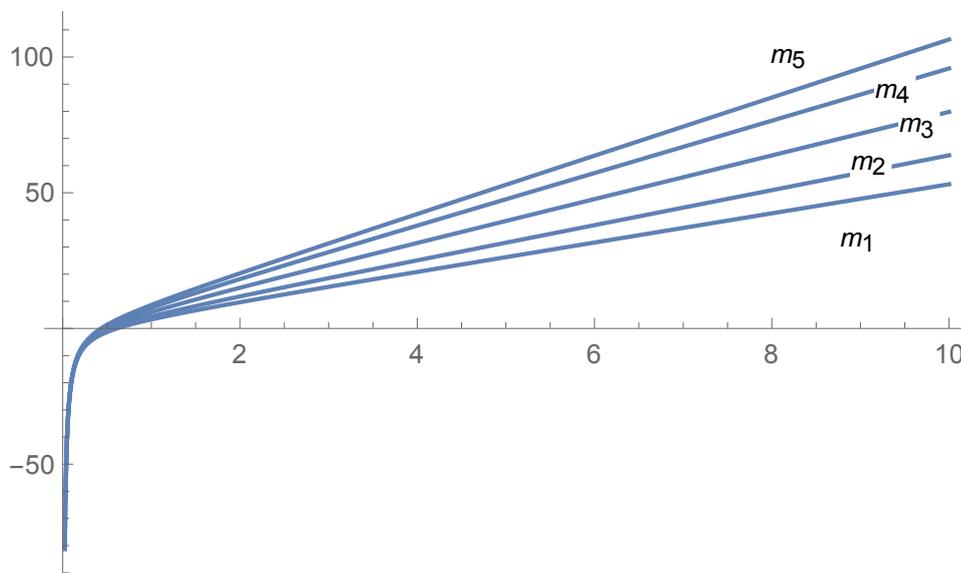


Figura 4.4: Gráfico de $V_c(r, m)$ versus r, m para $m_1 = 0, m_2 = 0.2, m_3 = 0.5, m_4 = 0.8$ e $m_5 = 1, (m_1 < m_2 < m_3 < m_4 < m_5)$

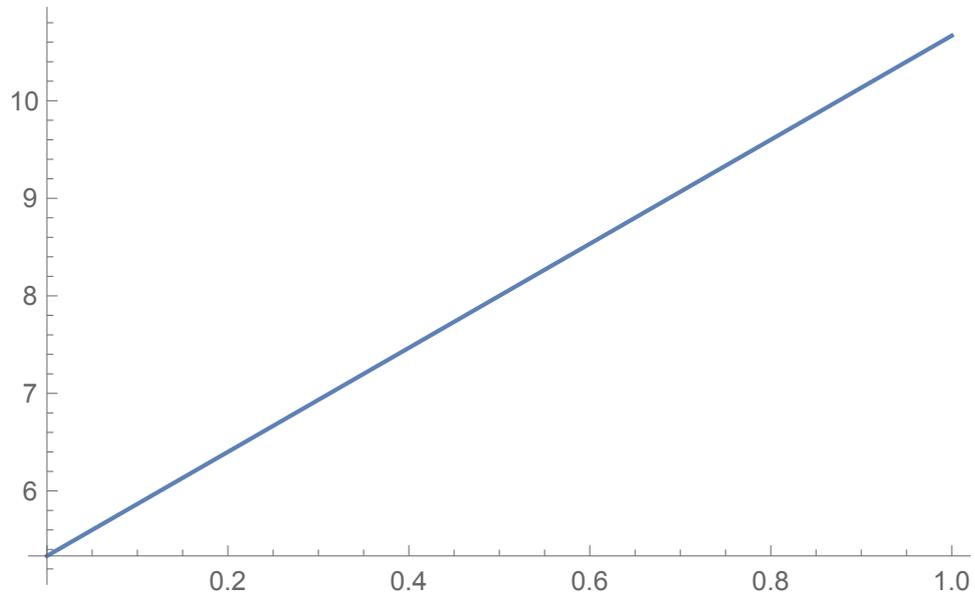


Figura 4.5: Gráfico de $\sigma(m)$ versus m para quarks pesados em $T = 0$

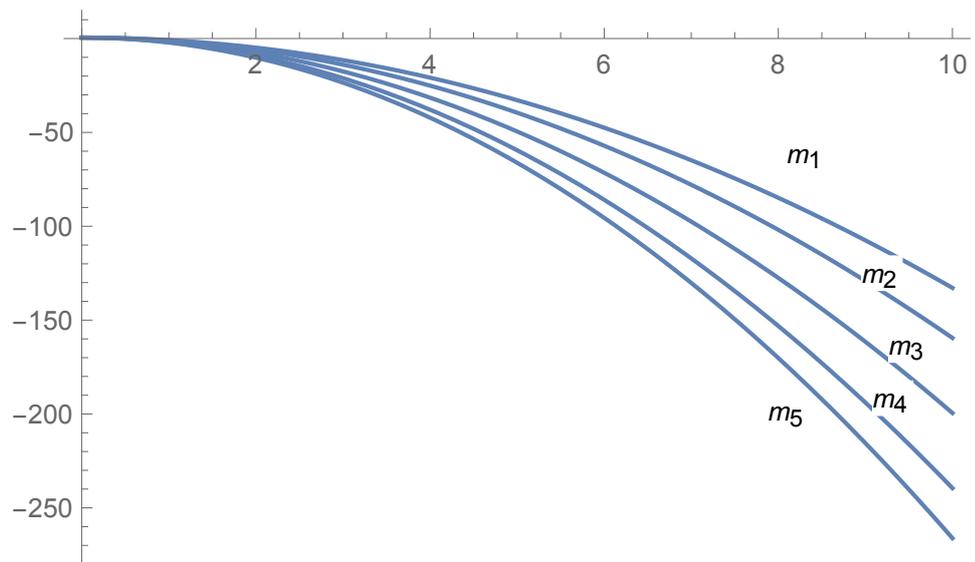


Figura 4.6: Gráfico de $G(r, m)$ versus r, m para quarks pesados de massas $m_1 = 0, m_2 = 0.2, m_3 = 0.5, m_4 = 0.8$ e $m_5 = 1$, ($m_1 < m_2 < m_3 < m_4 < m_5$)

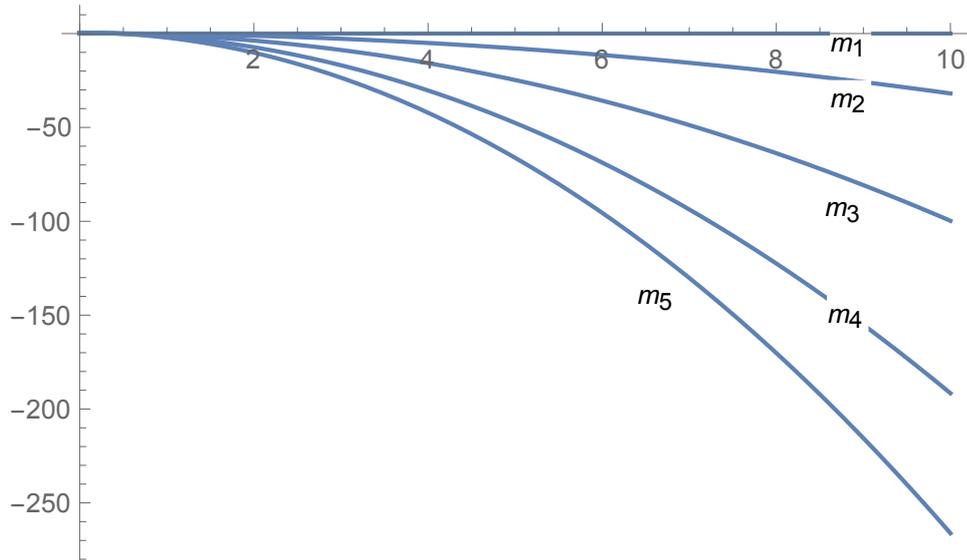


Figura 4.7: Gráfico de $S(r, m)$ versus r, m para $m_1 = 0, m_2 = 0.2, m_3 = 0.5, m_4 = 0.8$ e $m_5 = 1, (m_1 < m_2 < m_3 < m_4 < m_5)$

4.1.3 Confinamento de Férmiões em Temperatura Finita

Quando introduzimos quarks leves ($m = 0$) na equação (3.96), temos

$$\sigma(0, T) = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \frac{16}{3} \alpha^2 \left[1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right]. \quad (4.2)$$

Neste caso temos confinamento em $T < T_c$ e fase de deconfinamento em $T = T_c$, onde a simetria quiral dinâmica é restaurada, porque a condensação de monopolos da QCD é necessária para a quebra da simetria quiral dinâmica [56] conforme indicado na introdução. Nesse cenário, achamos que não só os quarks podem ser confinados, mas também o campo elétrico emitido pelos quarks também é confinado. O campo elétrico criado pela carga do glúon em vez de se espalhar pelo espaço como no eletromagnetismo, é confinado em tubos ou cordas formando um fluxo cromoelétrico embora não haja partículas maciças.

Para quarks massivos, temos confinamento o tempo todo, mas há uma alta interação entre os quarks em $T < T_c$ e uma interação fraca em $T \geq T_c$. Nós temos a interação máxima em $T = 0$ e o valor máximo da massa m e a interação mais fraca em $T = T_c$, como indicado acima. Mas há confinamento em ambos os casos porque a simetria quiral dinâmica não é restaurada em ambos os casos devido à presença de massa. Além disso, em uma situação em que todas as massas de quark m_q são muito grandes em comparação com a escala de energia Λ_{QCD} na qual a interação entre os quarks (anti) torna-se forte,

os quais estão realmente presos sob essa condição. Também é importante notar que, o fluxo cromoeletrico QCD que forma um tubo que liga as duas partículas coloridas juntas, só quebra quando se torna muito longo m_q/Λ_{QCD} (muitas vezes maiores do que o raio do próton, $0.87fm$) [32]. De outro modo, não terá energia suficiente no fluxo cromoeletrico para formar quarks em pares. Essa seqüência do fluxo é estável quando breve, instável quando há muito tempo, mas com uma vida exponencialmente longa, tornando quase impossível que o quark escape.

Para $T = 0$

$$\sigma(m, 0) = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \frac{16}{3} \alpha^2 (1 + m) \quad (4.3)$$

e para $T = T_c$

$$\sigma(m, T = T_c) = \frac{g}{4\pi} \sqrt{\left(1 - \frac{1}{N_c}\right)} \frac{16}{3} \alpha^2 m. \quad (4.4)$$

A força da interação entre os monopolos da QCD é determinada pela força da tensão da corda da QCD $\sigma(m, T)$. Comparando as equações (4.3) e (4.4), é fácil ver que a magnitude de $\sigma(m, T = 0) > \sigma(m, T = T_c)$, como indicado acima. Isso confirma a forte interação em baixas temperaturas e a baixa interação a altas temperaturas na presença de quarks dinâmicos.

Plotaremos os resultados para $V_c(r, m, T = T_c)$ e $\sigma(m, T = T_c)$ para uma comparação posterior com a figura 4.4 e 4.5. Podemos ajustar $c = 0$, $\alpha = 1$ o que produz $\lambda = 1$.

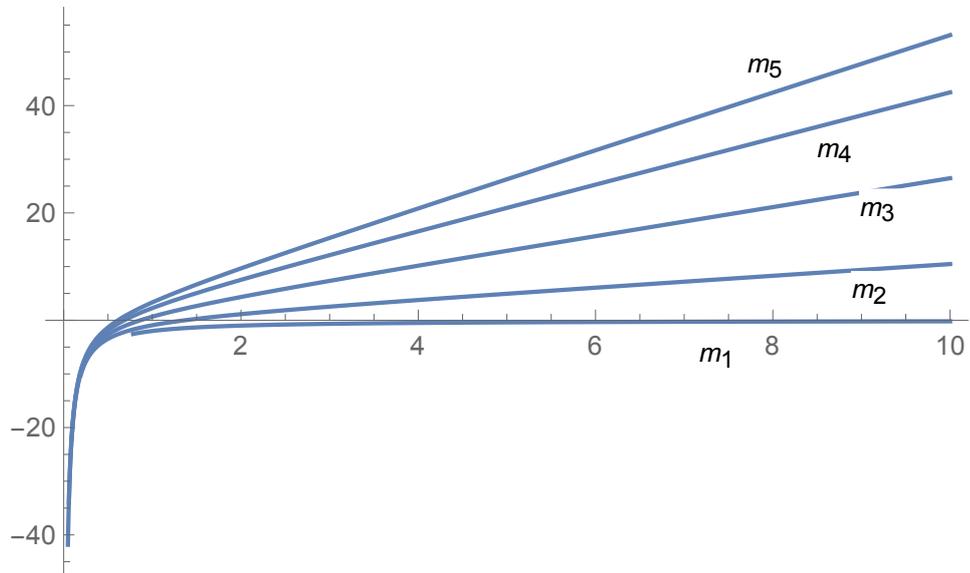


Figura 4.8: Gráfico de $V_c(r, m, T = T_c)$ versus r, m para $m_1 = 0, m_2 = 0.2, m_3 = 0.5, m_4 = 0.8$ e $m_5 = 1$, ($m_1 < m_2 < m_3 < m_4 < m_5$)

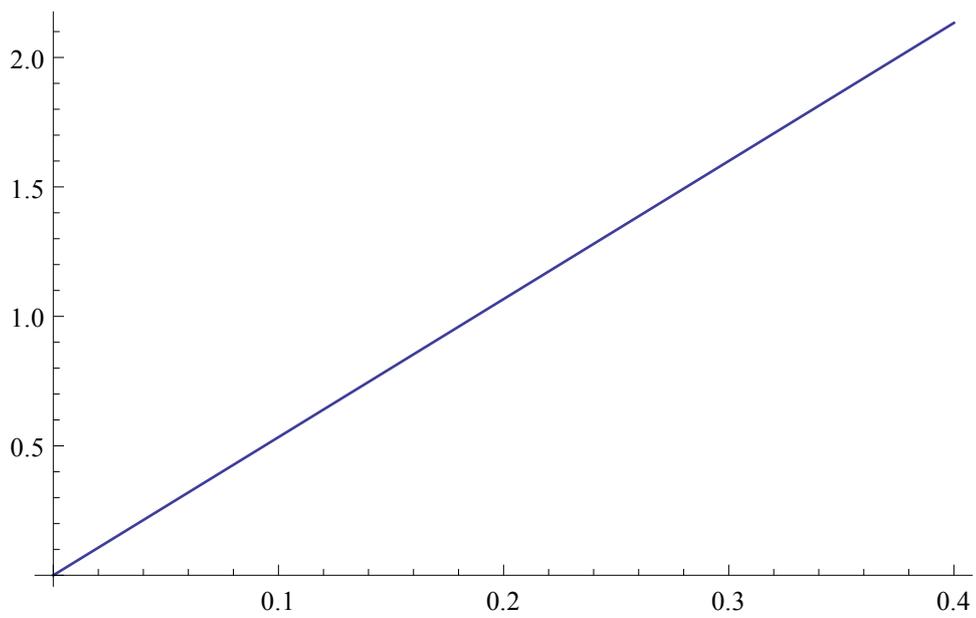


Figura 4.9: Gráfico de $\sigma(m)$ versus m para quarks pesados em $T = T_c$

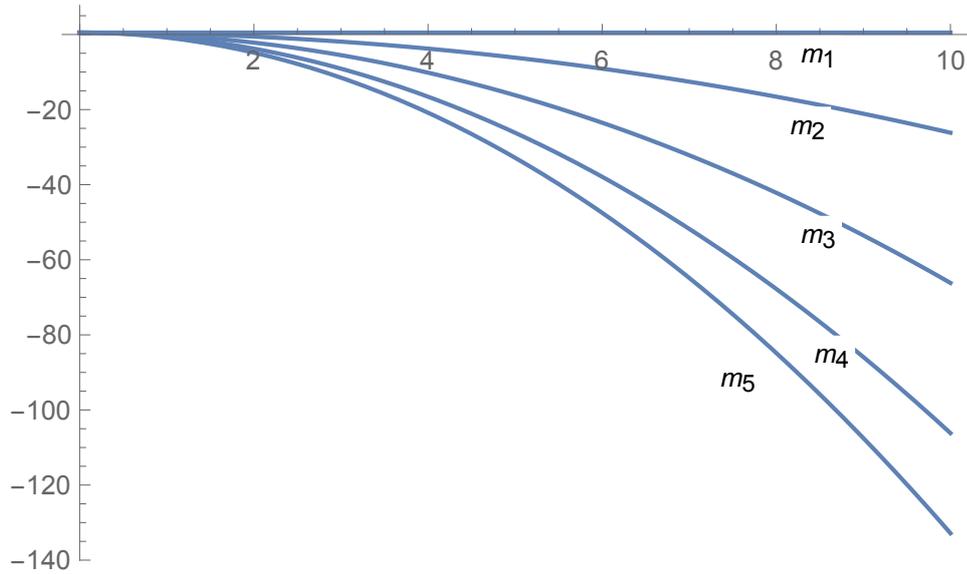


Figura 4.10: Gráfico de $G(r, m)$ versus r, m para $m_1 = 0, m_2 = 0.2, m_3 = 0.5, m_4 = 0.8$ e $m_5 = 1, (m_1 < m_2 < m_3 < m_4 < m_5)$

Os gráficos para os potenciais nas equações (3.102) e (3.103) são dados nas figuras 4.1 e 4.4 respectivamente. Os gráficos para as equações (4.2) e (4.3) são encontrados nas equações 4.2 e 4.5 respectivamente.

Comparando os gráficos nas figuras 4.4 e 4.8 encontramos que a linha com o gradiente mínimo, $m_1 = m = 0$, na figura 4.4 para a equação (3.102) representa a linha com o gradiente máximo, $m_5 = m = 1$, na figura 4.8 para a equação (3.104). Isso mostra a forte interação mostrada pelos quarks e os gluons em $0 \leq T < T_c$ e a interação fraca em $T = T_c$. Esse comportamento também pode ser afirmado comparando a tensão da corda da QCD para as equações (3.102) e (3.104) obtidas nas equações (4.3) e (4.4) Representado graficamente nas figuras 4.5 e 4.9, respectivamente. O gráfico na figura 4.5 corta o $\sigma(m, 0)$ em aproximadamente (5, 33) indicando que não há possibilidade de que a corda se quebre em qualquer temperatura ou intervalo de massa sob essa condição. Mas o gráfico em 4.9 começa a partir da origem $m = \sigma(m, T = T_c) = 0$, isso indica que a tensão desaparece ou quebra em $m = 0$, resultando em restauração da simetria quiral dinâmica, portanto, o confinamento e a hadronização ocorrem neste ponto. Isso também é mostrado pela linha de gradiente quase zero ($m_1 = 0$) na figura 4.8 para o potencial $V_c(m, T = T_c, r)$ na equação 3.104. Comparando as figuras 4.6 e 4.10, podemos ver que a linha de gradiente máximo na figura 4.10 em $m_5 = m = 1$ corresponde à linha de gradiente mínimo na figura (4.6) em $m_1 = m = 0$ quando o mínimo na figura (4.10) não

Representam a condensação de táquions. Por isso, temos mais condensado de táquions em $G(r, m, T = 0)$ que $G(r, m, T = T_c)$, observando que quanto maior a magnitude de $G = V$ menos estável o táquion e menor o condensado. Finalmente, comparando as figuras 4.8 e 4.10, a fase de confinamento coincide com a condensação de taquions dentro da faixa de $0,5 \lesssim m \lesssim 1,5$.

4.2 Conclusão

Em nossas investigações, encontramos o potencial estático para o confinamento linear e os regimes semelhantes a Coulomb para quarks e glúons dentro de uma faixa específica de distâncias intercalares em função da temperatura, massa e ambos. Os resultados são mostrados nas figuras 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.8, 4.9 e 4.10 para os vários potenciais, $V_c(T, r)$, $V_c(m, r)$ e $V_c(m, T, r)$ e suas funções dielétricas de cor correspondentes, $G(T, R)$, $G(m, r)$ e $G(m, T, r)$ e tensões de corda da QCD, $\sigma(T)$, $\sigma(m)$ e $\sigma(m, T)$ e um potencial escalar $S(r, m)$. A função dielétrica de cor acoplada ao campo de medição produziu a interação forte necessária entre os glúons que resultam em confinamento em $0 \leq T \leq 0,9T_c$ e confinamento em $T = T_c$ e $T = T_c, m = 0$ na matéria taquiônica. O confinamento dos quarks e glúons em $0 \leq T \leq 0,9T_c$ e $0 \leq m \leq 1$ coincide com a condensação de táquions dentro dos mesmos intervalos de temperatura e massa como mostrado nas figuras 4.1 e 4.3, 4.4 e 4.6 e 4.8 e 4.10. As fases de confinamento em $T = T_c$ e $T = T_c, m = 0$ não correspondem à condensação de táquions como se vê nas figuras 4.1 e 4.3 e 4.8 e 4.10 para quarks leves e pesados, respectivamente. Assim, a condensação de táquions está associada ao confinamento elétrico. Além disso, o táquion desempenha o papel do campo de Higgs e espera-se que o mecanismo de Higgs prossiga através da condensação de táquion, o que justifica nossa escolha do potencial neste trabalho. Espera-se que o táquion se condense a um valor em um limite da escala de cordas [5, 6]. Além disso, na fase de confinamento, $T < T_c$, há uma quebra de simetria quiral espontânea, enquanto na fase de confinamento $T = T_c$ e $T = T_c, m = 0$ há uma restauração da simetria quiral, porque a condensação de monopolo da QCD é essencial para a quebra de simetria quiral espontânea. Também mostramos que a contribuição do potencial escalar comparado ao potencial vetorial é menos dominante.

A tensão da corda QCD também foi encontrada como uma função de temperatura,

massa e ambas. Observamos que o $\sigma(T)$ diminui rapidamente com a temperatura e quebra (desaparece) em $T = T_c$ dando origem a hadronização, $\sigma(m)$ em $T = 0$ é linear e a massa mantém os quarks presos o tempo todo. Novamente, com $\sigma(T = T_c, m)$ encontramos a fase de confinamento e hadronização em $m = 0$. Nós estabelecemos que, há uma redução nas interações de quarks pesados em $T = T_c$, pois demonstramos que $\sigma(m) > \sigma(T = T_c, m)$ em qualquer modelo realista.

Referências Bibliográficas

- [1] S. Mandelstam, "Vortices and quark confinement in non-Abelian gauge theories", *Phys. Rep.* **23 C**, 145 (1976);
- [2] G. 't Hooft, "Gauge Fields With Unified Weak, Electromagnetic and Strong Interactions", *Euro. Phys. Soc.* 1975, ed.
- [3] A. Zichichi; N. Seiberg and E. Witten, "Monopole Condensation, And Confinement In N=2 Supersymmetric Yang-Mills Theory", *Nucl. Phys.* **B 426**, 19 (1994).
- [4] F. A. Brito, M. L. F. Freire and W. Serafim, "Confinement and Screening in Tachyonic Matter", *Eur. Phys. J. C.* (2014), **74** 3202.
- [5] A. Sen, "Tachyon Condensation on the Brane Antibrane System", **JHEP 08** (1998) 012, [hep-th/9805170],
- [6] H. J. Rothe, "Lattice Gauge Theories", (World Science, 1992).
- [7] O. Bergman, K. Hori., P. Yi, "Confinement on the brane", *Nucl. Phys.* **B 580** (2000) 289-310.
- [8] E. Laermann and O. Philipsen, "The Status of Lattice QCD at Finite Temperature", *Rev. Nucl.* **53** (2003) 163 198
- [9] H. Suganuma, S. Sasaki, H. Toki and H. Ichie, "Dual Higgs mechanism for quarks in hadrons", *Prog. Theor. Phys. Suppl.* 120 (1995) 57 **74**.
- [10] Y. S. Kalashnikova and A. V. Nefediev, "Two-dimensional QCD in the Coulomb Gauge", *Phys. Usp.* 45 347 **368** (2002)
- [11] E. Eichten et al., "Charmonium: The Model" *Phys. Rev.* 17 (1978) 3090; *Phys. Rev.* **D 21** (1980) 313

- [12] D. Bazeia, F. A. Brito, W. Freire and R. F. Ribeiro, "Confining potential in a color dielectric medium with parallel domain walls", *Int.J. Mod. phys. A* **18** 5627 (2003)
- [13] A. Issifu and F. A. Brito, "The (De)-confinement Transition in Tachyonic Matter at Finite Temperature", arXiv:1706.09013 [hep-th].
- [14] A. Sen, "Tachyon Matter", *JHEP* **0207** 065 (2002) [hep-th/0203265];
- [15] A. Sen, "Rolling Tachyon", *JHEP* **0204** 048 (2002) [hep-th/0203211].
- [16] H. Suganuma, S. Sasaki and H. Toki, "Color Confinement, Quark Pair Creation and Dynamical Chiral-Symmetry Breaking in the Dual Ginzburg-Landau Theory", *Nucl. Phys. B* **435** (1995) 207
- [17] T. Suzuki, *Prog. Theor. Phys.*, "Abelian Confinement Mechanism in QCD", **80** (1988) 929; **81** (1989) 752.
- [18] S. Maedan and T. Suzuki, "Dual Ginzburg-Landau Theory and Quark Nuclear Physics", *Prog. Theor. Phys.* **81** (1989) 229
- [19] R. Dick, "Vector and Scalar Confinement in Gauge Theory With a Dilaton", *Phys. Lett. B* **409** (1997), 321.
- [20] L. Wilets, *Non topological solutions*, (world Scientific, Singapore, 1998).
- [21] T. D. Lee, *Particle physics and introduction to field theory*, (Harwood Academic, New York, 1981).
- [22] H. Shiba et al, "Monopoles and string tension in SU(2) QCD", *Phys. Lett, B* 333 461 (1994).
- [23] G. S Bali et al. "Dual Superconductor Scenario of Confinement: A Systematic Study of Gribov Copy Effects", *Phys. Rev. D* **54**, 2863 (1996).
- [24] E. Eichten et. al. , "The Spectrum of Charmonium", *Phys. Rev. Lett.* **34** 369 (1975).
- [25] A. Chodos, R. L. Jaffe, K. Jonhson, C. B. Thorn and V. F. Weisskopf, "New extended model of hadrons", *Phys. Rev D* **9** 12 3471 (1974).
- [26] W. A. Bardeen, M. S. Chanowitz, S. D. Drell, M. Weinstein and T. M. Yan, "Density Oscillations within Hadrons", *Phys. Rev. D* **11** 1094 (1994).

- [27] R. Friedberg and T. D. Lee, "Fermion Field Nontopological Solitons", *Phys.Rev. D* **15** (1977) 1694.
- [28] C. P. Herzog, "A Holographic Prediction of the Deconfinement Temperature", *Phys. Rev. Lett.* **98** 091601 (2007).
- [29] H. Boschi-Filho and N. R. F. Braga, "AdS/CFT Correspondence and Strong Interactions", *Phys. Rev.*, **D 74** (2006) 086001.
- [30] O. Andreev, V. I. Zakharov, "The spatial string tension, thermal phase transition, and AdS/QCD", *Phys. Lett. B* **645** 437 441 (2007).
- [31] E. Laermann, C. DeTar, O. Kaczmarek, F. Karsch, "String breaking in Lattice QCD", *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **73** 447 449 (1999)
- [32] M. J. Strassler, 'On Confinement Duality', (University of Pennsylvania, Philadelphia, Pennsylvania, USA, 2001).
- [33] S. Eidelman, B. K. Heltsley, J. J. Hernandez-Rey, S. Navas, C. Patrignani, "Developments in heavy quarkonium spectroscopy", (2012 Review), arXiv:1205.4189 [hep-ex].
- [34] N. Brambilla et al., "Heavy Quarkonium Physics", CERN-2005-005, (CERN, Geneva, 2005), arXiv:hep-ph/0412158.
- [35] B. J. Harrington, S. Y. Park and A. Yildiz, "Discrete Path Approach to Linear Recursion Relations", *Phys. Rev. Lett.* **34** (1975) 168.
- [36] E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita, J. Kogut, K. D. Lane and T.-M. Yan, "Spectrum of Charmed Quark-Antiquark Bound States", *Phys. Rev. Lett.* **34** (1975) 369.
- [37] H. J. W. Muller-Kirsten, "Quark Confinement, Rising Trajectories and Asymptotic Behavior of form Factors", *Phys. Rev. D* **12** (1975) 1103.
- [38] J. F. Gunion and R. S. Willey, "Hadronic spectroscopy for a linear quark containment potential", *Phys. Rev D* **12** (1975) 174.
- [39] K. S. Jhung, K. H. Chung and R. S. Willey, "Relativistic Quasipotential Calculation of Quark-Model Meson Masses", *Phys. Rev. D* **12** (1975) 1999.
- [40] W. Lucha et al., "Bond States of Quarks", *Phys. Rep.*, **200** (1991) 127.

- [41] L.B. Castro, A. S. de Castro, M. B. Hott, "Bounded Solutions of Fermions in The Background of Mixed Vector-Scalar Pöschl-Teller-like potentials", *Eur. phys.Let.* **77** 20009 (2007).
- [42] M. Creutz, "Monte Carlo Study of Quantized SU(2) Gauge Theory", *Phys. Rev.* **D 21** (1980) 2308.
- [43] M. Luscher, K. Symanzik and P. Weisz, "Anomalies of the Free Loop", *Nucl. Phys* **B 173** (1980) 365.
- [44] P. A. M. Dirac, "Quantum Theory of Electrons", *Proc. Roy. Soc. (London)* **A 117** (1928) 610,
- [45] E. Majorana, N. Cimento, "A symmetric theory of electrons and positrons", **14** (1937) 171
- [46] R. Dick, "The Coulomb potential in gauge theory with a dilaton", *Phys. Lett.* **B 397** (1997) 193.
- [47] M. Cvetič and A. A. Tseytlin, "Charged String Solutions with Dilaton and Modulus Fields", *Nucl. Phys.* **B 426** 137 (1994).
- [48] D. Bazeia, F. A. Brito, W. Freire and R. F. Ribeiro, "Confinement from new global defect structures", *Eur. Phys. C* **40**, 531 (2005)[hep-th/0311160].
- [49] B. Zwiebach, *string theory* (University Press, Cambridge, 2004) *Phys. Lett.* **B 22** (1989) 264.
- [50] R. Dick, "A remark on the Glueball-Gluon Coupling", *Eur. Phys. J. C*, **701** (1999).
- [51] M. Cvetič and A. A. Tseytlin, "Charged string solutions with dilaton and modulus fields", *Nucl. Phys.* **B 416** (1994) 137.
- [52] R. Jackiw, "Functional evaluation of the effective potential", *Phys. Rev.* **D 9** 1686 (1974).
- [53] L. Dolan and R. Jackiw, "Gauge Invariant Signal for Gauge Symmetry Breaking", *Phys. Rev.* **D 9** 3320 (1974).

- [54] S. Weinberg, "Gauge and global symmetries at high temperature", *Phys. Rev. D* **9** 3357 (1974).
- [55] U. M. Heller, F. Karsch and J. Rank, "The Gluon Propagator at High Temperature: Screening, Improvement and Nonzero Momenta" *Phys. Rev. D* **57**, 1438 (1998) doi:10.1103/PhysRevD.57.1438 [hep-lat/9710033].
- [56] M. Creutz, "Quark, gluon and lattices", (Cambridge press, 1983).
- [57] H.-W. Ke, Z. Li, J.-L. Chen, Y.-B. Ding, X.-Q. Li, "Symmetry of Dirac Equation and Corresponding Phenomenology", *Int.J.Mod.Phys A* **25** 1123 (2010) 1134
- [58] W. Greiner, *Relativistic Quantum Mechanics*, Springer, Berlin(2000).
- [59] R. S. Vieira, "An Introduction to the Theory of Tachyons", arXiv:1112.4187 [physics.gen-ph].
- [60] M. Thorsrud, "Quintessence with Kaluza-Klein type couplings to matter and an isotropy-violating vector field", arXiv:1303.2469 [gr-qc].