



UNIVERSIDADE FEDERAL DA CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA  
**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Modelando Matéria Escura Com Campos Escalares**

**Vivianni Cordeiro de Sousa Santos**

CAMPINA GRANDE

- Setembro 2014 -

UNIVERSIDADE FEDERAL DA CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA  
COORDENAÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

## **DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

### **Modelando Matéria Escura Com Campos Escalares**

**Vivianni Cordeiro de Sousa Santos**

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Francisco de Assis Brito, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

CAMPINA GRANDE

- Agosto 2014 -

*Ao professor J. W. Precker "in memoriam".*

*A meus pais.*

*“Whenever scientists try to go from observations to theories, they become philosophers.”*

*Milton A Rothman*

*“Se você quiser saber como uma coisa funciona a física te responde, agora se você quiser saber porquê então é melhor procurar lá na filosofia.”*

*J. W. Precker*

## **AGRADECIMENTOS**

- Aos colegas de Pós-graduação e funcionários da Unidade Acadêmica de Física pela grata convivência durante a minha permanência nesta Unidade.
- À CAPES pelo suporte financeiro.
- A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.

## RESUMO

Sondas espaciais e técnicas computacionais são meios para medir a distribuição e a quantidade matéria escura presente em aglomerados e galáxias isoladas. Neste trabalho as evidências experimentais derivadas fenômenos astrofísicos tais como lentes gravitacionais, a radiação cósmica de fundo (CMB), as curvas de rotação de galáxias espirais e mais recentemente a colisão de aglomerados Bala são exploradas para explicar a o problema desta matéria. Discutiremos propostas sobre as possíveis partículas que constituem tal matéria e por fim investigaremos um modelo de condensado Bose-Einstein que descreva a matéria escura como um superfluido, dessa maneira pretendemos construir um modelo que descreva o contorno do halo em volta das galáxias com a construção de um potencial específico para o problema.

## **ABSTRACT**

Experimental data from probes and computational work are ways of detecting and measuring the concentration of dark matter in galaxies and clusters via astrophysical phenomena such as gravitational lensing, Big Bang nucleosynthesis, cosmic background radiation, the rotation curves of spiral galaxies and more recently the merging of Bala Cluster are explored to explain the dark matter problem. Proposals of this matter constituents are discussed and we investigate a model of Bose-Einstein Condensate which describes dark matter as superfluid building a model to describe the galaxy halo and via the creation of an specific potential.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Relatividade</b>	<b>4</b>
2.1	A Relatividade Geral . . . . .	5
2.1.1	Lentes Gravitacionais . . . . .	9
2.2	Cosmologia Padrão . . . . .	11
2.2.1	Efeito Sunyaev-Zel'dovich . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Materia Escura</b>	<b>15</b>
3.1	Primeiras evidências . . . . .	16
3.2	Evidências . . . . .	17
3.2.1	Escalas Galácticas . . . . .	18
3.2.2	Escala de Aglomerados . . . . .	21
3.2.3	Escala Cosmológica . . . . .	23
3.2.4	Simulação de N-corpos . . . . .	24
3.3	Candidatos . . . . .	25
3.4	Experimentos . . . . .	29

3.4.1	Detecção Direta . . . . .	29
3.4.2	Detecção Indireta . . . . .	30
3.5	MOND . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Teoria Quântica de Campos</b>	<b>36</b>
4.0.1	Campo Escalar Complexo . . . . .	40
4.1	Condensado de Bose-Einstein . . . . .	42
<b>5</b>	<b>Modelos Escalares para Matéria Escura</b>	<b>44</b>
5.1	Modelo SFDM/BEC . . . . .	45
5.2	Matéria Escura Fluída . . . . .	46
<b>6</b>	<b>Conclusão e Perspectivas</b>	<b>54</b>
<b>A</b>	<b>Equação de Einstein</b>	<b>57</b>

# Lista de Figuras

2.1	Lentes Gravitacionais . . . . .	10
2.2	A distorção no espectro CMB não muda com o redshift e é usado para estimar a quantidade de hidrogênio neutro em uma região e, combinado com observações de raio-X, estimar a distância até ela, portanto, este efeito é capaz de detectar aglomerados acima de um determinado limite. . . . .	14
3.1	Curva de rotação da galáxia NGC 6503 . . . . .	19
3.2	Imagem F555W de 0047?281 tirada pelo telescópio Hubble.À direita vemos a mesma imagem subtraída de um modelo de galáxia padrão acentuando as imagens espelhadas. . . . .	33
3.3	Aglomerado Abel . . . . .	33
3.4	Aglomerado de Bala. . . . .	34
3.5	Experimento IceCube e seus consituintes internos os detectores AMANDA e DeepCore.À direita podemos comparar seu tamanho comparado com a Torre Eifel. . . . .	34
3.6	$\Lambda$ CDM vs MOND . . . . .	35

5.1	Campo $\phi(r)$ . . . . .	53
-----	---------------------------	----

# Lista de Siglas

**ACT**-Atmospheric Cherenkov Telescope

**AGN**-Active Galact Nuclei

**AMANDA**-Antarctic Muon And Neutrino Detector Array

**AMS**-Alpha Magnetic Spectrometer

**CGH**-Central Galaxy Halo

**CMB**-Cosmic Microwave Background (Radiação Cósmica de Fundo)

**DM**- Dark Matter ( Matéria Escura)

**EGRET**-Energetic Gamma Ray Emission Telescope

**GC**-Galaxy Center

**GLAST**-Gamma-ray Large Area Space Telescope

**GRB**-Gamma Ray Bursts

**IACT**-Imaging Atmospheric Cherenkov Telescope ( ACT)

**LAT**-Large Area Telescope (Telescópio pertecente ao GLAST)

**LSP**-Lightest Supersymmetric Particle

**MDM**-Minimal Dark Matter

**MSSM**- Minimal Supersymmetric Standar Model

**NFW**- Navarro-Frenk-White (Modelo de Simulação de N corpos)

**PMD** - Photomultiplier Tube (Peça consituinte do AMANDA)

**SD**-Spin Dependent

**SI**-Spin Independent

**SUSY**- Supersymetry

**VERITAS**-Very Energetic Radiation Imaging Telescope Array System

**VHE**- Very High Energy

**WIMPS**- Weakly Interacting Massive Particles

**MAGIC**-Major Atmospheric Gamma-ray Imaging Cherenkov

**HEAT**-High Energy Anti-Matter Telescope

# Capítulo 1

## Introdução

Há certas épocas na história da ciência em que as novas tecnologias ou novas técnicas matemáticas ajudam a mudar nossa visão sobre o que sabemos. Já em 1781 Herschel fez uma audaciosa suposição ao perceber que os registros das posições planetárias de Saturno não correspondiam aos valores ditados pela teoria Newtoniana, tida então a de mais sucesso já desenvolvida em ciência. A resposta dele foi acrescentar um novo ingrediente ao Universo; ele postulou a existência de um novo planeta para além da órbita de Saturno, que seria chamado Urano. Isto foi uma corajosa e surpreendente hipótese para a época, já que então se seguia a tradição grega baseada na existência de apenas cinco planetas, a teoria de Herschel, contudo, se revelaria correta. Esse método foi, e é, usado para descobrir diversos corpos no Sistema Solar. Entretanto, quando um grupo de astrônomos do final do século XIX tentaram utilizá-lo para explicar o desvio do periélio Mercúrio ele se mostrou ineficaz.

Eles creram na existência de outro planeta, cuja órbita agora estaria mais próxima à do Sol, chamado de Vulcano e que jamais seria descoberto. Num giro de eventos os dados coletados agora exigiam uma nova teoria e fortaleceram a recém Relatividade Geral de Einstein em detrimento da Gravitação de Newton[1].

A existência da matéria escura nos põe hoje em face de um desafio similarmente extraordinário: de um lado temos o modelo padrão, a teoria com melhor precisão em relação a ajustes de dados de toda física, e a teoria da relatividade geral de Einstein que mudou a forma da dinâmica e da gravitação serem estudadas; do outro temos uma coletânea de dados cosmológicos cujos resultados não podem ser reunidos em cenários que não envolvam a modificação de uma ou de outra.

Nosso trabalho, longe de querer colocar um ponto final nessa querela, pretende mostrar os avanços obtidos entre uma posição e outra e encontrar uma teoria que sirva de base para a modelagem da matéria escura em larga escala. Ele foi dividido em três vertentes e seis capítulos: a situação da matéria escura dentro das teorias conhecidas hoje, Capítulos 2 e 3 , nosso modelo teórico de trabalho, Capítulos 4 e 5 e, finalmente, nossos resultados e perspectivas no Capítulo 6.

No Capítulo 2, introduziremos a teoria da Relatividade Geral de Einstein, os postulados quanto a natureza do Universo e como ambos nos proporcionam as equações básicas que regem o cenário cosmológico  $\Lambda$ CDM de mais sucesso atualmente.No Capítulo 3, buscaremos fazer o caso para a existência da ma-

téria escura mostrando as evidências experimentais que a corroboraram em escalas cosmológica, extragaláctica, galáctica e no reino das partículas elementares. Faremos uma retrospectiva teórica sobre as hipóteses levantadas sobre sua constituição e modelagem enfatizando as que os dados experimentais mais recentes elegem como mais prováveis, culminando na introdução teórica de Campo Escalar que usaremos para modelá-la. No Capítulo 4, vamos explicar a teoria Campo Escalar dentro do panorama da Teoria de Campos, explicaremos de maneira geral as aplicações e as vantagens desse método em especial para o nosso trabalho e compararemos o modelo padrão de formação de galáxias com o pressuposto por este e fazer uso do modelo escalar para modelar a matéria escura, mostrando os potenciais já usados discutindo onde eles se aproximaram para enfim introduzir o nosso próprio. No Capítulo, 6 finalmente faremos um balanço entre nossos resultados e a literatura.

# Capítulo 2

## Relatividade

Nessa seção vamos apresentar um esboço da Teoria da Relatividade Geral de Einstein e da Cosmologia padrão que são, respectivamente, a ferramenta e o plano de fundo do nosso trabalho. Da primeira citaremos os princípios físicos, isto é, os teoremas propostos por Einstein que a regem e então o arcabouço matemático da Geometria Diferencial e Análise Tensorial necessário para traduzir os fenômenos por esta descrita em equações de maneira tal que possamos com eles trabalhar. De posse de tal Teoria podemos a seguir apresentar uma ferramenta derivada desta chamada *Lentes Gravitacionais* e explicaremos o Efeito Sunyaev-Zel'dovich.

## 2.1 A Relatividade Geral

Com base em simetrias de fenômenos eletromagnéticos Einstein publicou em 1905 em seu artigo “Da eletrodinâmica dos corpos em movimento” que as equações de Maxwell seriam invariantes em qualquer referencial inercial derubando a hipótese de um referencial inercial absoluto e estabelecendo um valor constante para a velocidade da luz, em outras palavras que “*as equações de Maxwell requerem a relatividade especial*” [2]. Em termos gerais a teoria da relatividade especial afirma:

- A velocidade da luz tem o valor constante para quaisquer observadores em referenciais inerciais, independente do movimento da fonte em relação aos observadores;
- As leis da física são invariantes sob transformações de Lorentz;

$$\Lambda^T \eta \Lambda = \eta$$

onde  $\eta$  é a métrica de Minkowski  $\text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ . Com essa regra reescrevemos as grandezas físicas de maneira que elas possam ser usadas no contexto da relatividade e ainda retornem ao limite clássico em baixas velocidades, como exemplo, momento  $\vec{p} = m\vec{v}$  pelo quadri-momento  $\bar{P} = m\bar{U}$ .

- Os fenômenos no Universo ou *eventos* ocorrem em pontos de variedade quadridimensional  $(t, x, y, z)$  chamada *espaço-tempo*;

Com isto, Einstein estabeleceu uma nova teoria da dinâmica baseada nestes princípios capaz de incorporar todos os fenômenos, exceto os gravitacionais. Somente dez anos depois conseguiria escrever uma teoria capaz de relacionar sua teoria da relatividade e a gravitação, em 1919 disse:

*“A teoria da relatividade especial, na qual se apoiam outras teorias, aplica-se todos os fenômenos físicos a exceção a gravidade, a teoria geral providencia uma lei da gravitação e sua relação com outras forças da natureza”[3]*

Ele conseguiria, entretanto, descrever tal teoria que seria chamada, ainda que sob o julgo da Relatividade Especial, *Teoria da Relatividade Geral* após estabelecer um novo princípio chamado: **Princípio da Equivalência de Einstein**, segundo o qual em regiões suficientemente pequenas do espaço-tempo as leis da física se reduzem às da relatividade especial e é impossível detectar a presença de um campo gravitacional por meios de experimentos [4]. Dessa forma, e por meio de experimentos mentais, atribuiu o efeito da gravidade à uma deformação no espaço-tempo. Disto surgiu uma nova dinâmica, por exemplo as novas equações de movimento para uma partícula são dadas então pela equação:

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^\mu \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\beta}{d\tau} = 0 \quad (2.1)$$

o primeiro termo à direita é simplesmente a derivada covariante segunda ordem com respeito ao tempo próprio <sup>1</sup> e o segundo é a conexão afim que nesse caso se iguala ao símbolo de Christofel e corrige os efeitos devido à curvatura do espaço-tempo como explicado no Apêndice A. Essa é a equação da geodésica, ou da curva de menor comprimento entre dois pontos, no espaço curvo; com ela notamos que a geodésica não é, necessariamente, reta, sendo esta apenas um caso particular do caso plano.

Ainda levado pelo princípio da equivalência e por uma comparação entre as equações de Laplace e Poisson que governam o potencial Newtoniano, Einstein inferiu que a nova equação procurada para descrever o efeito da gravidade deveria ser do tipo:  $S_{\mu\nu} = \chi T_{\mu\nu}$ , onde  $T_{\mu\nu}$  é um tensor de segunda ordem conhecido como *Tensor Energia-Momento*<sup>2</sup> que contém toda informação sobre essas duas propriedades do campo, localmente as equações da Relatividade Restrita voltam a ser válidas, logo sabemos que ele é conservativo:

$$\nabla_{\alpha} T^{\mu\nu} = 0 \tag{2.2}$$

onde  $\nabla_{\alpha}$  é a derivada covariante do tensor  $T^{\mu\nu}$  ao longo do vetores tangentes à variedade e o termo  $\chi$  é uma constante de proporcionalidade obtida quando

---

<sup>1</sup>o tempo medido pelo observador em seu referencial inercial

<sup>2</sup>Na seção de Teoria de Campo ele é escrito em precisamente em termos da Lagrangeana do sistema

se faz a aproximação Newtoniana da gravitação, cujo valor é  $\frac{8\pi G}{c^4}$ . Finalmente,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (2.3)$$

$T_{\mu\nu}$  é o tensor de energia-momento, assumindo a homogeneidade e isotropia, podemos usar a aproximação de fluido perfeito na qual ele assume a seguinte forma<sup>3</sup>:

$$T_{\nu}^{\mu} = (\rho + p)u^{\mu}u_{\nu} + p\eta_{\nu}^{\mu} \quad (2.4)$$

$$T_{\nu}^{\mu} = \begin{pmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_z \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

como o fluido é perfeito  $p_x = p_y = p_z = p$  repare que o sinal da densidade é devido à nossa convenção para a métrica  $g_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ .

Descobrimos a forma desse tensor podemos substituí-lo na equação de Einstein e encontrar uma métrica que nos dirá como o espaço é curvado. De certa

---

<sup>3</sup>Note que para calcular a quantidade real a forma tensorial é  $A_{\beta}^{\alpha}$

forma, pode-se interpretar essa equação da maneira seguinte: o conteúdo de energia-matéria do lado direito diz nos como o espaço é, a informação contida no lado esquerdo dirá como esse conteúdo irá se mover.

### 2.1.1 Lentes Gravitacionais

Uma das consequências da teoria de Einstein aplicada à metrica de Schwartzchild foi a descoberta que a luz se curva diante da presença de um campo gravitacional, ou mais precisamente que a geodésica descrita por [2.1] que a luz percorre não é uma linha reta, mas uma curva devido à curvatura do espaço-tempo causada por algum conteúdo na vizinhança, como mostra a figura [2.1], fato que foi verificado durante o eclipse solar de 1915 [5].

As figuras **(a)** e **(b)** mostram as imagens vistas pelo mesmo observador, nesse caso temos o *strong lensing*, em **(a)** a imagem está perfeita, mas deslocada por um total de  $\theta = \frac{4GM}{rc^2}$ ; em **(b)** a imagem está fortemente distorcida e podem ser observados anéis de Einstein, arcos ou múltiplas figuras como indicado; **(c)** revela o *weak lensing* o observador um pouco mais distante veria a imagem distorcida tais distorções são mais difíceis de serem detectadas e apenas analisando e medindo o formato e a orientação de muitas possíveis fontes consegue-se percebê-la pelo alargamento direcionado de uma certa amostra e em **(d)** um observador ainda mais distante veria a imagem apenas um pouco elipsada, ainda mais difícil de ser detectada e mais utilizada quando tratamos de objetos com grande massa como aglomerados gigantes

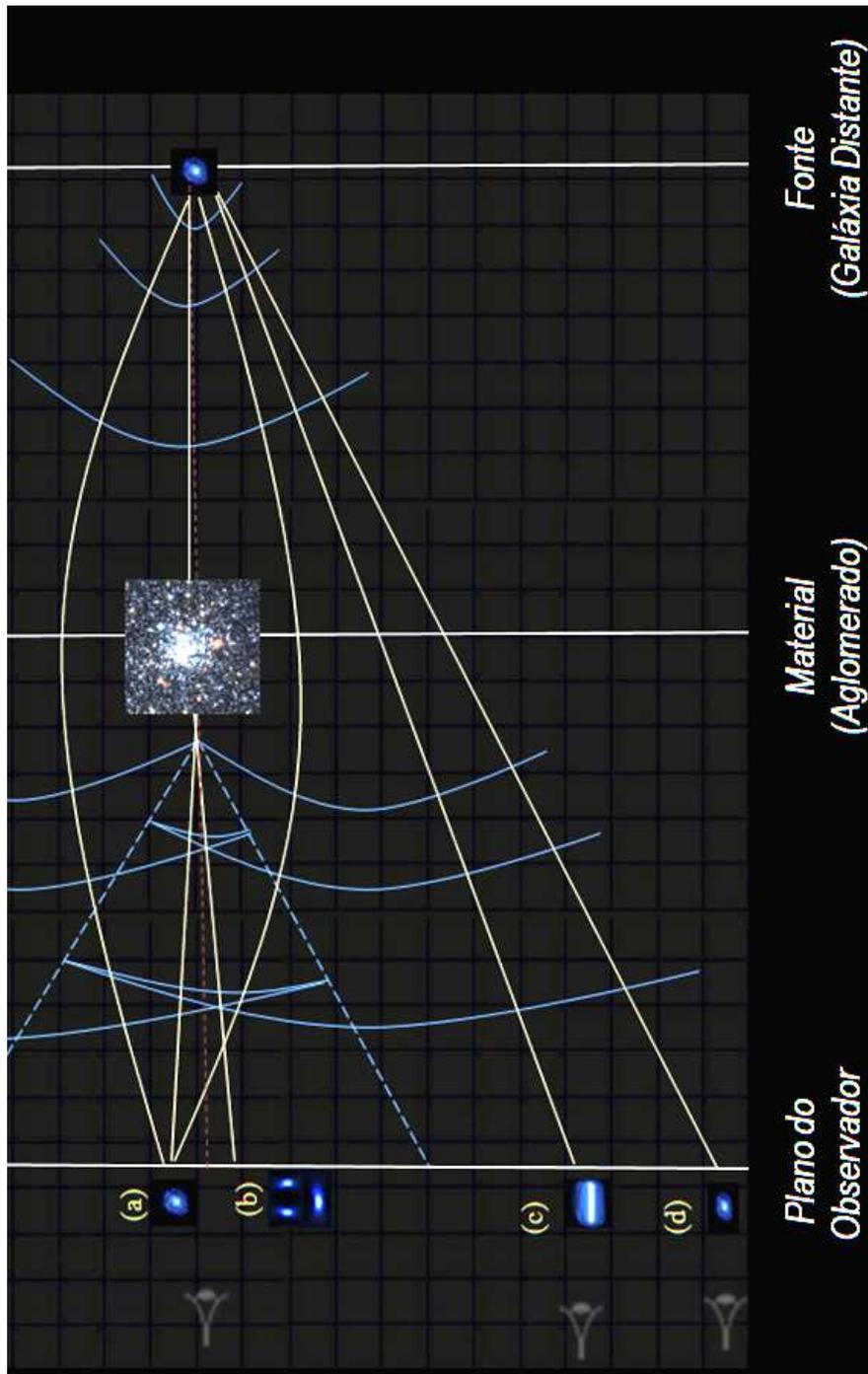


Figura 2.1: Raios de luz designados pelas linhas mais claras em amarelo saindo de uma galáxia distante e as diferentes maneiras segundo as quais a presença de um campo gravitacional, nesse caso causado pela presença de um aglomerado, entre o observador e o objeto pode distorcer a imagem. As linhas mais escuras, em azul, são as frentes de onda luminosas, a parte tracejada define o limite do campo de distorção forte da imagem.

de galáxias [7].

Como veremos no próximo capítulo, esse fenômeno é frequentemente utilizado na detecção de matéria-escura, correlatando a distorção obserada com a quantidade esperada de massa devida a porção luminosa observada em determinado local.

## 2.2 Cosmologia Padrão

A cosmologia moderna baseia-se na a validade da relatividade de Einstein e no *Princípio Cosmológico*. Este princípio postula a isotropia e a homogeneidade do Universo, equivalendo a dizer que em escalas suficientemente grandes, acima de  $3 \cdot 10^5$  [8] anos luz, não há direções ou pontos privilegiados no espaço-tempo e que o conteúdo de matéria e energia do Universo está de maneira razoável bem distribuída. A partir disto, pode-se estabelecer uma métrica para o Universo, cunhada por Friedman-Robertson-Walker e então nomeada métrica (FRW), da forma:

$$ds^2 \equiv -dt^2 + a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right] \quad (2.6)$$

onde  $a(t)$  é um fator de escala que indica quanto o Universo está expandindo,  $K$  são constantes que nos dizem a geometria do Universo : *esférica*  $K = +1$ , *plana*  $K = 0$  ou *hiperbólica*  $K = -1$ , enquanto  $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin(\theta)^2 d\phi^2$  é

o ângulo sólido, ou ângulo medido correspondente a uma parte de uma esfera de raio unitário.

A partir dele podemos calcular o fator de Hubble  $H = \frac{\dot{a}}{a}$ , que mede a taxa com a qual essa expansão do Universo ocorre. Ele recebe esse nome, pois primeiramente concebido para indicar a taxa com a qual os objetos se movem em relação à nos, observando o redshift das galáxias próximas Hubble encontrou uma relação linear entre a distância em relação à nos em que elas se encontravam e a velocidade com a qual se movia via efeito Doppler:

$$z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{emi}}{\lambda_{emi}} \quad (2.7)$$

De tal princípio surge o modelo que a ele agrega afirmação da planicidade do espaço  $\Omega_k = 0$ , para o qual devemos ter uma densidade crítica,  $\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$ ,  $\Omega_{tot} = \Omega_{Mat} + \dots$ , igual à 1 [17].

A presença de matéria escura fria, **DM**, cerca de  $\Omega_{DM} = 22\%$  é necessária para explicar a abundância de estruturas observadas além de estar de acordo com o tipo de formação *bottom up* de estruturas, a existência de uma constante cosmológica e um período de inflação na história do Universo [9] resultando em um restante de  $\Omega_{barions} = 4\%$  de matéria comum bariônica. Unindo as equações [2.4] e [2.6] podemos ainda escrever as duas equações que informam como o Universo evolui dado seu conteúdo conhecidas como *equações dinâmicas do Universo*.

$$2\frac{\ddot{a}}{a^2} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{c^2 K}{a^2} = \frac{-8\pi G p(t)}{c^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.8)$$

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{c^2 K}{a^2} = \frac{8\pi G \rho(t)}{c^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.9)$$

O termo  $\frac{\Lambda}{3}$  é o da constante cosmologica introduzido para explicar a aceleração do Universo.

Usando as equações de estado  $p(t) = \omega\rho(t)$ , para os quais os valores mais comuns de  $\omega$  são 0, para poeira ou *matéria não-relativística*,  $\frac{1}{3}$  para *matéria relativística* e  $-1$  para a *energia do vácuo*.

Existem várias evidências do sucesso desse modelo, entre elas o fato de que as supernovas tipo Ia, usadas como velas padrão, parecem mais apagadas para distâncias ( $0 < z < 1$ ) que o esperado para um Universo desacelerado enquanto mais brilhantes do que o esperado para ( $z \gg 1$ ), indicando que o nosso Universo sofreu por uma fase de desaceleração antes da atual aceleração, dados das sondas COBE, WMAP e mais recentemente Planck também demonstram um alto grau de homogeneidade na radiação cósmica de fundo (uma relíquia do Big Bang) apontando para um período de inflação que explicaria o fato de regiões casualmente não conectadas no espaço-tempo ter as mesmas características [10].

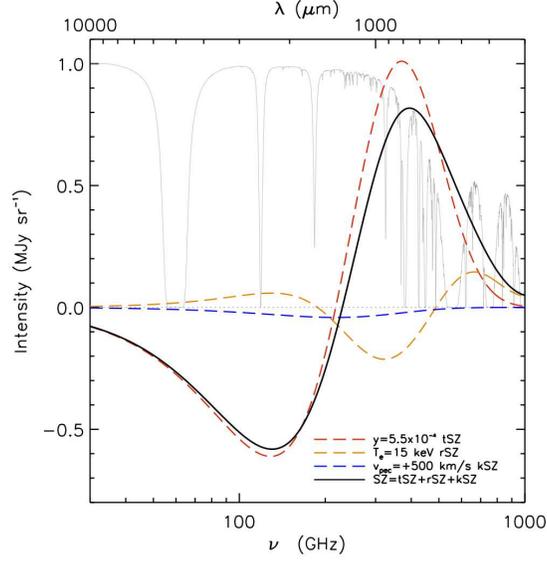


Figura 2.2: A distorção no espectro CMB não muda com o redshift e é usado para estimar a quantidade de hidrogênio neutro em uma região e, combinado com observações de raio-X, estimar a distância até ela, portanto, este efeito é capaz de detectar aglomerados acima de um determinado limite.

### 2.2.1 Efeito Sunyaev-Zel'dovich

O efeito Sunyaev-Zel'dovich é análogo ao efeito Compton inverso. Quando uma determinada região do espaço agrega matéria suficiente para que a gravitação cause seu aquecimento esta se torna ionizada, ou seja, elétrons e fótons presentes nos átomos de hidrogênio interagem liberando mais radiação, esta ionização é responsável pelo adiamento do colapso da nuvem. Uma vez que os fótons e elétrons geram uma pressão na nuvem e também reionizam a CMB causando desvio para menos na leitura de frequências mais baixas e para mais na leitura de frequências mais altas como mostra a figura [2.2], essa reionização acontece a aproximadamente  $z \approx 20$  [12].

# Capítulo 3

## Materia Escura

Vamos aqui mostrar as evidências experimentais que justificam esse trabalho. A afirmação da existência de um tipo novo de matéria invisível que representa 83% de matéria total do Universo observável [13] é corroborada por diversos experimentos diretos, indiretos e semi-diretos, envolvendo diferentes princípios físicos em várias escalas de energia e distâncias. Longe de abordar todos os experimentos, impossível devido à quantidade de literatura sobre o assunto, resumimos essas pesquisas para compreender como elas se agrupam construindo um corpo de sustentação para essa hipótese. Começamos com uma revisão histórica da descoberta da matéria escura na Seção 1 e na Seção 2 descrevemos as observações que impelem essa pesquisa. Na Seção 3, vamos enumerar alguns candidatos constituintes dessa matéria conseguindo assim descrever os experimentos para a detecção destas na Seção 4. Finalmente, na Seção 5 citaremos brevemente outras teorias que visam

explicar os fenômenos assinalados como Matéria Escura.

### 3.1 Primeiras evidências

As primeiras evidências do que se entende hoje por Matéria Escura vieram na forma de três artigos: um sobre as velocidades radiais das estrelas no plano da galáxia publicado em 1932 por Oort [14], no qual este chega à conclusão que as velocidades de dispersão das estrelas no plano perpendicular da galáxia medidas com o teorema do virial requerem uma massa para esta última muito maior que a obtida pela relação massa/luminosidade; ele conclui que cerca de 85 por cento da luz no centro da galáxia deve ser absorvida antes de chegar até nós e que em última instância a medida das velocidades radiais devem estar erradas já que elas se baseiam na luz oriunda das estrelas com um desvio muito grande na frequência .

Outros dois artigos foram sobre o aglomerado de Coma publicados por Zwicky em 1933 Oort [15] e 1937 [16]. No artigo de 1933 Zwicky compara o resultado da massa obtida pelo teorema do virial com os dados obtidos via relação massa/luminosidade, verificando que a quantidade de massa escura no sistema deveria ser 400 vezes maior que a quantidade de massa luminosa.No posterior ele refez o cálculo da massa com novos dados coletados com o novo telescópio Schmidt de 54 cm ,estabelecendo um mínimo para a massa do Aglomerado, ele então comparou com o resultado com o estabelecido pelo método das lentes gravitacionais e usando mecânica estatística, concluindo

mais uma vez uma quantidade de matéria total é superior à indicada para o valor de matéria luminosa.

Esses três artigos foram pioneiros ao verificarem que as velocidades de rotação dos corpos nos sistemas estudados indicam a existência de massas muito superiores às obtidas com a esperada para a luminosidade de tais objetos; as explicações dadas pelos autores a respeito dessa anomalia variam e uma das hipóteses levantadas por ambos seria a existência de uma tal Matéria Escura, considerada por eles como corpos macroscópicos não luminosos vagando no meio interestelar. Outros trabalhos dignos de menção na área foram Babcock (1939), Kahn Woltjer (1959), Ostriker Peebles (1973) [17], entretanto foi o trabalho de Vera Rubin e colaboradores em 1965 e nos anos posteriores até a década de 70 que suplantou o problema de maneira definitiva. Suas medições de nuvens de gás para diversas galáxias espirais resultaram na definição de um perfil similar para todas as curvas de rotação dessas galáxias, das quais falaremos mais adiante, mostrando que essa 'massa faltante' que levantou a hipótese da matéria escura não era uma particularidade de algumas poucas estruturas, mas uma característica universal desses sistemas.

## 3.2 Evidências

Chamamos aqui de *detecção não-direta* aquelas feitas por cálculos físicos e observações astronômicas que apontam para a existência de Matéria Escura

sem, no entanto, capturá-la. Dentre essas estão inclusas as sondas astrofísicas: que capturam efeitos da matéria escura tal como sua autointeração que impacta na forma e na densidade das galáxias ou aniquilação cujos efeitos afetam o espectro da Radiação Cósmica de Fundo. *Detecção indireta* visa detecção de candidatos à matéria escura via a captura de subprodutos de seu decaimento, por sua vez, *detecção direta* aquelas que detectam os efeitos diretos de candidatas à matéria escura quando estas interagem com partículas em detectores na Terra.

### 3.2.1 Escalas Galácticas

Quando calculamos as velocidades de rotação das estrelas e do gás das galáxias em função de suas distâncias ao centro o que obtemos é a curva de rotação das galáxias. Segundo Bertone (2004), tais curvas oferecem a mais convincente e direta evidência para a existência de Matéria Escura nessas dimensões. Como mostra a figura [3.1] em lugar do perfil Kepleriano esperado, ou seja, velocidades maiores perto do centro enquanto decresce a medida que o raio aumenta o que vê-se é um aumento rápido das velocidades até que estas atinjam um platô estável. Essas curvas de rotação sugerem um perfil semelhante para todas as galáxias, como pode ser visto em SalucciBorello The intriguing Distribution of Dark Mattering [18]. As curvas fitadas indicam que as galáxias seriam então compostas por um disco exponencial, às vezes acrescido de um bojo, de matéria visível inserida dentro de um halo

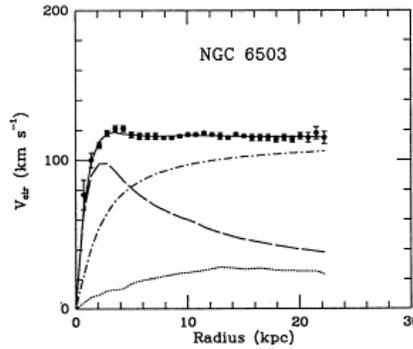


Figura 3.1: Curva de rotação da galáxia NGC 6503  
 Melhor ajuste para a curva de rotação (linha contínua) e contribuição dos componentes individuais: matéria visível( linha pontilhada), gás (linha tracejada) e halo de matéria escura (linha tracejada e pontilhada).

esférico de matéria escura. Esse modelo também é conhecido como "Curvas Universais de Rotação" pois ele seria válido não apenas para galáxias de qualquer brilho como também de qualquer tipo, os dados coletados por Rubin (1980), Persic, Salucci Stel (1995) [19] entre outros clamam tal fato.

$$v_{tot}^2 = v_{DM}^2 + v_{disco}^2 + v_{gas}^2 \quad (3.1)$$

Um revés na aplicação de tal modelagem é a aplicação da mesma para a parte interna das galáxias, as quais contém altas densidades de estrelas dificultando a medição das velocidades individuais das mesmas, disto a escolha da curva de melhor ajuste dependente do modelo, ou seja, não existe uma única maneira de sobrepor as curvas. Blok *et al.* [20] usando a curva de rota-

ção de 13 galáxias LSB, com baixo brilho de superfície, que são interessantes para coleta de dados pois as populações estelares representam apenas uma pequena contribuição para as curvas de rotação permitindo a diferenciação das contribuições da matéria luminosa e não luminosa mais claramente, mostraram que as curvas de distribuições de densidades nessas regiões sugerem a presença de centros rasos, ou planos. Já algumas simulações numéricas predizem centros pontiagudos cujas discrepâncias com os dados observados poderiam ser explicadas pela diferença entre a diferença da velocidade de rotação entre os discos e o módulo da velocidade do gás que aumentaria quando imersos em halos de matéria escura [21].

Discrepâncias na relação massa/luminosidade estão a dispersão de galáxias esferoidais anãs e espirais satélites é outra motivação. Um trabalho por Walker et al. (2007) mediu 8394 velocidades de estrelas na nossa linha de visão para sete galáxias esferoidais anãs (dSph) satélites à Via Láctea e combinaram com outros dados previamente publicados chegando a um total de mais de 5500 membros dSph. Em seu trabalho viram que todas as velocidades de dispersão são da ordem de  $10 \text{ km s}^{-1}$ , valor que permanece aproximadamente constante a partir do centro da dSph, ou seja, apresentando um padrão similar ao observado para galáxias espirais [22]. Além desse método, o estudo de forças de maré nests galáxias quando estas são satélites de outras mostram que deve haver uma quantidade significativa de DM para que não haja desmantelamento das mesmas, um estudo de More (1996) [23]

mostrou que os halos dessas galáxias deve chegar a 400 pc.

O estudo das galáxias elípticas também não é otimista de certos pontos. As três maneiras possíveis de estimar a massa dessas galáxias: pela velocidade de dispersão estelar, pela corona de raio-X que as permeia e pela velocidade do anel gás HI neutro que circunda a região mais ao exterior em alguma delas, sugerem que as evidências para matéria escura nessas galáxias são menores que as encontradas em galáxias espirais, em todo caso, a possibilidade existência de matéria escura de quantidades similares à matéria visível dentro da parte iluminada da galáxia e grande halos de DM em galáxias maiores não são descartadas. E há pelo menos um caso, M87, em que a presença de grandes quantidades de DM foi demonstrada, sendo que modelos sem esta não se encaixam nos dados [24].

Outras evidências para a existência de matéria escura nessa escala provêm de efeitos de lentes gravitacionais provocados por algumas galáxias elípticas massivas. Como mostramos no capítulo 2 a Relatividade Geral nos diz que a luz deve se curvar perante objetos massivos, na figura [3.2] podemos ver esse efeito causado por uma galáxia e à esquerda da foto a mesma imagem subtraída do perfil de uma galáxia comum.

### **3.2.2 Escala de Aglomerados**

Existem vários métodos para calcular a massa de um aglomerado, incluindo a aplicação do anteriormente mencionado teorema do virial para a distribuição

radial de velocidades, emissão de raios-X que mapeia a distribuição de gás quente que é rico nos mesmos e uso de lentes gravitacionais. Abaixo a foto do aglomerado de Abel 2218 e suas formações em forma de teia de aranha devido à distorção do espaço causada pela presença da matéria escura [37].

Outro caso interessante no qual a falta massa visível contribui para o estudo da matéria escura é a de VIRGOHI-21, uma região de hidrogênio natural no aglomerado de Virgem a 50 milhões de anos luz; a massa de hidrogênio detectada é equivalente a 100 milhões de massas solares e apenas algumas poucas estrelas. Analisando os desvios devido ao Efeito Doppler das radioemissões do hidrogênio determinou-se que parte da nuvem se move com altas velocidades em relação a outras partes, considerar essa velocidade como a velocidade de rotação do gás implica na presença de matéria escura equivalente dezenas de bilhares de massas solares. Relegar esse fenômeno à existência de matéria escura seria ainda capaz de explicar a perturbação sofrida pela galáxia vizinha, NGC 4254, como causada pelo campo gravitacional da primeira e ainda dessa forma explicaria a existência de uma ponte de hidrogênio neutro entre as duas [25].

Contudo, a evidência recente mais contundente para a existência de matéria escura nessa escala foi a análise do Aglomerado de Bala. Ao analisar a colisão de dois aglomerados utilizando a técnica de *weak lensing* gravitacional e comparar com as observações coletadas pelo telescópio Chandra X-ray Clowe (2006) [26] percebeu-se que o centro de massa do sistema está em uma

posição distinta do centro de massa visível como podemos ver na figura [3.4].

### 3.2.3 Escala Cosmológica

Sabemos onde a matéria escura está concentrada, mas o que isso não permite computar é a quantidade total desta no Universo, a realização de tal cálculo dá-se pela análise das anisotropias do espectro da temperatura da Radiação Cósmica de Fundo (RCF). Elas são expandidas em séries de harmônicos esféricos da seguinte forma:

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{l=2}^{+\infty} \sum_{m=-l}^{+l} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (3.2)$$

A variância dos coeficientes  $a_{ml}$  é definida como:

$$C_l \equiv |a_{lm}|^2 \equiv \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2 \quad (3.3)$$

Da análise dos picos podemos estabelecer relações de tempo para a produção de estruturas. Com a fitagem dos parâmetros podemos concluir a razão das componentes do Universo e, aliada à isso, construir uma história para seu desenvolvimento. Tal história demonstra que sem a presença de matéria escura não poderíamos observar a quantidade e o tamanho das galáxias e aglomerados que observamos hoje.

O fato de vermos essas estruturas hoje é que a matéria escura proporcional

um meio para o resfriamento das partículas via colisão e em seguida proporcionou a atração gravitacional necessária para que grandes estruturas se formassem em uma distância muito grande no tempo.

### 3.2.4 Simulação de N-corpos

Acredita-se que as grandes estruturas observadas hoje sejam oriundas das pequenas inhomogeneidades na densidade de matéria existentes antes do período inflacionário, o qual Universo perpassou, acarretando em diferenças de potencial gravitacional local que por sua vez agregou mais matéria ali. Apesar de em termos gerais tal mecanismo ser bem entendido, devido ao grande número processos físicos envolvidos durante essa evolução faz com que nosso entendimento detalhado dessa formação esteja longe do desejado, ainda mais se para testar os modelos criados dependemos de observações do Universo luminoso onde os efeitos dissipativos são de grande importância.

Para contornar esse problema renegamos a tarefa à simulações computacionais de N-corpos cuja confiança dependerá da resolução (menor partícula considerada a partir da qual flutuações de escalas menores podem ser negligenciadas) e tamanho (escala introduzida para evitar infinitos na força gravitacional quando partículas elementares colidem) da simulação. Insere-se os parâmetros iniciais das partículas de matéria e refina-se os resultados acrescentando efeitos físicos segundo a qual estas poderiam reagir e interagir. Essas simulações recentes sugerem a existência de um perfil *universal*, com

a mesma forma para todas as massas, épocas e resolução espectral. A parametrização usual para um densidade do halo de matéria escura é:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(\frac{r}{R}\right)^\gamma \left[1 + \left(\frac{r}{R}\right)^\alpha\right]^{\frac{(\beta-\alpha)}{\alpha}}} \quad (3.4)$$

Muitos grupos terminaram com diferentes resultados para diferentes formas das regiões mais centrais das galáxias e aglomerados de galáxias. Em particular, muitos grupos falharam em reproduzir os resultados iniciais de Navarro, Frank e White que encontraram um valor para o índice de lei de potência na parte mais interior das galáxias como  $\gamma = 1$ , uma pesquisa feita com a curva para 400 galáxias mostrou que a maioria obdecia à esse perfil  $(\alpha, \beta, \gamma) = (1, 3, 1)$  ou de centro pseudo-isotermal  $(\alpha, \beta, \gamma) = (2, 2, 0)$ .

Embora seja esperado que a forma da curva de densidade aumente a medida que se desloca do centro da galáxia para as regiões mais exteriores, o valor preciso do índice da lei de potência nas regiões mais internas ainda está sobre debate. Deve-se ter muita atenção quando comparar resultados de diferentes grupos, pois frequentemente eles se baseiam uma única simulação, certas vezes com diferentes escalas de tamanho.

### 3.3 Candidatos

Partículas de matéria escura, por sua própria definição, não são capazes de emitir fótons, ou seja, tem uma seção de choque eletromagnética nula. Além

disso, ela deve interagir fracamente ou não interagir com outros tipos de matéria pela ação de outra força que não a gravitacional, estável em escalas de tempo cosmológicas e fria, isto é, não-relativística, segundo dados da CMB para que seja possível serem formadas as estruturas de pequenas escalas observadas [53]. Aqui vamos listar algumas partículas que preenchem esses requisitos, dessa forma poderemos iniciar a próxima seção mostrando as evidências de detecção direta destas.

Salienta-se, porém que não podemos dizer que toda matéria escura seja formada por um tipo apenas ou por um determinado número delas, de fato, sabemos que alguns tipos já contam como uma fração não podendo, contudo, ser responsável pela explicação de toda a quantidade observada.

### **Modelo Padrão**

Os neutrinos dentro do modelo padrão foram considerados até pouco tempo como constituintes exclusivos da DM [54], entretanto a quantidade dessa partícula no Universo não é suficiente para explicar os efeitos da matéria escura conhecida, em outras palavras sua quantidade não é abundante o suficiente para ser o componente principal de DM. Outros 'tipos' de neutrinos como o *Sterile neutrinos*, similares ao do modelo padrão mas que não interagem via Força Fraca foram propostos [55] mas neutrinos com massas menores que poucos keV são descartados, uma vez que resultados da WMAP mostram que DM estruturas já estavam formadas em ordem de formas estrelas massivas

em épocas anteriores a redshifts  $z > 20$  [27]. Outras propostas são *axions*, partículas que a priori serviram para explicar a violação de carga-paridade, CP, e embora suas características coincidam com as de DM buscadas sua abundância [28] ainda não é clara.

### **Candidatos Supersimétricos**

Dentre os candidatos em modelos de extensão supersimétricos podemos destacar quatro: *Neutralinos*, são partículas formadas dentro do modelo MSSM (Minimal Supersymmetric Standard Model) muito estáveis [29] ainda dentro da MSSM temos o *Sneutrinos* um candidato neutro dentre as Partículas Mais Leves, LSP, do modelo, o *Gravitino* superparceiros do gráviton [30], *Axinos* superparceiros do axion [31].

### **Modelo *Little Higgs***

Este é um outro modelo proposto como alternativa à super-simetria para estabilizar as energias na escala eletrofraca. Nesses modelos o Higgs do modelo padrão é um bóson pseudo-Goldstone com massa protegida por simetrias globais não-lineares. Pelo menos duas variedades de tal modelo foram capazes de proporcionar candidatos plausíveis para a DM que podem ser verificados experimentalmente, uma delas produz uma partícula escalar estável [32] cujo prospecto de ser detectada não difere das WIMPs previstas por modelos supersimétricos ou de dimensões extras.

## Dimensões Extras

Dentro da teoria de dimensões extras existe a de Kaluza-Klein para o modelo padrão, no qual o 3+1 espaço-tempo é uma estrutura chamada *brana* que está embutida em uma entidade de  $3+\delta+1$  chamada *bulk*. As dimensões extras poderiam então estar compactadas de alguma maneira como círculos [33] ou outras topologias, que abaixaria a escala de energia de Plank para dentro do intervalo das interações eletro-fracas, de outro modo, o mesmo processo seria repetido introduzindo-se mais dimensões com grandes curvaturas, isto é enroladas em si, como proposto por Randal e Sumdrum [34]. O importante é que dentro desses modelos de dimensões extras compactadas momento é quantizado dando origem à *Estados de Kaluza-Klein* e a partícula mais leve de Kaluza-Klein é uma candidata para matéria escura [35].

## Wimpzilas

São partículas superpesadas com massas superiores a  $10^{10}\text{GeV}$ . Diferentemente das demais assumimos que elas não estavam em equilíbrio térmico durante a fase de esfriamento, de outra maneira não poderíamos conciliar com os dados da WMAP e a observação de estruturas, eles deveriam ser produzidos no final da era inflacionária e algum de seus exemplos são: inflaton e D-Matter [36]. Outra motivação para o estudo dessas partículas é sua possível explanação como origem dos raios-cósmicos extremamente energéticos, que seriam produzidos através de sua aniquilação.

## 3.4 Experimentos

### 3.4.1 Detecção Direta

Segundo Bauer *et al* (2013), a densidade local de matéria escura na Terra é de  $510^{-25}g.cm^{-3}$  criando então a oportunidade, ainda que rara, para a detecção direta da matéria escura via a interação das partículas destas com núcleos em detectores

A proposição central de tais experimentos é que uma vez que o núcleo galáctico está repleto de diferentes WIMPS logo algum deles devem colidir com a Terra, sendo possível então detectar a energia com que eles colidem com núcleo de partículas-alvo em detectores quando estes se chocam. Sabendo a densidade e a função de distribuição velocidades na vizinhança do sistema solar além da seção de choque WIMP-núcleo da partícula-alvo no experimento, pode-se calcular a quantidade de eventos esperados por unidade de tempo, por unidade de massa do material do detector.

Experimentos como DAMA assinalam com  $8.9\sigma$  [47] de confiança a existência de uma modulação anual na contagem de interações de WIMPS com experimentos na Terra. Esta modulação tem forma aproximadamente senoidal com um máximo em Junho e mínimo em Dezembro e existiria devido ao movimento de rotação do disco galáctico em relação ao Halo de Matéria Escura imóvel, isto causaria um "vento" efetivo de WIMPS. Tal modulação é um forte indício para a existência de Matéria Escura uma vez que outras fontes não apresentam esse tipo de dependência na modulagem, contudo este não é um

consenso experimental, por exemplo, CDMS [39] e XENON [40].

Os detectores são posicionados vários metros abaixo da superfície da Terra para evitar contaminação com outras fontes. A interação das WIMPS com o detector pode ser feita pela detecção da energia em forma de ionização, calor e/ou luz. Existem duas maneiras de classificar a interação: elástica ou inelasticamente e com ou sem dependência do spin.

### 3.4.2 Detecção Indireta

Chamamos de detecção indireta a detecção de partículas resultante da aniquilação de candidatos à matéria escura. Por exemplo, no processo de aniquilação de WIMPS são produzidos: raios- $\gamma$ , neutrinos, pósitrons e anti-prótons entre outras partículas. Entretanto, a falta de indicações de nova física no LHC restringe a existência de WIMPS na escala eletrofraca, impelindo a pesquisa por constituintes da DM com massas superiores a TeV é para outros métodos. Voltando os equipamentos na direção que acreditamos ter uma alta densidade de matéria escura como, por exemplo, galáxias do tipo dSph, o centro do halo da Via-Láctea e aglomerado de galáxias ou lugares com fortes poços potenciais gravitacionais tais quais o centro da galáxia (GC) e o nosso Sol nos quais a matéria escura poderia ter se agregado e continuado em equilíbrio buscamos indícios dessas aniquilações [53],[51].

Na busca por raios- $\gamma$  com energia até poucas centenas de TeV telescópios em órbita são usados. Já para energias mais altas os aparelhos mais indicados são IACTs, telescópios capazes de captar a radiação Cherenkov, uma

radiação ultravioleta emitida por partículas secundárias viajando acima da velocidade local da luz que foram iniciadas pela interação raios- $\gamma$  com a atmosfera. Após capturar tal luz as imagens são analisadas e usadas para reconstruir a direção e a energia da partícula original. Esses telescópios ficam em terra, as imagens passam por um tratamento e é feito um trabalho estatístico para separar as detecções devidas à atmosfera, menos energéticas, das devidas à raios cósmicos e outras fontes [59],[48].

Outro possível subproduto da aniquilação da Matéria Escura são neutrinos, esses são mais difíceis de serem detectados e associados com ela devido à sua alta taxa de incidência na Terra e sua fraca interação com matéria ordinária. Para fazer a captura de tais partículas são localizados em grandes profundidades (alguns km) embaixo da Terra detectores que capturam a radiação Cherenkov devida a interação muões decaídos com correntes dentro ou próximo aos detectores.

Pósitrons e anti-prótons também são resquícios da aniquilação de DM, mas diferentemente de raios- $\gamma$  e neutrino não possuímos o conhecimento da direção de sua origem uma vez que eles são desviados devido à presença de um campo magnético galáctico [46],[60],[45],[57].

Observações de rádio telescópios podem também fornecer evidências sobre a matéria escura: elétrons e prótons produzidos durante os processos de aniquilação de WIMPs no centro galáctico emitem radiação síncrona ao interagir com os campos magnéticos ali presentes, um exemplo seria a emissão de rádio observada em *Sgr A\** como explicado em [41],[43].

## 3.5 MOND

Aqui abriremos um parênteses para falar da MOND (Modified Newtonian Dynamics) um modelo de gravitação modificada. Basicamente, propõe-se aqui mudar a equação de Poisson do potencial gravitacional, de forma que a nova curva esperada para as galáxias seria:

$$\mu\left(\frac{a}{a_0}\right)a = \frac{GM}{r^2} \quad (3.5)$$

Advertimos que apesar dessa teoria encontrar alguns obstáculos como a diferença entre o centro luminoso e o gravitacional do aglomerado de Bala visto anteriormente ou para a previsão das velocidades das galáxias como visto na figura [3.6] abaixo as incertezas nas medições ainda não são suficientes para descartá-la.

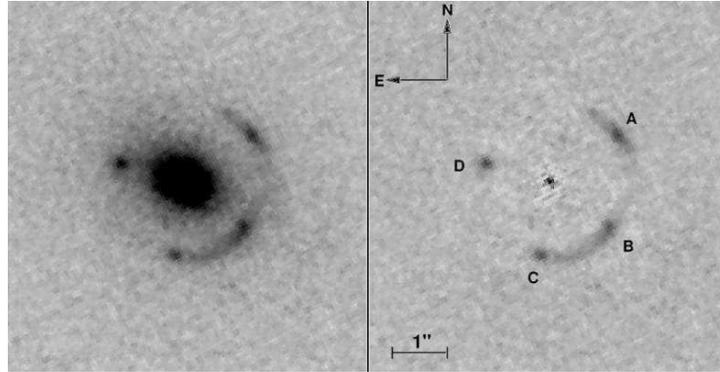


Figura 3.2: Imagem F555W de 0047?281 tirada pelo telescópio Hubble. À direita vemos a mesma imagem subtraída de um modelo de galáxia padrão acentuando as imagens espelhadas.

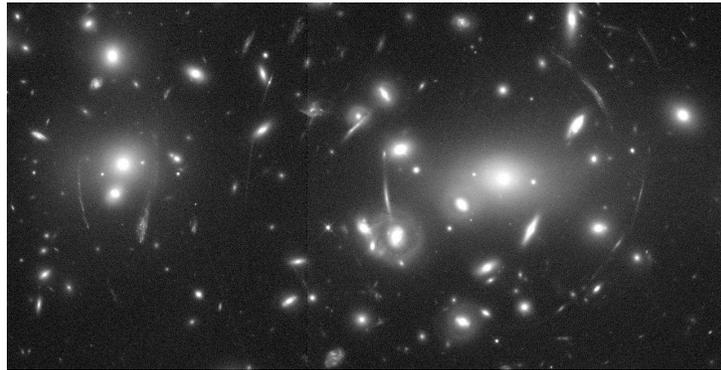


Figura 3.3: Ablomerado Abel

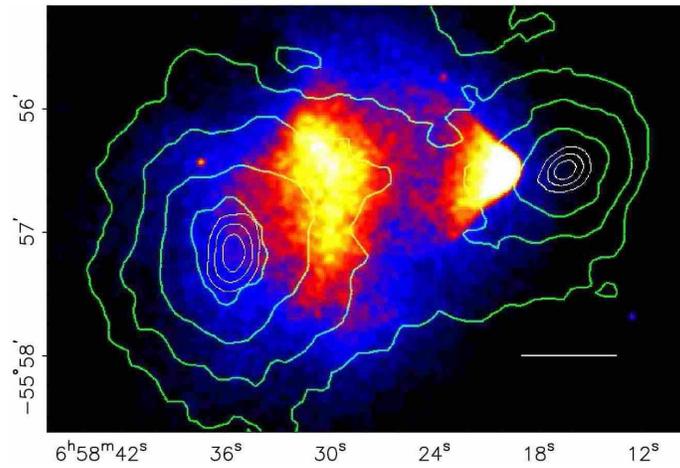


Figura 3.4: Aglomerado de Bala.

Pode-se ver as linhas de equipotencial gravitacional em verde delineando a matéria escura em azul.No centro, o gás visível destacado em vermelho.

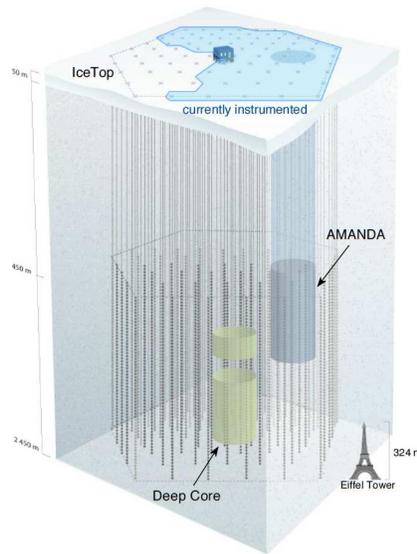


Figura 3.5: Experimento IceCube e seus consituintes internos os detectores AMANDA e DeepCore.À direita podemos comparar seu tamanho comparado com a Torre Eiffel.

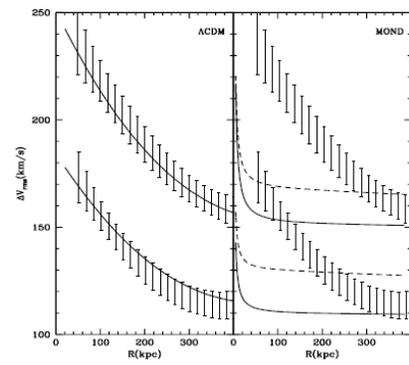


Figura 3.6:  $\Lambda$ CDM vs MOND

Velocidades de dispersão para galáxias do nosso ponto de visão para 5000 galáxias, as linhas sólidas mostram o melhor ajuste. À esquerda previsões da  $\Lambda$ CDM com halos de matéria escura para galáxias com velocidades entre 270km/s (curva abaixo) e 340km/s (curva acima). À direita previsões da MOND.[64]

# Capítulo 4

## Teoria Quântica de Campos

A Teoria Quântica de Campos usa o conjunto de ferramentas da mecânica quântica e dos formalismos Lagrangeano e Hamiltoniano para analisar campos em lugar de partículas, criando uma estrutura teórica que é hoje trabalhada em diversos campos da física. De fato, apesar de ser uma criação original dos físicos de partículas hoje há inúmeros trabalhos em matéria condensada e cosmologia.

Começando com uma Lagrangeana para um campo  $\phi(\vec{x}, t) = \phi(x)$  definida genericamente como:

$$L = T - V = \int \mathcal{L} d^3x \quad (4.1)$$

onde  $T$  é a energia cinética e  $V$  a potencial, e a densidade de Lagrangeana  $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$  em termos do campo e da sua derivada primeira, definimos o funcional ação :

$$S = \int L dt = \int \mathcal{L} d^4x \quad (4.2)$$

que ao ser minimizado nos dá as equações de movimento do campo:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi]} \right) = 0 \quad (4.3)$$

O Hamiltoniano  $H$  e a densidade de Hamiltoniano  $\mathcal{H}$  também podem ser dadas a partir da Lagrangeana:

$$H = \int \mathcal{H} d^3x \quad (4.4)$$

$$\mathcal{H} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \dot{\phi} - \mathcal{L} \quad (4.5)$$

Caso haja simetria, ou seja, mudanças nos campos ou na Lagrangeana que mantenham a mesma forma para a equação de movimento, o *Teorema de Noether* garante que sempre irá existir uma quantidade conservada. Para o caso de uma transformação do tipo  $\phi(x) \rightarrow \phi(x + a) = \phi(x) + a^\mu \partial_\mu \phi$  chegamos à:

$$\partial_\mu \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_\mu \phi]} \partial_\nu \phi - \delta_\nu^\mu \mathcal{L} \right) = 0 \quad (4.6)$$

$$\partial_\mu T_\nu^\mu = 0 \quad (4.7)$$

essa quantidade  $T_\nu^\mu$  é o tensor energia-momento, cujo divergente é nulo, ou seja, chegamos ao princípio da conservação da energia-momento.<sup>1</sup>

Outro conceito similar é o de *invariância* ou *gauge* para o qual o campo sofre alguma transformação interna e não relacionada ao espaço-tempo e a forma da Lagrangeana permanece a mesma, por exemplo, a transformação unitária  $U = e^{i\Lambda}$  onde  $\Lambda$  é um número ou uma matrix Hermitiana, neste caso dizemos que este é um *gauge global*. Para casos onde há dependência do espaço-tempo chamamos de *gauge local*.

Uma das primeiras tentativas para relacionar Relatividade Geral e Mecânica Quântica foi tentar encontrar versão relativística da Equação de Schrödinger aplicada à uma única partícula, a Equação de Klein-Gordon(4.8).

$$\left( \square + m^2 \right) \phi(x, t) = 0 \quad (4.8)$$

Esta equação apesar de não apresentar derivadas de diferentes ordens fornece níveis negativos de energia para as partículas o que é um problema do ponto de vista da interpretação da mecânica quântica não-relativística,

---

<sup>1</sup>Pode-se mostrar que  $T_0^0 = \mathcal{H}$  é a densidade de energia.

isto foi resolvido interpretando-os como níveis positivos de energia para anti-partículas, carga elétrica oposta e de massa igual à sua respectiva partícula. Entretanto, esta equação apresenta também a possibilidade de densidades de probabilidades negativas, o que não faz nenhum sentido fisicamente.

A solução para o segundo problema vem com a introdução da *Segunda Quantização*. Isto significa que em lugar dos operadores serem as variáveis posição, momento e energia que tinha-se anteriormente promover  $\phi$  à um operador constituído de operadores criação e aniquilação, das partículas do campo, e agora ele obedece as relações de comutação canônicas usuais. Do ponto de vista da interpretativo agora  $\phi$  não é mais a a função de onda que governa a partícula escalar mas sim um campo, ou seja, quantizamos não as variáveis, mas sim o campo. Voltando à equação (4.8), usando sua solução com  $\omega_k = k_0 \rightarrow E$  e  $\vec{k} \rightarrow \vec{p}$  têm-se  $\phi(x, t) e^{-i(\omega_k x^0 - \vec{k}\vec{x})}$ , de forma que sua solução geral pode ser escrita em termos da série de Fourier da seguinte maneira:

$$\phi(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_k}} \left[ \phi(\vec{k})e^{-i(\omega_k x^0 - \vec{k}\vec{x})} + \phi^*(\vec{k})e^{i(\omega_k x^0 - \vec{k}\vec{x})} \right] \quad (4.9)$$

Escrevendo agora em termos dos operadores criação  $a(\vec{k})$  e aniquilação  $a^\dagger(\vec{k})$  associados a cada modo,

$$\hat{\phi}(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_k}} \left[ a(\vec{k})e^{-i(\omega_k x^0 - \vec{k}\vec{x})} + a^\dagger(\vec{k})e^{i(\omega_k x^0 - \vec{k}\vec{x})} \right] \quad (4.10)$$

E equivalentemente o momento conjugado de  $\phi(k) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial [\partial_0 \phi]}$ ,

$$\hat{\pi}(x) = -i \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^{3/2}} \sqrt{\frac{\omega_k}{2}} \left[ a(\vec{k}) e^{-i(\omega_k x^0 - \vec{k} \cdot \vec{x})} - a^\dagger(\vec{k}) e^{i(\omega_k x^0 - \vec{k} \cdot \vec{x})} \right] \quad (4.11)$$

Pode-se ainda dividir o operador  $\hat{\phi}(x)$  em duas frequências: uma negativa que cria partículas no vácuo tal qual o operador  $a(\vec{k})$ ,

$$\hat{\phi}(x)^- = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\omega_k}} a(\vec{k}) e^{i(\omega_k x^0 - \vec{k} \cdot \vec{x})} \quad (4.12)$$

e uma positiva que aniquila partículas no vácuo tal qual o operador  $a^\dagger(\vec{k})$ ,

$$\hat{\phi}(x)^+ = \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2\omega_k}} a^\dagger(\vec{k}) e^{-i(\omega_k x^0 - \vec{k} \cdot \vec{x})} \quad (4.13)$$

#### 4.0.1 Campo Escalar Complexo

Campos escalares complexos são capazes de representar partículas e suas anti-partículas. Sejam  $a(\vec{k})$  e  $a^\dagger(\vec{k})$  os operador de aniquilação e criação de uma partícula qualquer no estado  $\vec{k}$ , então os operadores de criação e aniquilação da sua anti-partícula são designado por  $b(\vec{k})$  e  $b^\dagger(\vec{k})$ . O operador de campo é construído como uma soma das frequências positivas das partículas e a frequência negativa das anti-partículas de modo,

$$\hat{\phi}(x) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_k}} a(\vec{k})e^{-i(\omega_k x^0 - \vec{k}\vec{x})} + b^\dagger(\vec{k})e^{-i(\omega_k x^0 - \vec{k}\vec{x})} \quad (4.14)$$

Da mesma maneira mencionada anteriormente podemos encontrar o conjugado complexo  $\hat{\phi}(x)^\dagger$  e os correspondentes momentos conjugados  $\hat{\pi}(x)$  e  $\hat{\pi}(x)^\dagger$ . Estes operadores satisfazem o seguinte conjunto de comutações<sup>2</sup>:

$$[\hat{\phi}(x, t), \hat{\pi}(y, t)] = [\hat{\phi}^\dagger(x, t), \hat{\pi}^\dagger(y, t)] = i\delta(\vec{x} - \vec{y}) \quad (4.15)$$

$$[\hat{\phi}(x, t), \hat{\phi}(x, t)] = [\hat{\pi}(x, t), \hat{\pi}(x, t)] = 0 \quad (4.16)$$

$$[\hat{\phi}^\dagger(x, t), \hat{\phi}^\dagger(x, t)] = [\hat{\pi}^\dagger(x, t), \hat{\pi}^\dagger(x, t)] = 0 \quad (4.17)$$

Em tempos iguais:

$$[\hat{\phi}(x, t_1), \hat{\phi}(y, t_1)] = [\hat{\phi}(x, t_1), \hat{\phi}^\dagger(y, t_1)] = [\hat{\phi}^\dagger(x, t_1), \hat{\phi}^\dagger(y, t_1)] = 0 \quad (4.18)$$

Caso os tempos sejam distintos, temos ainda um outro comutador que não é nulo, em vez disso define uma nova função chamada *propagador*:

$$[\hat{\phi}(x, t_1), \hat{\phi}^\dagger(y, t_2)] = i\Delta(x - y) \quad (4.19)$$

A teoria apresentada aqui aplica-se à bósons, partículas indistinguíveis de

---

<sup>2</sup>Explicitamos o tempo dentre as variáveis, pois essas propriedades depende dele

spin inteiro, como trabalhamos com campo escalar o spin é nulo.

## 4.1 Condensado de Bose-Einstein

O condensado de Bose-Einstein é um gás *ideal* de bósons constituídas por um número finito de partículas as quais, abaixo de uma temperatura crítica  $T_c$ , assumem um mesmo estado quântico de menor energia e são descritas por uma única função de onda. Para um gás *imperfeito* de Bose, ou seja, um gás de bósons diluído mas para o qual as partículas permanecem interagindo de alguma maneira, estados isolados não tem significado, contudo, ainda podemos encontrar a função de onda do condensado [6]. Devido à diluição estas partículas interagem segundo potencial finito de tal modo que não exista interação partícula-partícula. Este é caso do gás de bosons a baixas temperaturas, neste, o potencial depende apenas de uma variável a seção de choque 'a' que também é o diâmetro efetivo da partícula.

A hamiltoniana do sistema é :

$$\mathcal{H} = -\frac{1}{2m} \sum_{j=1}^N \nabla_j^2 + \frac{4\pi a}{m} \sum_{i<j}^N \delta(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \frac{\partial}{\partial r_{ij}} r_{ij} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= -\frac{1}{2m} \int d^3\vec{r} \psi^\dagger(\vec{r}) \nabla^2 \psi(\vec{r}) + \\ &+ \frac{2\pi\hbar a}{m} \int d^3r_1 d^3r_2 \psi^\dagger(\vec{r}_1) \psi^\dagger(\vec{r}_2) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \frac{\partial}{\partial r_{12}} [r_{12} \psi(\vec{r}_1) \psi(\vec{r}_2)] \end{aligned} \quad (4.21)$$

ele é válido na condição que  $a/v^{1/3} \ll 1$ , ou seja, que o diâmetro das partículas seja muito menor que a dimensão do sistema, representado por  $v = V/m$  o volume específico, e  $\frac{a}{\lambda} \ll 1$ , para  $\lambda$  o comprimento de onda térmico.

Para  $\phi(\vec{r}) = \sum \frac{a_{\vec{k}}}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}\vec{r}}$ , e a condição de contorno  $k = \frac{2\pi\vec{n}}{L}$  temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \frac{1}{2m} \sum_k k^2 a_k^\dagger a_k + \frac{4\pi a N}{mv} \left( 1 - \frac{1}{N^2} \sum_k n_k^2 \right) + \\ & + \frac{2\pi a}{vm} \sum_k \left( a_k^\dagger a_k^\dagger a_0 a_0 + a_k a_k a_0^\dagger a_0^\dagger \right)^3 \end{aligned} \quad (4.22)$$

Outro método para encontrar a Hamiltoniana do sistema dá-se pelo método de energia livre de Landau com  $g = \frac{4\pi a}{m}$ .

$$E = \int d^3r \left[ \frac{-1}{2m} \nabla^2 \phi + (U - \mu) \phi^* \phi + \frac{g}{2} (\phi^* \phi)^2 \right] \quad (4.23)$$

$\mu$  é o potencial químico que é nulo no caso ideal do condensado de Bose-Einstein e  $U$  é um potencial externo enquanto  $g$  é uma constante relacionada com a interação partícula-partícula. Minimizando esta equação encontramos a equação de Gross-Pitaevsky, uma equação não-linear de Schrödinger que preserva o número de partículas do condensado e em sua forma dependente do tempo é:

$$\left[ \frac{-1}{2m} \nabla^2 + U + g(\phi^* \phi) \right] \phi = i \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (4.24)$$

# Capítulo 5

## Modelos Escalares para Matéria Escura

Introduzimos no Capítulo 1 a teoria  $\Lambda$ CDM para o Universo e notamos com quanto sucesso ela se ajusta nos parâmetros ditados por diferentes sondas espaciais. Contudo, vimos também no Capítulo 3 os problemas que esta encontra quando usada para prever a formação de estruturas, em especial de galáxias LBS e Anãs. Neste contexto, procuram-se alternativas para aplacar as discrepâncias, sendo uma destas o modelo de Campo Escalar para Matéria Escura. Alguns modelos supõe a matéria escura como um campo escalar  $\Phi$ , real ou complexo, acoplado ou não com a gravidade com um potencial escalar  $V(\Phi)$ . Como veremos logo em seguida, esse método é capaz de simular os mesmos resultados obtidos para o modelo cosmológico padrão além de oferecer alternativas para fenômenos não explicados por este.

## 5.1 Modelo SFDM/BEC

No modelo de Condensado de Bose-Einstein (BEC) o próprio halo da galáxia é um átomo gigante, por isso também chamada de Estrela de Bósons, no qual um campo escalar  $\Phi$  coerente é formado por partículas com uma massa dentre  $m$   $10^{-22}$  e  $10^{-24}$  TeV [65] e [66] e ,portanto, com comprimento Compton  $\lambda_{Compton} = \frac{2\pi\hbar}{m}$  da ordem de kpc, ou seja, da ordem da escala das galáxias , impedidas de colapsar pelo Princípio da Incerteza.

Os modelos de potencial mais usados nesse tipo de teoria são  $V(\phi) = \frac{m^2\phi^2}{2} + \frac{\lambda\phi^4}{4}$ , que imita a evolução cosmológica e apresenta uma formação de estruturas similares ao modelo  $\Lambda$  CDM com  $\omega = 0$  [68] e  $V(\phi) = V_0[\cosh(\eta\phi) - 1]$  para explicar o problema de formação dos discos galácticos [69]. Outros sucessos dessa teoria seria o encaixe com os dados para os halos das galáxias LSB ao inserir termos de auto-interação na teoria e das propriedades galáxias anãs. Para o modelo de condensado de Bose-Einstein auto-interagente usa-se a aproximação newtoniana, pois a densidade é baixa, o halo é então descrita por uma função de onda  $\Psi(r)$  que obedece a equação de Gross-Pitaevsky:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\vec{r}, t) + m\Phi_{tot}(\vec{r}, t)\Psi(\vec{r}, t) \quad (5.1)$$

E  $\Phi_{tot}(\vec{r}, t)$  é o potencial exercido sobre o condensado.

Foi mostrado por Mattos & Nunes [67] que esse método prevê uma formação de estruturas mais cedo que o modelo  $\Lambda$ CDM e que não há hierarquia de formação das galáxias, como vimos que há nesse modelo, sendo que estas

se formam ao mesmo tempo assim que o Universo atinge uma temperatura crítica. Entretanto, as partículas SFDM/BEC se comportam da mesma maneira que se espera das partículas CDM na época da formação, pois nessa a velocidade de dispersão é muito pequena. Isto elimina alguns dos problemas do modelo cosmológico padrão. Ele também se encaixa dentre os demais dados coletados como a distribuição de densidades do modelo cosmológico e os picos da RCF.

## 5.2 Matéria Escura Fluída

Huang et al [70] tendo em vista que extensões do modelo padrão, em geral, prevêem a existência de mais de um campo escalar complexo no vácuo além do campo de Higgs, proporam uma teoria fenomenológica que o Universo estaria permeado por esses e, portanto, por superfluidos em escala macroscópica tal qual vemos a superfluidez de Landau em matéria condensada para os pares de Cooper da teoria mais fundamental BCS. A existência de matéria escura seria então devida às manifestações da variação de densidade desse superfluido, os halos de matéria escura em galáxias e aglomerados entendidos como sólitons, e a energia escura<sup>1</sup> seria gerada por flutuações na densidade de energia deste, ou seja, eles proporam que ambas tem a mesma natureza. Este modelo nos dá ainda uma nova perspectiva sobre o cenário inflacionário.

---

<sup>1</sup>a mesma energia vista no Capítulo 2 e 3, responsável pela expansão do Universo

A matéria existente no início do Universo , aqui modelada como um fluido perfeito acoplado ao campo escalar, foi criada por uma turbulência em forma de vortex em escala quântica no superfluido , ela cresceu e decaiu em cerca de  $10^{-23}$  segundos período ao qual corresponde a duração da inflação e durante o qual toda a matéria necessária para a nucleossíntese foi criada.

No final da era de inflação a utilidade deste modelo finda uma vez que as variações de densidades se tornam evidentes, a partir de então este modelo passa a dar espaço para o modelo padrão  $\Lambda$ CDM com a seguinte ressalva: o Universo permanece um superfluido e todos onde acontecem todos os processos astrofísicos.

A princípio, deveríamos usar o potencial HH (Halphern-Huang) que ligaria os eventos da era do Big Bang, a expansão do Universo, o surgimento da matéria na escala em que se encontra e as interações entre matéria e os campos escalares, para qual a escala de Planck dominava com o cenário atual. Este potencial é determinado encontrando-se o campo escalar acoplado com a gravidade via as equações de Einstein com a métrica FRW , a qual possui um parâmetro de escala segundo o qual o potencial do campo deve mudar. Isto garantiria a consistência matemática, uma vez que seu caráter exponencial o torna assintoticamente livre em grandes escalas. Esta característica ainda leva à uma constante cosmológica  $\Lambda$  que decresce com o tempo como uma potência, nos dando a energia escura, a expansão acelerada do universo, mas contornando o problema do ajuste fino. Entretanto, como o trabalho está focado no presente escolheu-se um potencial  $\phi^4$  que se torna o parâmetro da

nossa teoria. Esse potencial é o mais simples para manter o valor do vácuo, no caso  $F_0$ .

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{2} (|\phi(x)|^2 - F_0^2) - V_0 \quad (5.2)$$

$x = (t, r, \theta, \psi)$  e  $V_0$  é a densidade de energia do vácuo que dá origem a energia escura.

O campo complexo escalar tem então a forma:

$$\phi(x) = F(x)e^{i\sigma(x)} \quad (5.3)$$

que é um campo complexo escalar que é equivalente à um campo real com duas componentes:

$$\begin{aligned} \phi(x) &= \frac{\phi_1(x) + i\phi_2(x)}{\sqrt{2}} = F(x)e^{i\sigma(x)} \\ \phi^*(x) &= \frac{\phi_1(x) - i\phi_2(x)}{\sqrt{2}} = F(x)e^{-i\sigma(x)} \end{aligned} \quad (5.4)$$

A densidade de Lagrangeana em unidades naturais e sem a interação com o material galáctico é:

$$\mathcal{L} = -g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi^* \partial_\nu \phi - V \quad (5.5)$$

com  $g_{\mu\nu} = \text{dig}(1, -1, -1, -1)$  no espaço plano e onde o potencial auto-interagente é: Sendo assim temos a ação:

$$S = - \int d^4x \sqrt{-g} (g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi^* \partial_\nu \phi + V) \quad (5.6)$$

Que leva à equação de movimento:

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu (\sqrt{-g} g^{\mu\nu} \partial_\nu \phi) - \lambda (|\phi|^2 - F_0^2) \phi = 0 \quad (5.7)$$

E então à equação não-linear de Klein-Gordon:

$$\left( \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) - \lambda (|\phi|^2 - F_0^2) \phi = 0 \quad (5.8)$$

Adicionando uma lagrangeana de interação não-gravitacional entre o material galáctico e o campo escalar:

$$\mathcal{L}_{int} = -\eta J^\mu j_\mu \quad (5.9)$$

Para  $\eta$  uma constante de acoplamento,  $j_\mu = F_0^2 \partial_\nu \sigma$  a densidade de corrente e  $J^\mu$  o quadrivetor energia-momento para a galáxia que rotaciona com velocidade  $\Omega$ :

$$\mathbf{J}^\mu = (\rho(x), \rho(x) \Omega \times \vec{r}) \quad (5.10)$$

sendo  $\vec{r}$  a distância ao centro. Com isso, modificamos a equação (5.8) para:

$$\left( \nabla^2 \phi - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right) - \lambda(|\phi|^2 - F_0^2)\phi - i\eta\rho \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \Omega \times \vec{r} \cdot \nabla \phi \right) = 0 \quad (5.11)$$

Substituindo nossa expressão para o campo escalar (5.2) e separando as partes reais e imaginárias chegamos ao seguinte conjunto de equações:

$$\square F - (\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma)F - \lambda(F^2 - F_0^2)F + \eta\rho \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \Omega \times \vec{r} \cdot \nabla \sigma \right) F = \quad (5.12)$$

$$\square \sigma + 2(\partial_\mu \sigma \partial^\mu F) - \eta\rho \left( \frac{\partial F}{\partial t} + \Omega \times \vec{r} \cdot \nabla F \right) = \quad (5.13)$$

Este conjunto de equações pode ser resolvido numericamente nos dando , assim, as funções  $F(x)$  e  $\sigma(x)$  formando o campo escalar  $\phi(x)$ .

Agora, o campo  $\phi$  e a matéria contida na região galáctica provocarão uma deformação no espaço-tempo encurvando-o, ou seja, a métrica de Minkowski não é apropriada para este caso. Em lugar dela usaremos a aproximação de campo fraco, sendo assim, nossa nova métrica passa a ser  $g_{\mu\nu} = \text{diag}(-(1 + 2U), 1, 1, 1)$ , onde:

$$U(x) = -G \int d^3x' \frac{\rho_{CE}(x') + \rho_{gal}(x')}{|x - x'|} \quad (5.14)$$

$$\rho_{CE}(x') = \left( \frac{dF}{dt} \right)^2 + (\nabla F)^2 + F^2 \left( \frac{d\sigma}{dt} \right)^2 + F^2 (\nabla \sigma)^2 + \frac{\lambda}{2} (F^2 - F_0^2)^2 \quad (5.15)$$

Portanto teremos,

$$\begin{aligned} \left( \nabla^2 F - \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \right) + 2U \left[ \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - F \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)^2 \right] + \\ + F \left[ (\nabla \sigma)^2 - \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)^2 - \lambda(F^2 - F_0^2) + \eta\rho \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \Omega \times \vec{r} \cdot \nabla \sigma \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$\begin{aligned} \left( \nabla^2 \sigma - \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} \right) + 2 \left( \nabla F \cdot \nabla \sigma - \frac{\partial F}{\partial t} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) + \\ - \eta\rho \left( \frac{\partial F}{\partial t} + \Omega \times \vec{r} \cdot \nabla F \right) + 2U \left[ \frac{\partial F}{\partial t} \frac{\partial \sigma}{\partial t} - F \left( \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right)^2 \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.17)$$

No caso mais simples, o campo dependente apenas da distância ao centro galáctico e independente do tempo,  $F(x) = F(r)$  e  $\sigma(x) = \sigma(r)$ , têm-se (5.17) e (5.18) como:

$$\frac{d^2 F}{dr^2} + F \left[ \left( \frac{d\sigma}{dr} \right)^2 - \lambda(F^2 - F_0^2) + \eta\rho(\Omega \times \vec{r}) \left( \frac{d\sigma}{dr} \hat{r} \right) \right] = 0 \quad (5.18)$$

$$\frac{d^2 \sigma}{dr^2} + 2 \left( \frac{dF}{dr} \cdot \frac{d\sigma}{dr} \right) - \eta\rho(\Omega \times \vec{r}) \left( \frac{dF}{dr} \hat{r} \right) = 0 \quad (5.19)$$

Resolvemos esse sistema numericamente pelo método *rkf45* via Maple. Os resultados para  $F(r)$  e  $\sigma(r)$  para determinados valores diferentes valores de  $\eta$  e  $\lambda$  enquanto o  $R, \Omega$  e (raio, velocidade angular obtida a partir da velocidade

radial, densidade) seriam características intrínsecas do halo. Comparando o primeiro, segundo e o terceiro painéis para os quais aumentamos o valores de  $\eta$  e  $\lambda$  do lado direito pode-se verificar que a forma do campo  $\phi(r)$  é condizente com o modelo exponencial, ela cresce até atingir um máximo e em seguida cai linearmente para um determinado valor de  $r$ . A força experimentada por uma partícula caindo em queda livre nesse campo seria zero no infinito aumentaria com a proximidade ao halo e até atingir um máximo dentro deste e então cair novamente.

Como podemos ver esses resultados variam de forma significativa para valores  $\eta$  e  $\lambda$ , entretanto ainda conseguimos o perfil exponencial esperado para os halos para determinados valores.

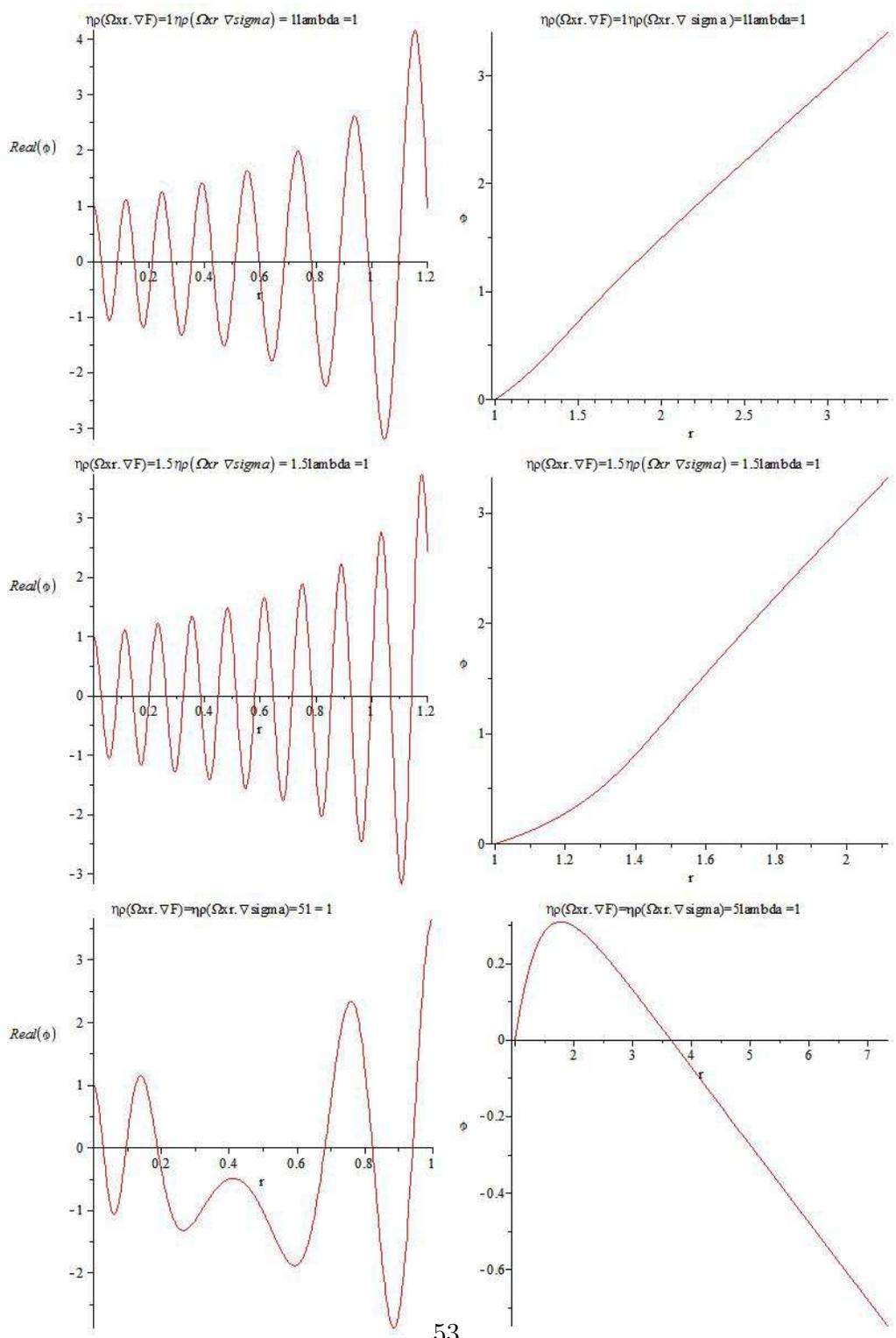


Figura 5.1: Campo  $\phi$  à direita e sua parte real à esquerda para diversos valores de constantes.

# Capítulo 6

## Conclusão e Perspectivas

Revisamos as evidências coletadas ao longo dos últimos 80 anos sobre a existência de matéria escura. Primeiramente, as medidas de massa de objetos tais como galáxias e aglomerados sugerem que esta é muito maior que a sugerida devido à luminosidade emitida pelos mesmos. Mais evidências surgiram após análise de curvas de rotação de galáxias espirais que indicam a presença de um halo de matéria envolvendo-as e mais recentemente, com o advento das sondas espaciais, as distorções nas imagens obtidas que seriam explicadas como desvios da luz pela presença de um campo gravitacional presente na região intermediária entre o objeto e nosso ponto de observação como dito pela teoria da relatividade geral de Einstein, entretanto, tal fonte de matéria não é observada; o estudo dos equipotenciais gravitacionais na colisão de aglomerados via mesmo princípio também indica que existe uma fonte para tal invisível para tal campo uma vez que a fonte luminosa não coincide

com o centro de massa. Por fim, o número de estruturas existentes hoje e a homogeneidade da Radiação Cósmica de Fundo sugerem juntas que deve haver mais massa para que seja possível explicar o conjunto de dados obtidos. Discutimos alguns possíveis candidatos para as partículas constituintes de tal matéria dentro e fora do modelo padrão e listamos os experimentos findos e em voga para a detecção de tais além de tratar de alguns resultados e como estes seriam obtidos: em solo, ou em sondas, via detecção direta destas partículas com outras na terra ou via detecção dos subprodutos de sua aniquilação.

Por fim, analisamos o modelo de condensado de Bose-Einstein SFDM (Scalar Field Dark Matter) dentro da teoria de campos e então como usá-lo dentro do contexto cosmológico para explicar o padrão observado nos halos de galáxias. Vimos que ele além de imitar o modelo padrão  $\Lambda$ CDM ainda provém explicações para as discrepâncias encontradas LBS e anãs. Nosso modelo baseou-se no de um superfluido para caracterizar o estado presente do Universo, em especial dos halos de matéria escura em galáxias, simplificando deste modo o problema. Com potencial  $\lambda\phi^4$  mais um potencial escalar que derivamos das características empíricas que esperamos encontrar em galáxias encontramos as equações de movimento do que regem o fluido, o halo, e encontramos o resultado numérico via método *rk45* no *Maple*. Nosso modelo é dependente de diversas constantes: a densidade, a velocidade angular  $\Omega$ , e o raio  $R$  do halo além de dois parâmetros da teoria  $\eta$  e  $\lambda$ . Ao plotar os gráficos das soluções para algumas delas notamos que o a forma do

potencial varia significativamente para valores os valores dessas constantes variando apenas algumas unidades, ainda assim obtivemos o comportamento exponencial esperado para o halo.

Esperamos que ao incorporar valores realísticos para os dados de alguma galáxia continuaremos a observar o padrão encontrado e entretanto ter mais abertura para encontrar valores de  $\eta$  e  $\lambda$  testando-os deste modo para encontrar um padrão para todas as galáxias como prevê-se ao menos para as galáxias espirais ou se, no caso, teríamos valores diferentes para cada caso.

# Apêndice A

## Equação de Einstein

Como afirmamos no texto a equação de Einstein é a versão tensorial quadridimensional da equação Poisson na gravitação Newtoniana. Tínhamos pra uma distribuição de matéria com densidade  $\rho$ :

$$\vec{g} = -\nabla\phi \tag{A.1}$$

$$\vec{g} = -4\pi G\nabla\rho$$

Implicando:

$$\nabla^2\phi = -4\pi G\rho \tag{A.2}$$

Analogamente teríamos  $S_{\mu\nu} \propto R_{\mu\nu} = \chi T_{\mu\nu}$ , onde  $R_{\mu\nu} = R_{\alpha}^{\mu\alpha\nu}$  é uma contração do tensor de Riemman  $R^{\kappa}{}_{\lambda\mu\nu}$ , responsável por indicar a curvatura do

espaço. Entretanto, como  $S_{\mu\nu}$  é um tensor simétrico à  $T_{\mu\nu}$ , que é conservativo e portanto tem derivada covariante nula, a primeira proposição não é verdadeira visto que  $\nabla^\alpha R_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\nabla_\beta R$ ,  $R = R^\mu_\mu$ , não é identicamente nulo. Para chegar na forma correta devemos adicionar termos contendo derivadas de segunda ordem compensem por esse adicional, das *identidades de Bianci*<sup>1</sup> sabemos que os tensores que satisfazem essas exigências são da forma:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \quad (\text{A.3})$$

Portanto temos da forma mais geral:

$$S_{\mu\nu} = h \left[ R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(R + k) \right] \quad (\text{A.4})$$

Fazendo  $k = 0$  e  $h = 1$ , por simplicidade, chegamos a finalmente ao *Tensor de Einstein*

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R \quad (\text{A.5})$$

Ou ainda à equação de campos de Einstein<sup>2</sup>:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (\text{A.6})$$

---

<sup>1</sup>adotamos aqui a convenção positiva

<sup>2</sup>A constante  $\frac{8\pi G}{c^4}$  foi encontrada com ajuda da aproximação de campo fraco para a qual  $g_{00} \approx -(1 + \frac{2\phi}{c^2})$ .

# Referências Bibliográficas

- [1] G. Bertone, D. Hooper, J. Silk, *Particle Dark Matter: Evidence, Candidates and Constraints*. Phys.Rept. 405, 279-390 (2005).
- [2] M.P. Hobson, G. Efstathiou e A.N. Lasenby, "General Relativity. An Introduction for Physicists" Cambridge, São Paulo, (2006).
- [3] J. Foster e J. Nightingale, "A short Course in General Relativity" Springer, New York, 3ª Edição.
- [4] S. Carrol, "Spacetime and Geometry. An introduction to General Relativity" Addison Wesley, San Francisco, (2004).
- [5] R. D'Inverno, "Introducing Einstein's Relativity" Oxford, New York, (1992).
- [6] K. Huang, "Statistical Mechanics", Wiley, 2ª Edição, (1987).
- [7] H. Hoekstra and J. Bhuvnesh, *Weak Gravitational Lensing and its Cosmological Applications* (2008) [arXiv: 0805.0139v1]

- [8] L. Campanelli, P. Cea, G. L. Fogli, and A. Marrone, *Testing the isotropy of the Universe with type Ia supernovae* Phys. Rev. D **83**, 103503 (2011)
- [9] J.-Ch. Hamilton, *What have we learned from observational cosmology* ?, Studies in History and Philosophy of Science **46**, 7085, (2014)
- [10] J. Frieman, M. Turner, D. Huterer, *Dark Energy and the Accelerating Universe*, Ann.Rev.Astron.Astrophys. **46**,385-432,(2008)
- [11] E. Battaner E. Florido "The rotation of spiral galaxies and its cosmological implications"(2008) [arXiv:astro-ph/0010475v1]
- [12] M. Roos, "Introduction to Cosmology", John Wiley Sons, Ltd, Chichester,3<sup>a</sup> Edição (2003).
- [13] A.Malinin For AMS Collaboration,"Dark Matter Searches with AMS-02 Experiment",FERMILAB-PUB-13-090-A (2013), [arXiv:astro-ph.HE/1304.1840v2].
- [14] Oort, F. H. "The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some problems" Bulletin of the Astronomical Institutes of Netherlands, **Vol. VI**, No 238. [<http://adsabs.harvard.edu/abs/1932BAN.....6..249O>]
- [15] Zwicky, F. "Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln" (16.II.33) [<http://adsabs.harvard.edu/abs/1933AcHPh...6..110Z>]

- [16] Zwicky, F. "On the masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae" *Astrophys. J.* **86**, 3 (1937) [<http://adsabs.harvard.edu/abs/1937ApJ....86..217Z>]
- [17] E. Battaner E. Florido "The rotation of spiral galaxies and its cosmological implications"(2008) [arXiv:astro-ph/0010475v1]
- [18] Salucci,P. and Borriello, A. "The Intriguing Distribution of Dark Matter in Galaxies"Proceedings of International School for Advanced Studies SISSA-ISAS Trieste, I (2002)
- [19] Persic,M. and Salucci, P. (1995), *Astrophys. J. Supp Ser.* **99**,501
- [20] de Blok, W.J.G and McGaugh, S.S. "Dark Matter in Low Surface Brightness Galaxies"[<http://cds.cern.ch/record/313602/files/9610216.pdf>]
- [21] E. Hayashi et al., "The Inner Structure of LCDM Halos II: Halo Mass Profiles and LSB Rotation Curves",(2004),[arXiv:astro-ph/0310576]
- [22] Walker. M. G, et al "Velocity Dispersion Profiles of Seven Dwarf Spheroidal Galaxies",(2007),[arXiv:0708.0010v1 [astro-ph]]
- [23] More, B. (1996) *Astrophys. J.* **461**,L13
- [24] Huchra, J. and Brodie, J. (1987) *Astrophys. J.* **483**,684
- [25] R. F. Minchi et al. "A Dark Galaxy in the Virgo Cluster Imaged at 21-cm", (2005), [arXiv:astro-ph/0508153v1]

- [26] Iu. Babyk et al. "The Dark Matter Haloes of Chandra X-ray Galaxy Clusters and Baryons Effect", (2012) [arXiv:1208.2424v2]
- [27] S. H. Hansen and Z. Haiman, *Astrophys. J.* 600 (2004) 26 [arXiv:astro-ph/0305126].
- [28] L. J. Rosenberg and K. A. van Bibber, *Phys. Rept.* 325 (2000)
- [29] K. Giesel, J. H. Jureit and E. Reya, *Astropart. Phys.* 20, 335 (2003) [arXiv:astro-ph/0303252].
- [30] T. Gherghetta, G. F. Giudice and A. Riotto, *Phys. Lett. B* 446, 28 (1999) [arXiv:hep-ph/9808401]
- [31] E. J. Chun, H. B. Kim and D. H. Lyth, *Phys. Rev. D* 62 (2000) 125001 [arXiv:hep-ph/0008139].
- [32] A. Birkedal-Hansen and J. G. Wacker, [arXiv:hep-ph/0306161].
- [33] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos and G. R. Dvali, *Phys. Lett. B* 429 (1998) 263 [arXiv:hep-ph/9803315].
- [34] L. Randall and R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999) 3370 [arXiv:hep-ph/9905221].
- [35] E. W. Kolb and R. Slansky, *Phys. Lett. B* 135 (1984) 378.
- [36] R. Wischnewski [the AMANDA Collaboration], [arXiv:astro-ph/020426].

- [37] A. Elíasdóttir et al. "Where is the matter in the Merging Cluster Abell 2218?",(2007), [arXiv:0710.5636]
- [38] R. Bernabei et al. [DAMA and LIBRA Collaborations], Eur. Phys. J. C 67, 39 (2010) [arXiv:1002.1028 [astro-ph.GA]].
- [39] Z. Ahmed et al. [CDMS-II Collaboration], Phys. Rev. Lett. 106, 131302 (2011) [arXiv:1011.2482 [astro-ph.CO]].
- [40] E. Aprile et al. [XENON100 Collaboration], Astropart. Phys. 35, 573 (2012) [arXiv:1107.2155[astro-ph.IM]].
- [41] R. Narayan, R. Mahadevan, J. E. Grindlay, R. G. Popham and C. Gammie, Astrophys. J. **492** (1998) 554.
- [42] J. Braun, D. Hubert ,“Searches for WIMP Dark Matter from the Sun with AMANDA”, Proceedings of THE 31st ICRC, LODZ (2009) [arXiv:astro-ph.HE/0906.1615v1] .
- [43] Tyce DeYoung, for the IceCube Collaboration ,“Results from Seven Years of AMANDA-II”, (2008) [arXiv:astro-ph/0810.4513v1].
- [44] IceCube Collaboration “Multiyear search for dark matter annihilations in the Sun with the AMANDAI and IceCube detectors”(2012) [arXiv:astro-ph.HE/1112.1840v2].
- [45] Cholis, I. Hooper, D. “Dark matter and pulsar origins of the rising cosmic ray positron fraction in light of new data from AMS”

- [46] Adrián-Martínez, S. *et al.* “First Results on Dark Matter Annihilation in the Sun using the ANTARES Neutrino Telescope”, Prepared for submission to JCAP, (2013) [arXiv:astro-ph.HE/1302.6516v2].
- [47] Bernabè, R. *et al.* , “Particle Dark Matter in DAMA/LIBRA”, [arXiv:astro-ph.CO/1007.0595v1].
- [48] de Boer, W. “Dark Matter visible by the EGRET Excess of Diffuse Galactic Gamma Rays?”, 2005 International Linear Collider Workshop - Stanford, U.S.A. (2005), [arXiv:hep-ph/0508108v1].
- [49] T.E. Jeltema, S. Profumo, “Fitting the Gamma-Ray Spectrum from Dark Matter with DMFIT: GLAST and the Galactic Center Region”, (2008) [arXiv:astro-ph/0808.2641v1].
- [50] B. Giebels, for the H.E.S.S. Collaboration, “Status and recent results from H.E.S.S.”, 4th Fermi Symposium (2012), [arXiv:astro-ph.HE/1303.2850v1].
- [51] A. Abramowski *et al.*, “Search for photon line-like signatures from Dark Matter annihilations with H.E.S.S.”, (2013), [arXiv:astro-ph.HE/1301.1173v1].
- [52] T. DeYoung, “Recent Results from IceCube and AMANDA”, Proceedings of the DPF-2009 Conference, (2009), [arXiv:astro-ph.HE/0910.3644v1].

- [53] J. Aleksi *et al.*,“Optimized dark matter searches in deep observations of Segue 1 with MAGIC”,Prepared for submission to JCAP (2014),[arXiv:hep-ph/1312.1535v3].
- [54] L. Bergstrom, Rept. Prog. Phys. 63 (2000) 793 [arXiv:hep-ph/0002126].
- [55] S. Dodelson and L. M. Widrow, Phys. Rev. Lett. 72 (1994) 17 [arXiv:hepph/ 9303287]
- [56] M. Cirelli *et al.*,“Minimal Dark Matter predictions for galactic positrons, anti-protons, photons”,IFUPTH/2008-05 (2008),[arXiv:hep-ph/0802.3378v3].
- [57] I. Cholis *et al.*,“The PAMELA Positron Excess from Annihilations into a Light Boson”,(2009),[arXiv:astro-ph/0810.5344v3].
- [58] A. Geringer-Sameth for the VERITAS Collaboration, for the H.E.S.S. Collaboration,“The VERITAS Dark Matter Program”,4th Fermi Symposium (2012), [arXiv:astro-ph.HE/1303.1406v1].
- [59] M. Beilicke Proceedings of ”2011 Fermi Symposium, Roma., May. 9-12” (2011) arXiv:1109.6836v1 [astro-ph.HE]
- [60] Chang Hyon Ha ”The First Year IceCube-DeepCore Results” (2012) [arXiv:1201.0801v1 [hep-ex]]

- [61] L. V.E. Koopmans, T. Treu ,“The Structure and Dynamics of Luminous and Dark-Matter in Early-Type Lens Galaxy of 0047?281 AT Z=0.485”, ApJ, in press (2002) [arXiv:astro-ph/0205281v2] .
- [62] M. G. Walker *et al.*,”Velocity Dispersion Profiles of Seven Dwarf Spheroidal Galaxies”, ApJ,in press (2007) [arXiv:astro-ph/0708.0010v1] .
- [63] M. Azzaro *et al.*,”Motion properties of satellites around external spiral galaxies”,(2003),[arXiv:astro-ph/0310487v1].
- [64] Klypin, A., Prada, F. ”TESTING GRAVITY WITH MOTION OF SATELLITES AROUND GALAXIES: NEWTONIAN GRAVITY AGAINST MODIFIED NEWTONIAN DYNAMICS ” (2009), ApJ, **690**, 1488
- [65] Jae-Weon Lee,Sooil Lim, ”Minimum mass of galaxies from BEC or scalar field dark matter”,(2009), [ arXiv:0812.1342v3 [astro-ph]]
- [66] L. Arturo Ureña-López ”Bose-Einstein condensation of relativistic Scalar Field Dark Matter”,(2009),[ arXiv:0806.3093 ]
- [67] Magaña, J. et al. ”A brief Review of the Scalar Field Dark Matter model”, (2012), [arXiv:1201.6107v1]
- [68] Suarez A., Matos T., 2011, MNRAS, 416, 87.
- [69] Sahni V., Wang L., 2000, Phys. Rev. D, 62, 103527

- [70] K. Huang ,C. Xiong ,X.Zhao,“Scalar-field theory of dark matter”,(2013),[arXiv:1304.1595v1]