



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE  
CENTRO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E INFORMÁTICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

# Estudo da Correlação Espacial em Arranjos Lineares de Antenas na Frequência de 26 GHz

IANCA ROCHA FERREIRA

Campina Grande, PB  
7 de junho de 2022

Ianica Rocha Ferreira

# Estudo da Correlação Espacial em Arranjos Lineares de Antenas na Frequência de 26 GHz

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Ciências no domínio da Engenharia Elétrica.

**Orientador:** Professor Wamberto José Lira de Queiroz, D.Sc.

Campina Grande, PB

7 de junho de 2022

F383e

Ferreira, Ianca Rocha.

Estudo da correlação espacial em arranjos lineares de antenas na frequência de 26 GHz / Ianca Rocha Ferreira. – Campina Grande, 2022.  
56 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática, 2022.

"Orientação: Prof. Dr. Wamberto José Lira de Queiroz".

Referências.

1. Telecomunicações. 2. 5G. 3. Antenas de Microfita. 4. Correlação Espacial. 4. Sistemas de Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas. I. Queiroz, Wamberto José Lira de. II. Título.

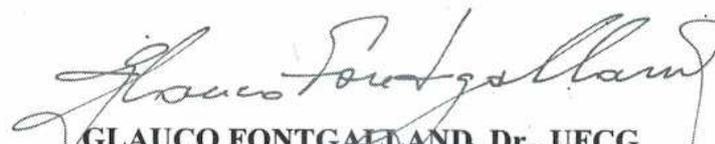
CDU 621.391(043)

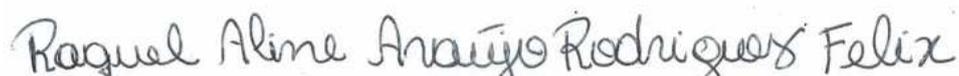
**Estudo da Correlação Espacial em Arranjos  
Lineares de Antenas na Frequência de 26  
GHz**

**IANCA ROCHA FERREIRA**

**DISSERTAÇÃO APROVADA EM 09/05/2022**

  
WAMBERTO JOSÉ LIRA DE QUEIROZ, D.Sc., UFCG  
Orientador(a)

  
GLAUCO FONTGALLAND, Dr., UFCG  
Examinador(a)

  
RAQUEL ALINE ARAÚJO RODRIGUES FELIX, D.Sc., UFCG  
Examinador(a)

**CAMPINA GRANDE - PB**



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE**  
POS-GRADUACAO EM ENGENHARIA ELETRICA  
Rua Aprigio Veloso, 882, - Bairro Universitario, Campina Grande/PB, CEP 58429-900

## REGISTRO DE PRESENÇA E ASSINATURAS

1. ATA DA DEFESA PARA CONCESSÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA, REALIZADA EM 09 DE MAIO DE 2022  
(Nº 741)

CANDIDATA: **IANCA ROCHA FERREIRA**. COMISSÃO EXAMINADORA: WAMBERTO JOSÉ LIRA DE QUEIROZ, D.Sc., UFCG, Orientador, GLAUCO FONTGALLAND, Dr., UFCG, RAQUEL ALINE ARAÚJO RODRIGUES FELIX, D.Sc., UFCG. TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: **Estudo da Correlação Espacial em Arranjos Lineares de Antenas na Frequência de 26 GHz**. ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: Processamento da Informação. HORA DE INÍCIO: **08h00** - LOCAL: **Sala Virtual, em virtude da suspensão de atividades na UFCG decorrente do coronavírus e e de conformidade com o Art. 8º da PORTARIA PRPG/GPR Nº 003, DE 18 DE MARÇO DE 2020**). Em sessão pública, após exposição de cerca de 45 minutos, a candidata foi arguida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo demonstrado suficiência de conhecimento e capacidade de sistematização, no tema de sua dissertação, obtendo conceito APROVADO. Face a aprovação, declara o presidente da Comissão, achar-se a examinanda, legalmente habilitada a receber o Grau de Mestre em Engenharia Elétrica, cabendo a Universidade Federal de Campina Grande, como de direito, providenciar a expedição do Diploma, a que a mesma faz jus. Na forma regulamentar, foi lavrada a presente ata, que é assinada eletronicamente por mim, LEANDRO FERREIRA DE LIMA, e os membros da Comissão Examinadora presentes. Campina Grande, 09 de Maio de 2022.

LEANDRO FERREIRA DE LIMA  
Secretário

WAMBERTO JOSÉ LIRA DE QUEIROZ, D.Sc. , UFCG  
Orientador

GLAUCO FONTGALLAND, Dr., UFCG  
Examinador Interno

RAQUEL ALINE ARAÚJO RODRIGUES FELIX, D.Sc., UFCG  
Examinador Externo

IANCA ROCHA FERREIRA  
Candidata

## 2 - APROVAÇÃO

2.1. Segue a presente Ata de Defesa de Dissertação de Mestrado da candidata **IANCA ROCHA FERREIRA**

Processo:

23096.031193/2022-48

Documento:

2375389

SEI, para igual assinatura eletrônica, os examinadores internos signatários **certificam** que os examinadores externos acima identificados participaram da defesa da dissertação e tomaram conhecimento do teor deste documento.



Documento assinado eletronicamente por **LEANDRO FERREIRA DE LIMA, SECRETÁRIO (A)**, em 11/05/2022, às 14:07, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **WAMBERTO JOSE LIRA DE QUEIROZ, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 11/05/2022, às 14:55, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **GLAUCO FONTGALLAND, PROFESSOR 3 GRAU**, em 19/05/2022, às 10:54, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **RAQUEL ALINE ARAUJO RODRIGUES, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 19/05/2022, às 17:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



Documento assinado eletronicamente por **Ianca Rocha Ferreira, Usuário Externo**, em 08/06/2022, às 13:53, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 8º, caput, da [Portaria SEI nº 002, de 25 de outubro de 2018](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <https://sei.ufcg.edu.br/autenticidade>, informando o código verificador **2375389** e o código CRC **838F28C0**.

# Agradecimentos

À Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica pela dedicação na realização das suas atividades. À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro para a pesquisa.

Ao professor Wamberto Queiroz, pela orientação e por ser constantemente solícito e paciente ao longo de todo o trabalho.

À mainha, maior apoiadora de todos os meus sonhos. Sem o apoio dela, tudo isso aqui seria impossível.

A Israel, que sempre muito presente tirou muitas das minhas dúvidas e foi de grande importância para a conclusão desse trabalho.

Aos amigos que fiz graças ao mestrado, Rômulo e Iasmin, que tornaram essa etapa mais leve. E aos meus amigos mais antigos, Hélvio, Mylena, Ariosto, Marcelly, Rafa, Elias e Dudu, que sempre apoiaram, estiveram presentes e incentivaram as minhas escolhas.

À Lais, Jaque, Drasto, tia Kika, Nádia e vovó Esther, que sempre posso contar.

À Clara, que me fez companhia todos os dias e foi minha fonte de alegria e amores nesses últimos dois anos.

À tia Jô, Lala e tio Du, que juntos formam "meu lar".

E a todos que alguma forma contribuíram para o desenvolvimento desse trabalho.

*“O espírito sem limites é o maior tesouro do homem.”*

**Rowena Ravenclaw**

# Resumo

Sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) vêm sendo muito utilizados na área de comunicações móveis por contribuírem para atender as demandas por maiores taxas de transferência de dados sem a necessidade de aumento de largura de banda. Com o avanço da eletrônica, têm surgido estruturas de dispositivos cada vez menores e com a exigência de excelente desempenho, o que torna necessária a obtenção de antenas cada vez menores e mais eficientes. Sendo assim, faz-se necessário um estudo para a avaliação da influência do acoplamento magnético entre os elementos de um arranjo linear de microfita operando no modo recepção, para o caso em que as fontes de ondas eletromagnéticas estão distantes. Dessa forma, esse estudo tem objetivo de avaliar a correlação espacial de elementos de arranjos de antenas no modo de recepção na frequência de 26 GHz, proposta para o sistema de quinta geração (5G) de redes de comunicações móveis no Brasil. Essa avaliação pode ser feita por meio de parâmetros como coeficientes de correlação espacial e coeficientes de correlação espacial ponderados pela matriz de impedâncias mútuas do arranjo linear. Nesse contexto, este trabalho disserta sobre o projeto de um arranjo linear de microfita operando na frequência de 26 GHz, no modo de recepção, e sobre como o acoplamento eletromagnético afeta a correlação espacial entre os elementos.

**Palavras-chaves:** 5G, Sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas, antenas de microfita, correlação espacial.

# Abstract

Multiple Input Multiple Output (MIMO) systems have been widely used in the mobile communications area as they contribute to meet the demands for higher data transfer rates without the need for increased bandwidth. With the advancement of electronics, structures of devices have been increasingly smaller and with the demand for excellent performance, which makes it necessary to obtain increasingly smaller and more efficient antennas. Therefore, a study is necessary to evaluate the influence of magnetic coupling between the elements when the user's antenna operates in reception mode, in the case where the sources of electromagnetic waves are distant. Thus, this study aims to evaluate the spatial correlation of antenna array elements in the 26 GHz frequency reception mode, proposed for the fifth generation (5G) system of mobile communications networks in Brazil. This evaluation can be done through parameters such as spatial correlation coefficients and spatial correlation coefficients weighted by the matrix of mutual impedances of the linear array. In this context, this work discusses the design of a linear array of microstrip operating at the frequency of 26 GHz, in the reception mode, and on how the electromagnetic coupling affects the spatial correlation between the elements.

**Key-words:** 5G, multiple input multiple output, microstrip antennas, spatial correlation.

# Lista de abreviaturas e siglas

Anatel	Agência Nacional de Telecomunicações
FDP	Função Densidade de Probabilidade
IoT	Internet of Things
MIMO	Multiple-Input and Multiple-Output
SISO	Single-Input and Single-Output
UIT	União Internacional de Telecomunicações
VSWR	Razão de onda estacionária de tensão
4G	Fourth-Generation
5G	Fifth-Generation

# Lista de Símbolos

$h_s$	espessura do substrato
$h_t$	espessura do patch e do plano de terra
$\lambda$	comprimento de onda
$\varepsilon_r$	constante dielétrica
$\varepsilon_{reff}$	constante dielétrica efetiva
$L$	comprimento do <i>patch</i>
$L_g$	comprimento do plano de terra e substrato
$L_0$	comprimento da fenda irradiante dentro do <i>patch</i>
$W$	largura do <i>patch</i>
$W_g$	largura do plano de terra e substrato
$W_0$	largura da linha de alimentação
$G_f$	largura da fenda irradiante
$c$	velocidade da luz no vácuo
$f_c$	frequência de ressonância
$\Delta L$	comprimento de extensão em cada extremidade do <i>patch</i>
$Z_c$	impedância característica
$R_{in}$	impedância de entrada de ressonância
$G_1$	condutância das fendas
$S$	Parâmetros de espalhamento
$p_\Phi$	função densidade de probabilidade
$\phi$	ângulo de chegada
$\phi_p$	direção média de um conjunto de componentes direcionais
$\kappa$	parâmetro de ajuste da concentração da distribuição em torno da média
$I_0$	função modificada de Bessel de ordem 0

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>10</b>
<b>1.1</b>	<b>Motivação</b>	<b>10</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos</b>	<b>11</b>
<b>1.3</b>	<b>Organização do trabalho</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>12</b>
<b>2.1</b>	<b>5G - A Quinta Geração de Comunicação Móvel</b>	<b>12</b>
<b>2.2</b>	<b>Antenas</b>	<b>13</b>
2.2.1	Antenas de Microfita	13
2.2.2	Sistemas MIMO	15
2.2.3	Capacidade de Sistemas MIMO	16
2.2.4	Coeficientes de Correlação Espacial	16
2.2.4.1	Distribuição de Von Mises	18
2.2.5	Acoplamento Magnético	20
<b>3</b>	<b>CENÁRIO EXPERIMENTAL</b>	<b>25</b>
<b>3.1</b>	<b>Projeto da Antena</b>	<b>25</b>
3.1.1	Cálculo dos Parâmetros	26
3.1.2	Testes iniciais das antenas	28
3.1.3	Simulações no Modo Recepção	31
3.1.4	Resultados - Correlação espacial dos elementos do arranjo	34
<b>4</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>40</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>42</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>45</b>
	<b>APÊNDICE A – PARÂMETROS <math>S</math> DOS ELEMENTOS DO ARRANJO DE ANTENAS DE MICROFITA PARA 26 GHZ</b>	<b>46</b>
	<b>APÊNDICE B – PARÂMETRO VSWR DOS ELEMENTOS DO ARRANJO DE ANTENAS DE MICROFITA PARA 26GHZ</b>	<b>48</b>

**APÊNDICE C – MATRIZ  $Z$  DOS ELEMENTOS DO ARRANJO  
DE ANTENAS DE MICROFITA PARA 26 GHZ . 49**

**APÊNDICE D – CÓDIGO EM MAPLE PARA GERAÇÃO DAS CUR-  
VAS DE CORRELAÇÃO ESPACIAL . . . . . 51**

**D.1 Entrada Maple da Matriz de Impedâncias do Arranjo de 8 Elementos 51**

**D.2 Código Maple Para o Arranjo de 8 Elementos . . . . . 52**

# 1 Introdução

Nos últimos anos, novas técnicas de miniaturização de antenas de microfita vêm sendo propostas com o objetivo de reduzir cada vez mais o espaço ocupado por elas nos dispositivos móveis de usuários. Dentre essas técnicas, podem ser citados os sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas – *Multiple Input Multiple Output* (MIMO), que consistem em sistemas com múltiplas antenas no transmissor e no receptor [1][2]. A utilização da técnica MIMO implica em alguns desafios, dado o aumento massivo do número de antenas [3], porém é capaz de melhorar substancialmente a capacidade do sistema, a cobertura e a qualidade de serviço, já que aproveita a diversidade espacial associada ao fenômeno da propagação por multipercurso para o aumento da capacidade do canal. A depender do número de antenas que é utilizado no sistema, a capacidade do canal pode aumentar, porém, isso implica numa maior complexidade no processo de recepção [4]. Isso ocorre porque a redução de tamanho e a proximidade dos elementos em arranjos de antenas promovem efeitos indesejados, que afetam a qualidade da informação recebida, e por isso, o conhecimento de determinados parâmetros são essenciais quando se tem o objetivo de limitar alguns efeitos, como o da interferência ou ganho em sinais indesejados [5].

Nesse contexto, faz-se necessário a avaliação de alguns desses parâmetros, como a influência do acoplamento magnético entre os elementos quando a antena dos dispositivos móveis dos usuários opera no modo de recepção. Isso porque, com o avanço dos sistemas MIMO, notou-se ser importante avaliar como as características do ambiente influenciam a função de correlação entre os elementos do arranjo associado ao receptor [5].

## 1.1 Motivação

O 5G é o mais recente padrão tecnológico para serviços móveis, que promete principalmente altas taxas de transmissão de dados e baixa latência. Porém, esse não é o único foco da quinta geração, que pretende massificar e diversificar a Internet das Coisas (IoT) em setores como o de segurança pública, telemedicina, educação à distância, cidades inteligentes, automação industrial e agrícola, por exemplo, com o objetivo de transformar a forma como as pessoas e organizações se relacionam [6].

A redução do tamanho físico dos dispositivos móveis acaba implicando na redução das antenas que os integram. Foi devido à redução progressiva do tamanho das antenas que são utilizadas nos dispositivos móveis e ao pequeno espaçamento entre elas, que notou-se a existência de alguns efeitos indesejados, dentre eles o acoplamento eletromagnético. Esses efeitos são responsáveis por afetar negativamente o desempenho do sistema e por

isso torna-se importante a quantificação dos mesmos [7].

Neste trabalho é apresentado um estudo do projeto de um arranjo linear de antenas e analisada a correlação espacial entre os elementos do arranjo no modo recepção. Essa avaliação foi feita na frequência de 26 GHz, proposta para o sistema 5G no Brasil. Para isso, é considerado um arranjo de antenas para os aparelhos móveis dos usuários, que nesse caso, deve ser compacto, em microfita.

## 1.2 Objetivos

O objetivo desse trabalho é avaliar a correlação espacial em arranjos de antenas lineares no modo de recepção, na frequência de 26 GHz. Essa avaliação é feita por meio de parâmetros como coeficientes de correlação espacial e coeficientes de correlação espacial ponderados pela matriz de impedâncias dos elementos de arranjo.

Para isso, é simulada uma antena que atenda à necessidade de redução de tamanho físico e opere na frequência proposta e que em seguida é replicada para que seja realizada a simulação de arranjos de antenas.

## 1.3 Organização do trabalho

Os capítulos seguintes deste trabalho estão organizados da seguinte forma. No Capítulo 2, é apresentada a fundamentação teórica dos conteúdos abordados ao longo do texto, como também é feita uma análise das principais características que serão avaliadas acerca das antenas de microfita, dando ênfase a sistemas MIMO, sua capacidade e como são afetados pelo acoplamento magnético.

No Capítulo 3 são detalhadas todas as etapas de cálculo dos parâmetros e simulação das antenas. São apresentados resultados preliminares e logo após, os resultados finais das simulações das antenas individuais e do arranjo de antenas.

No Capítulo 4 são realizadas as considerações finais acerca dos resultados obtidos neste trabalho.

## 2 Fundamentação Teórica

### 2.1 5G - A Quinta Geração de Comunicação Móvel

Os impactos socioeconômicos causados pelas comunicações móveis, desde o seu surgimento, têm permitido concluir que a quinta geração de redes móveis está conduzindo a sociedade a uma nova revolução industrial, mudando ainda mais o mundo em que vivemos [8].

A tecnologia 5G fornece novo padrão para dispositivos móveis que traz mudanças na forma como as pessoas utilizam esses aparelhos, permitindo novas funcionalidades e um incremento significativo do número e da velocidade das conexões. De acordo com a União Internacional de Telecomunicações (UIT), o 5G é uma tecnologia de transporte de dados em redes envolvendo dispositivos móveis. O 5G fornece taxas de dados mais altas, menor latência e conectividade mais confiável. Essa tecnologia fornece velocidades de transmissão de dados cem vezes mais rápidas do que a tecnologia 4G e habilita a conectividade de rede com latência igual a menos de um décimo da latência observada nos sistemas de quarta geração, bem como possibilita uma conectividade massiva, de modo que centenas de milhares de dispositivos podem ser conectados à rede simultaneamente. Ao mesmo tempo, os recursos 5G são integrados a tecnologias como processamento em nuvem, inteligências artificiais, big data e internet das coisas, levando assim a indústria e a sociedade para um mundo mais automatizado e inteligente [9].

Em uma das resoluções publicadas pela Agência Nacional de Telecomunicações (Anatel) no primeiro semestre de 2021, a agência esclarece que durante a Conferência Mundial de Radiocomunicações em 2019, definiu-se a faixa de radiofrequências de 24,25 GHz a 27,5 GHz para ser utilizada de forma harmonizada em sistemas de Telecomunicação Móveis, visto que, o uso harmonizado traz benefícios em termos de conectividade e de economia de escala. A faixa de frequência citada seria portanto utilizada por sistemas com duplexação por divisão de tempo e cuja largura de faixa ocupada não cause interferências prejudiciais entre blocos adjacentes [10].

A faixa de frequências definida se dá pelo fato dela ter uma cobertura geográfica muito baixa, comparativamente com as demais faixas de frequências, mas com uma elevada capacidade de transmissão de dados, estando previsto ser utilizada apenas em pontos específicos e localizados, provavelmente, em áreas densamente povoadas [11].

O 5G desempenha um papel relevante no setor da saúde, seja por permitir o recolhimento de mais dados, na facilitação de procedimentos à distância, bem como no desenvolvimento de novas tecnologias para diagnóstico e tratamento. A previsão é que

o 5G permita viabilizar serviços como maior rapidez para o tratamento de doentes, cruzando dados clínicos e provenientes de diferentes dispositivos, e por meio da telemedicina, possibilitando o acompanhamento da situação clínica de pacientes pela monitorização remota de dados de saúde e bem estar, com auxílio de equipamentos sem fios [12]. Outro ponto importante é que, por estar focada em prover conexão com baixa latência e alta confiabilidade, aplicações sensíveis a atrasos e erros, como carros autônomos, cirurgias remotas e controle remoto de maquinário industrial, passam a ser totalmente possíveis [6].

No setor industrial, o 5G pode contribuir para melhorar a comunicação entre diferentes equipamentos numa linha de montagem, permitindo a implementação de soluções de realidade virtual e aumentada, melhorando assim a segurança de trabalhadores e instalações[12].

No setor automobilístico a conectividade dos dispositivos 5G nos veículos permitirá que estes se conectem entre si e também a condutores, a serviços de rede e a infraestruturas. Além disso, auxiliará no aumento da eficiência energética e na segurança, pela atualização constante de evolução das condições meteorológicas, acidentes de trânsito ou sobre o estado das rodovias [12].

A agropecuária é um dos setores que mais pode se beneficiar com a evolução do 5G, isso porque a velocidade de transmissão de dados muito mais alta, a robustez e o baixo consumo de energia, têm um papel determinante na transformação desse setor. As aplicações do 5G vão desde a utilização de sensores para avaliar o rendimento das colheitas, níveis de umidade e topografia dos terrenos, até a monitorização em tempo real da produção, saúde e bem-estar de rebanhos, diminuindo as perdas de animais e diminuindo os custos de fiscalização. Também há a possibilidade de atuação na parte de irrigação inteligente, recorrendo à Internet das Coisas para aferir a umidade do solo e temperatura para avaliar as necessidades de rega, diminuindo assim o consumo de água [12].

## 2.2 Antenas

De acordo com [13], uma antena é a estrutura de transição entre o espaço livre e um dispositivo de guia, e, para sistemas de comunicação sem fio, é um dos componentes mais críticos. Um bom *design* da antena é essencial para melhorar o desempenho geral do sistema.

### 2.2.1 Antenas de Microfita

Segundo [14], dado o crescimento da capacidade de transmissão dos sistemas de telecomunicações atuais, antenas mais eficientes devem estar disponíveis para acompa-

nhar essa evolução, que exige protótipos cada vez mais compactos e eficientes em relação ao tráfego de potência para o meio. Em [15] o autor expõe que as antenas de circuito impresso surgiram como excelente alternativa para respeitar esses requisitos devido à sua forma compacta e plana. O dimensionamento ainda é uma dificuldade para o desenvolvimento de antenas como os arranjos lineares, e principalmente a mitigação do acoplamento eletromagnético entre seus elementos.

Para se obter diagramas irradiação diretivos, é necessário que os campos produzidos pelos elementos do conjunto de antenas interfiram construtivamente nas direções desejadas e interfiram destrutivamente, cancelando-se, nas demais direções. Para conjuntos de elementos idênticos, isso pode ser conseguido a partir do controle de parâmetros como configuração geométrica do conjunto, que pode ser linear, circular, retangular, esférico, etc, pela separação entre os elementos, como também a partir do controle da amplitude e da fase da corrente de excitação dos elementos [8].

Antenas de microfita são antenas compactas, simples e que apresentam baixo custo de fabricação, por isso passaram a ser amplamente utilizadas em comunicações sem fio. Em contrapartida, esse modelo apresenta algumas desvantagens que precisam ser contornadas, como baixa eficiência, pequena largura de banda e baixa potência irradiada[13].

Essas antenas são compostas por uma lâmina metálica fina e por um plano de terra separados por um substrato dielétrico. Para fornecerem um bom desempenho à antena, esses substratos devem apresentar uma baixa constante dielétrica e para tal, sua espessura, em comprimentos de onda, deve ser algo em torno de  $0,003\lambda \leq h_s \leq 0,05\lambda$ , e, quanto mais espesso melhor será o desempenho [16], [13].

De acordo com [17], os substratos mais desejáveis para melhoria do desempenho da antena são os mais espessos, cujas constantes dielétricas são mais baixas, pois possibilitam maior eficiência e largura de banda, apesar de serem mais onerosos em sua fabricação, devido ao maior consumo de material. São características necessárias para a fabricação de um substrato para compor um projeto de antena de microfita: baixas perdas e elevadas taxas de homogeneidade. Os substratos mais usados atualmente utilizam constantes dielétricas entre 2,  $2 \leq \epsilon_r \leq 12$ . Características da antena como dimensões físicas, frequência de ressonância e largura de banda são influenciadas durante o processo de escolha de um substrato.

O elemento irradiador, como é denominada a antena, pode ser quadrado, circular, elíptico, triangular ou em outros formatos. Dentre as configurações existentes citadas, o elemento irradiador retangular tem sido o mais utilizado [13], isso porque as quadradas, retangulares e circulares apresentam maior facilidade de análise, fabricação e possuem características de irradiação atrativas, especialmente pela polarização cruzada [17].

Dentre as configurações que podem ser usadas para alimentar as antenas estão a

linha de microfita, cabo coaxial e acoplamento direto ou acoplamento por abertura. Alguns dos fatores considerados para a escolha do método de alimentação de uma antena são o perfeito casamento de impedância entre o elemento irradiador e a linha de alimentação e a minimização de irradiação indesejada e seus possíveis efeitos. Trabalhos como [18] utilizam a linha de microfita de alimentação por esta apresentar bom desempenho e fácil análise. Isso porque antenas com alimentação de linha de microfita apresentam a possibilidade do elemento irradiador ser uma extensão da linha de microfita, além de ambos serem fabricados simultaneamente, garantindo o melhor casamento de impedância apenas com o controle da largura da linha [18][13].

### 2.2.2 Sistemas MIMO

Em comunicações sem fio, arranjos de antenas são aplicados para aumentar a capacidade do canal, ampliar a diretividade e melhorar a qualidade do sinal transmitido ou também para minimizar o efeito do ruído e da interferência no mesmo [18].

Um sistema MIMO corresponde a um sistema de múltiplas entradas e múltiplas saídas, que tem como base arranjos de antenas. Esse sistema é muito utilizado na área de comunicações móveis por contribuir para atender as demandas por maiores taxas de transferência de dados sem a necessidade de aumento de largura de banda. Isso acontece devido à exploração da diversidade espacial, propiciada pela propagação das ondas eletromagnéticas por multipercursos, entre as antenas transmissoras e receptoras [8], [18].

Foi a partir da quarta geração (4G) que o sistema MIMO começou a ser inserido nas comunicações móveis, representando um grande avanço devido ao aumento da taxa de transferência de dados, tornando possível o acesso do usuário a um número mais extenso de serviços além dos tradicionais, como chamadas de áudio e troca de mensagens contendo texto, imagens ou vídeos [8].

A propagação em ambientes onde há a presença de objetos que espalham o sinal é chamada de propagação por multipercurso. Esses efeitos de espalhamento das ondas eletromagnéticas resultam em múltiplos componentes espalhados do sinal transmitido que chegam à antena receptora deslocados entre si no tempo e no espaço [19]. Cada um desses componentes de onda espalhados experimentam diferentes atrasos devido às reflexões e difrações ao longo da propagação. Isso faz com que o sinal captado no receptor, resultante da superposição dos vários componentes espalhados que alcançam a antena com diferentes atrasos e amplitudes, apresente variações aleatórias de intensidade denominadas de desvanecimento [20].

Uma das técnicas empregadas para que se possa utilizar este efeito, da propagação por múltiplos percursos, é transmitir o mesmo sinal por meio de diferentes antenas. Se as antenas transmissoras estiverem suficientemente espaçadas, a probabilidade de que o

sinal percorra caminhos diferentes aumenta, fazendo com que o desvanecimento em cada um desses sinais seja independente, contribuindo para o ganho de diversidade espacial. O ganho de diversidade é uma maneira de quantificar os benefícios da diversidade [20].

Como mencionado, a tecnologia MIMO utiliza a diversidade espacial associada ao fenômeno do multipercorso para aproveitar os mecanismos de espalhamento dos ambientes de propagação e aumentar a capacidade do canal [18].

Porém, ainda há um viés negativo a ser analisado. Arranjos com múltiplas antenas acabam gerando efeitos de acoplamento magnético mútuo, que são nocivos ao desempenho do sistema na transmissão e recepção do sinal, tornando necessária a adequada separação das antenas a fim de evitar a diminuição da taxa de transmissão do canal MIMO [18].

### 2.2.3 Capacidade de Sistemas MIMO

A capacidade do canal pode ser definida como a taxa de transferência de dados alcançável com probabilidade de erro tão pequena quanto se queira [20].

O sistema MIMO é apropriado para ambientes que apresentem elementos de dispersão, para que seja possível obter uma boa performance. Em um meio sem dispersão, com ausência de multipercursos, os canais entre o receptor e transmissor estarão correlacionados, ou seja, o desvanecimento por multipercorso será o mesmo, o que irá fazer com que a capacidade do canal degrade. Ele também apresenta uma capacidade maior em relação ao sistema de única entrada e única saída (SISO), devido ao efeito de dispersão, que possibilita criar canais independentes [8].

### 2.2.4 Coeficientes de Correlação Espacial

Como mencionado em [21], a correlação de canal é uma medida de semelhança entre os canais. Diz-se que canais estão correlacionados quando eles apresentam características iguais ou muito parecidas entre si, e, como consequência, os sinais que propagam através dele irão apresentar um desvanecimento por multipercorso igual ou muito próximo [20].

O efeito de correlação ocorre em meios pobres em múltiplos percursos de propagação, resultando em baixa performance do sistema [20]. No caso extremo, se os canais estiverem totalmente correlacionados, o sistema MIMO não terá diferença de um sistema de comunicação de antena única. Por isso esse é um efeito indesejado em arranjo de antenas, sendo responsável por reduzir o desempenho de um Sistema MIMO, especialmente sua capacidade [21].

O coeficiente de correlação entre canais vai de 0 a 1, que equivale respectivamente a um canal totalmente descorrelacionado e um canal totalmente correlacionado. Quanto menor for o coeficiente de correlação, maior será a capacidade do canal [8].

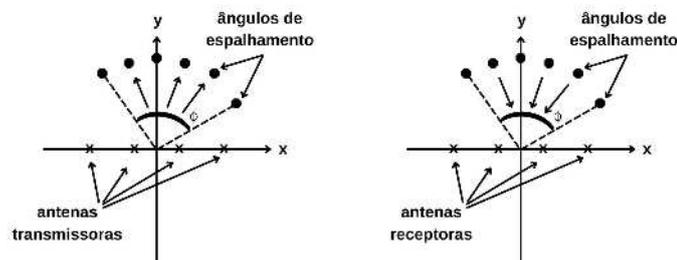
Canais correlacionados são úteis pois possibilitam estimar analiticamente o impacto que a correlação tem no desempenho do sistema MIMO. Em geral, as propriedades de correlação entre os pares das antenas do sistema MIMO são definidas pela matriz de covariância [20].

Em [15] é concluído que os coeficientes de correlação espacial do arranjo de antenas são influenciados pelas propriedades de seus elementos e pelo acoplamento mútuo. Ou seja, de acordo com [21], a correlação de canal de um sistema MIMO deve-se principalmente a dois componentes: correlação espacial e acoplamento mútuo da antena. Dado esse fato, cada vez mais mostra-se necessário a avaliação da influência do acoplamento magnético entre os elementos no desempenho dos dispositivos móveis dos usuários. Essa avaliação pode ser feita por meio de parâmetros como os coeficientes de correlação espacial ponderados pelas impedâncias dos elementos do arranjo, pela taxa de transmissão e pela avaliação da probabilidade do erro de bits na saída do receptor, após o combinador associado ao arranjo de antenas [15].

A correlação espacial e o acoplamento magnético são grandes responsáveis pela limitação do aumento da capacidade de canal [22].

A correlação espacial depende do ambiente no qual o sinal está inserido. Os sinais decorrentes da propagação por multipercurso tendem a deixar o transmissor em uma faixa de direções angulares, chamadas de ângulos de partida, em vez de uma única direção angular. Isso vale também para os ângulos dos sinais que chegam ao receptor, chamados de ângulos de chegada. Normalmente, a correlação espacial aumenta quando os ângulos de chegada e partida são reduzidos. A Figura 1 ilustra esses ângulos, na qual  $\phi$  representa o ângulo de partida e o de chegada, respectivamente.

Figura 1 – Ângulos de partida e chegada em arranjos de antenas, adaptado de [21]



De acordo com [8], os elementos dos arranjos se tornam mais descorrelacionadas à medida que o espaçamento entre eles e o ângulo de dispersão aumentam. Já que quando os elementos do arranjo estão muito próximos, parte da energia irradiada por uma antena é captada pela antena adjacente, e vice versa, fazendo com que ambas sejam afetadas por um mesmo campo eletromagnético, que acaba provocando o acoplamento eletromagnético. Outros fatores que influenciam o grau de correlação no sistema é o ângulo de chegada e o de partida.

### 2.2.4.1 Distribuição de Von Mises

O projeto de antenas requer a análise estatística de alguns parâmetros, um deles é a correlação espacial. Alguns modelos matemáticos são utilizados para calcular e avaliar a correlação espacial, como distribuições baseadas em modelos geométricos do canal, modelos como o modelo de Weichselberger, modelo de Clarke, modelo de Kronecker ou distribuições de probabilidade para a direção de chegada dos sinais aos arranjos de antenas, como as distribuições cosseno elevado, Gaussiana e Laplaciana.

Além dos métodos de avaliação citados, existe a distribuição de Von Mises. Essa tem recebido destaque por apresentar menor grau de complexidade para avaliação, e, segundo [5], por levar a resultados numéricos semelhantes aos obtidos com outras distribuições, como a gaussiana. As expressões dessa distribuição são escritas em termos de funções de Bessel e funções trigonométricas, como seno e cosseno.

A distribuição de Von Mises foi apresentada em 1918 por Richard Von Mises [5], na qual, a variável aleatória a ser modelada é  $\Phi$ , sendo a FDP, função densidade de probabilidade dada por

$$p_{\Phi}(\phi) = \begin{cases} \frac{e^{\kappa \cos(\phi - \phi_p)}}{2\pi I_0(\kappa)}, & -\pi + \phi_p \leq \phi \leq \pi + \phi_p, \\ 0, & c.c \end{cases}, \quad (2.1)$$

na qual  $\phi$  representa o ângulo de chegada,  $\phi_p$  representa a direção média de um conjunto de componentes direcionais,  $\kappa$  é um parâmetro de ajuste da concentração da distribuição em torno da média e  $I_0$  é a função modificada de Bessel de ordem 0.

De acordo com [5], pode-se verificar que essa última expressão representa uma FDP integrando-se sua expressão em seu intervalo de definição,

$$\frac{1}{2\pi I_0(\kappa)} \int_{-\pi + \phi_p}^{\pi + \phi_p} e^{\kappa \cos(\phi - \phi_p)} d\phi. \quad (2.2)$$

Fazendo a mudança de variável  $u(\phi) = \phi - \phi_p$  e  $du = d\phi$ , é possível mostrar que

$$\frac{1}{I_0(\kappa)} \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{\kappa \cos u} du = \frac{1}{I_0(\kappa)} I_0(\kappa) = 1. \quad (2.3)$$

A correlação espacial entre dois elementos  $m$  e  $n$ , de um arranjo linear de antenas isotrópicas, pode ser escrita portanto como

$$\rho(m, n) = \frac{1}{2\pi I_0(\kappa)} \int_{-\pi + \phi_p}^{\pi + \phi_p} e^{j(m-n)\beta d \text{sen}(\phi)} e^{\kappa \cos(\phi - \phi_p)} d\phi. \quad (2.4)$$

Aplicando a identidade de Euler,

$$e^{j(m-n)\beta d \text{sen}(\phi)} = \cos((m-n)\beta d \text{sen}(\phi)) + j \text{sen}((m-n)\beta d \text{sen}(\phi)) \quad (2.5)$$

e expandindo as partes real e imaginária em série de Bessel, pode-se escrever

$$\begin{aligned}\cos((m-n)\beta d \operatorname{sen} \phi) &= J_0((m-n)\beta d) + 2 \sum_{l=1}^{\infty} J_{2l}((m-n)\beta d) \cos(2l\phi) \\ \operatorname{sen}((m-n)\beta d \operatorname{sen} \phi) &= 2 \sum_{l=0}^{\infty} J_{2l+1}((m-n)\beta d) \operatorname{sen}((2l+1)\phi).\end{aligned}\quad (2.6)$$

Dessa forma,

$$\begin{aligned}\rho_R(m, n) &= J_0((m-n)\beta d) + \frac{2}{2\pi I_0(\kappa)} \sum_{l=1}^{\infty} J_{2l}((m-n)\beta d) \\ &\quad \times \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} \cos(2l\phi) e^{\kappa \cos(\phi-\phi_p)} d\phi\end{aligned}\quad (2.7)$$

e

$$\begin{aligned}\rho_I(m, n) &= \frac{2}{2\pi I_0(\kappa)} \sum_{l=0}^{\infty} J_{2l+1}((m-n)\beta d) \\ &\quad \times \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} \operatorname{sen}((2l+1)\phi) e^{\kappa \cos(\phi-\phi_p)} d\phi.\end{aligned}\quad (2.8)$$

Da Expressão 2.7, a integral pode ser resolvida fazendo-se  $u = \phi - \phi_p$  e  $du = d\phi$ , de modo que

$$\begin{aligned}\int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} \cos(2l\phi) e^{\kappa \cos(\phi-\phi_p)} d\phi &= \int_{-\pi}^{\pi} \cos(2l(u+\phi_p)) e^{\kappa \cos u} du \\ &= \cos(2l\phi_p) \int_{-\pi}^{\pi} \cos(2lu) e^{\kappa \cos u} du \\ &\quad - \operatorname{sen}(2l\phi_p) \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}(2lu) e^{\kappa \cos u} du.\end{aligned}\quad (2.9)$$

Como

$$\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}(2lu) e^{\kappa \cos u} du = 0, \quad (2.10)$$

tem-se

$$\int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} \cos(2l\phi) e^{\kappa \cos(\phi-\phi_p)} d\phi = I_{2l}(\kappa) \cos(2l\phi_p). \quad (2.11)$$

Da Expressão 2.8, considerando novamente  $u = \phi - \phi_p$  e  $du = d\phi$ , tem-se

$$\begin{aligned}\int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} \operatorname{sen}((2l+1)\phi) e^{\kappa \cos(\phi-\phi_p)} d\phi &= \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}((2l+1)(u+\phi_p)) e^{\kappa \cos u} du \\ &= \cos((2l+1)\phi_p) \int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}((2l+1)u) e^{\kappa \cos u} du \\ &\quad + \operatorname{sen}((2l+1)\phi_p) \int_{-\pi}^{\pi} \cos((2l+1)u) e^{\kappa \cos u} du.\end{aligned}\quad (2.12)$$

Como

$$\int_{-\pi}^{\pi} \operatorname{sen}((2l+1)u) e^{\kappa \cos u} du = 0, \quad (2.13)$$

então

$$\int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} \operatorname{sen}((2l+1)\phi) e^{\kappa \cos(\phi-\phi_p)} d\phi = \operatorname{sen}((2l+1)\phi_p) I_{2l+1}(\kappa). \quad (2.14)$$

Assim,

$$\rho_R(m, n) = J_0((m - n)\beta d) + 2 \sum_{l=1}^{\infty} \left( \frac{I_{2l}(\kappa)}{I_0(\kappa)} \right) J_{2l}((m - n)\beta d) \cos(2l\phi_p) \quad (2.15)$$

e

$$\rho_I(m, n) = 2 \sum_{l=0}^{\infty} \left( \frac{I_{2l+1}(\kappa)}{I_0(\kappa)} \right) J_{2l+1}((m - n)\beta d) \sin((2l + 1)\phi_p), \quad (2.16)$$

sendo por fim

$$\rho(m, n) = \rho_R^2(m, n) + \rho_I^2(m, n). \quad (2.17)$$

### 2.2.5 Acoplamento Magnético

No modo ideal, em um conjunto de antenas, cada antena cumpriria seu papel no conjunto isoladamente, sem interferir no desempenho da outra. Na prática isso não é o que acontece. As antenas interagem entre si e cada antena do arranjo acaba interagindo com as demais.

O acoplamento magnético, também conhecido como acoplamento mútuo, trata-se de um efeito causado pela proximidade entre antenas do arranjo. Caso essas antenas estejam transmitindo ou recebendo, ocorre uma interação e, parte do campo que está sendo irradiado ou recebido atingirá as antenas vizinhas. A intensidade desse efeito irá depender das características de irradiação das antenas, da separação entre elas e da orientação de cada uma, mas terá destaque em arranjos com espaçamento entre os elementos de menos de  $\frac{\lambda}{2}$  [18] [13]. Como mencionado por [23], para um forte acoplamento mútuo entre as antenas do arranjo, a relação sinal ruído cai significativamente, reduzindo a velocidade de resposta do arranjo.

Segundo [24], o acoplamento magnético afeta o desempenho do arranjo de antenas alterando o padrão de irradiação, as distribuições de corrente elétrica nas antenas receptoras e características do arranjo como impedâncias de entrada das antenas.

Devido a isso, é mencionado em [13] que a contribuição de uma única antena para o diagrama de irradiação do arranjo depende da excitação fornecida pelo seu próprio alimentador (gerador) e também da excitação parasita total, que depende, por sua vez, dos acoplamentos entre as antenas e das excitações dos outros geradores.

Sendo assim, com o crescimento constante da demanda por equipamentos móveis compactos, o efeito do acoplamento deve ser considerado nas avaliações de desempenho dos sistemas MIMO [25].

Outro aspecto importante a ser considerado é que o comportamento do acoplamento magnético em um arranjo de antenas será diferente entre os modos de transmissão e o de recepção.

De acordo com [5], a relação entre as tensões captadas nos elementos do arranjo de antenas cm acoplamento  $\mathbf{V}$  e sem acoplamento  $\mathbf{S}$  pode ser escrita como

$$V = Z^{-1}S, \quad (2.18)$$

em que

$$Z = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_{11}}{Z_i} & \frac{Z_{12}}{Z_i} & \frac{Z_{13}}{Z_i} & \cdots & \frac{Z_{1M}}{Z_i} \\ \frac{Z_{21}}{Z_i} & 1 + \frac{Z_{22}}{Z_i} & \frac{Z_{23}}{Z_i} & \cdots & \frac{Z_{2M}}{Z_i} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{Z_{M1}}{Z_i} & \frac{Z_{M2}}{Z_i} & \frac{Z_{M3}}{Z_i} & \cdots & 1 + \frac{Z_{MM}}{Z_i} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

e

$$Z^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1M} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2M} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{M1} & a_{M2} & \cdots & a_{11} \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

Considerando elementos isotrópicos para o arranjo de antenas linear, tem-se

$$S = \begin{bmatrix} e^{j0\beta dsen\phi} \\ e^{j1\beta dsen\phi} \\ \cdots \\ e^{j(M-1)\beta dsen\phi} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

em que o vetor de tensões é

$$V = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^M a_{1i} e^{j(i-1)\beta dsen\phi} \\ \sum_{i=1}^M a_{2i} e^{j(i-1)\beta dsen\phi} \\ \cdots \\ \sum_{i=1}^M a_{Mi} e^{j(i-1)\beta dsen\phi} \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Os coeficientes de correlação sob efeito do acoplamento são portanto

$$|\rho_{mn}|^2 = \frac{1}{P_m P_n} \int r_m r_m^* p_{\Phi}(\phi) d\phi, \quad (2.23)$$

em que  $P_m$  corresponde a potência média de um componente de sinal recebido no m-ésimo ramo do arranjo de antenas, podendo ser escrito como

$$P_m = \int |r_m|^2 p_{\Phi}(\phi) d\phi, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (2.24)$$

Substituindo uma das amostras do vetor  $V$  em 2.24, segue que

$$\begin{aligned} P_m &= \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} \left| \sum_{n=1}^M a_{mn} e^{j(n-1)\beta dsen\phi} \right|^2 p(\phi) d\phi, \quad m = 1, 2, \dots, M \\ &= \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} \left( \sum_{k=1}^M a_{mk} e^{j(k-1)\beta dsen\phi} \right) \left( \sum_{l=1}^M a_{ml}^* e^{-j(l-1)\beta dsen\phi} \right) p_{\Phi}(\phi) d\phi, \end{aligned} \quad (2.25)$$

que pode ainda ser reescrita como

$$P_m = \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M a_{mk} a_{ml}^* \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} e^{j(k-l)\beta d \text{sen} \phi} p_{\Phi}(\phi) d\phi, \quad m = 1, 2, \dots, M. \quad (2.26)$$

Considerando que

$$p(\phi) = \frac{e^{\kappa \cos(\phi-\phi_p)}}{2\pi I_0(\kappa)}, \quad -\pi + \phi_p \leq \phi \leq \pi + \phi_p \quad (2.27)$$

então  $P_m$  pode ser escrita como

$$P_m = \frac{1}{2\pi I_0(\kappa)} \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^M a_{mk} a_{ml}^* \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} e^{j(k-l)\beta d \text{sen} \phi} e^{\kappa \cos(\phi-\phi_p)} d\phi \quad (2.28)$$

que ainda pode ser escrita como

$$\begin{aligned} P_m &= \sum_{k=1}^M \sum_{\substack{l=1 \\ k>l}}^M a_{mk} a_{ml}^* \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} e^{j(k-l)\beta d \text{sen} \phi} \frac{e^{\kappa \cos(\phi-\phi_p)}}{2\pi I_0(\kappa)} d\phi \\ &+ \sum_{k=1}^M |a_{mk}|^2 \\ &+ \sum_{k=1}^M \sum_{\substack{l=1 \\ k<l}}^M a_{mk} a_{ml}^* \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} e^{-j(k-l)\beta d \text{sen} \phi} \frac{e^{\kappa \cos(\phi-\phi_p)}}{2\pi I_0(\kappa)} d\phi, \end{aligned} \quad (2.29)$$

na qual, a parcela

$$\mathcal{I} = \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} e^{j(k-l)\beta d \text{sen} \phi} \frac{e^{\kappa \cos(\phi-\phi_p)}}{2\pi I_0(\kappa)} d\phi \quad (2.30)$$

pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \mathcal{I} &= \int_{-\pi}^{\pi} \cos((k-l)\beta d \text{sen}(u + \phi_p)) \frac{e^{\kappa \cos(u)}}{2\pi I_0(\kappa)} du \\ &+ j \int_{-\pi}^{\pi} \text{sen}((k-l)\beta d \text{sen}(u + \phi_p)) \frac{e^{\kappa \cos(u)}}{2\pi I_0(\kappa)} du. \end{aligned} \quad (2.31)$$

A Expressão 2.31 equivale a  $b_{kl} + j\beta_{kl}$ , sendo

$$b_{kl} = J_0((k-l)\beta d) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{I_{2n}(k)}{I_0(k)} \right) J_{2n}((k-l)\beta d) \cos(2n\phi_p) \quad (2.32)$$

e

$$\beta_{kl} = 2 \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{I_{2n+1}(k)}{I_0(k)} \right) J_{2n+1}((k-l)\beta d) \cos(2n+1)\phi_p. \quad (2.33)$$

Assim,

$$P_m = \sum_{k=1}^M \sum_{\substack{l=1 \\ k>l}}^M a_{mk} a_{ml}^* (b_{kl} + j\beta_{kl}) + \sum_{k=1}^M |a_{mk}|^2 + \sum_{k=1}^M \sum_{\substack{l=1 \\ k<l}}^M a_{mk} a_{ml}^* (b_{kl} - j\beta_{kl}), \quad (2.34)$$

que ainda pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
 P_m = & \left( \sum_{\substack{k=1 \\ k>l}}^M \sum_{l=1}^M a_{mk} a_{ml}^* b_{kl} + \sum_{\substack{k= \\ k<l}}^M \sum_{l=1}^M a_{mk} a_{ml}^* b_{kl} \right) \\
 & + j \left( \sum_{\substack{l=1 \\ k>l}}^M \sum_{l=1}^M a_{mk} a_{ml}^* \beta_{kl} - \sum_{\substack{k=1 \\ k<l}}^M \sum_{l=1}^M a_{mk} a_{ml}^* \beta_{kl} \right) \\
 & + \sum_{k=1}^M |a_{mk}|^2,
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

que ainda pode ser aglomerada como

$$P_m = 2 \sum_{\substack{k=1 \\ k>l}}^M \sum_{l=1}^M \Re\{a_{mk} a_{ml}^*\} b_{kl} + 2 \sum_{\substack{k=1 \\ k<l}}^M \sum_{l=1}^M \Im\{a_{mk} a_{ml}^*\} \beta_{kl} + \sum_{k=1}^M |a_{mk}|^2 \tag{2.36}$$

e

$$P_n = 2 \sum_{\substack{k=1 \\ k>l}}^M \sum_{l=1}^M \Re\{a_{nk} a_{nl}^*\} b_{kl} + 2 \sum_{\substack{k=1 \\ k<l}}^M \sum_{l=1}^M \Im\{a_{nk} a_{nl}^*\} \beta_{kl} + \sum_{k=1}^M |a_{nk}|^2. \tag{2.37}$$

Substituindo essas informações na Equação 2.23, é possível escrever

$$\begin{aligned}
 \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} r_k(\phi) r_l^*(\phi) p_{\Phi}(\phi) d\phi &= \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} \left( \sum_{n=1}^M a_{kn} e^{j(n-1)\beta \text{dsen}\phi} \right) \left( \sum_{m=1}^M a_{lm} e^{-j(m-1)\beta \text{dsen}\phi} \right) p(\phi) d\phi \\
 &= \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M a_{kn} a_{lm}^* \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} e^{j(n-m)\beta \text{dsen}\phi} p(\phi) d\phi \\
 &= \sum_{\substack{n=1 \\ n<m}}^M \sum_{m=1}^M a_{kn} a_{lm}^* \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} e^{-j(n-m)\beta \text{dsen}\phi} p(\phi) d\phi \\
 &+ \sum_{\substack{n=1 \\ n>m}}^M \sum_{m=1}^M a_{kn} a_{lm}^* \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} e^{j(n-m)\beta \text{dsen}\phi} p(\phi) d\phi \\
 &+ \sum_{n=1}^M a_{kn} a_{ln}^*.
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Substituindo o resultado das integrais da Expressão 2.31 na Expressão 2.38, tem-se

$$\begin{aligned}
 \int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} r_k(\phi) r_l^*(\phi) p_{\Phi}(\phi) d\phi &= \sum_{\substack{n=1 \\ n<m}}^M \sum_{m=1}^M a_{kn} a_{\rho m}^* (b_{nm} - j\beta_{nm}) \\
 &+ \sum_{\substack{n=1 \\ n>m}}^M \sum_{m=1}^M a_{kn} a_{\rho m}^* (b_{nm} + j\beta_{nm}) \\
 &+ \sum_{n=1}^M a_{kn} a_{\rho m}^*,
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

que ainda pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
\int_{-\pi+\phi_p}^{\pi+\phi_p} r_k(\phi)r_l^*(\phi)p_{\Phi}(\phi)d\phi = & \left( \sum_{n=1}^M \sum_{\substack{m=1 \\ n < m}}^M a_{kn}a_{lm}^*b_{nm} + \sum_{n=1}^M \sum_{\substack{m=1 \\ n > m}}^M a_{kn}a_{lm}^*b_{nm} \right) \\
& + \sum_{n=1}^M a_{kn}a_{ln}^* \\
& - j \left( \sum_{n=1}^M \sum_{\substack{m=1 \\ n < m}}^M a_{kn}a_{lm}^*\beta_{nm} - \sum_{n=1}^M \sum_{\substack{m=1 \\ n > m}}^M a_{kn}a_{lm}^*\beta_{nm} \right). \tag{2.40}
\end{aligned}$$

É interessante notar, em relação à Expressão 2.40, que esse mesmo resultado poderia ser obtido somando todos os termos da forma  $a_{kn}a_{lm}^*(b_{nm} + j\beta_{nm})$  de uma matriz  $M \times M$ . Nesse caso, os termos da parte triangular superior da matriz seriam conjugados complexos dos termos da parte triangular inferior e os termos da diagonal principal seriam obtidos quando  $m = n$ . Sendo assim, esse somatório pode ser simplificado para um único somatório duplo e o valor absoluto ao quadrado do coeficiente de correlação pode então ser escrito como

$$|\rho_{kl}|^2 = \frac{1}{P_k P_l} \left| \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M a_{kn}a_{lm}^*(b_{nm} + j\beta_{nm}) \right|^2. \tag{2.41}$$

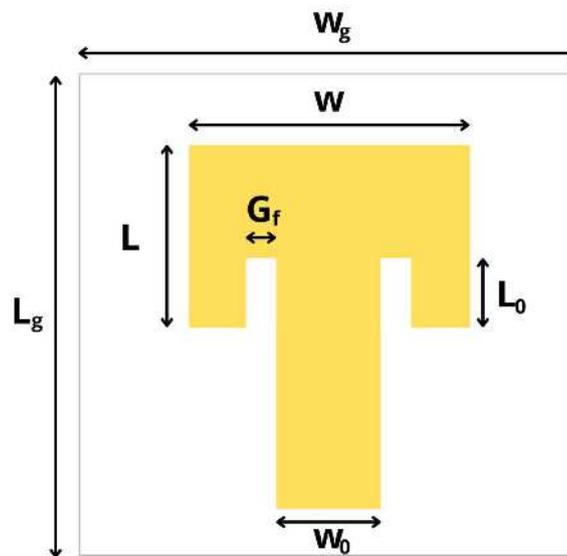
## 3 Cenário Experimental

Este capítulo disserta sobre a metodologia que foi utilizada neste trabalho, cujo objetivo principal é avaliar a influência do acoplamento magnético na correlação espacial dos elementos de um arranjo linear de antenas elemento irradiador para aplicação em sistemas de comunicações móveis. O estudo é feito considerando o arranjo no modo de recepção, para a frequência de 26 GHz, proposta para o sistema 5G no Brasil.

### 3.1 Projeto da Antena

Inicialmente, foi escolhida a geometria retangular para simulação no software CST dos elementos irradiadores em 26 GHz.

Figura 2 – Modelo de elemento irradiador retangular alimentado por linha de transmissão.



Para o cálculo dos parâmetros físicos do elemento irradiador é imprescindível escolher, inicialmente, a frequência de operação da antena e o substrato a ser utilizado, já que o cálculo dos demais parâmetros depende desses dois valores, pois são calculados em função do comprimento de onda,  $\lambda$ .

De acordo com [26], é necessário que a permissividade elétrica relativa do dielétrico seja baixa para garantir pouca interferência do dielétrico na irradiação do campo eletromagnético das antenas.

A escolha do substrato depende da frequência de operação, pois cada um é adequado para uma faixa de frequência específica. Sendo assim, o substrato utilizado é mencionado em [13], o RT3003 da Rogers Corporation, com  $\varepsilon_r = 3$  e tangente de perdas  $\tan(\delta) = 0,001$ . Dentre as opções testadas em [27], foi a que apresentou melhores resultados em relação à redução das dimensões físicas do elemento irradiador sem prejudicar a largura de banda. Esse substrato pode ser utilizado na faixa de frequência que vai de 8 a 40 GHz.

Não foram cogitados testes com substratos com constantes dielétricas relativas superiores a essa, pois, apesar de o limite ser até  $\varepsilon_r = 12$ , de acordo com [26], substratos finos e com a constante relativa de valores mais altos acabam reduzindo a irradiação em antenas de microfita. Além disso, segundo [28], o uso desses substratos implicam em diminuição da eficiência de irradiação e estreitamento da largura de banda, comparado ao caso de baixa permissividade relativa.

Sendo assim, a escolha do substrato deve priorizar características adequadas para cada situação específica. Como no trabalho em questão a proposta de aplicação é em comunicações móveis, é desejável uma antena compacta e com maior largura de banda. Dessa forma, o substrato tornou-se o mais conveniente para essa situação.

De acordo com [13], substratos com baixa constante dielétrica permitem maior eficiência e maior largura de banda, que facilitam a irradiação no espaço.

O comprimento de onda pode então ser definido por

$$\lambda = \frac{c}{f_c}, \quad (3.1)$$

em que  $c$  representa a velocidade da luz no vácuo e  $f_c$  a frequência da onda portadora.

Após isso, foi definido o intervalo da espessura do substrato de acordo com as especificações apresentadas em [13], na qual  $0,003\lambda \leq h_s \leq 0,05\lambda$ .

### 3.1.1 Cálculo dos Parâmetros

Para a frequência de operação de 26 GHz e considerando a velocidade da luz no vácuo  $c = 299792458$  m/s, o comprimento de onda corresponde a  $\lambda = 11,538$  mm. E, conseqüentemente, o intervalo de espessura do substrato é  $0,0346 \leq h_s \leq 0,5769$  mm.

Para os testes iniciais foi utilizado  $h_s = 0,55$  mm e a espessura dos elementos irradiadores e do plano de terra foi considerada o padrão,  $h_t = 0,035$  mm.

Portanto, usando as expressões

$$W = \frac{c}{2f_c} \sqrt{\frac{2}{\varepsilon_r + 1}}, \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_{\text{reff}} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left[ 1 + 12 \frac{h_s}{W} \right], \quad (3.3)$$

$$\frac{\Delta L}{h_s} = 0,412 \frac{(\varepsilon_{\text{reff}} + 0,3) \left( \frac{W}{h_s} + 0,264 \right)}{(\varepsilon_{\text{reff}} - 0,258) \left( \frac{W}{h_s} + 0,8 \right)}, \quad (3.4)$$

$$L = \frac{1000c}{2f_c \sqrt{\varepsilon_{\text{reff}}}} - 2\Delta L, \quad (3.5)$$

$$L_g = 4L, \quad (3.6)$$

e

$$0,05\lambda \leq G_f \leq 0,01\lambda, \quad (3.7)$$

extraídas de [13][27], foram calculados os demais parâmetros físicos das antenas, sendo eles apresentados na Tabela 1.

Tabela 2 – Dimensões iniciais dos parâmetros físicos de uma antena de microfitas para 26 GHz

Parâmetro	Valor (mm)
W	4,08
$\varepsilon_{\text{reff}}$	2,62
$\Delta L$	0,26
L	3,04
$L_g$	12,15
$G_f$	0,3

Considerando a impedância característica da linha de transmissão como sendo  $50 \Omega$ , foi possível calcular, por fim, as dimensões físicas da linha de alimentação da antena individual. Dessa forma,

$$Z_c = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_{\text{reff}}}} \ln \left[ \frac{8h_s}{W_0} + \frac{W_0}{4h_s} \right]. \quad (3.8)$$

Sendo

$$R_{in} = \frac{1}{2G_1} \quad (3.9)$$

e

$$G_1 = \frac{1}{90} \left( \frac{W}{\lambda} \right)^2, \quad (3.10)$$

é possível portanto calcular  $L_0$ . Portanto,

$$R_{in}(y = y_0) = \frac{1}{2G_1} \cos^2 \left( \frac{\pi}{L} L_0 \right), \quad (3.11)$$

Os valores iniciais calculados para esses parâmetros são mostrados na Tabela 3 a seguir.

Tabela 3 – Dimensões iniciais dos parâmetros físicos da linha de alimentação uma antena de microfitas

Parâmetro	Valor (mm)
$W_0$	1,36
$L_0$	1,15

### 3.1.2 Testes iniciais das antenas

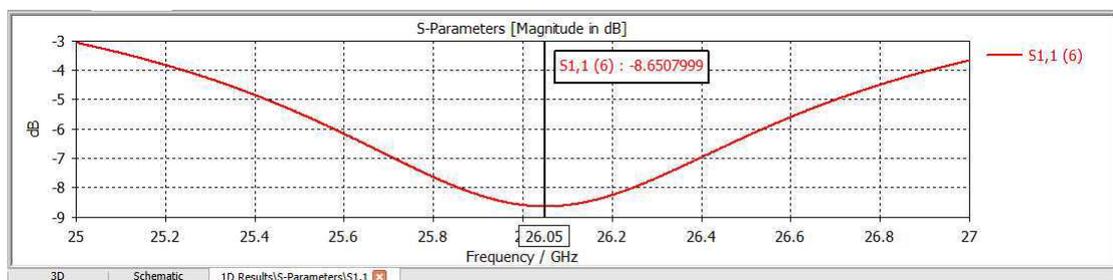
Para avaliação dos parâmetros calculados, foi realizada inicialmente a simulação de um único elemento irradiador. Define-se portanto os parâmetros de entrada no software de simulação de antenas e o elemento irradiador é simulado para gerar os resultados preliminares.

Após obtidos os resultados, são avaliados três parâmetros principais[27], são eles:

- Parâmetros  $S_{11}$  ou coeficiente de reflexão, que corresponde ao coeficiente de reflexão e que devem ser menores que -10 dB para uma frequência de ressonância próxima a 26GHz para que a antena transmita 90% do sinal que chega em seus terminais;
- O VSWR, que deve ser menor que 2, de modo a garantir uma largura de banda próxima a 1 GHz para indicar um maior casamento de impedância com a linha de alimentação, maior transferência de potência e por conseguinte, menor reflexão do sinal de entrada da antena;
- Parâmetros  $Z$ , que correspondem as auto-impedâncias e devem ser próximas a  $50\Omega$ , para garantir um casamento de impedância com a linha de alimentação;

Dessa forma, para os parâmetros calculados, os resultados obtidos são mostrados nas Figuras 3, 4 e 5.

Figura 3 – Coeficiente de reflexão para dimensões calculadas inicialmente da antena em 26 GHz.



Pode-se observar que os resultados iniciais não foram satisfatórios e não estão dentro do esperado. Foram realizados então ajustes nos parâmetros calculados, até chegar aos resultados mostrados nas Figuras 6, 7 e 8. Os valores após os ajustes são mostrados na Tabela 4.

Figura 4 – VSWR para dimensões calculadas inicialmente da antena em 26 GHz.

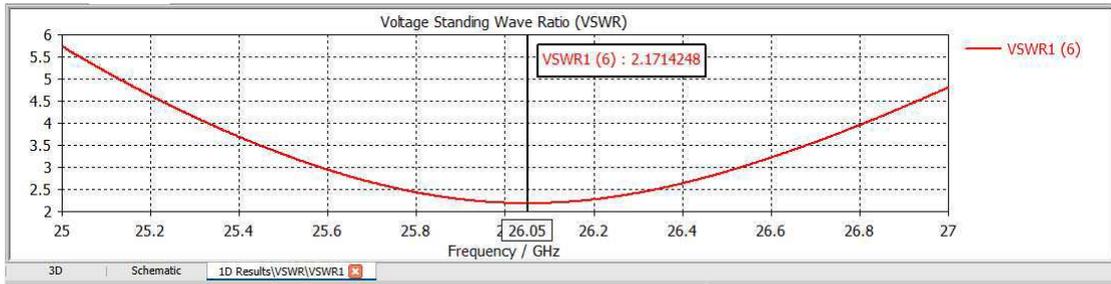
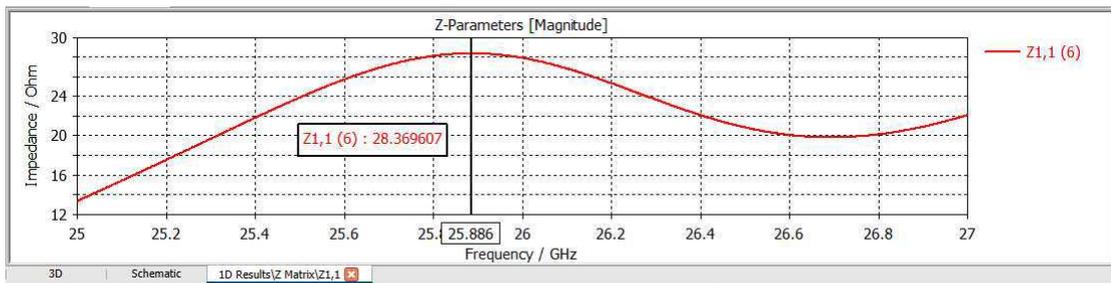
Figura 5 – Parâmetros  $Z$  para dimensões calculadas inicialmente da antena em 26 GHz.

Tabela 4 – Dimensões após ajustes dos parâmetros físicos de uma antena de microfita para 26 GHz

Parâmetro	Valor (mm)
$W$	4,1
$\epsilon_{reff}$	2,62
$\Delta L$	0,26
$L$	3
$L_g$	12,15
$G_f$	0,3
$W_0$	1
$L_0$	0,75

Após o processo de otimização do tamanho das antenas para obtenção de resultados próximos aos esperados, o próximo passo foi simular os arranjos de antenas, mantendo os Coeficiente de reflexão, VSWR e  $Z$  próximos aos já obtidos para as antenas individuais.

Para simulação dos arranjos de antenas, foram consideradas 3 formações: uma contendo quatro antenas, outra contendo seis e por fim uma contendo 8. Para isso, a dimensão do substrato e do plano de terra foi calculada como exposto em [18] e em 3.12, 3.13 e 3.14, considerando os espaços entre as antenas, representado por  $D$ , e os espaços de fim do arranjo, representados por  $D/4$ . As equações se diferem porque em cada caso varia o número de elementos irradiadores presentes, sendo a Expressão 3.12 para quatro antenas, 3.13 para seis antenas e 3.14 para oito antenas.

$$W_g = 3D + \frac{D}{2}, \quad (3.12)$$

Figura 6 – Coeficiente de reflexão para dimensões ajustadas da antena em 26 GHz.

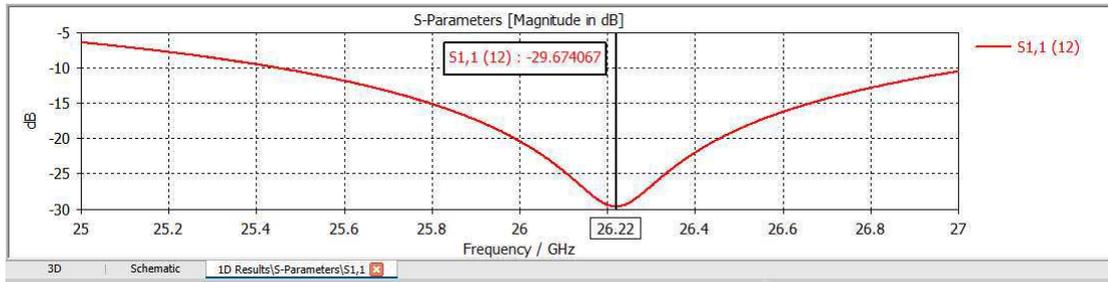
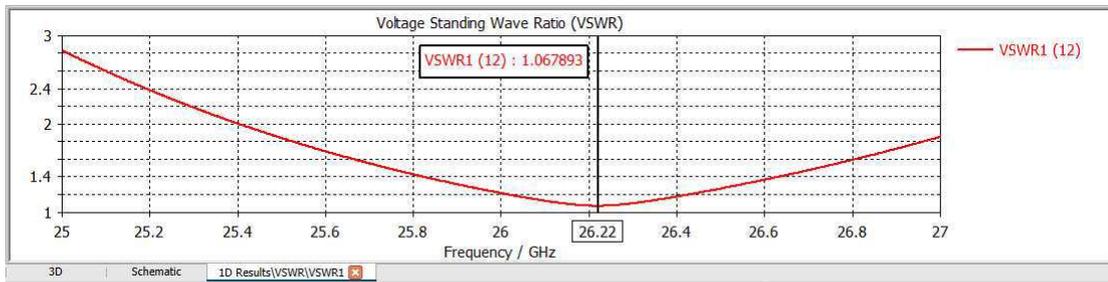
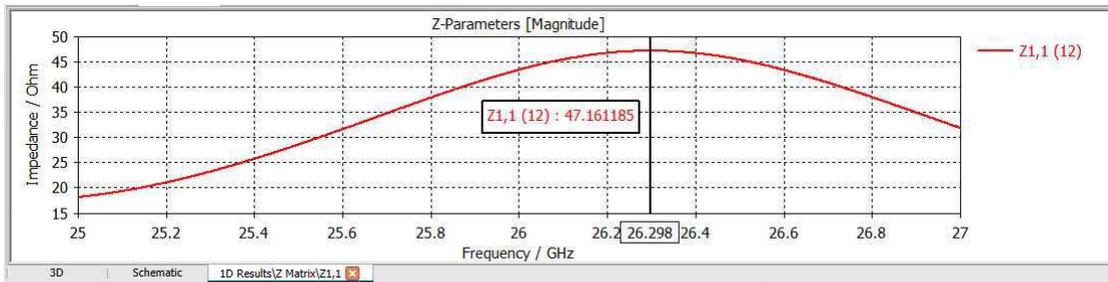


Figura 7 – VSWR para dimensões ajustadas da antena em 26 GHz.

Figura 8 – Parâmetros  $Z$  para dimensões ajustadas da antena em 26 GHz.

$$W_g = 5D + \frac{D}{2} \quad (3.13)$$

e

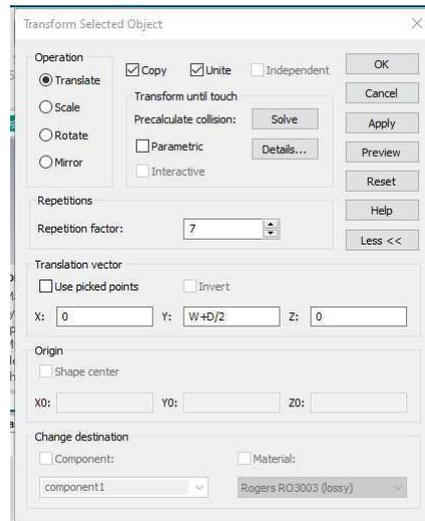
$$W_g = 7D + \frac{D}{2}. \quad (3.14)$$

Para a formação do arranjo, apenas uma antena teve seus parâmetros calculados e as demais foram réplicas dispostas ao longo do eixo do arranjo com distância  $D$  entre elas, como mostrado na Figura 9.

Todos os três tamanhos de arranjo de antenas se adequam ao tamanho do substrato do iPhone modelo 13, de 71,5 mm, cujo modelo é o mais recente e foi usado como base de dimensão neste trabalho. O elemento irradiador com quatro antenas tem dimensão de 33,9 mm, o de seis tem dimensão de 52,1 mm e o de oito tem dimensão de 70,3 mm.

Por fim, após feita a simulação no modo de transmissão foi possível concluir que os dados obtidos estavam dentro dos valores esperados e próximos aos valores obtidos na

Figura 9 – Processo de replicação das antenas



simulação de uma só antena, como mostrado nas Figuras 10, 11 e 12, que mostram os coeficiente de reflexão, VSWR e elemento da matriz  $Z$ .

Figura 10 – Coeficiente de reflexão para arranjo de antenas com 8 elementos.

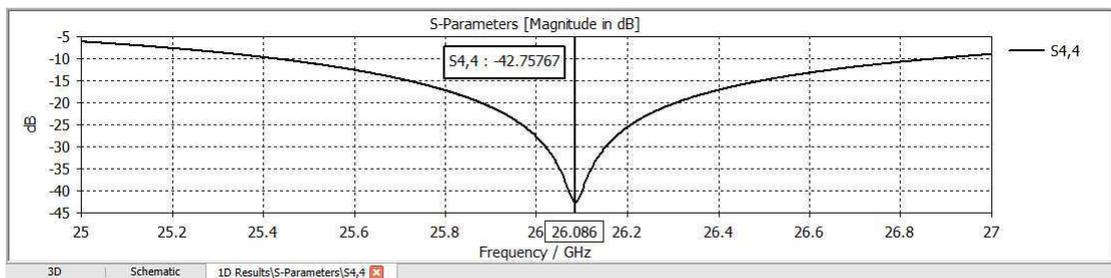
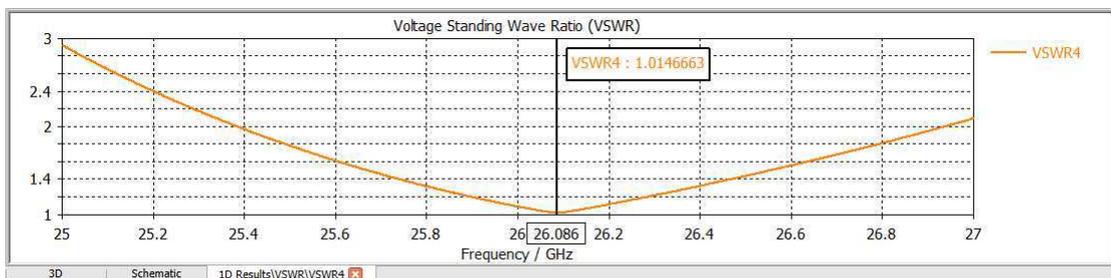


Figura 11 – Parâmetro VSWR para arranjo de antenas com 8 elementos.

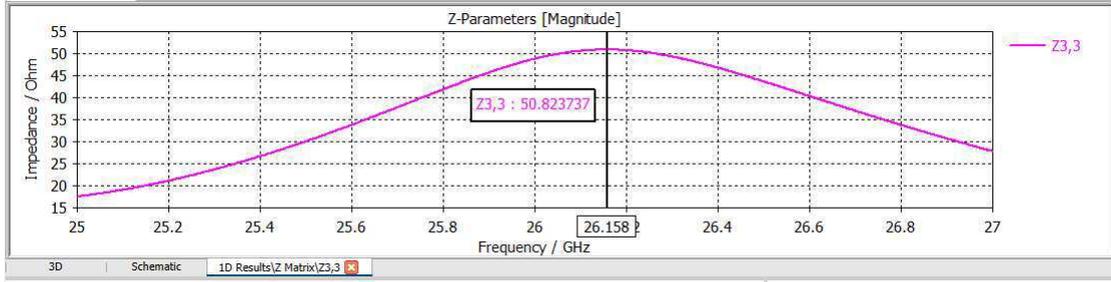


Assim foi possível passar para a próxima etapa, a de simulação no modo recepção.

### 3.1.3 Simulações no Modo Recepção

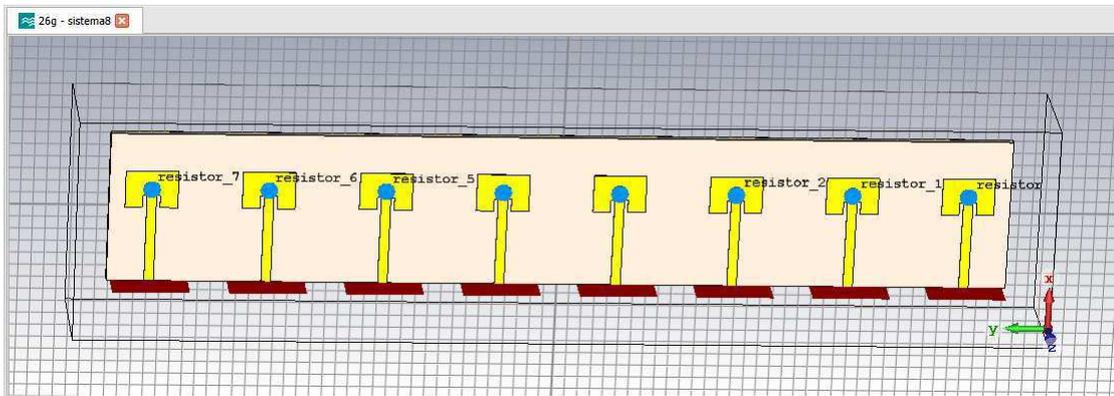
Para realizar as simulações no modo recepção, foram inseridas para cada uma das antenas, a impedância de carga, correspondente a  $50\Omega$ , como mostrado na Figura 13, como círculos azuis. Tal valor foi utilizado após a avaliação das auto-impedâncias dos elementos

Figura 12 – Autoimpedância de elemento da matriz  $Z$  para arranjo de antenas com 8 elementos.



obtidas após simulação no modo transmissão apontarem para valores muito próximos a  $50\Omega$ .

Figura 13 – Impedâncias de carga.



Além disso, para a realização do teste no modo recepção é necessário inserir na simulação uma fonte de onda plana. Para isso é imprescindível definir as propriedades dessa onda, mas antes é preciso definir o raio de campo distante, representado por  $R$ . É esse o parâmetro responsável por estabelecer os limites mínimos que o receptor deve estar distanciado do elemento de irradiação. De acordo com [27], para antenas operando na faixa de micro-ondas devem ser consideradas três condições de cálculo do raio de campo distante  $R$ , nas quais  $D_x$  é a maior dimensão linear da antena, são elas:

$$R > \frac{2D_x^2}{\lambda}, \quad (3.15)$$

$$R \gg D_x \quad (3.16)$$

e

$$R \gg \lambda. \quad (3.17)$$

Respeitados os limites mínimos, foi considerada então uma distância de 1000 centímetros, equivalente a 10 metros, como mostrado na Figura 14.

Figura 14 – Inserindo onda plana para simulação no modo recepção.

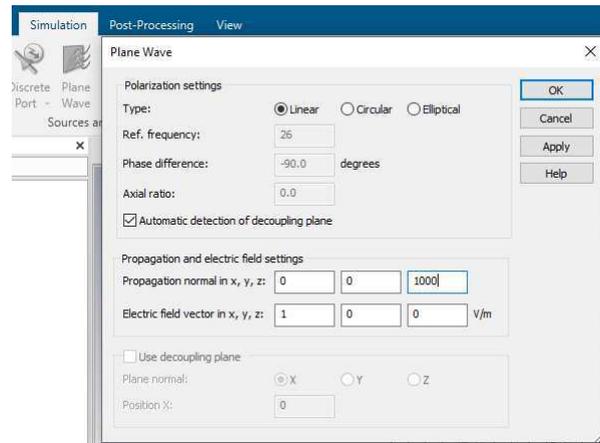


Figura 15 – Coeficiente de reflexão para arranjo com 8 antenas no modo recepção.

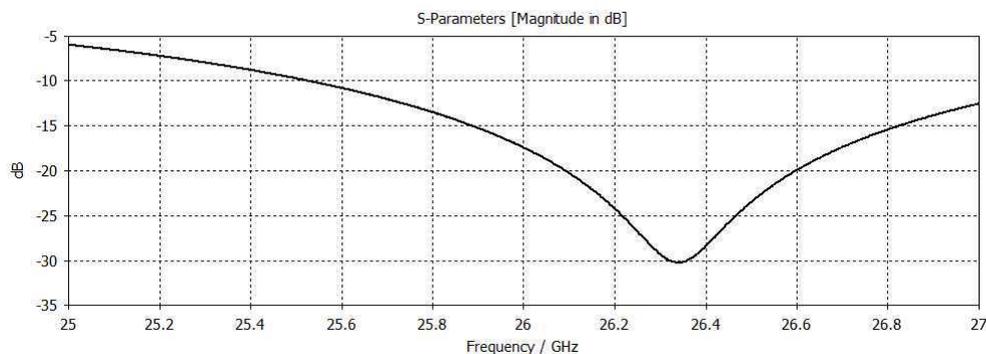
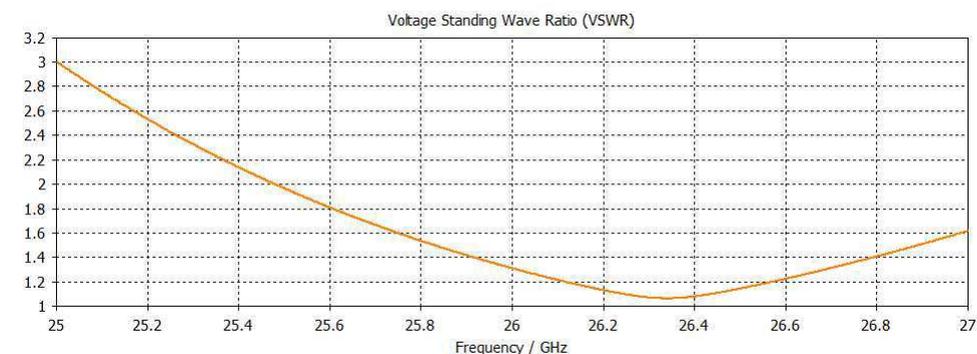


Figura 16 – VSWR para arranjo com 8 antenas no modo recepção.

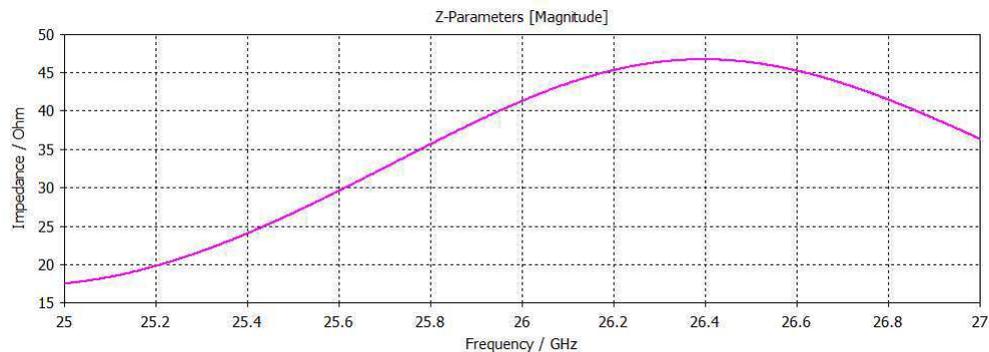


Após as modificações o sistema foi simulado novamente, com intuito de avaliar se os parâmetros iniciais permaneciam dentro das faixas de valores esperados.

Apesar de sofrerem algumas alterações quando comparados com o modo de transmissão, como mostrado nas Figuras 15, 16 e 17, os coeficiente de reflexão, VSWR e a matriz  $Z$  permaneceram dentro dos limites já citados, o que é aceitável. Todos os valores referentes a esses parâmetros se encontram nos Apêndice A, B e C.

O que difere o acoplamento no modo de transmissão e no modo de recepção é que, no modo de recepção o sinal irradiado por cada uma delas para as antenas vizinhas do

Figura 17 – Autoimpedância de elemento da matriz  $Z$  para arranjo com 8 antenas no modo recepção.



arranjo tem uma intensidade muito baixa, porque é o sinal captado, que já chega fraco ao arranjo por conta das condições de propagação do emissor do sinal até o arranjo.

### 3.1.4 Resultados - Correlação espacial dos elementos do arranjo

Como mencionado em [5], exemplos de aplicação dos coeficientes de correlação espacial e da matriz de covariância são a avaliação da probabilidade de erro de bit de um receptor compacto, com combinação de razão máxima, sob desvanecimento de Nakagami ou a investigação do efeito do acoplamento mútuo entre elementos de arranjos localizados aleatoriamente no desempenho de um arranjo de antenas, por exemplo.

Como não se conhecia a correlação espacial e como o desempenho de um arranjo de antenas era afetado por esse efeito, foram então utilizados os dados colhidos nas simulações dos arranjos de antenas mencionados para mensurar tais fatos.

Na plataforma computacional Maple foram inseridos os dados frequência de operação, que para esse caso foi de 26GHz, a matriz de impedâncias complexas  $Z$  e a distância fixa entre os elementos, de 5mm. A partir da expressão do valor absoluto do coeficiente de correlação espacial sob acoplamento magnético (2.47), foi possível então gerar os gráficos para diferentes valores de  $\kappa$ , diferentes valores do ângulo de chegada e realizar a avaliação da influência do acoplamento eletromagnético na correlação espacial do arranjo linear, igualmente espaçado, com 8 elementos, atuando no modo de recepção e considerando direção de chegada caracterizada pela distribuição de probabilidade de Von Mises.

As Figuras 19, 20 e 21 apresentam as curvas em função da variação de  $\phi_p$  para diferentes valores do parâmetro  $\kappa$  da distribuição de Von Misses.

Na Figura 18 é ilustrado o eixo do arranjo linear de antenas e a frente de onda com direção de chegada aleatória dentro do intervalo angular definido pelo distribuição de Von Mises e em torno do ângulo  $\phi_p$ , no intervalo de  $-90^\circ$  a  $90^\circ$ . Basicamente, é como se estivessem chegando à antenna receptora sinais de diferentes direções, mas dentro de um intervalo angular em torno de uma direção principal  $\phi_p$ .

Figura 18 – Comportamento da frente de onda diante do arranjo linear de antenas.

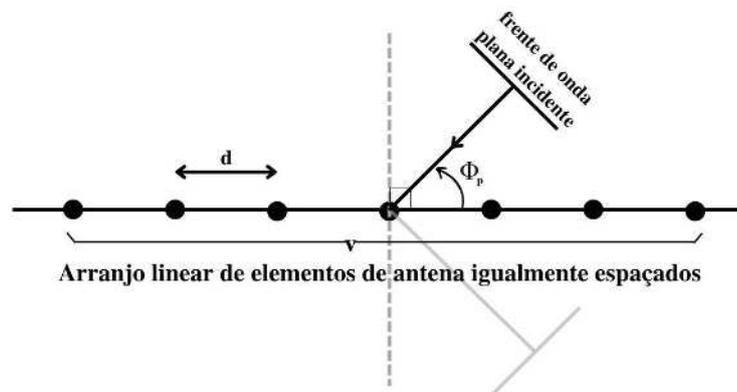
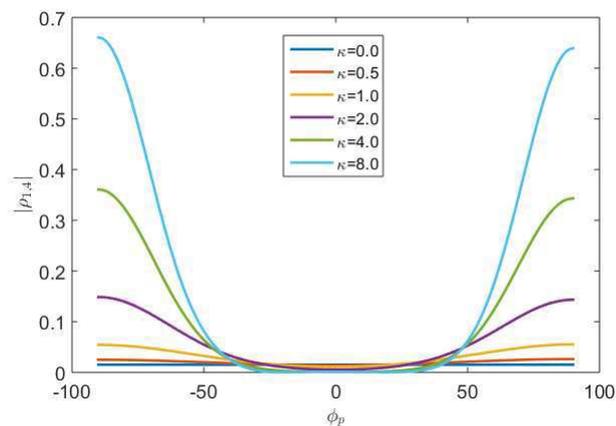


Figura 19 – Correlação espacial entre os elementos 1 e 4 para o arranjo de 8 antenas na frequência de 26 GHz.



A partir da Figura 18 e dos gráficos de correlação apresentados nas Figuras 19, 20 e 21, é possível observar que se  $\phi_p$  tende a  $\pm 90^\circ$ , a frente de onda fica paralela ao eixo do arranjo apresentando o valor máximo de correlação, e se  $\phi_p$  tende a  $0^\circ$  a frente de onda incidente fica transversal ao eixo do arranjo, contribuindo para menos acoplamento e conseqüentemente, menor valor de correlação espacial entre os elementos.

Essas frentes de onda chegam ao arranjo de antenas do receptor após terem sido refletidas por aparelhos do ambiente de propagação dispostos aos arredores do arranjo de antenas. Por isso, é importante mencionar que esse é um modelo mais adequado para áreas urbanas, nas quais as alturas das antenas das estações radiobase ou dos pontos de acesso de redes MIMO sem célula podem ser mais baixas ou iguais às alturas dos prédios e árvores do entorno.

Também foram obtidos gráficos de correlação espacial para arranjos com 4 e 6 antenas, para que fosse possível analisar qual a intensidade de variação do parâmetro de correlação para configurações com menor número de antenas na estrutura.

Figura 20 – Correlação espacial entre os elementos 5 e 8 para o arranjo de 8 antenas na frequência de 26 GHz.

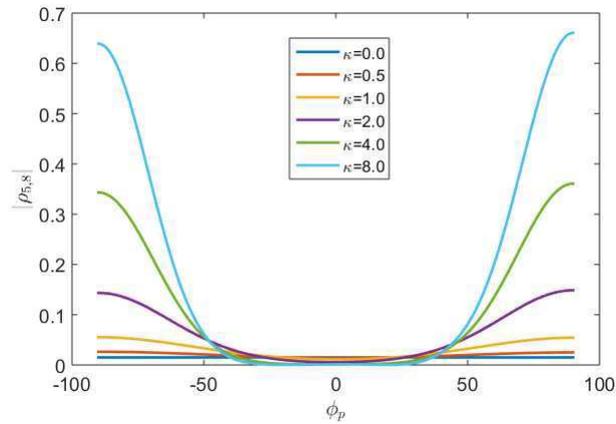
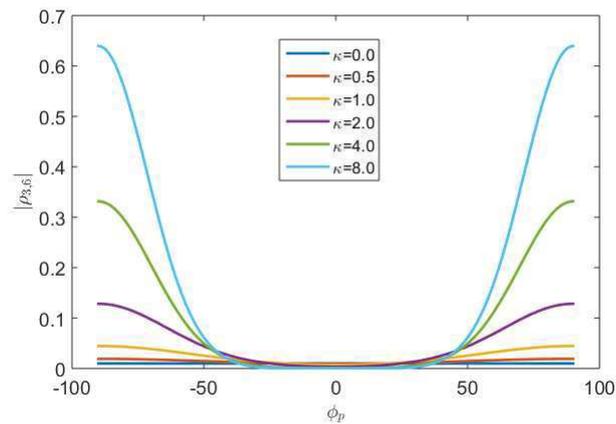


Figura 21 – Correlação espacial entre os elementos 3 e 6 para o arranjo de 8 antenas na frequência de 26 GHz.



As Figuras 22, 23 e 24 também correspondem aos gráficos de correlação espacial entre os elementos 1 e 3, 5 e 8, e 3 e 6 referentes ao arranjo de 8 elementos. Nesse caso, o ângulo de chegada  $\phi_p$  varia de 0 a 180° e o valor máximo da correlação ocorre em 90°, reforçando que nesse valor de  $\phi_p$  a frente de onda fica paralela ao eixo do arranjo e para os demais valores de  $\phi_p$  a correlação é menor, quanto mais próximo de 0° ou de 180° mais próximo a 0 é o valor da correlação.

Para esse mesmo arranjo, a partir dos gráficos das Figuras 22, 23 e 24, nota-se que quanto maior for o valor do parâmetro  $\kappa$  maior será o valor máximo da correlação. Se o valor do parâmetro  $\kappa$  é dobrado, o valor da correlação apresenta valor superior ao dobro, já que o parâmetro  $\kappa$  permite o ajuste do formato da FDP, então quanto maior seu valor, mais próximo fica da distribuição Gaussiana, e quanto menor o  $\kappa$  mais próximo de uma distribuição uniforme.

Analisando a Figura 25, correspondente ao gráfico de correlação entre o elemento 1 e os demais 7 elementos do arranjo de 8 antenas, para o ângulo de chegada variando

Figura 22 – Correlação espacial entre os elementos 1 e 3 para o arranjo de 8 antenas na frequência de 26 GHz.

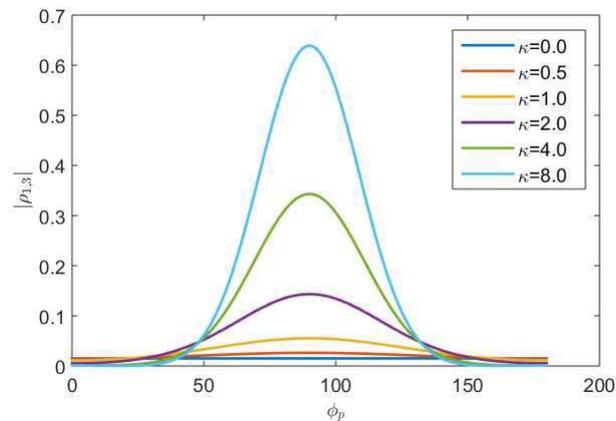
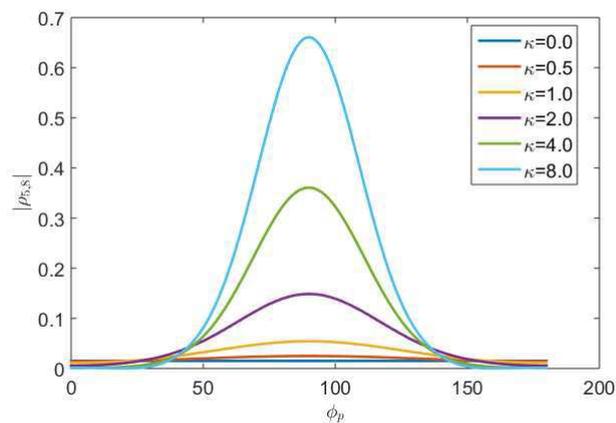


Figura 23 – Correlação espacial entre os elementos 5 e 8 para o arranjo de 8 antenas na frequência de 26 GHz.



entre  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , nota-se que o valor máximo da correlação é reduzido a medida que é aumentada a distância entre as antenas analisadas e que esse valor máximo é sempre em torno de  $90^\circ$ .

Na Figura 26 está o gráfico de correlação referente ao conjunto com 4 antenas.

É mostrado na Figura 27 o gráfico de correlação para o conjunto de 6 antenas. Ao comparar os gráficos das Figuras 26 e 27, correspondentes à correlação entre os elementos 1 e 3 para conjuntos com 4 e 6 antenas nota-se que a diferença é pequena, mas no arranjo maior há mais antenas contribuindo com campo irradiado para os demais elementos.

Figura 24 – Correlação espacial entre os elementos 3 e 6 para o arranjo de 8 antenas na frequência de 26 GHz.

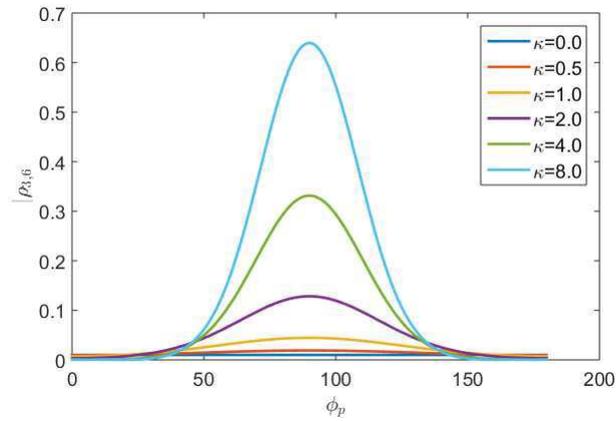


Figura 25 – Correlação espacial entre o elemento 1 e os demais elementos do conjunto de 8 antenas para frequência de 26 GHz.

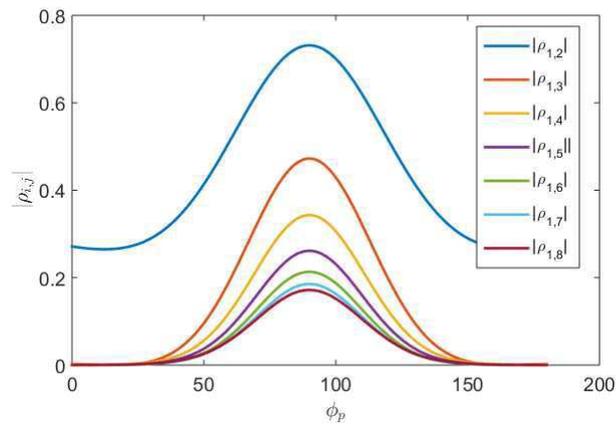


Figura 26 – Correlação linear entre os elementos 1 e 3 para o arranjo de 4 antenas na frequência de 26 GHz.

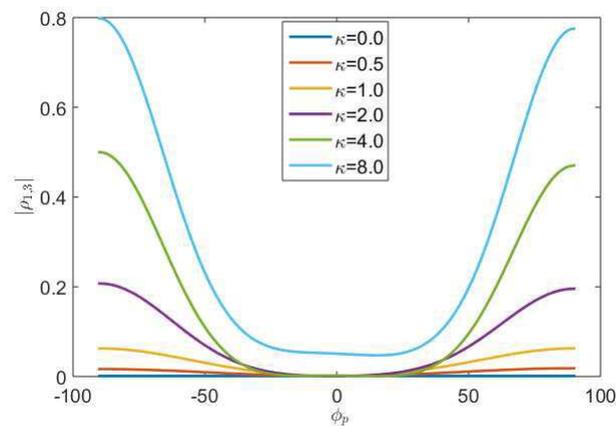
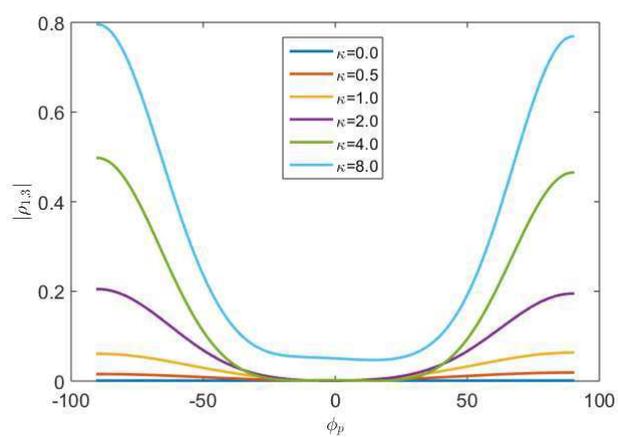


Figura 27 – Correlação espacial entre os elementos 1 e 3 para o arranjo de 6 antenas na frequência de 26 GHz.



## 4 Conclusões

Neste trabalho é demonstrada a implementação de um arranjo linear de microfita com múltiplas antenas e a partir de simulação computacional é avaliada a correlação espacial entre as antenas do arranjo sob efeito do acoplamento eletromagnético e no modo de recepção.

Um dos objetivos principais foi minimizar a dimensão física da antena, pela avaliação do comportamento das medidas de desempenho, que são os parâmetros  $S$ ,  $Z$  e VSWR, principalmente. As simulações foram realizadas na frequência de 26 GHz, uma das frequências definidas para o 5G no Brasil e na maior parte do mundo. Para isso, foi proposta a construção de um arranjo linear de antenas que atendesse a necessidade de redução de tamanho físico e a faixa de frequência proposta.

Para o projeto do elemento irradiador retangular testado, foram realizados cálculos baseados na bibliografia estudada e, após isso, foram feitos ajustes até obter melhores resultados quanto às medidas de desempenho. Todas as simulações e testes em antenas foram realizadas no software CST Studio Suite.

Foi possível concluir, a partir da análise dos gráficos gerados na plataforma computacional Maple e do Matlab, que tanto o número de antenas no arranjo quanto a distância entre elas influenciam no acoplamento e na correlação espacial. Além disso, também foi possível observar que a correlação espacial é influenciada pela direção azimutal de chegada das frentes de onda ao arranjo. Frentes de onda com incidência paralela ao eixo do arranjo contribuem para maior correlação enquanto frentes de onda transversais contribuem com a menor correlação espacial.

Também foi possível observar, a partir dos gráficos de correlação, que quanto maior é o valor do parâmetro  $\kappa$  maior é o valor máximo da correlação. Se o valor do parâmetro  $\kappa$  é dobrado, o valor da correlação apresenta valor superior ao dobro.

Quando  $\kappa$  aumenta, a FDP de Von Mises tende a uma distribuição gaussiana com variância igual a  $1/\kappa$ . Portanto quanto maior é  $\kappa$ , menor é a variação da direção de chegada dos componentes do agrupamento em torno da direção média de chegada  $\phi_p$ . Por outro lado, quanto menor é o valor de  $\kappa$ , maior é a variância, fazendo com que a distribuição tenda a uma distribuição uniforme em um intervalo de comprimento  $2\pi$ . Como neste caso a distribuição das direções de chegada é uniforme, não concentrada em torno da direção principal  $\phi_p$ , há uma maior probabilidade de chegada de sinais que contribuam para o aumento da correlação espacial entre as antenas do arranjo.

Como sugestões de trabalhos futuros, pode-se citar:

1. Geração da matriz de impedâncias mútuas no CST em outros valores de frequência em torno da frequência de 26 GHz e geração de novas curvas de correlação espacial;
2. Geração da matriz de impedâncias para outras distâncias entre elementos e outras geometrias de antenas;
3. Avaliação da influência da correlação espacial em modo de recepção em parâmetros como probabilidade de erro de bits e na avaliação da capacidade ergódica do canal.

# Referências

- [1] T. S. Rappaport, S. Sun, R. Mayzus, H. Zhao, Y. Azar, K. Wang, G. N. Wong, J. K. Schulz, M. Samimi, and F. Gutierrez, “Millimeter Wave Mobile Communications for 5G Cellular: It Will Work!” *IEEE Access*, vol. 1, pp. 335 – 349, 2013. Citado na página 10.
- [2] A. Agarwal, G. Misra, and K. Agarwal, “The 5th Generation Mobile Wireless Networks-Key Concepts, Network Architecture and Challenges,” *American Journal of Electrical and Electronic Engineering*, vol. 3, no. 2, p. 22–28, 2015. Citado na página 10.
- [3] Y. H. Nam, M. S. Rahman, Y. Li, G. Xu, E. Onggosanusi, J. Zhang, and J. Y. Seol, “Full Dimension MIMO for LTE-Advanced and 5G,” *Information Theory and Applications Workshop (ITA)*, p. 143–148, 2015. Citado na página 10.
- [4] J. Sharony, “Introduction to Wireless MIMO – Theory and Applications,” 2006. [Online]. Available: [https://www.ieee.li/pdf/viewgraphs/introduction\\_to\\_wireless\\_mimo.pdf](https://www.ieee.li/pdf/viewgraphs/introduction_to_wireless_mimo.pdf) Citado na página 10.
- [5] W. J. L. Queiroz, F. Madeiro, W. T. A. Lopes, and M. S. Alencar, “Spatial Correlation for DoA Characterization Using Von Mises, Cosine, and Gaussian Distributions,” *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2011, no. 540275, 2011. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1155/2011/540275> Citado 4 vezes nas páginas 10, 18, 21 e 34.
- [6] “Tecnologia 5G,” 2021. [Online]. Available: <https://www.gov.br/anatel/pt-br/assuntos/5G/tecnologia-5g> Citado 2 vezes nas páginas 10 e 13.
- [7] H. T. Hui, “A New Definition of Mutual Impedance for Application in Dipole Receiving Antenna Arrays,” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 3, pp. 364 – 367, 2004. Citado na página 11.
- [8] V. C. Pereira, “Análise de Sistemas MIMO para Otimização da Capacidade do Canal,” 2019, Universidade Federal de Santa Catarina. Citado 5 vezes nas páginas 12, 14, 15, 16 e 17.
- [9] D. Lee, “5G em ação: planos de KT para apresentar 5G,” *ITU*, 2017. Citado na página 12.

- [10] Anatel, “Resolução nº 742, de 01 de março de 2021,” 2021. [Online]. Available: <https://informacoes.anatel.gov.br/legislacao/resolucoes/2021/1512-resolucao-742> Citado na página 12.
- [11] P. 5G, “Quais as faixas de frequências que se preveem, no imediato, vir a ser utilizadas pelo 5g? essas faixas nunca foram utilizadas ou já servem para prestar outros serviços atualmente?” 2021. [Online]. Available: [encurtador.com.br/eorAB](http://encurtador.com.br/eorAB) Citado na página 12.
- [12] P. 5G, “5G em ação,” 2021. [Online]. Available: <https://portal5g.pt/5g-em-acao/> Citado na página 13.
- [13] C. A. Balanis, *Antenna theory, analysis and design*, 3rd ed. JOHN WILEY & SONS, 2005. Citado 6 vezes nas páginas 13, 14, 15, 20, 26 e 27.
- [14] M. S. Santos, N. M. e Vieira, “Estudo e Simulação de Arranjos de Antenas,” *Revista Mackenzie de Engenharia e Computação*, vol. 16, no. 1, 2016. Citado na página 13.
- [15] A. V. S. Lages, “Antena MIMO Ultra Banda Larga para Comunicações Móveis,” Master’s thesis, Universidade Federal do Pará, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 14 e 17.
- [16] M. S. Alencar and W. J. L. Queiroz, *Ondas Eletromagnéticas e Teoria de Antenas*, 1st ed. São Paulo: Érica, 2010. Citado na página 14.
- [17] J. H. C. M. Morais, “Estudo de Antenas Patches de Microfita Miniaturizadas em Banda Larga para Aplicação em Dispositivos Móveis e Portáteis,” Master’s thesis, UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE, 2011. Citado na página 14.
- [18] I. A. C. Leal, W. T. A. Lopes, and M. S. Alencar, “Projeto de Sistemas MIMO Utilizando Otimização por Enxame de Partículas,” in *Anais do XXXV Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais*, São Pedro, São Paulo, 2017. Citado 4 vezes nas páginas 15, 16, 20 e 29.
- [19] A. Ishimaru, *Wave Propagation and Scattering in Random Media*. New York, 1997. Citado na página 15.
- [20] J. R. Hampton, *Introduction to MIMO Communications*. Cambridge University Press, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 15, 16 e 17.
- [21] H. T. Hui, “Multiple Antennas for MIMO Communications - Channel Correlation.” Citado 2 vezes nas páginas 16 e 17.

- [22] H. S. Lu, T. Hui, and M. Bialkowski, “Optimizing MIMO Channel Capacities Under the Influence of Antenna Mutual Coupling,” *Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 7, p. 287–290, 2008. Citado na página 17.
- [23] I. J. Gupta and A. A. Ksienski, “Effect of Mutual Coupling on the Performance of Adaptive Arrays,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 31, no. 2, pp. 785–791, 1983. Citado na página 20.
- [24] Y. Yu, H. S. Lui, C. H. Niow, and H. T. Hui, “Improved DoA Estimations Using the Receiving Mutual Impedances for Mutual Coupling Compensation: An Experimental Study,” *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 10, p. 2228–2233, 2011. Citado na página 20.
- [25] X. Liu and M. E. Bialkowski, “Effect of Antenna Mutual Coupling on MIMO Channel Estimation and Capacity,” *International Journal of Antennas and Propagation*, vol. 2010, pp. 1–9, 2010. Citado na página 20.
- [26] D. C. Lacerda and A. C. S. Junior, “Projeto e Construção de Antena de Microfita para Sistema Móvel Celular,” 2008, Universidade de Brasília. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.
- [27] I. A. C. Leal, “Utilização de Inteligência Artificial no Controle do Acoplamento Mútuo em Projetos de Sistemas MIMO,” Ph.D. dissertation, Universidade Federal de Campina Grande, 2020. Citado 4 vezes nas páginas 26, 27, 28 e 32.
- [28] P. Bhartia, I. Bahl, R. R. Garg, and A. Ittipiboon, *Microstrip Antenna Design Handbook (Artech House Antennas and Propagation Library)*. Artech House Publishers, 2001. Citado na página 26.

## Apêndices

# APÊNDICE A – Parâmetros $S$ dos Elementos do Arranjo de Antenas de Microfita para 26 GHz

Tabela 5 – Parâmetros  $S$ 

Elemento	dB
$S_{1,1}$	-16,600223
$S_{1,2}$	-25,814495
$S_{1,3}$	-42,661068
$S_{1,4}$	-51,732855
$S_{1,5}$	-48,067107
$S_{1,6}$	-48,967459
$S_{1,7}$	-51,104253
$S_{1,8}$	-51,452137
$S_{2,1}$	-25,812398
$S_{2,2}$	-17,515352
$S_{2,3}$	-25,327652
$S_{2,4}$	-39,239737
$S_{2,5}$	-51,750806
$S_{2,6}$	-52,467232
$S_{2,7}$	-55,056126
$S_{2,8}$	-51,082808
$S_{3,1}$	-42,645632
$S_{3,2}$	-25,328638
$S_{3,3}$	-17,507293
$S_{3,4}$	-25,541431
$S_{3,5}$	-40,333314
$S_{3,6}$	-51,295547
$S_{3,7}$	-52,443719
$S_{3,8}$	-48,954000
$S_{4,1}$	-51,769110
$S_{4,2}$	-39,246476
$S_{4,3}$	-25,541191
$S_{4,4}$	-17,445819
$S_{4,5}$	-25,504750
$S_{4,6}$	-40,330561
$S_{4,7}$	-51,752272
$S_{4,8}$	-48,073906

Elemento	dB
$S_{5,1}$	-48,073906
$S_{5,2}$	-51,752271
$S_{5,3}$	-40,330560
$S_{5,4}$	-25,504751
$S_{5,5}$	-17,445819
$S_{5,6}$	-25,541192
$S_{5,7}$	-39,246477
$S_{5,8}$	-51,769109
$S_{6,1}$	-48,953999
$S_{6,2}$	-52,443719
$S_{6,3}$	-51,295547
$S_{6,4}$	-40,333314
$S_{6,5}$	-25,541432
$S_{6,6}$	-17,507291
$S_{6,7}$	-25,328638
$S_{6,8}$	-42,645631
$S_{7,1}$	-51,082807
$S_{7,2}$	-55,056126
$S_{7,3}$	-52,467232
$S_{7,4}$	-51,750807
$S_{7,5}$	-39,239737
$S_{7,6}$	-25,327653
$S_{7,7}$	-17,515352
$S_{7,8}$	-25,812397
$S_{8,1}$	-51,452137
$S_{8,2}$	-51,104253
$S_{8,3}$	-48,967459
$S_{8,4}$	-48,067107
$S_{8,5}$	-51,732855
$S_{8,6}$	-42,661067
$S_{8,7}$	-25,814496
$S_{8,8}$	-16,600223

# APÊNDICE B – Parâmetro VSWR dos Elementos do Arranjo de Antenas de Microfita para 26GHz

Tabela 6 – Parâmetros VSWR

Elemento	VSWR
1	1,3471617
2	1,3071155
3	1,3074444
4	1,3099665
5	1,3099665
6	1,3074445
7	1,3071155
8	1,3471617

# APÊNDICE C – Matriz $Z$ dos Elementos do Arranjo de Antenas de Microfita para 26 GHz

Tabela 7 – Matriz  $Z$ 

Elemento	Parte Real ( $\Omega$ )	Parte Imaginária ( $\Omega$ )
$z_{1,1}$	40,577145	9,326713
$z_{1,2}$	-3,891923	1,703879
$z_{1,3}$	0,257999	-0,778617
$z_{1,4}$	-0,164832	0,179330
$z_{1,5}$	0,007555	-0,341072
$z_{1,6}$	0,308030	0,041572
$z_{1,7}$	-0,042809	0,241351
$z_{1,8}$	-0,205469	-0,117876
$z_{2,1}$	-3,894242	1,701123
$z_{2,2}$	40,915928	7,420313
$z_{2,3}$	-3,892748	2,260308
$z_{2,4}$	0,303186	-1,089213
$z_{2,5}$	0,054511	0,312910
$z_{2,6}$	-0,190665	-0,138873
$z_{2,7}$	0,149439	-0,086863
$z_{2,8}$	-0,044285	0,241666
$z_{3,1}$	0,258631	-0,779512
$z_{3,2}$	-3,892158	2,260319
$z_{3,3}$	40,681493	7,112302
$z_{3,4}$	-3,759149	2,231064
$z_{3,5}$	0,184243	-0,994329
$z_{3,6}$	0,092508	0,298313
$z_{3,7}$	-0,190859	-0,139546
$z_{3,8}$	0,308297	0,043273
$z_{4,1}$	-0,164489	0,178176
$z_{4,2}$	0,303147	-1,088442
$z_{4,3}$	-3,759329	2,231024
$z_{4,4}$	40,616828	7,189371
$z_{4,5}$	-3,730001	2,301976
$z_{4,6}$	0,184354	-0,994599
$z_{4,7}$	0,054116	0,312883
$z_{4,8}$	0,008672	-0,340724

Elemento	Parte Real ( $\Omega$ )	Parte Imaginária ( $\Omega$ )
$z_{5,1}$	0,008672	-0,340724
$z_{5,2}$	0,054116	0,312883
$z_{5,3}$	0,184354	-0,994599
$z_{5,4}$	-3,730000	2,301975
$z_{5,5}$	40,616828	7,189371
$z_{5,6}$	-3,759329	2,231022
$z_{5,7}$	0,303147	-1,088441
$z_{5,8}$	-0,164489	0,178176
$z_{6,1}$	0,308297	0,043273
$z_{6,2}$	-0,190859	-0,139546
$z_{6,3}$	0,092508	0,298313
$z_{6,4}$	0,184243	-0,994329
$z_{6,5}$	-3,759148	2,231063
$z_{6,6}$	40,681491	7,112303
$z_{6,7}$	-3,892158	2,260319
$z_{6,8}$	0,258631	-0,779512
$z_{7,1}$	-0,042809	0,241351
$z_{7,2}$	0,149439	-0,086863
$z_{7,3}$	-0,190859	-0,139546
$z_{7,4}$	0,054116	0,312883
$z_{7,5}$	0,303147	-1,088441
$z_{7,6}$	-3,892158	2,260319
$z_{7,7}$	40,915928	7,420313
$z_{7,8}$	-3,891923	1,703879
$z_{8,1}$	-0,205469	-0,117877
$z_{8,2}$	-0,044285	0,241666
$z_{8,3}$	0,308297	0,043273
$z_{8,4}$	0,008672	-0,340724
$z_{8,5}$	-0,164489	0,178176
$z_{8,6}$	0,258631	-0,779512
$z_{8,7}$	-3,894244	1,701122
$z_{8,8}$	40,577145	9,326713

# APÊNDICE D – Código em Maple para Geração das Curvas de Correlação Espacial

## D.1 Entrada Maple da Matriz de Impedâncias do Arranjo de 8 Elementos

```
Z:=<<(40.577145+I*9.3267126), (-3.8942424+I*1.7011229),
(0.25863128-I*0.77951173), (-0.16448872+I*0.17817577),
(0.0086718133-I*0.34072385), (0.3082967+I*0.043273413),
(-0.044285178+I*0.2416665), (-0.20546922-I*0.11787658)
>|<(-3.891923+I*1.703879), (40.915928+I*7.4203129),
(-3.8921576+I*2.2603191), (0.30314678-I*1.0884416),
(0.05411592+I*0.31288293), (-0.19085997-I*0.13954572),
(0.14943949-I*0.086863194), (-0.04280969+I*0.24135116)
>|<(0.25799946-I*0.7786174), (-3.8927485+I*2.2603078),
(40.681493+I*7.1123021), (-3.7593295+I*2.2310237),
(0.18435389-I*0.9945988), (0.092508018+I*0.2983131),
(-0.1906651-I*0.13887313), (0.30803012+I*0.041571907)
>|<(-0.1648323+I*0.17933008), (0.30318568-I*1.0892135),
(-3.7591488+I*2.2310638), (40.616828+I*7.1893711),
(-3.7300005+I*2.3019752), (0.18424314-I*0.99432929),
(0.05451133+I*0.31291007), (0.0075552865-I*0.34107247)
>|<(0.0075552847-I*0.34107247), (0.054511355+I*0.31291006),
(0.18424313-I*0.99432937), (-3.7300006+I*2.3019762),
(40.616828+I*7.1893711), (-3.7591484+I*2.2310635),
(0.30318567-I*1.0892136), (-0.1648323+I*0.17933008)
>|<(0.30803011+I*0.04157194), (-0.19066509-I*0.13887313),
(0.092507929 + I*0.29831311), (0.1843539-I*0.99459869),
(-3.7593296+I*2.2310223), (40.681491+I*7.1123031),
(-3.8927495+I*2.2603058), (0.2579996-I*0.7786173)
>|<(-0.042809691+I*0.24135116), (0.1494395-I*0.086863203),
(-0.19085998-I*0.13954572), (0.054115929+I*0.3128829),
(0.3031467-I*1.0884415), (-3.8921576+I*2.260319),
(0.1915928+I*7.4203129), (-3.8919227+I*1.7038789)
```

```
>|<(-0.20546923-I*0.11787659), (-0.044285202+I*0.24166647),
(0.30829669+I*0.043273418), (0.0086718118-I*0.34072383),
(-0.16448876+I*0.17817578), (0.25863144-I*0.77951178),
(-3.8942436+I*1.7011223), (40.577145+I*9.3267126)>>;
```

## D.2 Código Maple Para o Arranjo de 8 Elementos

```
#Campina Grande 14/04/2022
#CASO III: Antena Linear com Oito Elementos Patch
#Avaliacao da influencia do acoplamento eletromagnetico
na correlacao espacial de um arranjo linear igualmente
espacado com 8 elementos patch, atuando no modo de
recepcao, na frequencia de operacao de 26 GHz e
considerando direcao de chegada caracterizada pela
distribuicao de Von Mises.

# Frequencia considerada: 26GHz
# Espacamento entre os elementos da antena: 5mm
dsl := evalf(((5*10^(-3)*26)*10^9/(3*10^8));

# Numero de elementos do arranjo linear
M := 8;

with(LinearAlgebra):
#Estabelecimento da matriz de Impedancias Mutuas
Z:=<< ... Matriz Z aqui ... >>;

#Inversa da Matriz de Impedancias
ZI:=MatrixInverse(Z);

#Calculo dos Coeficientes de Correlacao

#Parte real da correlacao epacial do arranjo linear
rho_real:=proc(m,n,k, phip)
evalf(BesselJ(0,(m-n)*2*Pi*dsl)
+2*sum((BesselI(2*l,k)/BesselI(0,k))*
BesselJ(2*l,(m-n)*2*Pi*dsl)*
cos(2*l*Pi*phip/180),l=1..100));
```

```

end proc;

#Parte imaginaria da correlacao espacial do arranjo linear
rho_imag:=proc(m,n,k, phip)
  evalf(2*sum(( BesselI(2*l+1,k)/ BesselI(0,k))*
  BesselJ(2*l+1,(m-n)*2*Pi*dsl)*
  sin((2*l+1)*phip*Pi/180),l=0..100));
end proc;

Pm:=proc(m,M, kp , phip)
  abs(sum(sum( 'ZI[m,k]*conjugate(ZI[m,l])*
  (rho_real(k,l,kp,phip)+I*rho_imag(k,l,kp,phip))',
  'l'=1..M),k=1..M));
end proc;

Rhonm:=proc(n,m,M, kp , phip)
  abs(sum(sum( 'ZI[n,k]*conjugate(ZI[m,l])*
  (rho_real(k,l,kp,phip)+I*rho_imag(k,l,kp,phip))',
  'l'=1..M),k=1..M))^2/(Pm(n,M,kp,phip)*Pm(m,M,kp,phip));
end proc;

#####
#Avaliacao das expressoes obtidas #
#Escrita dos valores em arquivo #
#Criacao dos arquivos para diferentes valores #
#parametro k da distribuicao de Von Mises #
#####

fd1:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph1_1.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
  fprintf(fd1,"%g %g\n", phip ,Rhonm(1,4,M,0.0, phip));
end do:
fclose(fd1);

fd2:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph1_2.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
  fprintf(fd2,"%g %g\n", phip ,Rhonm(1,4,M,0.5, phip));
end do:
fclose(fd2);

```

```
fd3:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph1_3.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
    fprintf(fd3,"%g %g\n",phip,Rhonm(1,4,M,1.0,phip));
end do:
fclose(fd3);
```

```
fd4:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph1_4.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
    fprintf(fd4,"%g %g\n",phip,Rhonm(1,4,M,2.0,phip));
end do:
fclose(fd4);
```

```
fd5:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph1_5.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
    fprintf(fd5,"%g %g\n",phip,Rhonm(1,4,M,4.0,phip));
end do:
fclose(fd5);
```

```
fd6:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph1_6.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
    fprintf(fd6,"%g %g\n",phip,Rhonm(1,4,M,8.0,phip));
end do:
fclose(fd6);
```

```
#####
#Avaliacao das expressoes obtidas #
#Escrita dos valores em arquivo #
#Criacao dos arquivos para diferentes valores de k #
#####
```

```
fd1:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph2_1.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
    fprintf(fd1,"%g %g\n",phip,Rhonm(5,8,M,0.0,phip));
end do:
fclose(fd1);
```

```
fd2:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph2_2.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
```

```

    fprintf(fd2,"%g %g\n", phip, Rhonm(5,8,M,0.5, phip)):
  end do:
fclose(fd2);

fd3:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph2_3.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
  fprintf(fd3,"%g %g\n", phip, Rhonm(5,8,M,1.0, phip)):
end do:
fclose(fd3);

fd4:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph2_4.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
  fprintf(fd4,"%g %g\n", phip, Rhonm(5,8,M,2.0, phip)):
end do:
fclose(fd4);

fd5:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph2_5.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
  fprintf(fd5,"%g %g\n", phip, Rhonm(5,8,M,4.0, phip)):
end do:
fclose(fd5);

fd6:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph2_6.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
  fprintf(fd6,"%g %g\n", phip, Rhonm(5,8,M,8.0, phip)):
end do:
fclose(fd6);

#####
#Avaliacao das expressoes obtidas #
#Escrita dos valores em arquivo #
#Criacao dos arquivos para diferentes valores de k #
#####

fd1:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph3_1.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
  fprintf(fd1,"%g %g\n", phip, Rhonm(3,6,M,0.0, phip)):
end do:
fclose(fd1);

```

```
fd2:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph3_2.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
  fprintf(fd2,"%g %g\n",phip,Rhonm(3,6,M,0.5,phip));
end do:
fclose(fd2);
```

```
fd3:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph3_3.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
  fprintf(fd3,"%g %g\n",phip,Rhonm(3,6,M,1.0,phip));
end do:
fclose(fd3);
```

```
fd4:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph3_4.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
  fprintf(fd4,"%g %g\n",phip,Rhonm(3,6,M,2.0,phip));
end do:
fclose(fd4);
```

```
fd5:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph3_5.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
  fprintf(fd5,"%g %g\n",phip,Rhonm(3,6,M,4.0,phip));
end do:
fclose(fd5);
```

```
fd6:=fopen("C:/Arqsmapple2022/Dissertianca/graph3_6.txt",WRITE);
for phip from -90 by 1 to 90 do
  fprintf(fd6,"%g %g\n",phip,Rhonm(3,6,M,8.0,phip));
end do:
fclose(fd6);
```