



Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Departamento de Engenharia Elétrica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Tese de Doutorado

**Avaliação de Transmissão de Sinais M -QAM
em Modelos de Canais Sujeitos a Ruído
Impulsivo e Desvanecimento Generalizado**

Hugerles Sales Silva

Marcelo Sampaio de Alencar, Ph.D.
Orientador

Wamberto José Lira de Queiroz, Dr.
Orientador

Campina Grande – PB
Dezembro de 2018

Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Departamento de Engenharia Elétrica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

**Avaliação de Transmissão de Sinais M -QAM em Modelos de
Canais Sujeitos a Ruído Impulsivo e Desvanecimento
Generalizado**

Hugerles Sales Silva

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Doutor em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento da Informação.

Marcelo Sampaio de Alencar, Ph.D.
Orientador

Wamberto José Lira de Queiroz, Dr.
Orientador

Campina Grande – PB
©Hugerles Sales Silva

S586a

Silva, Hugerles Sales.

Avaliação de transmissão de sinais M-QAM em modelos de canais sujeitos a ruído impulsivo e desvanecimento generalizado. / Hugerles Sales Silva. – Campina Grande, 2018.

211 f. : il. color.

Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Engenharia Elétrica e Informática , 2018.

"Orientação: Ph.D. Marcelo Sampaio de Alencar, Prof. Dr. Wamberto José Lira de Queiroz".

Referências.

1. Desvanecimento generalizado. 2. Probabilidade de erro de bit. 3. Relação sinal-ruído impulsivo. 4. G2AWGN. I. Alencar, Marcelo Sampaio de. II. Queiroz, Wamberto José de Lira de. III. Título.

CDU 621.3 (043)

**"AVALIAÇÃO DE TRANSMISSÃO DE SINAIS M-QAM EM MODELOS DE CANAIS
SUJEITOS A RUÍDO IMPULSIVO E DESVANECIMENTO GENERALIZADO"**

HUGERLES SALES SILVA

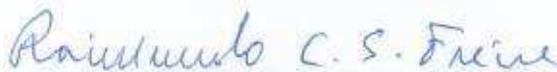
TESE APROVADA EM 21/12/2018



MARCELO SAMPAIO DE ALENCAR, Ph.D., UFCG
Orientador(a)



WAMBERTO JOSÉ LIRA DE QUEIROZ, D.Sc., UFCG
Orientador(a)



RAIMUNDO CARLOS SILVÉRIO FREIRE, Dr., UFCG
Examinador(a)



JOSÉ EWERTON POMBO DE FARIAS, Dr., UFCG
Examinador(a)

MARCELO MENEZES DE CARVALHO, Dr., UNB
Examinador(a)



WASLON TERLLIZZIE ARAÚJO LOPES, D.Sc., UFPB
Examinador(a)

CAMPINA GRANDE - PB

*Esta tese é dedicada a todas as pessoas que nunca tiveram
a oportunidade de estudar.*

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, Bonfim e Rosária, e à minha avó Francisca, pelo amor que sempre esteve presente em nossa família.

Aos meus orientadores, professores Marcelo Sampaio de Alencar e Wamberto J. L. Queiroz, pelos sábios conselhos, pelos conhecimentos transmitidos e pelas inúmeras oportunidades oferecidas a mim ao longo desses muitos anos que faço parte do Iecom.

A Danilo Brito, por todo o suporte e ajuda na construção dos algoritmos desta tese.

Aos grandes amigos que construí durante minha vida acadêmica em Campina Grande, em especial a Herbet Filipe e Raphael Borges.

Aos amigos Icoenses e Pombalenses!

Aos amigos do Iecom.

À Lúcia Almeida e Gilberlânio Pinto, por todo apoio dado a mim no início da graduação.

Aos professores da banca examinadora, pelas diversas sugestões de melhoria deste trabalho.

Ao professor Francisco Madeiro, pela revisão criteriosa dos artigos produzidos decorrentes desta tese, que certamente tem aumentado consideravelmente a probabilidade de aceite deles.

Aos professores da Unidade Acadêmica de Tecnologia de Alimentos (UATA) da UFCG, Campus Pombal-PB. Em especial a Alfredina Santos, minha amiga e coordenadora administrativa da UATA, unidade a qual estive vinculado durante dois anos.

Ao professor José Ewerton Pombo, que fez parte da banca examinadora do meu trabalho de conclusão de curso, foi meu orientador no mestrado e faz parte da banca do meu doutorado; pelos conselhos sábios, pela amizade e por ter me apresentado o mundo das comunicações!

À professora Patrícia Leal, da Unidade Acadêmica de Estatística (UAE) da UFCG, pelas excelentes aulas de Probabilidade e Estatística!

À Hussula, por todo amor e carinho.

É notável que uma ciência que começou com considerações sobre jogos de azar tenha se tornado o objeto mais importante da vida humana... As mais importantes questões da vida são, na sua maioria, realmente apenas problemas de probabilidade.

— MARQUIS PIERRE-SIMON DE LAPLACE (Théorie Analytique des Probabilités, 1812)

Resumo

Esta tese apresenta um estudo da transmissão de sinais modulados digitalmente em sistemas de comunicações sem fio sujeitos a ruído e desvanecimento. Esse modelo de canal de comunicações, diferente dos anteriores, considera o canal do ponto de vista da recepção, cuja principal característica é a presença de dispositivos e equipamentos locais que geram ruído impulsivo, como motores, fontes chaveadas, modems WiFi, entre outros.

As novas redes de comunicações de quinta geração, e as redes de sensores sem fio, que incluem dispositivos de Internet das coisas, são objetivos desse modelo, assim como as redes de difusão, como rádio e televisão digital. A tese apresenta uma análise matemática dos efeitos combinados dos modelos de ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado (G^2 AWGN – *Double Gated Additive White Gaussian Noise*) binário ou multinível e do desvanecimento η - μ , κ - μ ou α - μ no sinal recebido. Expressões exatas e inéditas para o cálculo da probabilidade de erro de *bit* (PEB) do esquema de modulação em amplitude e quadratura M -ário (M -QAM) sujeito ao ruído G^2 AWGN e a modelos de desvanecimento generalizados são determinadas. Variações dessas expressões, obtidas considerando que a ocorrência do ruído impulsivo é caracterizada com o auxílio de um processo aleatório $C(t)$, controlado por um processo de Poisson (processo telegráfico), são também apresentadas. Para análise dos resultados, são apresentadas curvas de PEB em função da relação sinal-ruído permanente para diferentes valores da relação sinal-ruído impulsivo, diferentes probabilidades de ocorrências e durações de pulsos e surtos impulsivos, ordem de constelação M e diferentes parâmetros que caracterizam a distribuição do desvanecimento.

Um modelo do canal de comunicações sem fio que aplica cadeias de Markov também é descrito nesta tese. As cadeias de Markov caracterizam melhor o canal não estacionário, em relação aos modelos clássicos, porque representam uma forma de modelar alterações bruscas de comportamento estatístico das variações de intensidade do sinal transmitido à medida que o receptor trafega pelo ambiente de comunicação, cujos estados da cadeia podem ser definidos de acordo com as condições do canal para cada cenário considerado.

Duas técnicas de recepção em diversidade são consideradas. A recepção em diversidade espacial é denominada recepção com combinação por razão máxima (MRC), e a recepção em diversidade de polarização usa álgebra dos quatérnios. Essas técnicas são usadas com o objetivo de diminuir as taxas de erro de *bit* e tornar o canal de comunicações menos susceptível aos

efeitos do ruído impulsivo e desvanecimento. Expressões de PEB inéditas e exatas, com a inclusão destas técnicas, são apresentadas nesta tese.

Um teste de hipóteses para determinar, a partir de amostras observadas, se o ruído G^2 AWGN está presente nos sistemas de comunicações sem fio também é apresentado. Duas abordagens para estimação dos parâmetros da função densidade de probabilidade (FDP) que caracteriza matematicamente o ruído G^2 AWGN, uma utilizando o método dos momentos (MOM) e outra com o uso do método de máxima verossimilhança, por meio da maximização da esperança (EM), são também consideradas.

Uma estratégia de mitigação dos efeitos nocivos do ruído G^2 AWGN a partir da teoria de sistemas lineares ótimos também é descrita. Análises numéricas da estratégia de mitigação adotada foram realizadas para um modelo de sinal OFDM. Para esse modelo, verificou-se que o filtro linear ótimo projetado consegue minimizar a interferência causada pelo ruído G^2 AWGN.

Palavras-chave: Desvanecimento Generalizado, Probabilidade de Erro de *Bit*, Relação Sinal-Ruído Impulsivo, Ruído G^2 AWGN.

Abstract

This thesis presents a study of the transmission of digitally modulated signals in wireless systems subject to noise and fading. This model of communication channel, unlike the previous ones, considers the channel from the point of view of the receptor, whose main characteristics are the presence of local devices and equipment that generate impulsive noise, such as motors, switched sources, WiFi modems, among others.

The new fifth-generation communications networks and wireless sensor networks, which include Internet of things devices, are objectives of this model, as are broadcast networks such as radio and digital television. The thesis presents a mathematical analysis of the combined effects of the Double Gated Additive White Gaussian Noise (G^2 AWGN) binary or multilevel and fading η - μ , κ - μ or α - μ in the received signal. Exact and new expressions for calculating the bit error probability (BEP) of the M -ary quadrature amplitude modulation scheme (M -QAM) subject to the noise G^2 AWGN and generalized fading models are determined. Variations of these expressions, obtained considering that the occurrence of impulsive noise is characterized by a random process $C(t)$, controlled by a Poisson process (telegraph process), are also presented. In order to analyze the results, BEP curves are presented as a function of the signal-to-permanent noise ratio for different values of signal-to-impulsive noise ratio, different probabilities of occurrences and durations of pulses and burst of impulsive pulses, constellation order M , and different parameters that characterize the fading distribution.

A model of the wireless communications channel that applies Markov chains is also described in this thesis. Markov chains are more suited to characterize by the nonstationary channel than the classical models because they enable a way of modeling sudden changes in the statistical behavior of the intensity variations of the transmitted signal as the receiver moves through the communication environment, whose states of the chain can be defined according to the channel conditions for each scenario considered.

Two reception techniques in diversity are considered. Reception in spatial diversity is called maximum ratio combining reception (MRC), and reception in polarization diversity uses quaternary algebra. These techniques are used in order to decrease bit error rates while making the communications channel less susceptible to the effects of impulsive noise and fading. New and exact BEP expressions, with the inclusion of these techniques, are presented in this thesis.

A test of hypotheses was used to determine, from observed samples, whether the G^2 AWGN noise is present in wireless systems. Two approaches were used to estimate the probabilities density function parameters (PDF) that statistically characterize the G^2 AWGN noise, one using the method of moments (MOM) and the other using the maximum likelihood method.

A strategy to mitigate the harmful effects of the G^2 AWGN noise using the theory of optimal linear systems is also described. Numerical analysis of the adopted mitigation strategy was performed for an OFDM signal model. For this model, it has been found that the projected optimum linear filter is able to minimize the interference caused by the noise G^2 AWGN.

Keywords: Generalized Fading, Bit Error Probability, Signal-to-impulsive noise Ratio, G^2 AWGN Noise.

Lista de Siglas

AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>	Ruído Aditivo Gaussiano Branco
AWGGN	<i>Additive White Generalized Gaussian Noise</i>	Ruído Aditivo Gaussiano Generalizado Branco
BBC R&D	<i>British Broadcasting Corporation – Research and Development</i>	Corporação Britânica de Radiodifusão – Pesquisa e Desenvolvimento
BPSK	<i>Binary Phase Shift Keying</i>	Chaveamento por Deslocamento de Fase Binário
DPD	<i>Differential Phase Detection</i>	Detecção de Fase Diferencial
DTG	<i>Digital Television Group</i>	Grupo de Televisão Digital
DVB-T	<i>Digital Video Broadcasting – Terrestrial</i>	Padrão Europeu de Televisão Digital – Terrestre
EM	<i>Expectation Maximization</i>	Maximização da Esperança
EGK	<i>Extended Generalized-K</i>	Estendido Generalizado-K
FCP	<i>Cumulative Distribution Function</i>	Função Cumulativa de Probabilidade
FDP	<i>Probability Density Function</i>	Função Densidade de Probabilidade
FSK	<i>Frequency Shift Keying</i>	Chaveamento por Deslocamento em Frequência
G ² AWGN	<i>Double Gated Additive White Gaussian Noise</i>	Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado
IID	<i>Independent and Identically Distributed</i>	Independente e Igualmente Distribuído
MAP	<i>Maximum a Posteriori Probability</i>	Máxima Probabilidade a <i>Posteriori</i>
MGF	<i>Moment Generating Function</i>	Função Geratriz de Momentos
MIMO	<i>Multiple Input and Multiple Output</i>	Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas
MOM	<i>Methods of Moments</i>	Método dos Momentos
MRC	<i>Maximal-Ratio Combining</i>	Combinação por Razão Máxima
NRMSE	<i>Normalized Root Mean Squared Error</i>	Raiz Quadrada do Erro Médio ao Quadrado Normalizado

OFDM	<i>Orthogonal Frequency Division Multiplexing</i>	Multiplexação por Divisão em Frequências Ortogonais
PAM	<i>Pulse Amplitude Modulation</i>	Modulação de Amplitude por Pulsos
PEB	<i>Bit Error Probability</i>	Probabilidade de Erro de <i>Bit</i>
PES	<i>Symbol Error Probability</i>	Probabilidade de Erro de Símbolo
PLC	<i>Power Line Communication</i>	Comunicacção por Rede Elétrica
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>	Modulação em Amplitude e Quadratura
QPSK	<i>Quadrature Phase Shift Keying</i>	Chaveamento de Fase em Quadratura
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>	Relação Sinal-Ruído
SINR	<i>Signal-to-Interference-Plus-Noise Ratio</i>	Relação Sinal-Ruído mais Interferência
RSSF	<i>Wireless Sensor Network</i>	Redes de Sensores sem Fio
WSS	<i>Wide Sense Stationary</i>	Estacionário em Sentido Amplo

Lista de Símbolos

$X(t)$	Sinal transmitido
$Y(t)$	Sinal recebido
$\eta(t)$	Ruído G^2 AWGN
$z(t)$	Desvanecimento
T_s	Intervalo de sinalização
$R_{XY}(\tau)$	Correlação cruzada entre os sinais $X(t)$ e $Y(t)$
$R_X(\tau)$	Autocorrelação do sinal transmitido $X(t)$
$R_Y(\tau)$	Autocorrelação do sinal recebido $Y(t)$
$R_\eta(\tau)$	Autocorrelação do ruído impulsivo $\eta(t)$
$\eta_i(t)$	Ruído impulsivo
$\eta_g(t)$	Ruído aditivo Gaussiano branco permanente
$C_1(t)$	Sinal modulante que caracteriza os surtos de pulsos ruidosos
$C_2(t)$	Sinal modulante que caracteriza os pulsos ruidosos
α_p	Intervalo de tempo em que o sinal $C_2(t)$ possui amplitude unitária
β	Intervalo de tempo em que o sinal $C_1(t)$ possui amplitude unitária
T_1	Período do sinal $C_1(t)$
T_2	Período do sinal $C_2(t)$
$R_{\eta_i}(\tau)$	Autocorrelação do ruído impulsivo
$R_\eta(t, \tau)$	Autocorrelação do ruído G^2 AWGN em função do tempo
σ_i^2	Variância do ruído impulsivo
σ_g^2	Variância do ruído permanente
$\delta(\cdot)$	Impulso de área unitária
$\delta[\cdot]$	Impulso de amplitude unitária
$\hat{Y}(t)$	Estimativa do sinal recebido $Y(t)$
$h(s)$	Resposta ao impulso do filtro linear ótimo
\mathbf{R}_X	Matriz de autocovariância do sinal transmitido $X(t)$
\mathbf{R}_Y	Matriz de autocovariância do sinal recebido $Y(t)$
\mathbf{h}	Vetor de coeficientes do filtro linear ótimo
p	Probabilidade do sinal $C(t) = 1$

m_k	k -ésimo símbolo do alfabeto $\{0,1\}$
$P_{R_1}(t)$	Pulso unitário com duração $R_1 = \alpha_p T$
$P_{R_2}(t)$	Pulso unitário com duração $R_2 = \beta T$
P_e	Probabilidade de erro de <i>bit</i>
M	Número de símbolos da constelação QAM
N_s	Número de subportadoras do sinal OFDM
$w(i, k, M)$	Coefficientes da probabilidade de erro de <i>bit</i> , P_e
δ_g	Relação sinal-ruído permanente
δ_i	Relação sinal-ruído impulsivo
$Q(\cdot)$	Função Q
$Q^n(\cdot)$	n -ésima potência da função Q
$\Gamma(\cdot)$	Função Gamma
$I_v(\cdot)$	Função de Bessel modificada de primeiro tipo e ordem v
η	Razão entre as componentes de fase e quadratura do modelo η - μ
κ	Razão entre a potência total das componentes dominantes e a potência das ondas espalhadas do modelo κ - μ
Ω	Potência média do sinal
μ	Extensão aos números reais que caracteriza a quantidade de multipercursos ou agrupamentos, respectivamente, dos modelos η - μ e κ - μ
p_1	Probabilidade do sinal $C_1(t)$ possuir amplitude unitária
p_2	Probabilidade do sinal $C_2(t)$ possuir amplitude unitária
P	Matriz de probabilidades de transição de uma cadeia de Markov
$\boldsymbol{\pi}$	Vetor de estado estacionário
$M_X(s)$	Momento generalizado da distribuição $f_X(x)$
m	Parâmetro que caracteriza a intensidade do desvanecimento na distribuição Nakagami
α	Parâmetro relacionado à não-linearidade da função que caracteriza o envelope do sinal desvanecido na distribuição α - μ
$E[\cdot]$	Operador esperança
$V[\cdot]$	Operador variância
$u(\cdot)$	Função degrau unitário
$F(s)$	Transformada de Laplace da função $f(t)$
$\text{erfc}(\cdot)$	Função erro complementar
$f_Z(z)$	Função densidade de probabilidade da variável aleatória $z(t)$
$F_X(x)$	Função cumulativa de probabilidade da variável aleatória $X(t)$
$f_\eta(\eta)$	Função densidade de probabilidade da variável aleatória $\eta(t)$
$f_{C(t)}(c)$	Função densidade de probabilidade da variável aleatória $C(t)$
$\lfloor x \rfloor$	Função maior inteiro menor que x
$P(e z)$	Probabilidade de erro de <i>bit</i> condicionada ao desvanecimento

T_0	Tempo que todo o sinal $C(t)$ permanece no estado zero
γ_{ij}	Taxa na qual um processo estocástico $X(t)$ sai do estado i para o estado j
p_{ij}	Probabilidade de transição do estado i para o estado j
$R(t)$	Razão entre a variável aleatória do ruído G^2 AWGN e do desvanecimento Nakagami
m_X	Média da variável aleatória $X(t)$
λ	Taxa de ocorrência de eventos do processo de Poisson
μ_τ	Valor médio das variáveis τ_n .
$\text{Kurt}[X]$	Curtose da variável aleatória X
$E[\eta^k]$	k -ésimo momento teórico da variável aleatória $\eta(t)$
η_k	k -ésimo momento amostral da variável aleatória $\eta(t)$
H_0	Hipótese nula do teste de hipóteses
H_1	Hipótese alternativa do teste de hipóteses
L	Número de ramos do MRC
$\text{sinc}(x)$	Função $\text{sen}(x)/x$
$p_{T_i}(t)$	Função densidade de probabilidade da variável aleatória T no j -ésimo estado da cadeia de Markov
$f_{X_j}(x)$	Função densidade de probabilidade da variável aleatória X no j -ésimo estado da cadeia de Markov
E_b/N_0	Relação sinal-ruído por <i>bit</i>
\bar{t}_j	Valor médio do tempo de permanência no j -ésimo estado de uma cadeia de Markov
$\hat{\theta}$	Estimativa da variável θ
$\lambda\mu_\tau$	Número médio de transições que o sinal $C(t)$ alterna do estado zero para o estado um.
σ_M^2	Energia média dos símbolos m_k .
$P(x)$	Polinômio utilizado na aproximação da função $Q(\cdot)$

Lista de Figuras

2.1	Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado composto com ocorrências aleatórias de pulsos e surtos.	37
3.1	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	52
3.2	Constelação do esquema de modulação 64-QAM sob ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ para diferentes valores de δ_i	52
3.3	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , com diferentes valores de α_p	53
3.4	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , com diferentes valores de μ	54
3.5	PEB para diferentes valores da ordem de constelação M sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ	55
3.6	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	59
3.7	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ , com diferentes valores de κ	60
3.8	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos de α_p	60
3.9	PEB para diferentes valores da ordem de constelação M sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ	61
3.10	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	66
3.11	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ , com quatro valores distintos de α_p	66
3.12	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ , com diferentes valores de α	67

3.13	PEB para diferentes valores da ordem de constelação M sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ	68
4.1	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Markov e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	81
4.2	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Markov e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	81
4.3	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Poisson e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	82
4.4	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Poisson e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	83
4.5	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Markov e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para o parâmetro $\lambda\mu\tau$	83
4.6	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Markov e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para o parâmetro $\lambda\mu\tau$	84
4.7	PEB do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Poisson e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para o parâmetro M	85
4.8	PEB do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Poisson e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para o parâmetro M	85
5.1	PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	96
5.2	PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com quatro valores distintos de α_p	97
5.3	PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com diferentes valores de κ	98
5.4	PEB para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com diferentes valores da ordem de modulação M	98

6.1	Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado multinível.	103
6.2	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	110
6.3	PEB do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a ordem da constelação M	111
6.4	PEB do esquema de modulação 64-QAM com o canal sob ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para m	112
6.5	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	113
6.6	PEB do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a ordem da constelação M	113
6.7	PEB do esquema de modulação 64-QAM com o canal sob ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para K	114
6.8	PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	115
6.9	PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com quatro valores distintos para a ordem de constelação M	115
6.10	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	116
6.11	PEB do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a ordem da constelação M	116
6.12	PEB do esquema de modulação 64-QAM com o canal sob ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para m	117
6.13	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	118
6.14	PEB do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a ordem de constelação M	119

6.15	PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	119
6.16	PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com quatro valores distintos para a ordem da constelação M	120
7.1	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	127
7.2	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m para diferentes valores do parâmetro m	127
7.3	PEB para diferentes valores da ordem de modulação M sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m	128
8.1	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para o parâmetro L	149
8.2	PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para o parâmetro m	150
8.3	Constelação do esquema de modulação 16-QAM com o canal sujeito ao ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , para diferentes valores do número de ramos do receptor.	151
8.4	PEB do esquema de modulação 64-QuatMod sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	152
8.5	PEB para diferentes valores da ordem de modulação M sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ	152
8.6	PEB do esquema de modulação 64-QuatMod sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo.	153
8.7	PEB para diferentes valores da ordem de modulação M sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ	153
9.1	NRMSE em função do número de amostras N , com os parâmetros σ_g^2 , σ_i^2 e $\alpha_p\beta p_1 p_2$ estimados pelo método dos momentos e pelo algoritmo EM.	166
9.2	Valor médio das estimativas de $\alpha_p\beta p_1 p_2$	167
9.3	Valor médio das estimativas de σ_i^2	167
9.4	Valor médio das estimativas de σ_g^2	168
10.1	Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário com ocorrências aleatória de surtos e pulsos.	175

10.2	Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário puro com ocorrências determinística de surtos e pulsos.	178
10.3	Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário puro com ocorrência aleatória de pulsos e determinística de surtos.	179
10.4	Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário puro com ocorrência determinística de pulsos e aleatória de surtos.	180
10.5	Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário puro com ocorrências aleatória de pulsos e surtos.	181
10.6	Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário composto com ocorrências determinística de pulsos e surtos.	182
10.7	Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário composto com ocorrência aleatória de pulsos e determinística de surtos.	184
10.8	Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário composto com ocorrência determinística de pulsos e aleatória de surtos.	185
10.9	Erro quadrático médio $E[e^2]$ em função de δ_g entre o sinal recebido e sua estimativa. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $N_s = 1024$ e $M = 64$	188

Sumário

1	Introdução	26
1.1	Motivação e Relevância	26
1.2	Objetivos da Tese	29
1.2.1	Principais Contribuições	29
1.3	Organização da Tese	30
2	Caracterização de Canais para Redes sem Fio	32
2.1	Aspectos Físicos dos Ambientes de Propagação sem Fio	32
2.2	Modelos de Ruído Impulsivo	33
2.3	Modelo de Ruído Adotado	36
2.3.1	Trabalhos Relacionados ao Modelo de Ruído G^2 AWGN	38
2.4	Modelo de Desvanecimento Adotado	38
2.4.1	Desvanecimento η - μ	39
2.4.2	Desvanecimento κ - μ	40
2.4.3	Desvanecimento α - μ	40
2.5	Conclusões do Capítulo	41
3	PEB do Esquema M-QAM com o Canal de Comunicações Sujeito a Ruído G^2AWGN e Desvanecimento η-μ, κ-μ ou α-μ	42
3.1	Trabalhos Relacionados	43
3.2	PEB para o Modelo η - μ e Ruído Impulsivo	46
3.2.1	Avaliação Numérica do Modelo η - μ e Ruído Impulsivo	50
3.3	PEB para o Modelo κ - μ e Ruído Impulsivo	54
3.3.1	Avaliação Numérica do Modelo κ - μ e Ruído Impulsivo	58
3.4	PEB para o Modelo α - μ e Ruído Impulsivo	61
3.4.1	Avaliação Numérica do Modelo α - μ e Ruído Impulsivo	65
3.5	Conclusões do Capítulo	67
4	PEB do Esquema M-QAM com o Canal de Comunicações Sujeito a Desvanecimento e Ruído Impulsivo Gatilhado por Processos de Poisson ou de Markov	69

4.1	Modelo Matemático do Ruído	70
4.2	Caracterização do Sinal $C(t)$ por um Processo de Poisson	71
4.3	Caracterização do Sinal $C(t)$ por um Processo de Markov	73
4.4	Probabilidade de Erro de <i>Bit</i> do Esquema M -QAM Sob Desvanecimento e Ruído Impulsivo Gatilhado por um Processo de Poisson	75
4.5	Probabilidade de Erro de <i>Bit</i> do Esquema M -QAM Sob Desvanecimento e Ruído Impulsivo Gatilhado por um Processo de Markov	78
4.6	Avaliação Numérica	80
4.7	Conclusões do Capítulo	84
5	PEB do Esquema M-QAM com o Canal de Comunicações Sujeito a Ruído G^2AWGN e Desvanecimento Modelado por Cadeia de Markov	87
5.1	Cadeias de Markov	89
5.2	Análise de Desempenho	90
5.3	Momentos Generalizados das Distribuições η - μ e κ - μ	94
5.4	Avaliação Numérica	94
5.5	Conclusões do Capítulo	97
6	PEB do Esquema M-QAM com o Canal de Comunicações Sujeito a Ruído G^2AWGN Multinível e Desvanecimento η-μ ou κ-μ	100
6.1	Ruído G^2 AWGN Multinível	102
6.2	Desempenho para o Modelo η - μ e Ruído Impulsivo Multinível	104
6.3	Desempenho para o Modelo κ - μ e Ruído Impulsivo Multinível	106
6.4	Desempenho para o Modelo η - μ ou κ - μ e Ruído Multinível Modelado por Cadeias de Markov	107
6.5	Avaliação Numérica	109
6.6	Conclusões do Capítulo	118
7	PEB do Esquema M-QAM com o Canal de Comunicações Sujeito ao Ruído G^2AWGN e ao Desvanecimento Nakagami-m	121
7.1	Modelo Matemático para o Sistema de Comunicação	122
7.2	Função Densidade e Cumulativa de Probabilidade do Ruído R	123
7.3	PEB do Esquema M -QAM em um Canal com Ruído G^2 AWGN e Desvanecimento Nakagami- m	125
7.4	Resultados	126
8	Técnicas de Diversidade Aplicadas ao Canal de Comunicações sob os Efeitos do Ruído G^2AWGN e do Desvanecimento	129
8.1	Trabalhos Relacionados ao Cálculo da PEB ou PES com o Canal de Comunicações Sujeito a Ruído e Desvanecimento Usando Técnicas de Diversidade	130

8.2	Probabilidade de Erro de <i>Bit</i> do Esquema M -QAM com o Canal de Comunicações sob os Efeitos do Ruído G^2 AWGN e Desvanecimento η - μ Usando a Técnica de Diversidade Espacial MRC	133
8.3	Diversidade por Polarização Aplicada ao Canal de Comunicações sob os Efeitos do Ruído G^2 AWGN e Desvanecimento	138
8.3.1	Probabilidade de Erro de <i>Bit</i> do Esquema M -QuatMod com o Canal de Comunicações sujeito ao Ruído AWGN e Desvanecimento η - μ	141
8.3.2	Probabilidade de Erro de <i>Bit</i> do Esquema M -QuatMod com o Canal de Comunicações sujeito ao Ruído Impulsivo e Desvanecimento η - μ	145
8.3.3	Probabilidade de Erro de <i>Bit</i> do Esquema M -QuatMod sujeito ao Ruído G^2 AWGN e Desvanecimento η - μ	145
8.3.4	Probabilidade de Erro de <i>Bit</i> do Esquema M -QuatMod com o Canal de Comunicações sujeito ao Ruído AWGN e Desvanecimento κ - μ	146
8.3.5	Probabilidade de Erro de <i>Bit</i> do Esquema M -QuatMod com o Canal de Comunicações sujeito ao Ruído Impulsivo e Desvanecimento κ - μ	148
8.3.6	Probabilidade de Erro de <i>Bit</i> do Esquema M -QuatMod com o Canal de Comunicações sujeito ao Ruído G^2 AWGN e Desvanecimento κ - μ	148
8.4	Avaliação Numérica	148
8.5	Conclusões do Capítulo	152
9	Estimação dos Parâmetros do Ruído G^2AWGN por meio dos Métodos dos Momentos e da Máxima Verossimilhança	155
9.1	Teste de Hipóteses	156
9.2	Estimação dos Parâmetros do Ruído G^2 AWGN pelo Método dos Momentos (MOM)	158
9.3	Estimação dos Parâmetros do Ruído G^2 AWGN pelo Método de Máxima Verossimilhança	162
9.3.1	Algoritmo EM para a Mistura Gaussiana	164
9.4	Avaliação da Qualidade das Estimativas	165
9.5	Avaliação Numérica	165
9.6	Conclusões do Capítulo	168
10	Mitigação do Ruído G^2AWGN	170
10.1	Filtro Mitigador do Ruído Impulsivo	171
10.2	Filtro Mitigador Aplicado aos Modelos de Ruído G^2 AWGN	174
10.2.1	Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Puro com Ocorrências Determinísticas de Pulsos e Surtos	178
10.2.2	Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Puro com Ocorrência Aleatória de Pulsos e Determinística de Surtos	179

10.2.3	Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Puro com Ocorrência Determinística de Pulsos e Aleatória de Surtos	180
10.2.4	Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Puro com Ocorrências Aleatórias de Pulsos e Surtos	181
10.2.5	Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Composto com Ocorrências Determinística de Pulsos e Surtos	182
10.2.6	Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Composto com Ocorrência Aleatória de Pulsos e Determinística de Surtos .	183
10.2.7	Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Composto com Ocorrência Aleatória de Surtos e Determinística de Pulsos .	184
10.3	Filtragem de Wiener Aplicada a um Sinal OFDM sujeito ao Ruído G^2 AWGN .	185
10.3.1	Função de Autocorrelação do Sinal OFDM	185
10.3.2	Avaliação Numérica	187
10.4	Conclusões do Capítulo	187
11	Conclusões	189
11.1	Artigos Publicados e Submetidos	190
11.2	Trabalhos Futuros	191
A	Avaliação Estatística do Estimador Proposto pelo Método dos Momentos	193
	Referências Bibliográficas	213

CAPÍTULO 1

Introdução

1.1 Motivação e Relevância

Um dos modelos de sinal recebido mais utilizados para a avaliação da probabilidade de erro de *bit* (PEB) em sistemas de comunicações móveis pode ser descrito como o produto de uma variável aleatória discreta que representa o símbolo da constelação de um esquema de modulação digital por uma variável aleatória contínua que representa o desvanecimento. A este produto é adicionada então uma variável aleatória Gaussiana de média nula e variância constante para representar o ruído (HAYKIN, 2001). O componente ruidoso desse modelo tem suas raízes na literatura da Física de 1918 em um trabalho de Schottky (SCHOTTKY, 1918), cujo título pode ser traduzido como “Sobre flutuações espontâneas de energia em diferentes condutores de eletricidade”, em que o autor considerou pela primeira vez não só o ruído *shot noise*, mas também o ruído térmico.

De acordo com o engenheiro eletricista sueco John Bertrand Johnson, o artigo de Schottky alcançou os Estados Unidos a partir de 1920 (JOHNSON, 1971). Nessa época Johnson trabalhava na instituição americana de pesquisa Laboratórios Bell e na companhia do também engenheiro sueco Harry Nyquist. Eles reproduziram os experimentos de Schottky, conduziram novos experimentos e contribuíram com resultados que permitiram um melhor entendimento do fenômeno ruído térmico, também conhecido como ruído de Johnson-Nyquist. Esse ruído é causado pela agitação térmica de elétrons em um condutor e ocorre independentemente de estímulos por diferenças de potencial aplicadas ao condutor (JOHNSON, 1928). Sua densidade espectral de potência (DEP) é aproximadamente plana em uma ampla faixa de frequências e, quando limitada em largura de faixa, o ruído térmico tem distribuição de probabilidade aproximadamente Gaussiana.

Após o surgimento do conceito de filtro casado dos estudos dos físicos John H. Van Vleck, David Middleton e, independentemente, por D. O. North, e posteriormente do conceito de receptor ótimo para sinais digitais, passou-se a considerar o ruído na saída do filtro casado, a cada intervalo de símbolo, como uma sequência de variáveis Gaussianas independentes e

identicamente distribuídas de média nula e variância constante (COHEN, 2005). A teoria de detecção de sinais consolidada na década de 1960, que forneceu o conceito de receptor ótimo para sinais digitais sob presença de ruído Gaussiano aditivo, considerou também um correlator em vez do filtro casado, e a partir de então o modelo de ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN) passou a ser o mais considerado para a avaliação da probabilidade de erro de *bit* para diferentes esquemas de modulação digital (COHEN, 2005).

A cada intervalo de símbolo o correlator integra o sinal em sua entrada e fornece então uma métrica para que o receptor possa decidir que símbolo foi transmitido. Qual o impacto, entretanto, da variação da potência média desse ruído? Essa alternância da potência média do ruído pode ser justificada pela presença de múltiplas fontes ruidosas e de interferências no ambiente de recepção, como lâmpadas fluorescentes, motores, transmissores WiFi e sistemas de ignição. Por conveniência, para o desenvolvimento matemático apresentado nesta tese, a potência média do ruído pode permanecer a mesma por um ou mais de um intervalo de símbolo ou no mínimo pode mudar de um intervalo de símbolo para outro, o que garante que a estrutura clássica do receptor de máxima verossimilhança possa ser utilizada para esse caso (HAYKIN, 2001).

Para caracterizar matematicamente esse comportamento ruidoso, um modelo de ruído denominado ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado (G^2 AWGN) é considerado nesta tese. Esse tipo de ruído está presente em diversos ambientes, como residências, shopping centers, parques industriais e campos agrícolas, por exemplo (GHOSH, 1996; HAYKIN, 2001; CHEFFENA, 2016). Ele possui natureza impulsiva e devido o seu comportamento não estacionário, é mais complexo de ser analisado, quando comparado ao ruído AWGN (HAYKIN, 2001).

No modelo G^2 AWGN, os pulsos de ruído aditivo Gaussiano branco ocorrem dentro de intervalos maiores denominados de intervalos de surtos. Tanto a ocorrência dos pulsos quanto a ocorrência dos surtos de pulsos é aleatória e essa aleatoriedade é modelada com o auxílio de um processo aleatório discreto e definido em tempo contínuo $C(t) = C_1(t)C_2(t)$. A vantagem dessa abordagem é que por meio da caracterização dos processos $C_1(t)$ e $C_2(t)$ é possível modelar diferentes tipos de gatilhamento do ruído Gaussiano. Esse modelo interessa a diversos pesquisadores e é usado para representação do ruído impulsivo em sistemas de comunicações digitais, tem sua função densidade de probabilidade (FDP) escrita como uma mistura Gaussiana e engloba como casos mais simples outros tipos de ruído, que, dependendo da aplicação podem ser utilizados.

O modelo G^2 AWGN binário e multinível foi proposto por Araújo em 2013 (ARAÚJO, 2013), a partir da observação do resultado dos estudos teóricos e experimentais realizados e divulgados pelo Grupo de Televisão Digital (DTG – *Digital Television Group*) (LAGO-FERNANDEZ; SALTER, 2004) e pela Rohde & Schwarz (SCHWARZ, 2007). Em 2004, o DTG do Reino Unido, liderado pela Corporação Britânica de Radiodifusão – Pesquisa e Desenvolvimento (BBC R&D – *British Broadcasting Corporation – Research and Development*) apresentou os resultados de estudos teóricos e experimentais com interferência impulsiva no padrão Europeu de Televisão

Digital – Terrestre (DVB-T – *Digital Video Broadcasting – Terrestrial*) (LAGO-FERNANDEZ; SALTER, 2004). Desse estudo, um conjunto representativo de formas de onda para o ruído impulsivo foi elaborado. Nos estudos sobre a interferência do ruído impulsivo, realizados pela empresa Rohde & Schwarz (SCHWARZ, 2007), uma análise sobre o tempo efetivo de aparecimento do ruído G^2 AWGN no padrão de TV digital DVB-T foi descrita.

Na literatura, diversos trabalhos também têm enfatizado a pertinência da análise e caracterização matemática do ruído impulsivo em redes sem fio e nos sistemas 5G (SHHAB et al., 2017). Atualmente, pesquisadores em sistemas 5G estão preocupados com os efeitos desse tipo de ruído nas comunicações milimétricas, nas quais as conexões com a Internet, por exemplo, devem ser 40 vezes mais rápidas do que os atuais sistemas 4G. Em (SHHAB et al., 2017) é mostrado que o desempenho dos sistemas de comunicações milimétricas pode ser consideravelmente afetado pelo ruído impulsivo caracterizado por misturas Gaussianas, como o tipo de ruído considerado nesta tese. Outros trabalhos, como os de Cheffena (CHEFFENA, 2012, 2016), descreveram o ruído impulsivo como um dos principais desafios presentes nas redes de sensores sem fio industriais, cujos efeitos em sistemas de comunicações podem comprometer severamente o desempenho do enlace. Em seus artigos, Cheffena evidencia que esse tipo de ruído pode ser modelado matematicamente como a superposição de dois termos. O primeiro termo como sendo o ruído AWGN, representando o ruído de fundo, e o segundo termo caracterizando o ruído impulsivo. Além disso, Cheffena descreve que o ruído impulsivo no ambiente fabril é proveniente, principalmente, da operação de máquinas e sistemas eletroeletrônicos fabricados pelo homem.

Adicionalmente ao ruído G^2 AWGN, é considerado no modelo de sinal recebido adotado nesta tese a presença do desvanecimento. Essa degradação é comum a diversos ambientes, como fábricas, subestações de energia, laboratórios, entre outros, e é ocasionada pela propagação da onda eletromagnética por múltiplos percursos, que impõe ao sinal transmitido variações de intensidade (AGRAWAL et al., 2014). O movimento aleatório de pessoas, o movimento periódico de robôs, como os usados na indústria automotiva e outros possíveis objetos móveis podem influenciar as condições do canal de comunicações. Essas perturbações podem afetar intensamente, por exemplo, a comunicação de sensores em redes usadas no monitoramento de processos industriais (QUEIROZ et al., 2018). Dessa forma, a combinação de fenômenos como o ruído de natureza impulsiva e o desvanecimento podem comprometer seriamente a qualidade do enlace de comunicações.

Nesta tese, o efeito do desvanecimento é caracterizado matematicamente pelas distribuições contínuas η - μ , κ - μ ou α - μ . A vantagem de usarem essas distribuições é que suas FDPs são determinadas por dois parâmetros e isso permite modelar o desvanecimento observado em diferentes cenários de propagação (YACOUB, 2007b, 2007a). Assim elas permitem caracterizar desvanecimento em pequena e larga escala, com ausência ou presença de linha de visada entre o transmissor e o receptor e englobam, como casos especiais, por exemplo, as distribuições

Weibull, Rayleigh, Hoyt, Gauss unilateral e Nakagami; e são capazes de modelar cenários por elas não contemplados (YACOUB, 2007b, 2007a).

Baseado na relevância e atualidade do assunto, esta tese apresenta um estudo da transmissão de sinais modulados digitalmente em enlaces de redes sem fio em cenários dinâmicos com o canal de comunicações sujeitos ao modelo de ruído G^2 AWGN e ao desvanecimento generalizado η - μ , κ - μ ou α - μ . A partir desta análise, diversas expressões matemáticas de PEB exatas e inéditas, do esquema de modulação em amplitude e quadratura M -ário (M -QAM), úteis para avaliação de desempenho do receptor são obtidas, assim como técnicas de detecção, estimação e mitigação do ruído impulsivo são também apresentadas nesta tese. O esquema de modulação M -QAM foi considerado neste trabalho por ser bastante utilizado e permitir uma considerável taxa de transmissão de dados e eficiência espectral.

1.2 Objetivos da Tese

Esta tese tem como objetivo principal o estudo da transmissão de sinais modulados digitalmente em enlaces de redes sem fio na presença do ruído impulsivo. Dessa análise, objetiva-se, especificamente, determinar expressões exatas e inéditas para o cálculo da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação digital M -QAM considerando o canal de propagação sem fio sujeito aos efeitos do desvanecimento e ruído impulsivo. Além disso, o uso de técnicas de diversidade espacial e de polarização para diminuição das probabilidades de erro de *bit*, assim como a proposição de técnicas de detecção, estimação e mitigação do ruído impulsivo foram também consideradas nesta tese.

1.2.1 Principais Contribuições

As principais contribuições desta tese podem ser sumarizadas em

- Proposição de um novo modelo de canal com desvanecimento η - μ , κ - μ ou α - μ e ruído G^2 AWGN binário ou multinível no domínio do tempo.
- Obtenção de expressões exatas e inéditas para avaliação da PEB do esquema M -QAM sob o modelo de canal com desvanecimento η - μ , κ - μ ou α - μ e ruído G^2 AWGN binário ou multinível.
- Determinação de expressões exatas e inéditas para a PEB do esquema M -QAM, com o canal de comunicações sob os efeitos do desvanecimento η - μ ou κ - μ e ruído impulsivo gatilhado por um sinal aleatório $C(t)$, caracterizado matematicamente por meio dos processos de Poisson ou de Markov.
- Obtenção de expressões inéditas para a PEB do esquema de modulação M -QAM com o canal de comunicações sem fio sujeito ao ruído G^2 AWGN binário ou multinível e desvanecimento η - μ ou κ - μ modelado por cadeias de Markov.

- Obtenção de expressões exatas e inéditas da PEB do esquema M -QAM, com o canal sob ruído G^2 AWGN e desvanecimento generalizado, utilizando técnicas de diversidade espacial e em polarização.
- Determinação de expressões exatas e inéditas para PEB do esquema de modulação digital M -QAM sob o modelo de canal sujeito ao ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m a partir de um método alternativo.
- Estabelecimento de um teste de hipóteses, por meio do cálculo da curtose, para determinar, a partir de amostras observadas, se o ruído G^2 AWGN está presente ou não no sistema de comunicação.
- Estimação dos parâmetros da função densidade de probabilidade que caracteriza o ruído G^2 AWGN, com o uso do método dos momentos (MOM) e do método da máxima verossimilhança, por meio do algoritmo de maximização da esperança (EM).
- Proposição de uma estratégia de mitigação, a partir da filtragem linear ótima, dos efeitos nocivos do ruído G^2 AWGN.

1.3 Organização da Tese

O restante desta tese encontra-se dividida como segue. O Capítulo 2 apresenta uma caracterização dos canais em enlaces de rede sem fio, bem como os aspectos físicos dos ambientes de propagação e os modelos de ruído impulsivo e desvanecimento adotados neste trabalho. No Capítulo 3, expressões exatas e inéditas para o cálculo da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação digital M -QAM com o canal de comunicação sujeito ao desvanecimento η - μ , κ - μ ou α - μ e ruído G^2 AWGN são descritas. No Capítulo 4, variações dessas expressões, obtidas considerando que a ocorrência do ruído impulsivo é caracterizada por um processo aleatório $C(t)$, controlado por um processo de Poisson (processo telegráfico), são também mostradas.

No Capítulo 5 é proposta uma modelagem para canais de comunicações sem fio utilizando cadeias de Markov. O Capítulo 6 apresenta expressões exatas e inéditas para a PEB considerando o canal de comunicações sob os efeitos do desvanecimento e ruído G^2 AWGN multinível. O Capítulo 7 apresenta expressões exatas e inéditas para determinação da PEB, a partir de um método alternativo, do esquema de modulação M -QAM com o canal de comunicações sujeito ao ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m . No Capítulo 8 são apresentadas expressões exatas para PEB utilizando técnicas de diversidade espacial e em polarização com o intuito de diminuir as probabilidades de erro de *bit*.

No Capítulo 9 é apresentado um teste de hipótese para determinar, a partir de amostras observadas, se o ruído G^2 AWGN está presente. Além disso, as equações para a realização das

estimativas dos parâmetros da FDP do ruído G^2 AWGN a partir do método dos momentos e do algoritmo EM são também descritas.

Em sequência, é apresentado no Capítulo 10 as equações para o filtro linear ótimo com a finalidade de minimizar a interferência causada pelo ruído G^2 AWGN nos sistemas de comunicações digitais. Ainda nesse capítulo, uma análise de desempenho da filtragem ótima aplicada ao sinal OFDM na presença do modelo de ruído G^2 AWGN é realizada. No Capítulo 11, são evidenciados os resultados obtidos até o momento e apresentadas sugestões de trabalhos futuros.

No Apêndice A, um conjunto de equações matemáticas úteis para verificar a eficiência do estimador proposto pelo método dos momentos é descrito.

CAPÍTULO 2

Caracterização de Canais para Redes sem Fio

Neste capítulo são descritos aspectos físicos dos ambientes de propagação nos quais há redes sem fio para monitoramento e controle de processos ou comunicação. Além disso, um modelo de ruído apropriado para caracterizar matematicamente os efeitos de pulsos e surtos impulsivos em diversos ambientes também é apresentado. A adoção de um modelo em que o sinal recebido é composto pelo sinal transmitido afetado pelo desvanecimento, acrescido do ruído impulsivo é também evidenciada. Nesse modelo, três tipos de desvanecimentos generalizados são considerados, sendo eles η - μ , κ - μ e α - μ . Esses modelos de desvanecimento englobam, como casos especiais, outros modelos, a exemplo do Hoyt, Nakagami- m , Rayleigh, Gauss unilateral, Weibull e exponencial (YACOUB, 2007b).

2.1 Aspectos Físicos dos Ambientes de Propagação sem Fio

As redes sem fio possuem aplicações em diversas áreas do conhecimento e sua utilização pode ser tanto em ambientes internos quanto externos. Em ambientes internos, a exemplo de grandes fábricas modernas, as redes sem fio são utilizadas para monitoramento e controle de inúmeros processos industriais (WILLIG; MATHEUS; WOLISZ, 2005). Elas também podem ser utilizadas para monitorar variáveis ambientais em locais internos como prédios, shoppings centers e residências e em ambientes externos, a exemplo de campos agrícolas, para medição de diversas grandezas.

As redes de sensores sem fio (RSSFs), por exemplo, apresentam vantagens em relação às redes cabeadas, incluindo maior flexibilidade, baixo custo e facilidade de instalação e manutenção, evitando necessidades de implantação e substituição de cabos (GUNGOR; HANCKE, 2009). As RSSFs são formadas por nós equipados com sensores ou atuadores e capacidade de comunicação via rádio (GOMES, 2017). Os nós sensores têm restrições de recursos, possuindo

usualmente baixo poder de processamento e em alguns casos há também restrições de consumo de energia.

As RSSF apresentam também diversos desafios, como ruído AWGN, ruído impulsivo, sombreamento, entre outras perturbações. Em ambientes industriais, por exemplo, existem muitos objetos e máquinas estacionárias ou móveis que além de gerar interferências na faixa de espectro utilizada para comunicações sem fio, causam mudanças dinâmicas ao longo do tempo. Além disso, esses objetos e máquinas são usualmente construídos com materiais metálicos, que são eletromagneticamente refletivos (TANG et al., 2007). Dessa forma, fenômenos como o desvanecimento da potência do sinal recebido podem afetar o desempenho do enlace de comunicações nesses ambientes (TANGHE et al., 2008).

Ainda com relação a ambientes industriais, as fontes geradoras de interferências na banda destinada a aplicações industriais de 2,4 GHz são numerosas, como por exemplo equipamentos de solda, fornos micro-ondas e equipamentos de comunicações sem fio, como redes WiFi e redes *Bluetooth* (ANGSKOG et al., 2010). Outras fontes de interferência usualmente encontradas nos ambientes industriais são motores elétricos e inversores de frequência. Além disso, muitas indústrias também apresentam características que tornam o canal sem fio não estacionário por longos períodos de tempo, o que provoca mudanças abruptas em suas características no decorrer do tempo (GOMES, 2017). Por curtos períodos de tempo, o canal sem fio pode ser modelado como estacionário no sentido amplo (WSS – *Wide Sense Stationary*) (AGRAWAL et al., 2014).

Outro desafio encontrado em redes de sensores sem fio em diversos ambientes é a presença do ruído impulsivo (ANGSKOG et al., 2010), que pode afetar o desempenho dos enlaces de comunicações (ZOGAKIS et al., 1993). Devido a sua natureza impulsiva, e seu comportamento não estacionário, é mais difícil analisá-lo, quando comparado ao ruído AWGN. Além disso, outro problema que pode afetar o desempenho das redes sem fio é a assimetria de enlace, que é a diferença entre a qualidade do canal sem fio nos dois sentidos da comunicação entre dois nós (GOMES, 2017).

2.2 Modelos de Ruído Impulsivo

O ruído que afeta um determinado sistema de comunicação sem fio é usualmente modelado como sendo AWGN. No entanto, em diversos ambientes, como parques industriais, shoppings centers, subestações de energia, fábricas, laboratórios, entre outros; os sistemas de comunicação sem fio também estão sujeitos ao ruído impulsivo (LOW; WIN; ER, 2005; CHEFFENA, 2016, 2012). Ruídos dessa natureza são provenientes de múltiplas fontes (LOW; WIN; ER, 2005) e podem comprometer seriamente o desempenho do enlace de comunicações.

As primeiras pesquisas sobre esse tipo de ruído iniciaram com Middleton, em 1951 (MIDDLETON, 1951) e desde então diversos estudos sobre esse tema têm surgido (CHAN; DONALDSON, 1989; TSIHRINTZIS; NIKIAS, 1995; ARAÚJO, 2013). Alguns trabalhos, especifica-

mente, têm tratado do estudo e modelagem do ruído impulsivo em ambientes industriais (BLACKARD; RAPPAPORT; BOSTIAN, 1993; SANCHEZ; CUINAS; ALEJOS, 2007; COLL, 2014; CHEFFENA, 2016). Na literatura, diversos modelos, a exemplo dos de Middleton classe A, B e C (MIDDLETON, 1951), alfa estável simétrico (TSIHRINTZIS; NIKIAS, 1995), Ghosh (GHOSH, 1996) e o gatilhado e duplamente gatilhado (ARAÚJO; QUEIROZ; ALENCAR, 2013b; ARAÚJO et al., 2015) por exemplo, são utilizados para caracterização matemática do ruído impulsivo em inúmeros ambientes.

Middleton, em (MIDDLETON, 1972, 1977, 1979), apresenta modelos físicos-estatísticos de interferência eletromagnética para representar o ruído impulsivo. Esses modelos são classificados levando em conta a largura de faixa do ruído em comparação à largura de faixa operacional do receptor e são definidos em classes, como A, B e C. O ruído definido como classe A é caracterizado por um espectro mais estreito que a largura de faixa operacional do receptor, enquanto o ruído classe B refere-se ao ruído impulsivo com um espectro de largura de faixa maior que a largura de faixa operacional do receptor. Embora seja possível modelar com precisão o ruído impulsivo de faixa larga, suas aplicações práticas são limitadas por causa da forma complexa de sua FDP, que possui cinco parâmetros e um ponto de inflexão determinado empiricamente. Por sua vez, o ruído classe C corresponde à combinação linear dos ruídos classes A e B.

Outro modelo de ruído impulsivo é o alfa estável simétrico (MEI et al., 2016). Ele é usado principalmente para a caracterização matemática do ruído impulsivo em sistemas de comunicações sem fio. Se η é uma variável aleatória com distribuição alfa estável, sua função característica é dada por (MEI et al., 2016)

$$\varphi_{\eta}(\omega) = e^{j\delta\omega - |b\omega|^a(1 - jc\operatorname{sgn}(\omega)\Phi(\omega, a))}, \quad (2.1)$$

em que

$$\Phi(\omega, a) = \begin{cases} \tan\left(\frac{\pi a}{2}\right), & a \neq 1 \\ -\frac{2}{\pi} \log|\omega|, & a = 1 \end{cases}, \quad (2.2)$$

$\operatorname{sgn}(x) = 2u(x) - 1$ e $u(x)$ representa a função degrau unitário.

A distribuição do modelo alfa estável simétrico é caracterizada por meio de quatro parâmetros. O expoente a pertence ao intervalo $(0; 2]$ e determina o formato da envoltória da FDP, o parâmetro c determina a assimetria da FDP, δ é um parâmetro de localização e b^a é a dispersão. Essa distribuição é dita simétrica se c e δ são iguais a zero.

Não existe uma expressão matemática exata para a FDP da distribuição alfa estável, exceto nos casos em que $a = 2$ (correspondente à distribuição Gaussiana) e $a = 1$ (correspondente à distribuição de Cauchy). A expressão da FDP de η pode ser escrita, a partir de 2.1, como

$$f_{\eta}(x) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left[\int_0^{\infty} e^{-j\omega(x-\delta)} e^{-(b\omega)^a(1 - jc\Phi(\omega, a))} d\omega \right] \quad (2.3)$$

e no caso em que δ e c são nulos, pode ser escrita como em (MEI et al., 2016), para a modelagem de ruído impulsivo alfa estável em um enlace de comunicação sob desvanecimento Rayleigh, de modo que

$$f_{\eta}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(a\omega)^b} e^{-j\omega x} d\omega. \quad (2.4)$$

Outro modelo de ruído impulsivo é o de Ghosh (GHOSH, 1996). Em seu trabalho, Ghosh demonstrou a equivalência entre o modelo Bernoulli-Gauss no domínio do tempo discreto e o modelo de tempo contínuo de Poisson. Ele assume que o ruído nos sistemas de comunicações, no k -ésimo instante discreto de tempo, pode ser escrito como

$$\eta(k) = \eta_g(k) + b(k)\eta_i(k), \quad (2.5)$$

em que $\eta(k)$ representa o ruído total, e os termos $\eta_g(k)$ e $\eta_i(k)$ são caracterizados, respectivamente, por processos aleatórios AWGN de variâncias σ_g^2 e σ_i^2 , indexados pelo tempo discreto k . Nesse modelo, o componente de ruído impulsivo $b(k)\eta_i(k)$ é visto como um produto de um processo de Bernoulli $b(k)$ de probabilidade p e um processo gaussiano complexo.

É também apresentada em (GHOSH, 1996) uma função característica para o processo $\eta(k)$ em 2.5, escrita como

$$\varphi_{\eta(k)}(\omega_1, \omega_2) = e^{-\frac{\sigma_g^2}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2)} \left[(1 - p) + p e^{-\frac{\sigma_i^2}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2)} \right], \quad (2.6)$$

bem como sua FDP,

$$f_{\eta(k)}(\eta) = (1 - p)f_{\eta_g(k)}(\eta) + pf_{\eta_g(k)}(\eta) * f_{\eta_i(k)}(\eta), \quad (2.7)$$

em que $*$ representa o operador convolução e $f_{\eta_g(k)}(\eta)$ e $f_{\eta_i(k)}(\eta)$ são, respectivamente, as FDPs do ruído $\eta_g(k)$ e $\eta_i(k)$.

Outro modelo de ruído impulsivo é o gatilhado ou duplamente gatilhado, cujos estudos são descritos em (ARAÚJO; QUEIROZ; ALENCAR, 2013b; ARAÚJO et al., 2015). Em (ARAÚJO; QUEIROZ; ALENCAR, 2013b), um modelo geral de ruído impulsivo duplamente gatilhado binário e multinível é apresentado, denotado por G^2 AWGN, capaz de caracterizar ocorrências aleatórias de surtos e pulsos ruidosos. Esse modelo engloba, como casos especiais, outros tipos de ruídos mais simples que, dependendo da aplicação, podem ser utilizados. Além disso, o modelo G^2 AWGN é capaz de caracterizar matematicamente o ruído impulsivo em ambientes *indoor* e *outdoor* e sua FDP é dada por uma mistura Gaussiana, que caracteriza o ruído composto por múltiplas fontes ruidosas. A FDP desse modelo é apresentada mais adiante, na Equação 2.11.

2.3 Modelo de Ruído Adotado

Nesta tese, o modelo de ruído adotado para caracterização matemática do ruído impulsivo é baseado no trabalho de (ARAÚJO, 2013). Em (ARAÚJO, 2013), um modelo geral de ruído impulsivo é descrito, apoiado, principalmente, nos estudos teóricos e experimentais sobre interferência impulsiva divulgados pela BBC (LAGO-FERNANDEZ; SALTER, 2004) e pela empresa Rohde & Schwarz (SCHWARZ, 2007). Em seu trabalho, Araújo apresenta um modelo geral de ruído denominado ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado (G^2 AWGN) binário composto com ocorrências aleatórias de surtos e pulsos ruidosos. Esse modelo de ruído é apropriado para modelar situações em que o processo de transmissão é afetado por ruídos provenientes de mecanismos eletro-eletrônicos de chaveamento, como ocorre em alguns ambientes de propagação.

Matematicamente, o modelo G^2 AWGN é dado por

$$\eta(t) = \eta_g(t) + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t), \quad (2.8)$$

em que $\eta_i(t)$ representa um processo aleatório gaussiano branco com variância σ_i^2 , o termo $\eta_g(t)$ é o ruído gaussiano de fundo que atua permanentemente no sistema e tem média nula e variância σ_g^2 e $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são processos aleatórios que caracterizam os surtos e pulsos, respectivamente, e tomam valores no conjunto discreto $\{0,1\}$. O sinal $C_1(t)$ é dado por

$$C_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} m_k P_{R_1}(t - kT_1), \quad (2.9)$$

em que m_k é o k -ésimo símbolo do alfabeto $\{0,1\}$ com distribuição de probabilidade $p(m_k = 1) = p_1$ e $p(m_k = 0) = 1 - p_1$. O pulso $P_{R_1}(t)$ assume amplitude unitária em $0 \leq t \leq \beta T_1$, com β assumindo valores entre zero e um. O sinal $C_2(t)$ assume os valores zero ou um de forma aleatória e é representado por

$$C_2(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} m_l P_{R_2}(t - lT_2), \quad (2.10)$$

em que m_l é o l -ésimo símbolo do alfabeto $\{0,1\}$ com distribuição de probabilidade $p(m_l = 1) = p_2$ e $p(m_l = 0) = 1 - p_2$. O pulso $P_{R_2}(t)$ assume amplitude unitária em $0 \leq t \leq \alpha_p T_2$, com α_p assumindo valores entre zero e um. Na Figura 2.1 é apresentada uma realização desse processo obtida a partir do modelo descrito.

A função densidade de probabilidade do ruído impulsivo para esse modelo, $f_{\eta(t)}(\eta)$, é dada por (ARAÚJO; QUEIROZ; ALENCAR, 2013b)

$$f_{\eta(t)}(\eta) = \frac{\alpha_p \beta p_1 p_2}{\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}\right] + \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2\sigma_g^2}\right]. \quad (2.11)$$

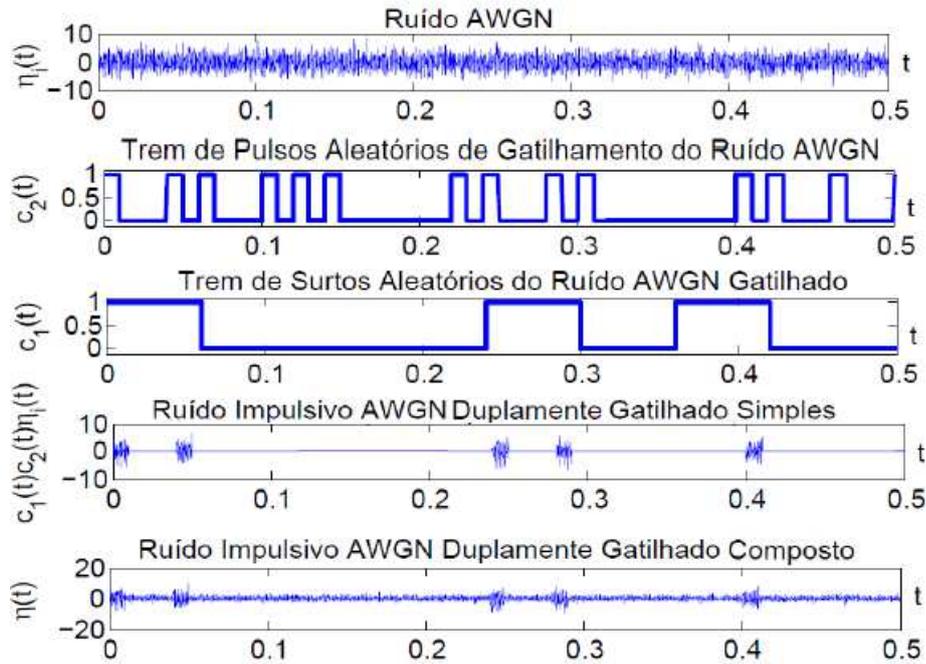


Figura 2.1 Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado composto com ocorrências aleatórias de pulsos e surtos (extraído de (ARAÚJO, 2013)).

A partir do modelo geral do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado apresentado, pode-se obter outros modelos mais simples, que, dependendo da aplicação, podem ser utilizados. Cada modelo é obtido a partir dos valores atribuídos a p_1 , p_2 e $C_0(t)$ na Equação

$$\eta(t) = C_0(t)\eta_g(t) + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t). \tag{2.12}$$

Quando $C_0(t) = 0$, a componente permanente do ruído está ausente, sendo o ruído total puro e quando $C_0(t) = 1$, a componente permanente do ruído está presente no sistema, sendo o ruído total composto. Quando $p_1 = 1$ significa que os surtos são determinísticos, $0 < p_1 < 1$ significa que os surtos são aleatórios, $p_2 = 1$ significa que os pulsos são determinísticos e $0 < p_2 < 1$ significa que os pulsos são aleatórios.

A Tabela 2.1 mostra os vários modelos que podem ser obtidos a partir do modelo geral.

Modelo	p_1	p_2	$C_0(t)$	Nº Fontes	Surtos	Pulsos
1	$p_1 = 1$	$p_2 = 1$	0	puro	determinístico	determinístico
2	$p_1 = 1$	$0 < p_2 < 1$	0	puro	determinístico	aleatório
3	$0 < p_1 < 1$	$p_2 = 1$	0	puro	aleatório	determinístico
4	$0 < p_1 < 1$	$0 < p_2 < 1$	0	puro	aleatório	aleatório
5	$p_1 = 1$	$p_2 = 1$	1	composto	determinístico	determinístico
6	$p_1 = 1$	$0 < p_2 < 1$	1	composto	determinístico	aleatório
7	$0 < p_1 < 1$	$p_2 = 1$	1	composto	aleatório	determinístico
Geral	$0 < p_1 < 1$	$0 < p_2 < 1$	1	composto	aleatório	aleatório

Tabela 2.1 Modelos de ruído G^2 AWGN obtidos a partir da Equação 2.12.

2.3.1 Trabalhos Relacionados ao Modelo de Ruído G^2 AWGN

O modelo de ruído G^2 AWGN foi proposto por Araújo em 2013 (ARAÚJO; QUEIROZ; ALENCAR, 2013), e desde então, diversos trabalhos a cerca desse tema tem sido publicados na literatura. Em (ARAÚJO, 2013; ARAÚJO et al., 2015), por exemplo, uma caracterização matemática do modelo de ruído G^2 AWGN binário ou multinível é descrita, com a apresentação de expressões teóricas exatas e inéditas para a FDP, função de autocorrelação e densidade espectral de potência para oito modelos de ruído impulsivo. Além disso, expressões para a BEP do esquema de modulação digital M -QAM, com o canal de comunicações sujeito ao ruído G^2 AWGN binário ou multinível são também mostradas.

Em (ARAÚJO; QUEIROZ; ALENCAR, 2013b), uma análise dos efeitos do ruído G^2 AWGN multinível em receptores ótimos, baseados no critério de máxima probabilidade *a posteriori*, é apresentada. Além disso, expressões para a PEB do esquema de modulação digital M -QAM com o canal de comunicações sujeito ao ruído G^2 AWGN multinível, baseadas nos estudos realizados por Cho e Yoon (CHO; YOON, 2002), são apresentadas. Uma variação de (ARAÚJO; QUEIROZ; ALENCAR, 2013b) é mostrada em (ARAÚJO; QUEIROZ; ALENCAR, 2013a), em que uma nova análise dos efeitos do ruído impulsivo em receptores ótimos é realizada, incorporando ao modelo de ruído apresentado em (ARAÚJO; QUEIROZ; ALENCAR, 2013b) a ocorrência aleatória de pulsos e surtos de pulsos impulsivos.

Em (ARAÚJO; QUEIROZ; ALENCAR, 2013), expressões exatas e inéditas para a PEB do esquema M -QAM com o canal sujeito ao desvanecimento η - μ ou κ - μ e ao modelo do ruído impulsivo Gaussiano gatilhado por um processo telegráfico ou de Markov são apresentadas. Curvas de PEB para diferentes valores de parâmetros que caracterizam o canal, a ordem da constelação M e número médio de transição dos estados são mostradas.

Em (QUEIROZ et al., 2018), expressões exatas e inéditas para a PEB do esquema M -QAM com o canal sob os efeitos do ruído aditivo Gaussiano branco gatilhado (GAWGN) ou G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m são mostradas. As expressões apresentadas em (QUEIROZ et al., 2018), corroboradas por simulações computacionais realizadas com o método de Monte Carlo, são obtidas a partir do método clássico, que consiste em ponderar a PEB condicionada ao desvanecimento pela FDP do desvanecimento.

Técnicas de sensoriamento espectral para o modelo de ruído G^2 AWGN são também mostradas em (CARDOSO et al., 2017).

2.4 Modelo de Desvanecimento Adotado

Adicionalmente ao ruído impulsivo, outra degradação comum a diversos ambientes é originada pelas múltiplas reflexões que a onda eletromagnética do sinal transmitido sofre em seu percurso entre a antena transmissora e a antena receptora, que impõe ao sinal transmitido variações de intensidade conhecidas como desvanecimento (GOLDSMITH, 2005). Esse fenômeno

surge, em ambientes fabris por exemplo, devido à presença de uma grande quantidade de objetos móveis e fixos, como carros, caminhões, guindastes, máquinas e robôs, como os utilizados nas indústrias automotivas. Em shopping centers, esse fenômeno surge devido ao movimento aleatório de pessoas e pode, por exemplo, influenciar as condições do canal de comunicações.

Se em determinado sistema de comunicações sem fio, o sinal recebido na saída de um filtro casado é composto pelo sinal transmitido afetado pelo desvanecimento, acrescido do ruído, tem-se, matematicamente, que

$$Y(t) = z(t)X(t) + \eta(t), \quad 0 \leq t \leq T_s, \quad (2.13)$$

em que T_s é o tempo de sinalização, $X(t)$ representa o sinal transmitido, $\eta(t)$ o ruído G^2 AWGN, $Y(t)$ o sinal recebido e $z(t)$ o desvanecimento (HAYKIN, 2001). Para o modelo do sinal recebido descrito pela Equação 2.13, e considerado em todo o estudo realizado nesta tese, assume-se que o parâmetro multiplicativo $z(t)$, observado durante um intervalo de sinalização T_s , pode ser considerado lento e não seletivo em frequência.

Nesta tese, os modelos utilizados para caracterizar matematicamente os efeitos do desvanecimento são os η - μ , κ - μ e α - μ , que possuem dois graus de liberdade e incluem, como casos especiais, diferentes tipos de desvanecimento, a exemplo do Rayleigh, Rice, Nakagami, entre outros.

2.4.1 Desvanecimento η - μ

A distribuição η - μ é um modelo de desvanecimento generalizado e engloba modelos como os de Hoyt, Nakagami- m , Rayleigh e Gauss unilateral. Como a função densidade de probabilidade dessa distribuição possui formato determinado por dois parâmetros, ela caracteriza melhor as variações de intensidade do sinal desvanecido, podendo ser utilizada para caracterizar desvanecimento em pequena escala, representado por variações na intensidade do sinal em curtos intervalos de tempo provenientes de propagação por múltiplos percursos, com ausência de linha de visada. O parâmetro $\mu \geq 0$ representa uma extensão aos números reais do parâmetro que caracteriza a quantidade de multipercursos. Por sua vez, o parâmetro η pode assumir dois formatos diferentes: razão entre as potências das componentes em fase e quadratura no formato 1; e a correlação entre as componentes em fase e quadratura no formato 2 (YACOUB, 2007b).

A função densidade de probabilidade para essa distribuição é dada por (YACOUB, 2007b)

$$f_Z(z) = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu z^{2\mu}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}}\exp\left[-\frac{2\mu h z^2}{\Omega}\right]I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(2\mu H\frac{z^2}{\Omega}\right)u(z), \quad (2.14)$$

em que $u(\cdot)$ representa a função degrau unitário, $I_v(x)$ a função de Bessel modificada de primeiro tipo e ordem v , Ω representa a potência média do sinal e $\Gamma(\cdot)$ representa a função gama.

Os parâmetros h e H para um sinal composto por agrupamentos de sinais provenientes de múltiplos percursos em um meio com espalhamento não homogêneo e com componentes em fase e quadratura independentes com potências distintas são dados por

$$h = \frac{2 + \eta^{-1} + \eta}{4} \quad (2.15)$$

e

$$H = \frac{\eta^{-1} - \eta}{4} \quad (2.16)$$

para o Formato 1, em que $0 < \eta < \infty$ é a razão entre as potências das componentes em fase e quadratura, e por

$$h = \frac{1}{1 - \eta^2} \quad (2.17)$$

e

$$H = \frac{\eta}{1 - \eta^2} \quad (2.18)$$

para o Formato 2, em que $-1 < \eta < 1$ é o coeficiente de correlação entre as componentes em fase e quadratura.

2.4.2 Desvanecimento κ - μ

O modelo de desvanecimento generalizado κ - μ pode ser usado para representar desvanecimento rápido em um ambiente de propagação heterogêneo, com a presença de linha de visada (YACOUB, 2007b). O sinal recebido é composto de agrupamentos de ondas de múltiplos percursos. As fases das ondas espalhadas são aleatórias e possuem atrasos temporais semelhantes, enquanto, entre os vários agrupamentos, os atrasos são relativamente grandes. As ondas dos múltiplos percursos dos vários agrupamentos têm potências iguais, mas dentro de cada agrupamento há uma componente dominante de potência arbitrária (YACOUB, 2007b).

O modelo κ - μ é representado por dois parâmetros. O parâmetro μ é uma extensão real para o número de agrupamentos de múltiplos percursos, enquanto o parâmetro κ representa a razão entre a potência total das componentes dominantes e a potência das ondas espalhadas. A função densidade de probabilidade para esse modelo é dada por (YACOUB, 2007b)

$$\begin{aligned} f_Z(z) &= \frac{2\mu(1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\kappa\mu) \sqrt{\Omega}} \left(\frac{z}{\sqrt{\Omega}} \right)^\mu \exp \left(-\mu(1 + \kappa) \frac{z^2}{\Omega} \right) \\ &\times I_{\mu-1} \left(2\mu \sqrt{\kappa(1 + \kappa)} \frac{z}{\sqrt{\Omega}} \right) u(z). \end{aligned} \quad (2.19)$$

2.4.3 Desvanecimento α - μ

A distribuição α - μ fornece um modelo de desvanecimento generalizado usado para caracterizar variações de intensidade em pequena escala e sem linha de visada. Esse modelo inclui

outras distribuições como casos especiais, a exemplo das distribuições Weibull e Nakagami- m . Outras distribuições também podem ser aproximadas pela distribuição α - μ , como a Lognormal (YACOUB, 2007a). A distribuição α - μ é escrita em termos de dois parâmetros, o α e o μ . O parâmetro α está relacionado à não-linearidade da função que caracteriza o envelope do sinal desvanecido, enquanto o parâmetro μ está associado ao número de agrupamentos de múltiplos percursos.

A função densidade de probabilidade para esse modelo de desvanecimento é dada por (YACOUB, 2007a)

$$f_Z(z) = \frac{\alpha \mu^\mu z^{\alpha\mu-1}}{\hat{z}^{\alpha\mu} \Gamma(\mu)} \exp\left(-\mu \frac{z^\alpha}{\hat{z}^\alpha}\right) u(z), \quad (2.20)$$

$$\hat{z} = \sqrt[\alpha]{E(z^\alpha)} \quad (2.21)$$

e

$$\mu = \frac{E^2(z^\alpha)}{V(z^\alpha)}, \quad (2.22)$$

em que z denota o envelope do sinal desvanecido e $E[\cdot]$ e $V[\cdot]$ os operadores esperança e variância, respectivamente.

2.5 Conclusões do Capítulo

Este capítulo abordou as características do canal de comunicações sem fio, bem como modelos de ruído impulsivo e desvanecimentos utilizados para caracterizar matematicamente essas perturbações em diversos ambientes. No próximo capítulo, são apresentadas expressões exatas e inéditas para o cálculo da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação digital M -QAM, com o canal sujeito aos modelos de ruído impulsivo e desvanecimentos descritos neste capítulo.

CAPÍTULO 3

PEB do Esquema M -QAM com o Canal de Comunicações Sujeito a Ruído G^2 AWGN e Desvanecimento η - μ , κ - μ ou α - μ

Ambientes como parques industriais, shopping centers, subestações de energia, fábricas, laboratórios, entre outros, estão sujeitos a inúmeras interferências como ruído impulsivo e desvanecimento (CHEFFENA, 2012, 2016). Para caracterizar matematicamente os efeitos do ruído impulsivo nesses ambientes, diversos modelos têm sido descritos na literatura, a exemplo dos de Middleton (MIDDLETON, 1951), Ghosh (GHOSH, 1996), alfa estável simétrico (TSIHRINTZIS; NIKIAS, 1995) e ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado (G^2 AWGN) (ARAÚJO et al., 2015). Adicionalmente, diferentes distribuições de probabilidades, como as distribuições Rayleigh, Nakagami- m , Rice, η - μ , κ - μ ou α - μ por exemplo, têm sido apresentadas na literatura para modelar os efeitos do desvanecimento em ambientes internos e externos (AGRAWAL et al., 2014; YACoub, 2007b, 2007a).

Neste capítulo, expressões exatas e inéditas para a PEB, P_e , do esquema de modulação digital M -QAM sujeito ao modelo do ruído G^2 AWGN e ao desvanecimento η - μ , κ - μ ou α - μ são apresentadas. A análise de desempenho do receptor ótimo para cada modelo de desvanecimento e ruído G^2 AWGN considerado é realizada por meio de curvas de PEB, corroboradas por simulações realizadas com o método de Monte Carlo, para diferentes valores de parâmetros que caracterizam o canal e a ordem de modulação M .

A abordagem utilizada para determinar as novas expressões de P_e com o canal de comunicações sujeito ao modelo do ruído G^2 AWGN e ao desvanecimento η - μ ou κ - μ baseia-se em tomar a média da probabilidade de erro de *bit* pela FDP da envoltória do desvanecimento. Nessa abordagem, utilizam-se os resultados apresentados por Cho e Yoon em (CHO; YOON, 2002) e a representação de Craig (CRAIG, 1991) para a função $Q(\cdot)$, expressando P_e em termos da função de Apell, para o caso em que o canal de comunicações está sujeito ao ruído G^2 AWGN e desva-

desvanecimento η - μ , e em termos da função Beta e Hipergeométrica de Gauss, para o caso em que o canal sofre os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ .

Na determinação da PEB do esquema M -QAM sob o modelo de ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ , a complexidade das integrais que surgem no desenvolvimento matemático pode ser contornada utilizando o método descrito por Jang (JANG, 2011). Neste método, uma representação alternativa para a função $Q(\cdot)$ e a propriedade de amostragem da função impulso são utilizadas para calcular a PEB em canais com desvanecimento e ruído impulsivo. Essa abordagem é chamada aproximação delta e é relativamente simples quando comparada a outros métodos para análise de desempenho de canais de comunicações sem fio sujeitos a diferentes tipos de desvanecimento (JANG, 2011). Além disso, essa abordagem torna o problema de determinar P_e mais simples e tratável matematicamente.

3.1 Trabalhos Relacionados

O desempenho dos sistemas de comunicações depende das características do meio de transmissão e sua análise é realizada, usualmente, por meio da probabilidade de erro de *bit* ou de símbolo (PES), as quais são figuras de mérito amplamente utilizadas na literatura. Em razão disso, vários pesquisadores têm dedicado esforços para encontrar expressões matemáticas para a avaliação da PEB ou da PES de esquemas de modulação digital sujeitos a ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN), ruído impulsivo e desvanecimento.

Magableh e Matalgah apresentaram expressões para determinação da PEB considerando o canal de comunicações sujeito aos efeitos do ruído AWGN e desvanecimento α - μ (MAGABLEH; MATALGAH, 2009). Os autores propõem uma fórmula para o cálculo da função geratriz de momentos da distribuição α - μ e, então, usam esse resultado para determinar uma expressão fechada para P_e , expressa em termos da função G de Meijer. A expressão de P_e em (MAGABLEH; MATALGAH, 2009) é exata e possui uma fórmula fechada, porém requer que um conjunto de restrições sejam atendidas para a obtenção da convergência, decorrência direta da função G de Meijer.

Soury, Yilmaz e Alouini apresentaram em (SOURY; YILMAZ; ALOUINI, 2012) expressões fechadas para a PEB do esquema de chaveamento por deslocamento de fase binário (*Binary Phase Shift Keying* – BPSK) com o canal de comunicações sob os efeitos do desvanecimento Estendido Generalizado- K (*Extended Generalized-K* – EGK) e ruído aditivo Gaussiano branco generalizado (*Additive White Generalized Gaussian Noise* – AWGGN). A distribuição EGK inclui, como casos especiais, as distribuições Rayleigh e Nakagami, entre outras. O modelo de ruído AWGGN apresentado também engloba outros tipos de ruído, a exemplo do ruído Laplaciano, Gaussiano e impulsivo. Em (SOURY; YILMAZ; ALOUINI, 2012), a expressão para a PEB foi determinada ponderando-se a probabilidade de erro de *bit* condicionada ao desvanecimento pela FDP do desvanecimento EGK. A expressão de P_e obtida é escrita em termos da função H de Fox.

Em (SOURY; YILMAZ; ALOUINI, 2013) apresentam-se expressões exatas para a probabilidade de erro de símbolo dos esquemas M -PAM e M -QAM com o canal de comunicações sujeito ao mesmo tipo de ruído e desvanecimento descrito em (SOURY; YILMAZ; ALOUINI, 2012). As expressões para o cálculo da probabilidade de erro de símbolo dos esquemas M -PAM e M -QAM em (SOURY; YILMAZ; ALOUINI, 2013) também são exatas e escritas, respectivamente, em termos das funções complexas e computacionalmente custosas H e H Bivariada de Fox.

Em (SALAHAT; HAKAM, 2014a) são apresentadas expressões exatas e aproximadas da PEB para diferentes esquemas de modulação com o canal de comunicações sob os efeitos do desvanecimento EGK, α - η - μ , α - λ - μ ou α - λ - μ - η e ruído AWGGN. Os autores propuseram aproximações exponenciais para as funções $Q(\cdot)$, Gama incompleta estendida e de Bessel no intuito de diminuir a complexidade associada às distribuições de desvanecimento generalizadas. No entanto, para o caso de desvanecimento EGK, a PEB ainda é escrita em termos de dois somatórios e de uma função hipergeométrica, a de Tricomi. Para o caso de desvanecimento α - η - μ , α - λ - μ ou α - λ - μ - η , a PEB também é escrita em termos de dois somatórios e da função Hipergeométrica de Gauss.

Uma variação do trabalho de (SALAHAT; HAKAM, 2014a) é apresentada em (SALAHAT; SALEH, 2014), em que são utilizadas expansões em série de Taylor da função de Bessel de primeira espécie e ordem v e uma representação para a função exponencial em termos da função G de Meijer. Com isso, expressões exatas e aproximadas, em termos da série de Taylor, para o cálculo da PEB são obtidas. Apesar de a expressão da PEB obtida poder ser utilizada para diferentes tipos de ruído e desvanecimento, suas expressões exatas e aproximadas são de difícil avaliação e escritas, respectivamente, em termos das funções G de Meijer e Hipergeométrica de Gauss.

Em (SALAHAT; HAKAM, 2014b), curvas de probabilidade de erro de símbolo em função da relação sinal-ruído são traçadas para diferentes parâmetros que caracterizam o desvanecimento e o ruído AWGN são apresentadas. A expressão para a probabilidade de erro de símbolo obtida em (SALAHAT; HAKAM, 2014b) é escrita em termos da função G de Meijer e é geral para os modelos de desvanecimento η - μ , κ - μ , Nakagami- m , Nakagami- q , Nakagami- n , Weibull, entre outros; e ruído AWGN.

Em (BADARNEH; KADOCH; ATAWI, 2016), expressões são apresentadas para o cálculo da PEB do esquema de modulação M -QAM com o canal sujeito ao ruído AWGGN e desvanecimento α - λ - μ - η . Segundo Badarneh, Kadoch e Atawi, a principal desvantagem da expressão apresentada em (SALAHAT; SALEH, 2014) e (SALAHAT; HAKAM, 2014b) em relação à mostrada em (BADARNEH; KADOCH; ATAWI, 2016) é que, para uma dada precisão, o número de termos utilizados na expansão da série de Taylor depende dos valores dos parâmetros da FDP do desvanecimento. Para resolver esse problema, os autores apresentaram uma expressão genérica e em forma exata, em termos da função H Bivariada de Fox, para a avaliação da PEB.

Em (BADARNEH; ALMEHMADI, 2016), o desempenho de redes sem fio com múltiplos saltos, com o canal sujeito ao desvanecimento generalizado α - μ e ao ruído AWGGN é avaliado

em termos da PEB, considerando o esquema de modulação M -QAM. A expressão apresentada para a PEB é exata, inédita e em forma fechada, escrita em termos da função H de Fox. Alguns resultados numéricos, com a finalidade de analisar a influência dos parâmetros dos modelos matemáticos do desvanecimento e ruído adotados na caracterização do canal de comunicações são também apresentados em (BADARNEH; ALMEHMADI, 2016). Além disso, expressões em forma fechada para PEB do esquema M -QAM, considerando o canal de comunicações sujeito aos efeitos dos desvanecimentos Nakagami- m ou Rayleigh e ruído AWGN, são também obtidas como casos especiais. Todos os resultados mostrados em (BADARNEH; ALMEHMADI, 2016) são validados por simulações, realizadas com o método de Monte Carlo.

No trabalho de Mei *et al* (MEI *et al.*, 2016), expressões exatas para a PEB do esquema M -QAM com o canal sujeito ao desvanecimento Rayleigh e ruído impulsivo modelado pela distribuição alfa estável simétrico são determinadas. As expressões para a PEB são obtidas usando os resultados descritos por Cho e Yoon em (CHO; YOON, 2002). Além disso, duas aproximações para o cálculo da PEB com o objetivo de diminuir a complexidade computacional associada às expressões obtidas também são apresentadas. A primeira aproximação é baseada no modelo da mistura Gauss-Cauchy e a segunda aproximação utiliza as propriedades assintóticas da distribuição alfa estável simétrico.

Em (QUEIROZ *et al.*, 2018), uma análise matemática dos efeitos conjuntos do desvanecimento Nakagami- m , do ruído AWGN e do ruído aditivo Gaussiano branco gatilhado ou duplamente gatilhado em um sistema de comunicação é apresentada. Além disso, expressões analíticas exatas e inéditas, corroboradas por simulações, para a PEB média do esquema de modulação M -QAM, escritas em termos da função Hipergeométrica de Gauss, são também apresentadas. Curvas de PEB média para diferentes valores da ordem da constelação M , intensidade do desvanecimento e relação sinal-ruído são também mostradas em (QUEIROZ *et al.*, 2018).

Mathur *et al*, em (MATHUR *et al.*, 2018), consideram um sistema de comunicação cooperativo no qual inicialmente os dados são transmitidos por um enlace de comunicação sem fio e, em sequência, transmitidos via comunicação por rede elétrica (PLC). Na modelagem do enlace de comunicação sem fio, o desvanecimento é caracterizado matematicamente pela distribuição Nakagami- m e o ruído considerado é o AWGN. No enlace via PLC, o desvanecimento é modelado pela distribuição Log-normal e o ruído por uma mistura Gaussiana. Uma análise de desempenho do esquema de modulação de chaveamento por deslocamento em frequência M -ário (M -ary Frequency Shift Keying – M -FSK), em termos da PEB, é realizada em (MATHUR *et al.*, 2018). A partir dessa análise, uma expressão aproximada inédita e em forma fechada para a PEB média do sistema de comunicação cooperativo considerado é obtida. Curvas de PEB em função da relação sinal-ruído (SNR), teóricas e simuladas com o método de Monte Carlo, com o intuito de corroborar os resultados teóricos obtidos, são também apresentadas em (MATHUR *et al.*, 2018).

Em (ALMEHMADI; BADARNEH, 2018), Almehmadi e Badarneh apresentam a probabilidade de erro de símbolo do esquema M -QAM considerando o modelo de canal sob os efeitos do desvanecimento α - μ e ruído AWGGN. A expressão obtida para a PEB é inédita e escrita em termos da função H de Fox.

Vale a pena mencionar que o modelo de ruído G^2 AWGN utilizado neste capítulo é diferente de outros modelos disponíveis na literatura, pois ele é capaz de caracterizar ocorrências aleatórias de surtos de pulsos ruidosos e engloba, como casos especiais, outros tipos de ruídos mais simples que, dependendo da aplicação, podem ser utilizados. Além disso, o ruído G^2 AWGN tem sua FDP escrita como uma mistura gaussiana, utilizada para caracterizar o ruído proveniente de múltiplas fontes. Na modelagem do desvanecimento, as distribuições η - μ , κ - μ ou α - μ foram consideradas por permitirem caracterizar desvanecimento em pequena e larga escala, com ausência ou presença de linha de visada e por englobarem, como casos especiais, outros modelos como o de Rayleigh e Nakagami (YACOUB, 2007b).

3.2 PEB para o Modelo η - μ e Ruído Impulsivo

Foi mostrado em (QUEIROZ et al., 2018) que a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM sob o modelo de ruído G^2 AWGN, condicionada à intensidade da envoltória do desvanecimento, z , denotada por $P(e|z)$, pode ser escrita como

$$P(e|z) = \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 Q \left(\sqrt{a(i, M) z^2 \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) Q \left(\sqrt{a(i, M) z^2 \delta_g} \right) \right\}, \quad (3.1)$$

em que

$$w(i, k, M) = (-1)^{\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} \rfloor} \cdot \left(2^{k-1} - \left\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right), \quad (3.2)$$

$$a(i, M) = \frac{3(2i+1)^2}{(M-1)} \log_2 M, \quad (3.3)$$

$\lfloor x \rfloor$ denota o maior inteiro menor que x , M é a ordem da constelação, δ_g é a relação sinal-ruído permanente, definida como a razão entre a potência do sinal e a potência do ruído Gaussiano de fundo que sempre está presente no sistema e δ_i é a relação sinal-ruído impulsivo, definida como a razão entre a potência do sinal e a potência do ruído impulsivo que atua no sistema.

Nesse modelo, o sinal recebido é representado por

$$Y(t) = z(t)X(t) + \eta(t) \quad (3.4)$$

e a probabilidade de erro de *bit* P_e pode ser obtida ponderando a Equação 3.1 pela FDP de z , $f_Z(z)$, isto é,

$$\begin{aligned}
 P_e &= \int_0^\infty P(e|z) f_Z(z) dz \\
 &= \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 \int_0^\infty Q \left(\sqrt{a(i, M) z^2 \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) f_Z(z) dz \right. \\
 &\left. + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \int_0^\infty Q \left(\sqrt{a(i, M) z^2 \delta_g} \right) f_Z(z) dz \right\}. \tag{3.5}
 \end{aligned}$$

As integrais na Equação 3.5 podem ser reescritas usando a representação de Craig para a função $Q(\cdot)$. Pela representação de Craig, uma expressão alternativa para a função $Q(\cdot)$ é dada por (CRAIG, 1991)

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left(-\frac{x^2}{2 \text{sen}^2 \theta} \right) d\theta, \tag{3.6}$$

de modo que P_e pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \frac{\alpha_p \beta p_1 p_2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{a(i, M) z^2}{2 \text{sen}^2 \theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \right) f_Z(z) dz d\theta \right. \\
 &\left. + \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{a(i, M) z^2}{2 \text{sen}^2 \theta} \delta_g \right) f_Z(z) dz d\theta \right\}. \tag{3.7}
 \end{aligned}$$

Realizando a mudança de variável $v = z^2$, de modo que $dv = 2v^{\frac{1}{2}} dz$ e $dz = \frac{1}{2} v^{-\frac{1}{2}} dv$, tem-se

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{1}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \frac{\alpha_p \beta p_1 p_2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty v^{-\frac{1}{2}} \exp \left(-\frac{a(i, M) v}{2 \text{sen}^2 \theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \right) f_Z(\sqrt{v}) dv d\theta \right. \\
 &\left. + \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty v^{-\frac{1}{2}} \exp \left(-\frac{a(i, M) v}{2 \text{sen}^2 \theta} \delta_g \right) f_Z(\sqrt{v}) dv d\theta \right\}. \tag{3.8}
 \end{aligned}$$

Considerando que o desvanecimento possui distribuição η - μ , com FDP dada pela Equação 2.14, então a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM sob o modelo de ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ pode ser escrita como

$$P_e = \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\pi\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0} w(i, k, M) \\ \times \left\{ \alpha_p\beta p_1 p_2 p \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty v^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-\left[\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g\delta_i}{(\delta_g + \delta_i)} + \frac{2\mu h}{\Omega}\right]v\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega}v\right) dv d\theta \right. \\ \left. + (1 - \alpha_p\beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty v^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-\left[\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g + \frac{2\mu h}{\Omega}\right]v\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega}v\right) dv d\theta \right\}. \quad (3.9)$$

Usando a transformada unilateral de Laplace

$$F(s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt \quad (3.10)$$

e o resultado (GRADSHTEYN; RYZHIK, 1979)

$$t^v I_\nu(at) \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{2^v}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(v + \frac{1}{2}\right) a^v (s^2 - a^2)^{-v-\frac{1}{2}}, \quad v > -\frac{1}{2}, \quad (3.11)$$

pode-se reescrever P_e como

$$P_e = \frac{4\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu 2^{\mu-\frac{1}{2}}\Gamma(\mu)}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\pi\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \left(\frac{2\mu H}{\Omega}\right)^{\mu-\frac{1}{2}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0} w(i, k, M) \\ \times \left\{ \alpha_p\beta p_1 p_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g\delta_i}{(\delta_g + \delta_i)} + \frac{2\mu h}{\Omega}\right)^2 - \left(\frac{2\mu H}{\Omega}\right)^2 \right]^{-\mu} d\theta \right. \\ \left. + (1 - \alpha_p\beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g + \frac{2\mu h}{\Omega}\right)^2 - \left(\frac{2\mu H}{\Omega}\right)^2 \right]^{-\mu} d\theta \right\}. \quad (3.12)$$

Simplificando os termos, a probabilidade de erro de *bit* P_e pode ser escrita como

$$P_e = \frac{2}{\pi h^\mu \sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0} w(i, k, M) \\ \times \left\{ \alpha_p\beta p_1 p_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\frac{a(i, M)\Omega}{4\mu h \text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g\delta_i}{(\delta_g + \delta_i)} + 1\right)^2 - \left(\frac{H}{h}\right)^2 \right]^{-\mu} d\theta \right. \\ \left. + (1 - \alpha_p\beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\frac{a(i, M)\Omega}{4\mu h \text{sen}^2\theta} \delta_g + 1\right)^2 - \left(\frac{H}{h}\right)^2 \right]^{-\mu} d\theta \right\}. \quad (3.13)$$

Definindo

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\frac{a(i, M)\Omega}{4\mu h \text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} + 1 \right)^2 - \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right]^{-\mu} d\theta, \quad (3.14)$$

pode escrever ainda

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\frac{a(i, M)\Omega}{4\mu h \text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} + 1 - \frac{H}{h} \right) \left(\frac{a(i, M)\Omega}{4\mu h \text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} + 1 + \frac{H}{h} \right) \right]^{-\mu} d\theta \\ &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\frac{a(i, M)\Omega \delta_g \delta_i + 4\mu h \text{sen}^2\theta (\delta_g + \delta_i) - 4\mu H \text{sen}^2\theta (\delta_g + \delta_i)}{4\mu h \text{sen}^2\theta} \right) \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{a(i, M)\Omega \delta_g \delta_i + 4\mu h \text{sen}^2\theta (\delta_g + \delta_i) + 4\mu H \text{sen}^2\theta (\delta_g + \delta_i)}{4\mu h \text{sen}^2\theta} \right) \right]^{-\mu} d\theta \\ &= (4\mu h)^{2\mu} \int_0^{\pi/2} \left[a(i, M)\Omega \delta_g \delta_i \left(1 - \frac{4\mu(h - H)\text{sen}^2\theta (\delta_g + \delta_i)}{a(i, M)\Omega \delta_g \delta_i} \right) \right]^{-\mu} \\ &\quad \times \left[a(i, M)\Omega \delta_g \delta_i \left(1 - \frac{(-1)4\mu(h + H)\text{sen}^2\theta (\delta_g + \delta_i)}{a(i, M)\Omega \delta_g \delta_i} \right) \right]^{-\mu} (\text{sen}^2\theta)^{2\mu} d\theta \\ &= (4\mu h)^{2\mu} (a(i, M)\Omega \delta_g \delta_i)^{-2\mu} \int_0^{\pi/2} (1 - \gamma_1 \text{sen}^2\theta)^{-\mu} (1 - \gamma_2 \text{sen}^2\theta)^{-\mu} (\text{sen}^2\theta)^{2\mu} d\theta, \quad (3.15) \end{aligned}$$

em que

$$\gamma_1 = \frac{4\mu(h - H)(\delta_g + \delta_i)}{a(i, M)\Omega \delta_g \delta_i} \quad (3.16)$$

e

$$\gamma_2 = \frac{-4\mu(h + H)(\delta_g + \delta_i)}{a(i, M)\Omega \delta_g \delta_i}. \quad (3.17)$$

Fazendo $t = \text{sen}^2\theta$ tem-se que $dt = 2\text{sen}\theta \cos\theta$ e $d\theta = \frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}}(1-t)^{-\frac{1}{2}}dt$. Assim, após algumas simplificações pode-se reescrever

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{2} \left(\frac{4\mu h}{a(i, M)\Omega \delta_g \delta_i} \right)^{2\mu} \int_0^1 t^{(2\mu + \frac{1}{2})-1} (1-t)^{(2\mu+1)-(2\mu + \frac{1}{2})-1} (1 - \gamma_1 t)^{-\mu} (1 - \gamma_2 t)^{-\mu} dt \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{4\mu h}{a(i, M)\Omega \delta_g \delta_i} \right)^{2\mu} \frac{\Gamma(2\mu + \frac{1}{2}) \Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2\mu + 1)} F_1 \left(2\mu + \frac{1}{2}, \mu, \mu, 2\mu + 1; \gamma_1, \gamma_2 \right), \quad (3.18) \end{aligned}$$

em que $F_1(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot; \cdot, \cdot)$ é a função de Apell (GRADSHTEYN; RYZHIK, 2007).

De forma similar,

$$\begin{aligned} I_2 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\frac{a(i, M)\Omega}{4\mu h \text{sen}^2\theta} \delta_g + 1 \right)^2 - \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right]^{-\mu} d\theta \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{4\mu h}{a(i, M)\Omega\delta_g} \right)^{2\mu} \frac{\Gamma(2\mu + \frac{1}{2}) \Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2\mu + 1)} F_1 \left(2\mu + \frac{1}{2}, \mu, \mu, 2\mu + 1; \gamma_3, \gamma_4 \right), \end{aligned} \quad (3.19)$$

em que

$$\gamma_3 = \frac{4\mu(h - H)}{a(i, M)\Omega\delta_g} \quad (3.20)$$

e

$$\gamma_4 = \frac{-4\mu(h + H)}{a(i, M)\Omega\delta_g}. \quad (3.21)$$

Assim, P_e pode ser escrita como

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{\Gamma(2\mu + \frac{1}{2}) \Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2\mu + 1) \pi h^\mu \sqrt{M \log_2 \sqrt{M}}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\ &\times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 \left(\frac{4\mu h}{a(i, M)\Omega\delta_g \delta_i} \right)^{2\mu} F_1 \left(2\mu + \frac{1}{2}, \mu, \mu, 2\mu + 1; \gamma_1, \gamma_2 \right) \right. \\ &\left. + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \left(\frac{4\mu h}{a(i, M)\Omega\delta_g} \right)^{2\mu} F_1 \left(2\mu + \frac{1}{2}, \mu, \mu, 2\mu + 1; \gamma_3, \gamma_4 \right) \right\}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

3.2.1 Avaliação Numérica do Modelo η - μ e Ruído Impulsivo

Os valores utilizados para a ordem da modulação e parâmetros do ruído G^2 AWGN são baseados nos resultados de estudos teóricos e experimentais sobre ruído impulsivo descritos em (LAGO-FERNANDEZ; SALTER, 2004) e nas condições de simulações apresentadas em (ARAÚJO et al., 2015). Para esta seção, as simulações foram realizadas com o método de Monte Carlo, considerando 5×10^6 bits transmitidos. Além disso, para fins de comparação, foi incluída em todas as figuras a curva de PEB teórica, P_e , com o canal de comunicações sujeito aos efeitos do desvanecimento generalizado e ruído AWGN. Essa curva serve como limitante inferior de desempenho do sistema.

As curvas da probabilidade de erro de bit do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ são mostradas na Figura 3.1. As curvas são traçadas em função da relação sinal-ruído permanente, δ_g , para diferentes valores de δ_i , com $\mu = 1, 5$, $\eta = 1, 3$, $\alpha_p = 0,5$, $\beta = 0,5$, $p_1 = 0,5$ e $p_2 = 0,5$. Nota-se que a probabilidade de erro de

bit decresce com o aumento da relação sinal-ruído permanente δ_g para valores fixos da relação sinal-ruído impulsivo δ_i . Para $\delta_i = 1$ dB, verifica-se uma pequena redução da probabilidade de erro de bit P_e com o aumento de δ_g , para valores de δ_g compreendidos entre 20 dB e 35 dB. Para valores de δ_g acima de 1 dB, quando δ_g é maior que δ_i , tem-se, para uma potência de sinal fixa, que a potência do ruído impulsivo é maior que a potência do ruído permanente. Logo, a ação do ruído impulsivo $\eta_i(t)$ contribui mais, em relação ao ruído permanente, para aumentar a probabilidade de erro de bit , P_e . Para valores elevados de δ_i , como 20 dB, o termo $\delta_g \delta_i / (\delta_g + \delta_i)$ na Equação 3.13 pode ser aproximado por δ_g e assim, a probabilidade de erro é mais influenciada pelo ruído permanente. Isso explica porque a curva de PEB tende a se aproximar da curva determinada pelo ruído AWGN e desvanecimento η - μ . Nota-se também, para $\delta_g = 20$ dB, que uma diferença de P_e de cerca de uma ordem de grandeza é observada entre as curvas correspondentes a $\delta_i = 1$ dB e $\delta_i = 15$ dB. Foi incluída também na Figura 3.1 a curva de PEB com o canal de comunicações sujeito ao ruído AWGN e desvanecimento η - μ . Observa-se que a presença do ruído impulsivo faz com que as curvas de PEB se desviem da curva obtida quando somente ruído AWGN está presente no sistema.

Nota-se também na Figura 3.1 que as curvas de PEB tendem a ficar irreduzíveis a partir de um determinado valor de δ_g . Considerando $\delta_g = 25$ dB, tem-se que a potência do ruído impulsivo é muito maior que a potência do ruído permanente para baixos valores de δ_i , a exemplo de 1 dB, e muito menor para elevados valores δ_i , como 20 dB. Isso contribui para que as regiões de decisão do receptor ótimo fiquem mais indefinidas e, conseqüentemente, a decodificação correta dos $bits$ transmitidos seja prejudicada, fazendo então com que a PEB não diminua a partir de um dado valor de relação sinal-ruído permanente. A constelação do esquema de modulação 64-QAM sob ruído G^2 AWGN, para $\delta_g = 25$ dB e diferentes valores de δ_i , é apresentada na Figura 8.3. Esta figura mostra o efeito do canal de comunicações nos símbolos transmitidos. Para δ_g fixo, nota-se, à medida que δ_i aumenta, que a nuvem de pontos representando os símbolos recebidos tende a ficar mais concentrada em torno do símbolo transmitido. Esta explicação de PEB irreduzível da Figura 3.1 pode ser usada para justificar as outras curvas apresentadas nesta tese.

Na Figura 3.3 são apresentadas as curvas da probabilidade de erro de bit do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ . As curvas são traçadas em função da relação sinal-ruído permanente, δ_g , para diferentes valores do parâmetro α_p , com $\mu = 1, 5$, $\eta = 1, 3$, $p_1 = 0, 5$, $p_2 = 0, 5$ e $\delta_i = 10$ dB. À medida que α_p aumenta, uma maior probabilidade de erro de bit é verificada. Isso ocorre porque quanto maior α_p , maior é a duração do pulso ruidoso. Verifica-se também, para valores de α_p iguais a zero, quando o único ruído presente no sistema é o AWGN, que a curva de P_e possui uma maior inclinação quando comparada às curvas de P_e com o canal de comunicações sujeito ao ruído G^2 AWGN. Por sua vez, para valores de α_p diferentes de zero, as curvas de P_e ficam praticamente constantes para valores de δ_g acima de 20 dB. Para $\delta_g > 25$ dB, uma diferença de uma ordem de grandeza em

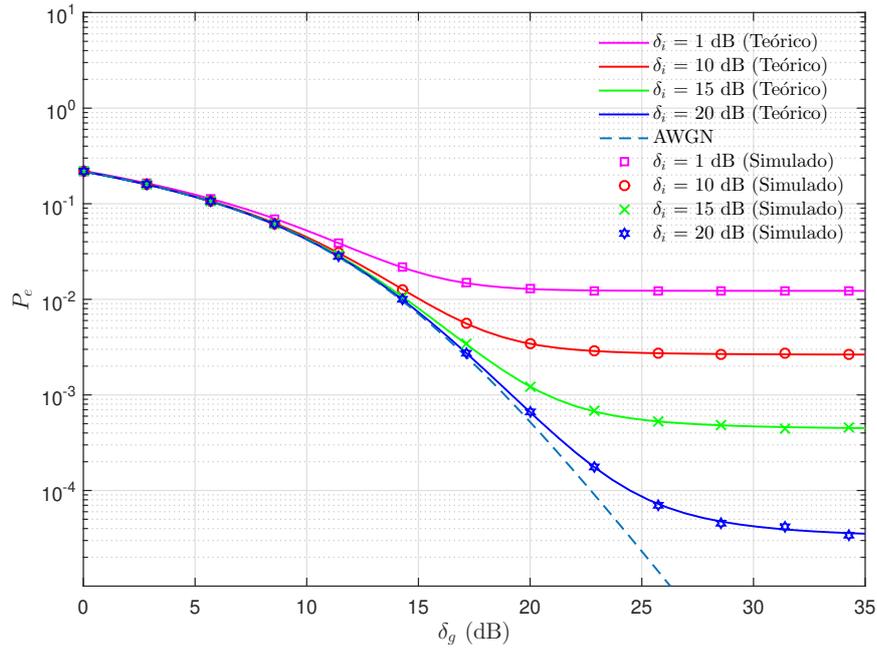


Figura 3.1 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\mu = 1, 5$, $\eta = 1, 3$ e $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0, 5$.

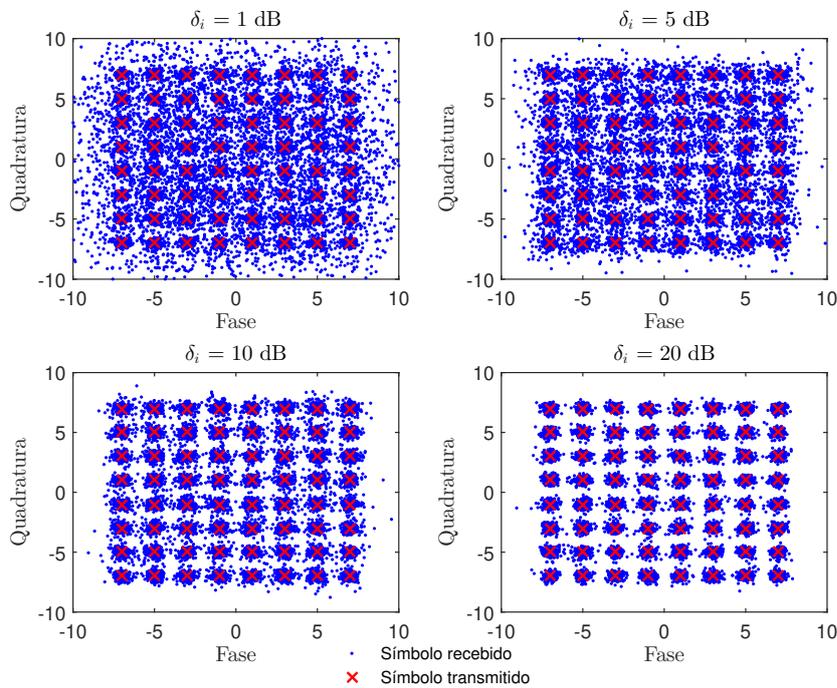


Figura 3.2 Constelação do esquema de modulação 64-QAM sob ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ para diferentes valores de δ_i . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_g = 25$ dB, $\mu = 1, 5$, $\eta = 1, 3$ e $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0, 5$.

termos de P_e é observada entre as curvas correspondentes a $\alpha_p = 0, 01$ e $\alpha_p = 0, 10$, para valores fixos de δ_g .

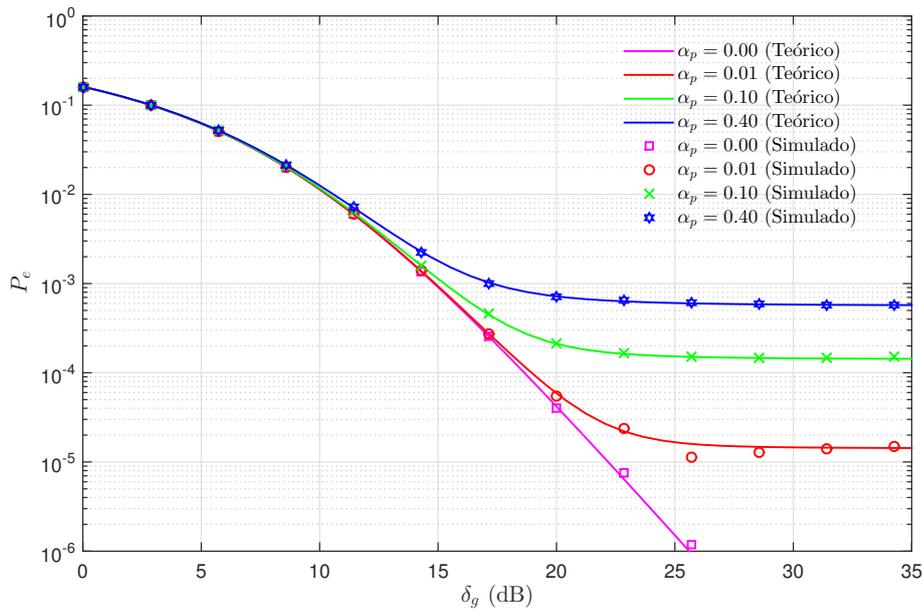


Figura 3.3 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , com diferentes valores de α_p . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_g = 10$ dB, $\mu = 1, 5$, $\eta = 1, 3$, $\beta = p_1 = p_2 = 0, 5$.

Na Figura 3.4 são apresentadas as curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ . As curvas são traçadas em função da relação sinal-ruído permanente, δ_g , para diferentes valores do parâmetro μ , com $\eta = 0, 0$, $\alpha_p = 0, 5$, $\beta = 0, 5$, $p_1 = 0, 5$, $p_2 = 0, 5$ e $\delta_i = 10$ dB. Como o parâmetro η nessa simulação é estabelecido igual a zero, tem-se, como caso especial da distribuição η - μ , a distribuição Nakagami. Nessa distribuição, o parâmetro m é equivalente na distribuição η - μ ao parâmetro μ . Como este parâmetro controla a intensidade do desvanecimento, nota-se que à medida que μ diminui, maiores valores de probabilidade de erro de *bit* são observadas para valores fixos de δ_g . Verifica-se também que a probabilidade de erro de *bit* igual a 10^{-3} é obtida com $\delta_g \approx 20,0$ dB para $\mu = 2,5$ ao passo que é observada com $\delta_g \approx 35,0$ dB para $\mu = 1,0$. Os resultados apresentados na Figura 3.4 são iguais aos obtidos em (QUEIROZ et al., 2018). No entanto, em (QUEIROZ et al., 2018) as expressões obtidas para P_e são escritas em termos da função Hipergeométrica de Gauss. Um método alternativo para o cálculo de P_e do esquema M -QAM sujeito ao ruído G^2 AWGN e ao desvanecimento Nakagami- m é apresentado no Apêndice A.

As curvas de probabilidade de erro de *bit* para quatro diferentes valores da ordem da constelação M , sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , são mostradas na Figura 3.5. As curvas são traçadas considerando $\mu = 2, 0$, $\alpha_p = 0, 1$, $\beta = 0, 7$, $p_1 = 0, 5$, $p_2 = 0, 4$, $\eta = 0, 3$ e $\delta_i = 10$ dB. Nota-se que as constelações com mais símbolos são as mais susceptíveis a erros. Isso é uma consequência da dificuldade que o receptor tem de determinar os limiares das regiões de decisão afetadas pelo ruído. Quanto maior o valor da ordem de modulação M , mais

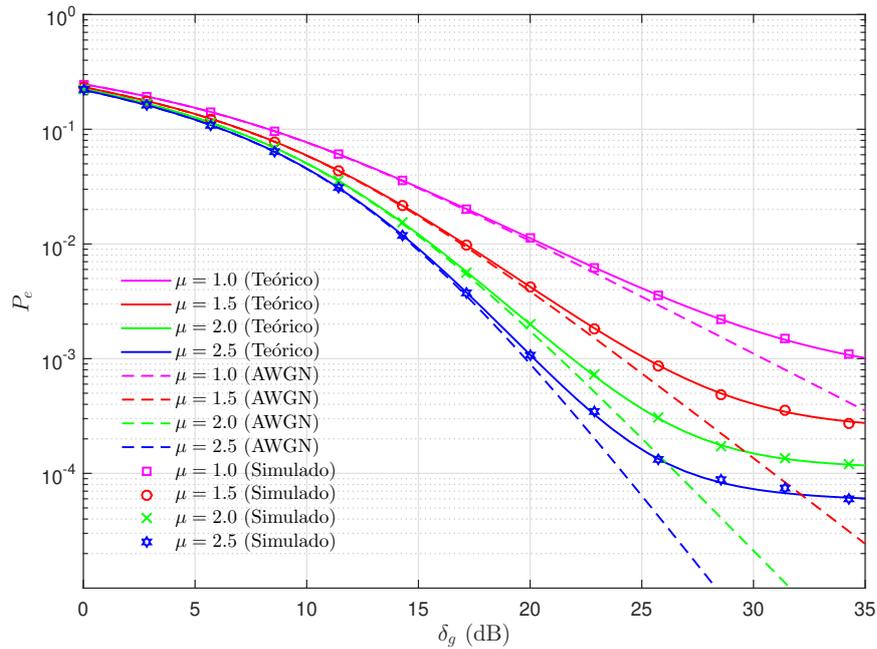


Figura 3.4 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , com diferentes valores de μ . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_g = 10$ dB, $\eta = 0$, $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0,5$.

próximos os símbolos estão e, com isso, mais erros de decisão o receptor apresenta. Verifica-se também que a probabilidade de erro de *bit*, P_e , não é menor que 10^{-3} para $\delta_g < 35$ dB, para constelações com M acima de 64. Tem-se também que a probabilidade de erro de *bit* igual a 10^{-3} é obtida com $\delta_g \approx 14,6$ dB para $M = 16$ à medida que é obtida com $\delta_g \approx 20$ dB para $M = 64$.

3.3 PEB para o Modelo κ - μ e Ruído Impulsivo

Utilizando a Equação 3.8 e considerando que o desvanecimento κ - μ possui FDP dada pela Equação 2.19, tem-se que a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM sob o modelo de ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ usando a representação de Craig é dada por

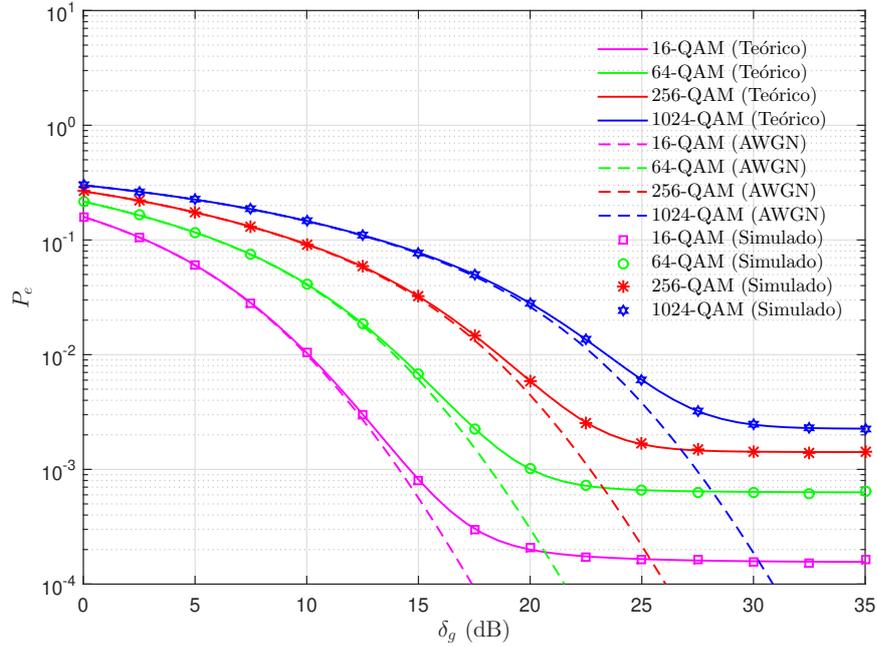


Figura 3.5 PEB para diferentes valores da ordem de constelação M sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_g = 10$ dB, $\mu = 2$, $\eta = 0, 3$, $\alpha_p = 0,1$, $\beta = 0,7$, $p_1 = 0,5$ e $p_2 = 0,4$.

$$\begin{aligned}
 P_e = & \frac{2\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}\kappa^{\frac{\mu-1}{2}}\exp(\kappa\mu)\pi(\Omega)^{\frac{\mu+1}{2}}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 & \times \left\{ \alpha_p\beta p_1 p_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty v^{\frac{\mu-1}{2}} \exp\left(-\left[\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{(\delta_g + \delta_i)} + \frac{\mu(1+\kappa)}{\sqrt{\Omega}}\right]v\right) \right. \\
 & \times I_{\mu-1}\left(\frac{2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}}{\sqrt{\Omega}}\sqrt{v}\right) dv d\theta \\
 & + (1 - \alpha_p\beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty v^{\frac{\mu-1}{2}} \exp\left(-\left[\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g + \frac{\mu(1+\kappa)}{\sqrt{\Omega}}\right]v\right) \\
 & \left. \times I_{\mu-1}\left(\frac{2\mu\sqrt{\kappa(1+\kappa)}}{\sqrt{\Omega}}\sqrt{v}\right) dv d\theta \right\}.
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Usando 3.10 e o fato de que (GRADSHTEYN; RYZHIK, 1979)

$$x^{\frac{v}{2}} I_v(2\sqrt{ax}) \xrightarrow{\mathcal{L}} a^{\frac{v}{2}} s^{-v-1} e^{\frac{a}{s}}, \quad v > -1, \tag{3.24}$$

pode-se reescrever P_e como

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{2\mu^\mu(1+\kappa)^\mu}{\pi \exp(\kappa\mu)\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{(\delta_g + \delta_i)} + \mu(1+\kappa) \right]^{-\mu} \right. \\
 &\times \exp\left(\frac{2\mu^2\kappa(1+\kappa)\text{sen}^2\theta(\delta_g + \delta_i)}{a(i, M)\delta_g\delta_i + 2\mu\text{sen}^2\theta(1+\kappa)(\delta_g + \delta_i)} \right) d\theta \\
 &+ (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g + \mu(1+\kappa) \right]^{-\mu} \\
 &\times \left. \exp\left(\frac{2\mu^2\kappa(1+\kappa)\text{sen}^2\theta}{a(i, M)\delta_g + 2\mu\text{sen}^2\theta(1+\kappa)} \right) d\theta \right\}. \tag{3.25}
 \end{aligned}$$

Definindo

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{(\delta_g + \delta_i)} + \mu(1+\kappa) \right]^{-\mu} \\
 &\times \exp\left(\frac{2\mu^2\kappa(1+\kappa)\text{sen}^2\theta(\delta_g + \delta_i)}{a(i, M)\delta_g\delta_i + 2\mu\text{sen}^2\theta(1+\kappa)(\delta_g + \delta_i)} \right) d\theta \tag{3.26}
 \end{aligned}$$

e fazendo

$$x = \text{sen}^2\theta \tag{3.27}$$

tem-se que

$$dx = 2\text{sen}\theta \cos\theta d\theta \tag{3.28}$$

e

$$d\theta = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}(1-x)^{-\frac{1}{2}}dx. \tag{3.29}$$

Assim,

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^1 \left[\frac{a(i, M)\delta_g\delta_i}{2x(\delta_g + \delta_i)\mu(1+\kappa)} + 1 \right]^{-\mu} [(1+\kappa)\mu]^{-\mu} \\
 &\times \exp\left(\frac{\mu\kappa x}{\frac{a(i, M)\delta_g\delta_i}{2\mu(1+\kappa)(\delta_g + \delta_i)} + x} \right) \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}(1-x)^{-\frac{1}{2}}dx. \\
 &= \int_0^1 [\gamma_5 x^{-1} + 1]^{-\mu} \frac{[(1+\kappa)\mu]^{-\mu}}{2} x^{-\frac{1}{2}}(1-x)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\frac{\mu\kappa x}{C_i + x} \right) dx, \tag{3.30}
 \end{aligned}$$

em que

$$\gamma_5 = \frac{a(i, M)\delta_g\delta_i}{2\mu(1 + \kappa)(\delta_g + \delta_i)}. \quad (3.31)$$

Usando a representação em série de Taylor da função exponencial, tem-se

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{2}[(1 + \kappa)\mu]^{-\mu} \int_0^1 \left(\frac{\gamma_5 + x}{x}\right)^{-\mu} x^{-\frac{1}{2}}(1 - x)^{-\frac{1}{2}} \sum_{p=0}^N \left(\frac{\mu\kappa x}{\gamma_5 + x}\right)^p \frac{1}{p!} dx. \\ &= \frac{1}{2}[(1 + \kappa)\mu]^{-\mu} \sum_{p=0}^N \frac{(\mu\kappa)^p}{p!} \int_0^1 \left(\frac{\gamma_5 + x}{x}\right)^{-\mu} x^{-\frac{1}{2}}(1 - x)^{-\frac{1}{2}} \\ &\quad \times \left(\frac{x^p}{(\gamma_5 + x)^p}\right) dx \\ &= \frac{1}{2}[(1 + \kappa)\mu]^{-\mu} \sum_{p=0}^N \frac{(\mu\kappa)^p}{p!} \int_0^1 x^{p-\frac{1}{2}+\mu}(1 - x)^{-\frac{1}{2}} \\ &\quad \times \left[\gamma_5 \left(1 + \frac{x}{\gamma_5}\right)\right]^{-\mu-p} dx \\ &= \frac{1}{2}[(1 + \kappa)\mu\gamma_5]^{-\mu} \sum_{p=0}^N \frac{1}{p!} \left(\frac{\mu\kappa}{\gamma_5}\right)^p \int_0^1 x^{p-\frac{1}{2}+\mu}(1 - x)^{-\frac{1}{2}} \\ &\quad \times \left[\left(1 + \frac{x}{\gamma_5}\right)\right]^{-\mu-p} dx \\ &= \frac{1}{2}[(1 + \kappa)\mu\gamma_5]^{-\mu} \sum_{p=0}^N \frac{1}{p!} \left(\frac{\mu\kappa}{\gamma_5}\right)^p \int_0^1 x^{(p+\mu+\frac{1}{2})-1} \\ &\quad \times (1 - x)^{(p+\mu+1)-(p+\mu+\frac{1}{2})-1} \left(1 - \left(\frac{-1}{\gamma_5}\right)x\right)^{-(\mu+p)} dx. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Comparando a Equação 3.32 com

$$B(b, c - b)_2F_1(a, b; c; z) = \int_0^1 x^{b-1}(1 - x)^{c-b-1}(1 - zx)^{-a} dx, \quad \text{Re}(c) > \text{Re}(b) > 0, \quad (3.33)$$

é possível escrever I_1 como

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{2}[(1 + \kappa)\mu\gamma_5]^{-\mu} \sum_{p=0}^N \frac{1}{p!} \left(\frac{\mu\kappa}{\gamma_5}\right)^p B\left(p + \mu + \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \\ &\quad \times {}_2F_1\left(\mu + p, p + \mu + \frac{1}{2}; p + \mu + 1; -\frac{1}{\gamma_5}\right), \end{aligned} \quad (3.34)$$

em que ${}_2F_1(\cdot, \cdot; \cdot; \cdot)$ é a função Hipergeométrica de Gauss (GRADSHTEYN; RYZHIK, 2007) e $B(\cdot, \cdot)$ é a função Beta (GRADSHTEYN; RYZHIK, 2007).

De forma similar,

$$\begin{aligned}
I_2 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g + \mu(1 + \kappa) \right]^{-\mu} \\
&\quad \times \exp \left(\frac{2\mu^2\kappa(1 + \kappa)\text{sen}^2\theta}{a(i, M)\delta_g + 2\mu\text{sen}^2\theta(1 + \kappa)} \right) d\theta \\
&= \frac{1}{2} [(1 + \kappa)\mu\gamma_6]^{-\mu} \sum_{p=0}^N \frac{1}{p!} \left(\frac{\mu\kappa}{\gamma_6} \right)^p B \left(p + \mu + \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \\
&\quad \times {}_2F_1 \left(\mu + p, p + \mu + \frac{1}{2}; p + \mu + 1; -\frac{1}{\gamma_6} \right), \tag{3.35}
\end{aligned}$$

com

$$\gamma_6 = \frac{a(i, M)\delta_g}{2\mu(1 + \kappa)}. \tag{3.36}$$

Assim, P_e pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
P_e &= \frac{1}{\pi \exp(\kappa\mu) \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{p=0}^N \frac{(\mu\kappa)^p}{p!} \\
&\quad \times w(i, k, M) B(p + \mu + 1/2, 1/2) \\
&\quad \times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 \gamma_5^{-\mu-p} {}_2F_1 \left(\mu + p, p + \mu + 1/2; p + \mu + 1; -\frac{1}{\gamma_5} \right) \right. \\
&\quad \left. + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \gamma_6^{-\mu-p} {}_2F_1 \left(\mu + p, p + \mu + 1/2; p + \mu + 1; -\frac{1}{\gamma_6} \right) \right\}. \tag{3.37}
\end{aligned}$$

3.3.1 Avaliação Numérica do Modelo κ - μ e Ruído Impulsivo

Na Figura 3.6 são mostradas as curvas de PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ , com $\mu = 1,0$, $\kappa = 4,8$, $\alpha_p = 0,5$, $p_2 = 0,5$, $\beta = 0,5$ e $p_1 = 0,5$, para quatro valores distintos da relação sinal-ruído impulsivo, δ_i . Para δ_g entre 25 e 35 dB, nota-se que as curvas de PEB tendem a diminuir lentamente com o aumento de δ_g quando comparadas à curva AWGN. Particularmente, para $\delta_i = 1$ dB e para $\delta_i = 10$ dB uma redução muito pequena da PEB é obtida com o aumento de δ_g , para δ_g na faixa de 25-35 dB. Nota-se também que uma PEB igual a 10^{-3} é obtida em $\delta_g = 24$ dB para $\delta_i = 20$ dB, sendo obtida em $\delta_g = 28,5$ dB para $\delta_i = 15$ dB.

Na Figura 3.7 são apresentadas as curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ . As curvas são

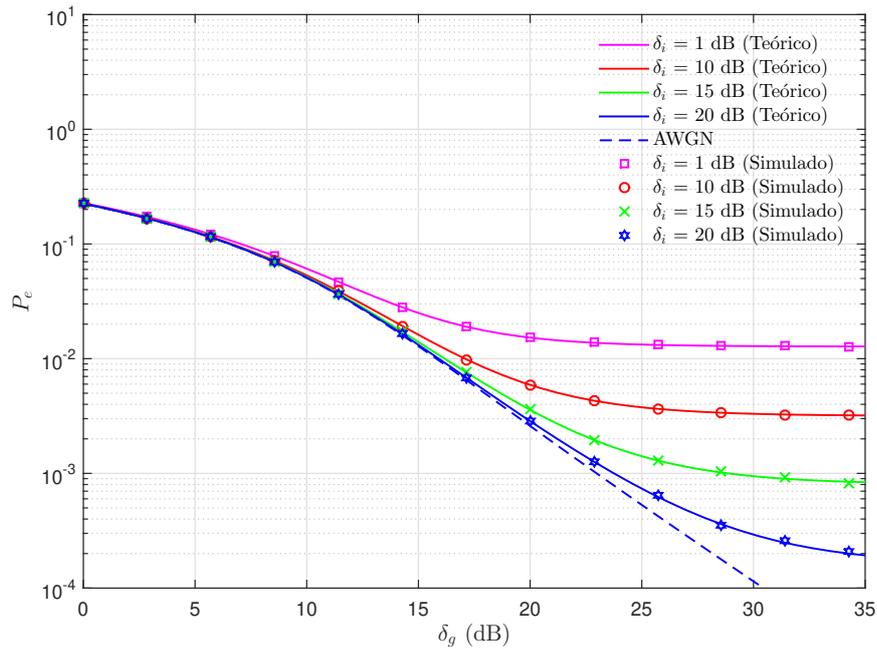


Figura 3.6 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\mu = 1,0$, $\kappa = 4,8$ e $\alpha_p = \beta = p_2 = p_1 = 0,5$.

traçadas em função da relação sinal-ruído permanente, δ_g , para diferentes valores do parâmetro κ , com $\delta_i = 21$ dB, $\mu = 1,0$, $\alpha_p = 0,5$, $p_2 = 0,5$, $\beta = 0,5$ e $p_1 = 0,5$. Nota-se, à medida que κ diminui, que maiores valores de PEB são obtidos para valores fixos de δ_g pois menor é razão, em um agrupamento, entre a potência da componente da onda dominante e a componente das ondas espalhadas. Verifica-se também que a PEB igual a 10^{-3} é obtida com $\delta_g \approx 19,3$ dB para $\kappa = 0,3$ ao passo que é obtida com $\delta_g \approx 35$ dB para $\kappa = 6,3$. Para $\delta_g = 25$ dB, uma diferença de PEB de uma ordem de grandeza é observada entre as curvas correspondentes a $\kappa = 0,3$ e $\kappa = 4,1$.

Na Figura 3.8 são apresentadas as curvas de P_e do esquema de modulação 64-QAM em função de δ_g com o canal de comunicações sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ , para diferentes valores do parâmetro α_p . A Figura 3.8 foi traçada considerando $\delta_i = 10$ dB, $\mu = 1, 3$, $\kappa = 1, 8$, $\beta = 0, 5$, $p_2 = 0,5$ e $p_1 = 0,5$. À medida que α_p aumenta, maiores probabilidades de erro de *bit* são alcançadas para valores fixos de δ_g , pois a duração dos pulsos em um evento impulsivo se torna maior com o aumento desse parâmetro. Para valores de δ_g acima de 10 dB, quando a potência do ruído impulsivo é maior que a potência do ruído permanente, o ruído impulsivo tem mais influência na determinação da probabilidade de erro de *bit*, P_e . Por isso as curvas de probabilidade de erro de *bit* se afastam da curva determinada pela influência apenas do ruído AWGN, obtida quando o parâmetro α_p é igual a zero, à medida que δ_g aumenta.

Curvas de probabilidade de erro de *bit* sob o modelo de canal sujeito ao ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ são mostradas na Figura 3.9 para quatro valores de M , considerando

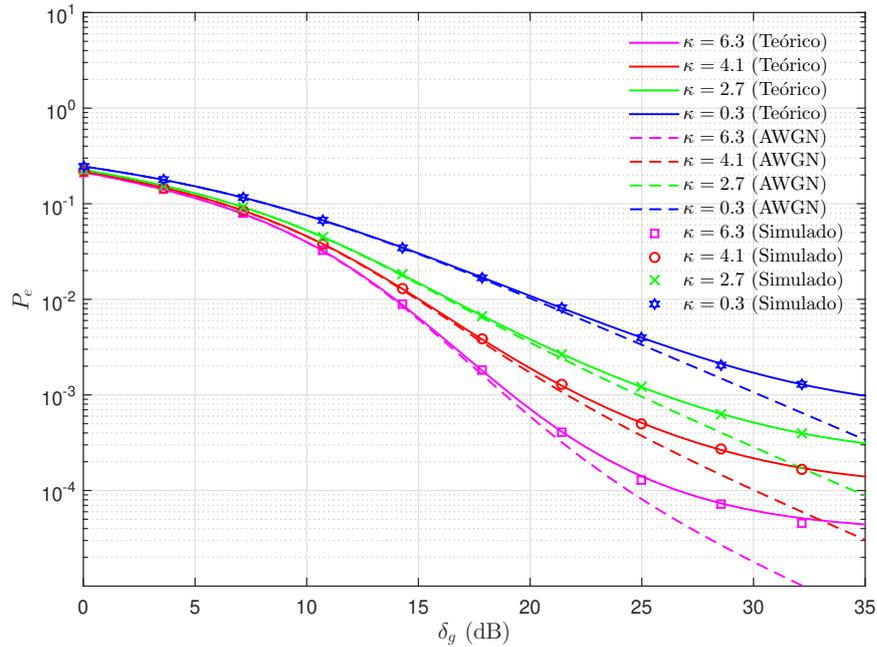


Figura 3.7 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ , com diferentes valores de κ . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 21$ dB, $\mu = 1,0$ e $\alpha_p = \beta = p_2 = p_1 = 0,5$.

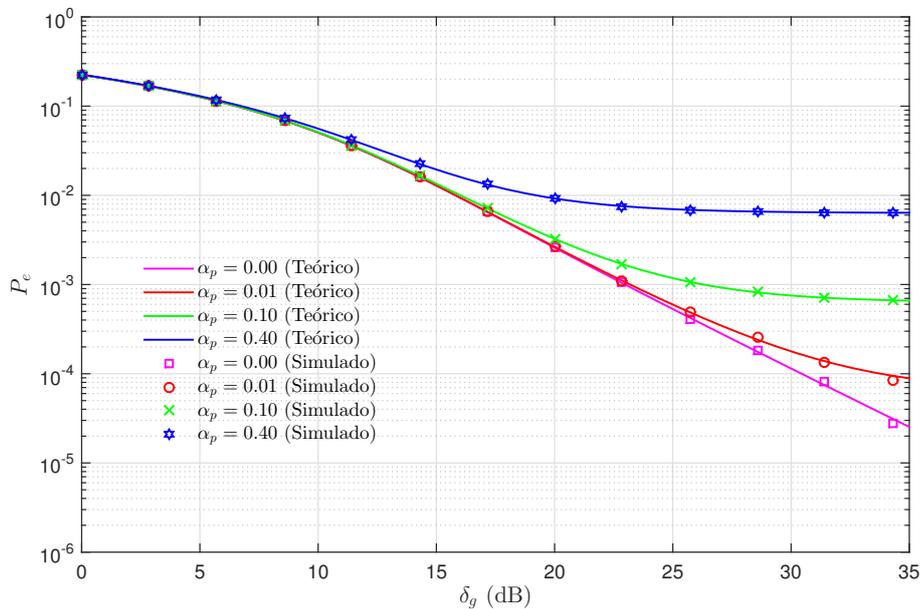


Figura 3.8 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos de α_p . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 10$ dB, $\mu = 1,3$, $\kappa = 1,8$ e $\beta = p_2 = p_1 = 0,5$.

$\delta_i = 20$ dB, $\kappa = 1,8$, $\mu = 1,3$, $\alpha_p = 0,5$, $p_2 = 0,5$, $\beta = 0,5$ e $p_1 = 0,5$. Quanto menor o valor de M , menor é a probabilidade de erro de *bit* obtida. Tem-se também que a probabilidade de erro de *bit* igual a 10^{-3} é alcançada com $\delta_g \approx 19,6$ dB para $M = 16$ ao passo que é obtida com

$\delta_g \approx 30,6$ dB para $M = 256$. Verifica-se também que para valores de $\delta_i = 20$ dB, a probabilidade de erro de *bit*, P_e não é menor que 10^{-3} para $\delta_g < 35$ dB, para a constelação com $M = 1024$.

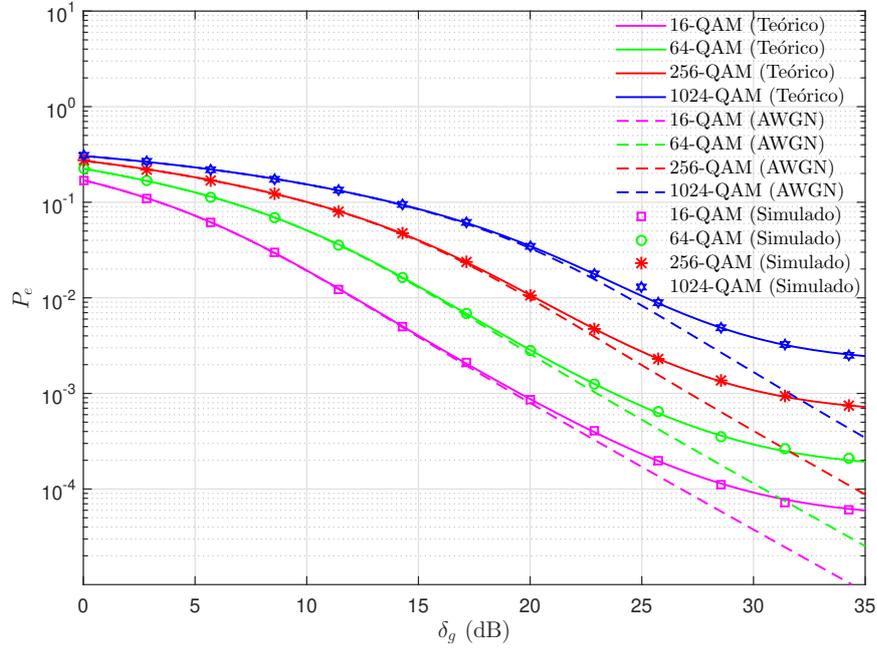


Figura 3.9 PEB para diferentes valores da ordem de constelação M sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 20$ dB, $\mu = 1, 3$, $\kappa = 1, 8$ e $\alpha_p = \beta = p_2 = p_1 = 0,5$.

3.4 PEB para o Modelo α - μ e Ruído Impulsivo

Considerando que o desvanecimento α - μ possui FDP dada pela Equação 2.20, a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM sob o modelo de ruído G^2 AWGN é dada por

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \frac{\alpha \mu^\mu}{\hat{z}^{\alpha \mu} \Gamma(\mu)} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 \int_0^\infty Q \left(z \sqrt{a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) z^{\alpha \mu - 1} \exp \left(-\frac{\mu z^\alpha}{\hat{z}^\alpha} \right) dz \right. \\
 &+ \left. (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \int_0^\infty Q \left(z \sqrt{a(i, M) \delta_g} \right) z^{\alpha \mu - 1} \exp \left(-\frac{\mu z^\alpha}{\hat{z}^\alpha} \right) dz \right\}. \quad (3.38)
 \end{aligned}$$

Definindo

$$I_1 = \int_0^\infty Q \left(x \sqrt{a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) x^{\alpha \mu - 1} \exp \left(-\mu \left(\frac{x}{\hat{z}} \right)^\alpha \right) dx \quad (3.39)$$

e sabendo que (JANG, 2011)

$$Q(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} x^{-1} e^{-\frac{x^2}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (x+1)^{-1} e^{-\frac{(x+1)^2}{2}}, \quad (3.40)$$

é possível reescrever a Equação 3.39 como

$$\begin{aligned} I_1 &\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \right)^{-\frac{1}{2}} \int_0^\infty x^{-1} \exp \left(-\frac{a(i, M)}{2} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} x^2 \right) \\ &\times x^{\alpha\mu-1} \exp \left(-\mu \left(\frac{x}{\hat{z}} \right)^\alpha \right) dx \\ &- \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \left(x \sqrt{a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} + 1 \right)^{-1} \exp \left(-\frac{1}{2} \left(x \sqrt{a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} + 1 \right)^2 \right) \\ &\times x^{\alpha\mu-1} \exp \left(-\mu \left(\frac{x}{\hat{z}} \right)^\alpha \right) dx. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Se $v = x^2$, de modo que $dv = 2x dx$ e $dx = \frac{1}{2} v^{-\frac{1}{2}} dv$, tem-se

$$\begin{aligned} I_1 &\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left(a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \right)^{-\frac{1}{2}} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{a(i, M)}{2} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} v \right) v^{\frac{1}{2}(\alpha\mu-1)-\frac{1}{2}} \\ &\times \exp \left(-\mu \left(\frac{\sqrt{v}}{\hat{z}} \right)^\alpha \right) \frac{1}{2} v^{-\frac{1}{2}} dv \\ &- \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \left(\sqrt{va(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} + 1 \right)^{-1} \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\sqrt{va(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} + 1 \right)^2 \right) \\ &\times v^{\frac{1}{2}(\alpha\mu-1)} \exp \left(-\mu \left(\frac{\sqrt{v}}{\hat{z}} \right)^\alpha \right) \frac{1}{2} v^{-\frac{1}{2}} dv. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Simplificando a Equação 3.42, tem-se

$$\begin{aligned} I_1 &\approx \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left(a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \right)^{-\frac{1}{2}} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{a(i, M)}{2} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} v \right) v^{\frac{1}{2}(\alpha\mu-1)-1} \\ &\times \exp \left(-\mu \left(\frac{\sqrt{v}}{\hat{z}} \right)^\alpha \right) dv \\ &- \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{a(i, M)}{2} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} v \right) v^{\frac{1}{2}\alpha\mu-1} \left(\sqrt{va(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} + 1 \right)^{-1} \\ &\times \exp \left(-\frac{1}{2} \left(1 + 2\sqrt{va(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) \right) \exp \left(-\mu \left(\frac{\sqrt{v}}{\hat{z}} \right)^\alpha \right) dv. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Se

$$v = y^N, \quad (3.44)$$

dado que

$$dv = Ny^{N-1}dy, \quad (3.45)$$

tem-se

$$\begin{aligned} I_1 &\approx \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \left(a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \right)^{-\frac{1}{2}} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{a(i, M)}{2} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} y^N \right) Ny^{\frac{1}{2}(\alpha\mu-1)N-1} \\ &\times \exp \left(-\mu \left(\frac{\sqrt{y^N}}{\hat{z}} \right)^\alpha \right) dy \\ &- \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \exp \left(-\frac{a(i, M)}{2} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} y^N \right) Ny^{\frac{1}{2}\alpha\mu N-1} \left(\sqrt{y^N a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} + 1 \right)^{-1} \\ &\times \exp \left(-\frac{1}{2} \left(1 + 2\sqrt{y^N a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) \right) \exp \left(-\mu \left(\frac{\sqrt{y^N}}{\hat{z}} \right)^\alpha \right) dy. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Se

$$T(y^N) = \exp(-ay^N)Ny^{cN-1}, \quad (3.47)$$

então (JANG, 2011)

$$\int_0^\infty T(y^N)dy = \frac{\Gamma(c)}{a^c}. \quad (3.48)$$

Assim,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} T(y^N) = \frac{\Gamma(c)}{a^c} \delta \left(y^N - \frac{c}{a} \right) \quad (3.49)$$

e

$$\begin{aligned}
 I_1 &\approx \frac{2^{-\frac{1}{2}}}{2\sqrt{2\pi}} \Gamma\left(\frac{1}{2}(\alpha\mu - 1)\right) \left(\frac{a(i, M)}{2} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}\right)^{-\frac{\alpha\mu}{2}} \\
 &\times \exp\left(-\frac{\mu}{\hat{z}^\alpha} \left(\sqrt{\frac{(\alpha\mu - 1)}{a(i, M)} \left(\frac{1}{\delta_g} + \frac{1}{\delta_i}\right)}\right)^\alpha\right) \\
 &- \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \Gamma\left(\frac{\alpha\mu}{2}\right) (\sqrt{\alpha\mu} + 1)^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2}(1 + 2\sqrt{\alpha\mu})\right) \\
 &\times \left(\frac{a(i, M)}{2} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}\right)^{-\frac{\alpha\mu}{2}} \exp\left(-\frac{\mu}{\hat{z}^\alpha} \left(\sqrt{\frac{\alpha\mu}{a(i, M)} \left(\frac{1}{\delta_g} + \frac{1}{\delta_i}\right)}\right)^\alpha\right). \tag{3.50}
 \end{aligned}$$

Definindo

$$\gamma_7 = \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{1}{2}(\alpha\mu - 1)\right) \tag{3.51}$$

e

$$\gamma_8 = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \Gamma\left(\frac{\alpha\mu}{2}\right) (\sqrt{\alpha\mu} + 1)^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2}(1 + 2\sqrt{\alpha\mu})\right), \tag{3.52}$$

pode-se reescrever I_1 como

$$\begin{aligned}
 I_1 &\approx \left(\frac{a(i, M)}{2} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}\right)^{-\frac{\alpha\mu}{2}} \left(\gamma_7 \exp\left(-\frac{\mu}{\hat{z}^\alpha} \left(\sqrt{\frac{(\alpha\mu - 1)}{a(i, M)} \left(\frac{1}{\delta_g} + \frac{1}{\delta_i}\right)}\right)^\alpha\right)\right) \\
 &- \gamma_8 \exp\left(-\frac{\mu}{\hat{z}^\alpha} \left(\sqrt{\frac{\alpha\mu}{a(i, M)} \left(\frac{1}{\delta_g} + \frac{1}{\delta_i}\right)}\right)^\alpha\right). \tag{3.53}
 \end{aligned}$$

Definindo

$$I_2 = \int_0^\infty Q\left(x\sqrt{a(i, M)\delta_g}\right) x^{\alpha\mu-1} \exp\left(-\mu\left(\frac{x}{\hat{z}}\right)^\alpha\right) dx \tag{3.54}$$

e sabendo que (JANG, 2011)

$$Q(x) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} x^{-1} e^{-\frac{x^2}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (x+1)^{-1} e^{-\frac{(x+1)^2}{2}}, \tag{3.55}$$

é possível reescrever a Equação 3.54 como

$$\begin{aligned}
 I_2 &\approx \frac{2^{-\frac{1}{2}}}{2\sqrt{2\pi}} \Gamma\left(\frac{1}{2}(\alpha\mu - 1)\right) \left(\frac{a(i, M)}{2}\delta_g\right)^{-\frac{\alpha\mu}{2}} \exp\left(-\frac{\mu}{\hat{z}^\alpha} \left(\sqrt{\frac{(\alpha\mu - 1)}{a(i, M)\delta_g}}\right)^\alpha\right) \\
 &\quad - \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \Gamma\left(\frac{\alpha\mu}{2}\right) (\sqrt{\alpha\mu} + 1)^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2}(1 + 2\sqrt{\alpha\mu})\right) \\
 &\quad \times \left(\frac{a(i, M)}{2}\delta_g\right)^{-\frac{\alpha\mu}{2}} \exp\left(-\frac{\mu}{\hat{z}^\alpha} \left(\sqrt{\frac{\alpha\mu}{a(i, M)\delta_g}}\right)^\alpha\right) \\
 &= \left(\frac{a(i, M)}{2}\delta_g\right)^{-\frac{\alpha\mu}{2}} \left(\gamma_7 \exp\left(-\frac{\mu}{\hat{z}^\alpha} \left(\sqrt{\frac{(\alpha\mu - 1)}{a(i, M)\delta_g}}\right)^\alpha\right)\right. \\
 &\quad \left. - \gamma_8 \exp\left(-\frac{\mu}{\hat{z}^\alpha} \left(\sqrt{\frac{\alpha\mu}{a(i, M)\delta_g}}\right)^\alpha\right)\right), \tag{3.56}
 \end{aligned}$$

em que γ_7 e γ_8 são dados, respectivamente, pelas Equações 3.51 e 3.52.

A probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM sob o modelo de ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ é dada por

$$\begin{aligned}
 P_e &\approx \frac{2}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \frac{\alpha\mu^\mu}{\hat{z}^{\alpha\mu}\Gamma(\mu)} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\quad \times \{\alpha_p\beta p_1 p_2 I_1 + (1 - \alpha_p\beta p_1 p_2) I_2\}, \tag{3.57}
 \end{aligned}$$

em que I_1 e I_2 são dados, respectivamente, pelas Equações 3.53 e 3.56.

3.4.1 Avaliação Numérica do Modelo α - μ e Ruído Impulsivo

As curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ , com $\hat{z} = 3,0$, $\alpha = 1,0$, $\mu = 2,0$, $\alpha_p = 0,1$, $p_2 = 0,7$, $\beta = 0,3$ e $p_1 = 0,3$, para quatro valores distintos da relação sinal-ruído impulsivo, δ_i , são mostradas na Figura 3.10. Percebe-se que a probabilidade de erro de *bit* decresce com o aumento de δ_g para valores fixos de δ_i . Para baixos valores de relação sinal-ruído impulsivo, como 5 dB, verifica-se para valores de δ_g na faixa de 35-40 dB uma pequena diminuição da probabilidade de erro de *bit* com o aumento de δ_g . Para elevados valores de δ_i , como 20 e 30 dB, a probabilidade de erro de *bit* é mais influenciada pelo ruído permanente.

Na Figura 3.11 são apresentadas as curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ em função do parâmetro α_p , com $\delta_i = 20$ dB, $\hat{z} = 3,0$, $\alpha = 1,0$, $\mu = 2,0$, $p_2 = 0,7$, $\beta = 0,3$ e $p_1 = 0,3$. Maiores probabilidades de erro de *bit* são alcançadas para valores fixos de δ_g , conforme α_p aumenta.

Na Figura 3.12 são apresentadas as curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ . As curvas são traçadas em função da relação sinal-ruído permanente, δ_g , para diferentes valores do parâmetro

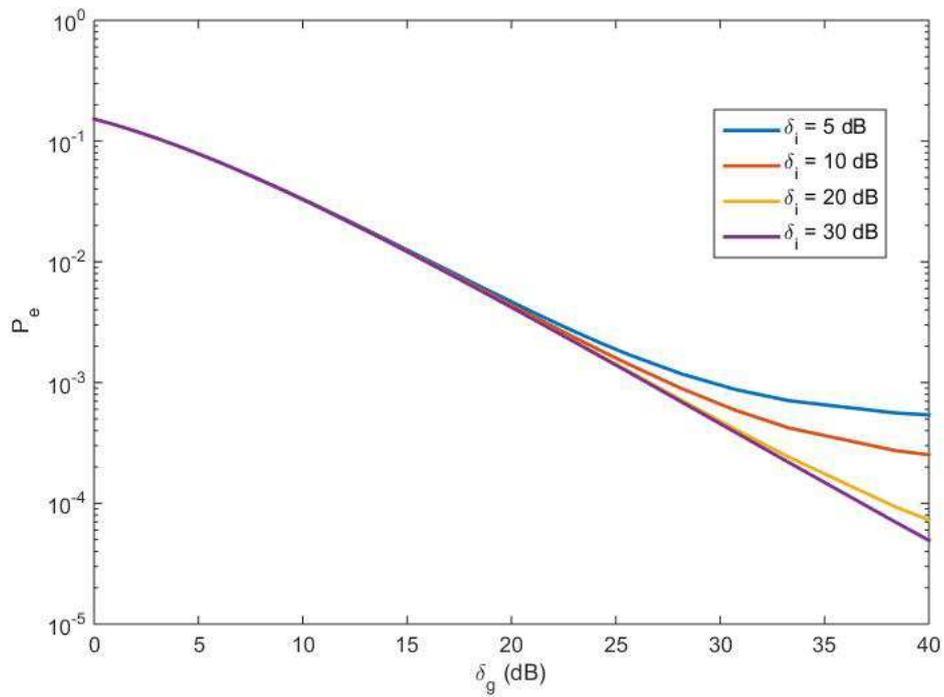


Figura 3.10 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\hat{z} = 3,0$, $\alpha = 1,0$, $\mu = 2,0$, $\alpha_p = 0,1$, $p_2 = 0,7$, $\beta = 0,3$ e $p_1 = 0,3$.

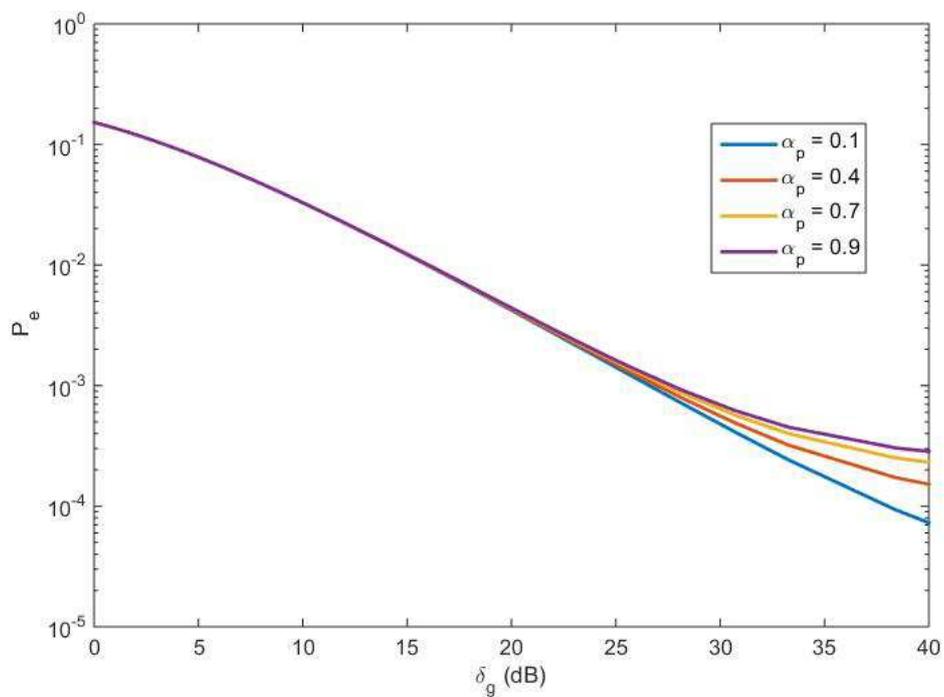


Figura 3.11 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ , com quatro valores distintos de α_p . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 20$ dB, $\hat{z} = 3,0$, $\alpha = 1,0$, $\mu = 2,0$, $p_2 = 0,7$, $\beta = 0,3$ e $p_1 = 0,3$.

α , com $\delta_i = 20$ dB, $\alpha_p = 0,1$, $\hat{z} = 3,0$, $\mu = 2,0$, $p_2 = 0,7$, $\beta = 0,3$ e $p_1 = 0,3$. Nota-se que à medida que α aumenta, menores valores de probabilidade de erro de *bit* são obtidas para valores fixos de δ_g . Verifica-se também que a probabilidade de erro de *bit* igual a 10^{-3} é obtida com $\delta_g \approx 13,0$ dB para $\alpha = 1,9$ ao passo que é obtida com $\delta_g \approx 26,7$ dB para $\alpha = 1,0$.

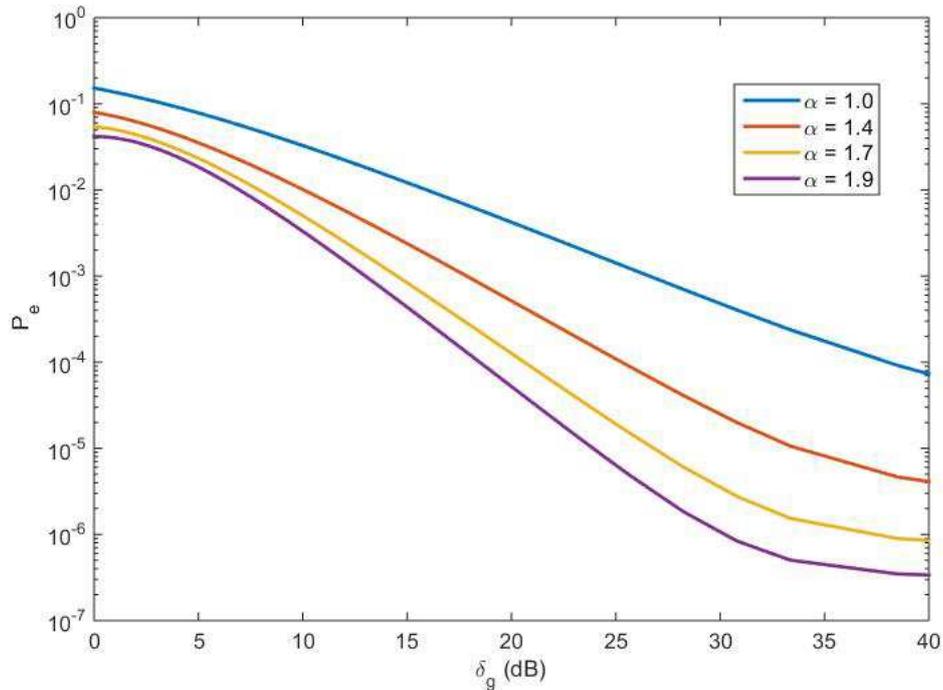


Figura 3.12 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ , com diferentes valores de α . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 20$ dB, $\hat{z} = 3,0$, $\alpha_p = 0,1$, $\mu = 2,0$, $p_2 = 0,7$, $\beta = 0,3$ e $p_1 = 0,3$.

Curvas de probabilidade de erro de *bit* sob o modelo de ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ , para quatro valores da ordem da constelação M são mostradas na Figura 3.13, considerando $\delta_i = 20$ dB, $\alpha = 1,0$, $\mu = 2,0$, $\hat{z} = 1,0$, $\alpha_p = 0,2$, $p_2 = 0,3$, $\beta = 0,4$ e $p_1 = 0,7$. Quanto menor o valor de M , menor é a probabilidade de erro de *bit*. Tem-se também que a probabilidade de erro de *bit* igual a 10^{-3} é obtida com $\delta_g \approx 19,6$ dB para $M = 16$ ao passo que é obtida com $\delta_g \approx 24,7$ dB para $M = 64$. Verifica-se também que para valores de $\delta_i = 20$ dB, a probabilidade de erro de *bit*, P_e não é menor que 10^{-3} para $\delta_g < 40$ dB, para constelações com $M > 64$.

3.5 Conclusões do Capítulo

Este capítulo apresentou expressões exatas e inéditas para o cálculo da probabilidade de erro de *bit*, P_e , do esquema M -QAM com o canal sujeito ao ruído G^2 AWGN e ao desvanecimento η - μ , κ - μ ou α - μ . O desempenho do receptor para o esquema de modulação M -QAM foi avaliado por meio de curvas de probabilidade de erro de *bit*. Essas curvas foram traçadas

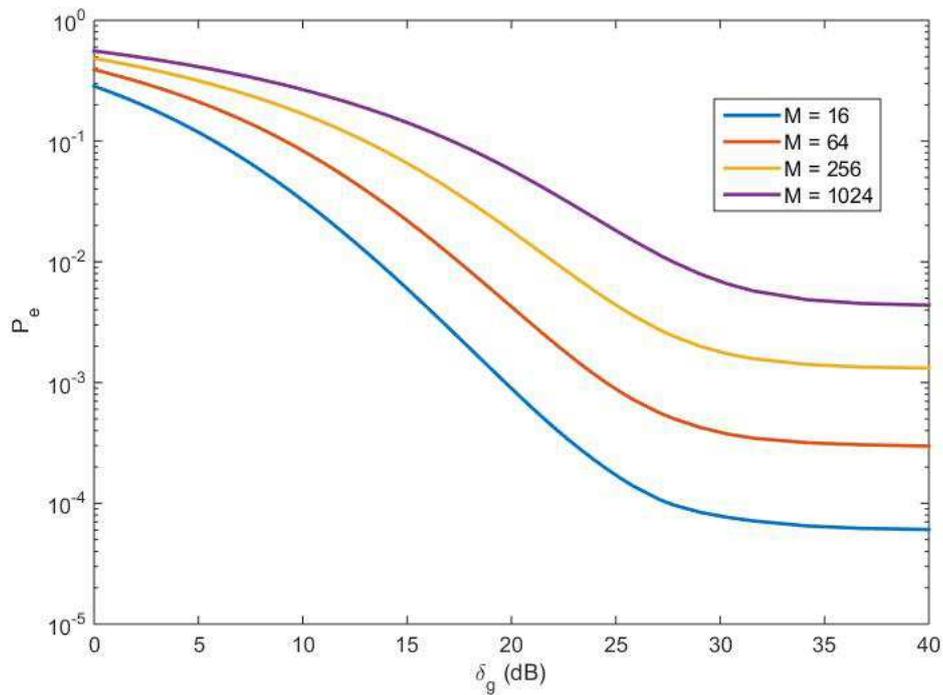


Figura 3.13 PEB para diferentes valores da ordem de constelação M sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento α - μ . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 20$ dB, $\hat{z} = 1, 0$, $\alpha = 1,0$, $\alpha_p = 0,2$, $\mu = 2,0$, $p_2 = 0,3$, $\beta = 0,4$ e $p_1 = 0,7$.

em função da relação sinal-ruído permanente para diferentes valores da relação sinal-ruído impulsivo, diferentes durações de pulsos impulsivos, ordem de modulação M e parâmetros que caracterizam o desvanecimento.

No próximo capítulo, são também determinadas expressões inéditas para o cálculo da probabilidade de erro de bit, P_e , do esquema de modulação digital M -QAM, porém a caracterização matemática do sinal auxiliar $C(t)$, utilizado para gatilhar o ruído impulsivo, é realizada por meio dos processos de Poisson e de Markov.

CAPÍTULO 4

PEB do Esquema M -QAM com o Canal de Comunicações Sujeito a Desvanecimento e Ruído Impulsivo Gatilhado por Processos de Poisson ou de Markov

O termo ruído impulsivo é usualmente utilizado para designar sinais indesejáveis que tendem a perturbar o sinal transmitido, podem influenciar no processamento de sinais e dessa forma afetar o desempenho dos sistemas de comunicações (HAYKIN, 2001). Esse termo é usado para denominar inúmeros tipos de ruído que têm despertado interesse entre os pesquisadores (ARAÚJO et al., 2015; CHAN; DONALDSON, 1989; TSIHRINTZIS; NIKIAS, 1995).

A análise do ruído impulsivo iniciou com Middleton, em 1951 (MIDDLETON, 1951). A partir de sua análise, diversos trabalhos têm surgido com estudos sobre os efeitos do ruído impulsivo proveniente de múltiplas fontes em diversos ambientes, tanto internos quanto externos (ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002; LAGO-FERNANDEZ; SALTER, 2004; CHEFFENA, 2012). Nesses ambientes, além do ruído impulsivo, outro efeito comum é o desvanecimento da intensidade do sinal transmitido, que pode ser causado por efeitos de propagação por múltiplos percursos (HAYKIN, 2001).

Alguns modelos são descritos na literatura para caracterizar matematicamente o ruído impulsivo em inúmeros ambientes, a exemplo dos modelos de Middleton (MIDDLETON, 1951), alfa estável simétrico (TSIHRINTZIS; NIKIAS, 1995), Ghosh (GHOSH, 1996), ruído aditivo Gaussiano branco gatilhado (GAWGN) (ARAÚJO, 2013), entre outros. Na caracterização do ruído em ambientes industriais, por exemplo, um dos modelos que pode ser utilizado é o GAWGN, dado que o ruído nesses ambientes pode ser visto, de acordo com (CHEFFENA, 2012), como a superposição de ruído de fundo, usualmente ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN), e ruído impulsivo. Além disso, o modelo GAWGN também pode ser usado para modelar situações em

que o processo de transmissão é afetado por ruídos provenientes de mecanismos eletroeletrônicos de chaveamento.

Para caracterizar o efeito adicional do desvanecimento, a literatura apresenta modelos matemáticos que podem ser adequados a diversos ambientes. Neste capítulo, dois modelos de desvanecimento generalistas são utilizados, são eles o η - μ e o κ - μ . Essas distribuições podem ser utilizadas para caracterizar desvanecimento em pequena e larga escala, com ausência ou presença de linha de visada em diversos tipos de ambientes (YACOUB, 2007b). A vantagem de usar modelos probabilísticos mais generalistas como os propostos, é que as expressões obtidas para avaliação da probabilidade de erro de *bit* englobam as expressões que seriam obtidas para a probabilidade de erro de *bit* sobre os modelos de desvanecimentos englobados pelos modelos η - μ e κ - μ .

Neste capítulo, uma análise matemática dos efeitos do desvanecimento η - μ ou κ - μ e ruído impulsivo na transmissão de sinais digitais é apresentada. A caracterização matemática do ruído impulsivo é baseada no trabalho de Araújo, Queiroz e Alencar (ARAÚJO; QUEIROZ; ALENCAR, 2013), em que um processo aleatório de Markov ou um processo aleatório $C(t)$, controlado por um processo de Poisson (processo telegráfico) é usado para modelar a ocorrência do ruído impulsivo. Em decorrência de considerar $C(t)$, os intervalos de tempo nos quais o ruído permanece em um determinado estado são variáveis aleatórias independentes e igualmente distribuídas com distribuição exponencial de parâmetro λ . A partir dessa análise, expressões exatas e inéditas para o cálculo da probabilidade de erro de *bit*, P_e , do esquema de modulação em amplitude e quadratura M -ário (M -QAM) sujeito ao desvanecimento η - μ ou κ - μ e ao ruído aditivo Gaussiano branco gatilhado por um processo de Poisson ou de Markov são obtidas. Além disso, curvas de PEB em função da relação sinal-ruído permanente, corroboradas por simulações computacionais realizadas com o método de Monte Carlo, sob diferentes valores de relação sinal-ruído impulsivo, ordem da constelação e número médio de transição dos estados são também apresentadas.

4.1 Modelo Matemático do Ruído

O modelo matemático do ruído, denotado por $\eta(t)$, é escrito como

$$\eta(t) = \eta_g(t) + C(t)\eta_i(t), \quad (4.1)$$

em que $\eta_i(t)$ representa um processo aleatório gaussiano branco com média nula e variância σ_i^2 , $C(t)$ é um sinal que modela a ocorrência do ruído $\eta_i(t)$, caracterizado por um processo aleatório de Poisson ou de Markov, o termo $\eta_g(t)$ representa o ruído Gaussiano de fundo que atua permanentemente no sistema e possui média nula e variância σ_g^2 e o produto $C(t)\eta_i(t)$ caracteriza o ruído $\eta_i(t)$ gatilhado pelo processo $C(t)$.

A função densidade de probabilidade do termo $C(t)\eta_i(t)$ na Equação 4.1, que representa o ruído impulsivo, pode ser obtida por meio da expressão (LEON-GARCIA, 2008)

$$f_W(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{|v|} f_U\left(\frac{w}{v}\right) f_V(v) dv, \quad (4.2)$$

necessária ao cálculo da FDP da variável

$$W = U \cdot V, \quad (4.3)$$

para o caso em que U e V são independentes. A FDP do sinal aleatório discreto $C(t)$ pode ser escrita em termos da função impulso $\delta(\cdot)$, dada por

$$f_{C(t)}(c) = \sum_k p_{C(t)}(c_k) \delta(c - c_k), \quad (4.4)$$

com $p_{C(t)}(c_k) = P[C(t) = c_k]$ e a FDP da variável $\eta(t)$, $f_{\eta(t)}(\eta)$, pode ser obtida a partir da soma de duas variáveis aleatórias independentes, $\eta_g(t)$ e $C(t)\eta_i(t)$, sendo escrita como (ARAÚJO, 2013)

$$f_{\eta(t)}(\eta) = \frac{P[C(t) = 0]}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_g^2}\right) + \frac{P[C(t) = 1]}{\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}\right). \quad (4.5)$$

4.2 Caracterização do Sinal $C(t)$ por um Processo de Poisson

Nesta seção o sinal $C(t)$ é caracterizado por um processo de Poisson de taxa λ , com amplitude assumindo os valores zero e um de forma aleatória, a cada realização do processo de Poisson. No instante inicial, em que t é igual a zero, é considerado que a amplitude do sinal $C(t)$ possui a seguinte distribuição de probabilidades

$$P[C(0) = 1] = p \quad (4.6)$$

e

$$P[C(0) = 0] = q, \quad (4.7)$$

com

$$p + q = 1. \quad (4.8)$$

Assim, em um instante t qualquer

$$P[C(t) = 1] = P[C(t) = 1|C(0) = 1]P[C(0) = 1] + P[C(t) = 1|C(0) = 0]P[C(0) = 0] \quad (4.9)$$

e

$$P[C(t) = 0] = P[C(t) = 0|C(0) = 1]P[C(0) = 1] + P[C(t) = 0|C(0) = 0]P[C(0) = 0]. \quad (4.10)$$

Nas Equações 4.9 e 4.10, as probabilidades condicionadas representam o comportamento de $C(t)$ dado que no instante t igual a zero $C(t)$ tenha iniciado em um ou em zero. Estas probabilidades condicionadas podem ser escritas como

$$P[C(t) = 1|C(0) = 1] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^{2k}}{(2k)!} e^{-\lambda t} = \frac{1}{2} (1 + \exp(-2\lambda t)) \quad (4.11)$$

e

$$P[C(t) = 1|C(0) = 0] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^{2k+1}}{(2k+1)!} e^{-\lambda t} = \frac{1}{2} (1 - \exp(-2\lambda t)). \quad (4.12)$$

Logo,

$$P[C(t) = 1] = \frac{1}{2} (1 + (p - q)\exp(-2\lambda t)) \quad (4.13)$$

e

$$P[C(t) = 0] = \frac{1}{2} (1 - (p - q)\exp(-2\lambda t)). \quad (4.14)$$

Assim, a FDP do ruído $\eta(t)$, denotada por $f_{\eta(t)}(\eta)$, com o sinal $C(t)$ caracterizado por um processo de Poisson é dada por (ARAÚJO, 2013)

$$f_{\eta(t)}(\eta) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_g^2}\right) (1 - (p - q)\exp(-2\lambda t)) + \frac{1}{2\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}\right) (1 + (p - q)\exp(-2\lambda t)). \quad (4.15)$$

Este processo também é conhecido como processo Telegráfico e apresenta a propriedade de Markov. Esta é a razão pelo qual ele também é classificado como um processo de Markov.

4.3 Caracterização do Sinal $C(t)$ por um Processo de Markov

Nesta seção é considerado que o sinal $C(t)$ é formado por pulsos que ocorrem em instantes aleatórios t_n e têm duração aleatória τ_n . Nesse modelo, assume-se que as variáveis t_n e τ_n são independentes e identicamente distribuídas e que um pulso ocorre no instante t_n e possui amplitude unitária de t_n a $t_n + \tau_n$. Considera-se também que as variáveis t_n correspondem aos instantes de ocorrência de eventos de um processo de Poisson de taxa λ e que o sinal $C(t)$ pode ser escrito como

$$C(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n(t - t_n), \quad (4.16)$$

em que $p_n(t)$ representa o n -ésimo pulso retangular com amplitude unitária em $0 \leq t \leq \tau_n$ e zero, caso contrário. O sinal $C(t)$ pode ser visto como um processo de Markov com dois estados, denominados de estado zero e estado um, com probabilidades $p_0(t)$ e $p_1(t)$, respectivamente. Se t_1, t_2, \dots, t_n são os instantes em que $C(t)$ alterna do estado zero para o estado um e $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ são os intervalos de tempo em que $C(t)$ permanece no estado um, então o tempo em que todo o sinal $C(t)$ permanece no estado zero pode ser escrito como

$$T_0 = \sum_n (t_n - t_{n-1} - \tau_{n-1}). \quad (4.17)$$

Desde que os instantes iniciais t_n de cada pulso correspondem aos instantes de ocorrências de eventos de um processo de Poisson de taxa λ , então os intervalos entre ocorrências têm distribuição exponencial com média $1/\lambda$. Adicionalmente, dado que as variáveis

$$X_n = t_n - t_{n-1} - \tau_{n-1} \quad (4.18)$$

são independentes e identicamente distribuídas com média m_X , então o tempo médio de duração do estado zero pode ser escrito como

$$m_X = E[t_n - t_{n-1}] - E[\tau_{n-1}] = \frac{1}{\lambda} - \mu_\tau, \quad (4.19)$$

em que μ_τ é o valor médio das variáveis τ_n .

As probabilidades de cada estado da cadeia de Markov podem ser calculadas a partir da equação (LEON-GARCIA, 2008)

$$\frac{dp_j(t)}{dt} = \sum_i \gamma_{ij} p_i(t), \quad (4.20)$$

em que γ_{ij} representa a taxa na qual um processo estocástico $X(t)$ sai do estado i para o estado j . As taxas nas quais o processo permanece no mesmo estado são consideradas negativas. Para

o caso do sinal $C(t)$ modelado por um processo de Markov, as taxas γ_{ij} são dadas por (LEON-GARCIA, 2008)

$$\gamma_{00} = -\frac{\lambda}{1 - \lambda\mu_\tau}, \quad (4.21)$$

$$\gamma_{01} = \frac{\lambda}{1 - \lambda\mu_\tau}, \quad (4.22)$$

$$\gamma_{10} = \frac{1}{\mu_\tau} \quad (4.23)$$

e

$$\gamma_{11} = -\frac{1}{\mu_\tau}. \quad (4.24)$$

Desse modo, é possível montar as seguintes equações diferenciais

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -\frac{\lambda}{1 - \lambda\mu_\tau}p_0(t) + \frac{1}{\mu_\tau}p_1(t) \quad (4.25)$$

e

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = \frac{\lambda}{1 - \lambda\mu_\tau}p_0(t) - \frac{1}{\mu_\tau}p_1(t). \quad (4.26)$$

Usando o fato de que

$$p_0(t) + p_1(t) = 1 \quad (4.27)$$

e que $p_0(0)$ e $p_1(0)$ são as probabilidades no instante inicial, é possível mostrar que

$$p_0(t) = (1 - \lambda\mu_\tau) + (p_0(0) - (1 - \lambda\mu_\tau))\exp\left(-\frac{t}{\mu_\tau(1 - \lambda\mu_\tau)}\right) \quad (4.28)$$

e

$$p_1(t) = \lambda\mu_\tau + (p_1(0) - \lambda\mu_\tau)\exp\left(-\frac{t}{\mu_\tau(1 - \lambda\mu_\tau)}\right). \quad (4.29)$$

No limite, quando t tende a infinito,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_0(t) = 1 - \lambda\mu_\tau \quad (4.30)$$

e

$$\lim_{t \rightarrow \infty} p_1(t) = \lambda\mu_\tau. \quad (4.31)$$

Assim, a FDP do ruído $\eta(t)$, denotada por $f_{\eta(t)}(\eta)$, com o sinal $C(t)$ caracterizado por um processo de Markov é dada por (ARAÚJO, 2013)

$$f_{\eta(t)}(\eta) = \frac{(1 - \lambda\mu_\tau)}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_g^2}\right) + \frac{\lambda\mu_\tau}{\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}\right). \quad (4.32)$$

Vale mencionar que o produto $\lambda\mu_\tau$ na Equação 4.32 representa o número médio de transições que o sinal $C(t)$ alterna do estado zero para o estado um.

4.4 Probabilidade de Erro de *Bit* do Esquema M -QAM Sob Desvanecimento e Ruído Impulsivo Gatilhado por um Processo de Poisson

Nesta seção, os resultados apresentados por Cho e Yoon (CHO; YOON, 2002) são usados para o cálculo de novas expressões exatas para a PEB do esquema M -QAM em um canal de comunicações sujeito ao ruído impulsivo gatilhado por um sinal $C(t)$, caracterizado por um processo de Poisson e desvanecimento η - μ ou κ - μ . Cho e Yoon propuseram uma expressão fechada para o cálculo da probabilidade de erro de *bit*, P_e , do esquema M -QAM, considerando um canal com ruído AWGN. Esta expressão é dada por (CHO; YOON, 2002)

$$P_e = \frac{1}{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} P_e(k), \quad (4.33)$$

com $P_e(k)$ dado por

$$P_e(k) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \operatorname{erfc} \left((2i+1) \sqrt{\frac{3 \log_2 M \cdot E_b}{2(M-1)N_0}} \right), \quad (4.34)$$

e pesos $w(i, k, M)$ definidos como

$$w(i, k, M) = (-1)^{\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} \rfloor} \cdot \left(2^{k-1} - \left\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right), \quad (4.35)$$

em que E_b/N_0 denota a relação sinal-ruído (SNR – *Signal-to-Noise Ratio*) por *bit*, $\lfloor x \rfloor$ denota o maior inteiro menor que x , e $\operatorname{erfc}(\cdot)$ denota a função erro complementar. Note que a Equação 4.34 é escrita em termos da soma ponderada de funções $\operatorname{erfc}(\cdot)$, que o termo $\operatorname{erfc}(\cdot)$ corres-

ponde a duas vezes a probabilidade de o ruído aditivo exceder $(2i+1)\sqrt{3\log_2 M \cdot E_b/2(M-1)}$ e que os pesos $w(i, k, M)$ incluem o efeito, em P_e , da k -ésima posição de *bit* em símbolos com $\log_2 M$ *bits*.

Assim, sob o modelo de ruído $\eta(t)$ adotado,

$$2P \left\{ \eta \geq \sqrt{\frac{a(i, M)E_b}{2}} \right\} = (1 + (p - q)\exp(-2\lambda t)) Q \left(\sqrt{a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) + (1 - (p - q)\exp(-2\lambda t)) Q \left(\sqrt{a(i, M)\delta_g} \right), \quad (4.36)$$

com

$$a(i, M) = \frac{3(2i+1)^2}{(M-1)} \log_2 M. \quad (4.37)$$

A probabilidade $P_e(k)$ para o esquema de modulação M -QAM pode então ser escrita como

$$P_e(k) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \left[(1 + (p - q)\exp(-2\lambda t)) Q \left(\sqrt{a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) + (1 - (p - q)\exp(-2\lambda t)) Q \left(\sqrt{a(i, M)\delta_g} \right) \right]. \quad (4.38)$$

Assim,

$$P_e = \frac{1}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \left[(1 + (p - q)\exp(-2\lambda t)) Q \left(\sqrt{a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) + (1 - (p - q)\exp(-2\lambda t)) Q \left(\sqrt{a(i, M)\delta_g} \right) \right], \quad (4.39)$$

em que M é a ordem da constelação e δ_g e δ_i são, respectivamente, a relação sinal-ruído permanente e a relação sinal-ruído impulsivo, por *bit*.

Condicionando a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM sob o modelo de ruído $\eta(t)$ à intensidade da envoltória do desvanecimento, z , denotada por $P(e|z)$, tem-se que

$$\begin{aligned}
 P(e|z) &= \frac{1}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ (1 + (p - q)\exp(-2\lambda t)) \text{Q} \left(\sqrt{a(i, M)z^2 \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) \right. \\
 &\left. + (1 - (p - q)\exp(-2\lambda t)) \text{Q} \left(\sqrt{a(i, M)z^2 \delta_g} \right) \right\}, \quad (4.40)
 \end{aligned}$$

em que $w(i, k, M)$ e $a(i, M)$ são dados pelas Equações 4.35 e 4.37, respectivamente.

Considerando o modelo de sinal recebido como

$$Y(t) = z(t)X(t) + \eta(t), \quad (4.41)$$

em que $X(t)$ denota o sinal de informação e $\eta(t)$ o ruído, a PEB P_e pode ser obtida ponderando a Equação 4.40 em relação à FDP de z , isto é,

$$\begin{aligned}
 P_e &= \int_0^\infty P(e|z) f_Z(z) dz \\
 &= \frac{1}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ (1 + (p - q)\exp(-2\lambda t)) \int_0^\infty \text{Q} \left(\sqrt{a(i, M)z^2 \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) f_Z(z) dz \right. \\
 &\left. + (1 - (p - q)\exp(-2\lambda t)) \int_0^\infty \text{Q} \left(\sqrt{a(i, M)z^2 \delta_g} \right) f_Z(z) dz \right\}. \quad (4.42)
 \end{aligned}$$

Usando a representação de Craig para a função $\text{Q}(\cdot)$ e procedendo com algumas simplificações, tem-se que P_e é dado por

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{1}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \frac{(1 + (p - q)\exp(-2\lambda t))}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty v^{-\frac{1}{2}} \exp \left(-\frac{a(i, M)v}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \right) f_Z(\sqrt{v}) dv d\theta \right. \\
 &\left. + \frac{(1 - (p - q)\exp(-2\lambda t))}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty v^{-\frac{1}{2}} \exp \left(-\frac{a(i, M)v}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g \right) f_Z(\sqrt{v}) dv d\theta \right\}. \quad (4.43)
 \end{aligned}$$

Considerando que o desvanecimento possui distribuição η - μ , com FDP dada pela Equação 2.14, então a PEB do esquema M -QAM sob o modelo de ruído $\eta(t)$, com o sinal $C(t)$ gatilhado por um processo de Poisson e desvanecimento η - μ , pode ser reescrita como

$$P_e = \frac{\Gamma(2\mu + \frac{1}{2}) \Gamma(\frac{1}{2})}{2\Gamma(2\mu + 1) \pi h^\mu \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \left\{ (1 + (p - q)\exp(-2\lambda t)) \left(\frac{4\mu h}{a(i, M)\Omega\delta_g\delta_i} \right)^{2\mu} F_1 \left(2\mu + \frac{1}{2}, \mu, \mu, 2\mu + 1; \gamma_1, \gamma_2 \right) + (1 - (p - q)\exp(-2\lambda t)) \left(\frac{4\mu h}{a(i, M)\Omega\delta_g} \right)^{2\mu} F_1 \left(2\mu + \frac{1}{2}, \mu, \mu, 2\mu + 1; \gamma_3, \gamma_4 \right) \right\}, \quad (4.44)$$

em que $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ e γ_4 são dados, respectivamente, pelas Equações 3.16, 3.17, 3.20 e 3.21 e $F_1(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot; \cdot, \cdot)$ é a função de Apell (GRADSHTEYN; RYZHIK, 2007).

Sob o modelo de ruído $\eta(t)$, com o sinal $C(t)$ gatilhado por um processo de Poisson, e desvanecimento κ - μ , com FDP dada pela Equação 2.19, tem-se que a PEB do esquema M -QAM é dada por

$$P_e = \frac{1}{\pi \exp(\kappa\mu) \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{p=0}^N \frac{(\mu\kappa)^p}{p!} \times w(i, k, M) B(p + \mu + 1/2, 1/2) \times \left\{ (1 + (p - q)\exp(-2\lambda t)) C_i^{-\mu-p} {}_2F_1 \left(\mu + p, p + \mu + 1/2; p + \mu + 1; -\frac{1}{C_i} \right) + (1 - (p - q)\exp(-2\lambda t)) K_i^{-\mu-p} {}_2F_1 \left(\mu + p, p + \mu + 1/2; p + \mu + 1; -\frac{1}{K_i} \right) \right\}, \quad (4.45)$$

em que γ_5 e γ_6 são dados, respectivamente, pelas Equações 3.31 e 3.36.

4.5 Probabilidade de Erro de *Bit* do Esquema M -QAM Sob Desvanecimento e Ruído Impulsivo Gatilhado por um Processo de Markov

Assim como na Seção 4.4, os resultados apresentados por Cho e Yoon (CHO; YOON, 2002) são usados para se obterem expressões exatas e inéditas para a PEB do esquema M -QAM em um canal de comunicações sujeito ao ruído $\eta(t)$, com o sinal $C(t)$ gatilhado por um processo de Markov e desvanecimento η - μ ou κ - μ .

Pode-se mostrar que a PEB do esquema M -QAM sob o modelo de ruído $\eta(t)$, com o sinal $C(t)$ gatilhado por um processo de Markov, condicionada à intensidade da envoltória do desvanecimento, z , denotada por $P(e|z)$, pode ser escrita como

$$P(e|z) = \frac{2}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \left\{ \lambda\mu Q \left(\sqrt{a(i, M)z^2 \frac{\delta_g\delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) + (1 - \lambda\mu) Q \left(\sqrt{a(i, M)z^2\delta_g} \right) \right\}, \quad (4.46)$$

em que $w(i, k, M)$ e $a(i, M)$ são dados pelas Equações 4.35 e 4.37, respectivamente.

Ponderando a Equação 4.46 em relação à FDP de z , tem-se

$$P_e = \int_0^\infty P(e|z)f_Z(z)dz = \frac{2}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \left\{ \lambda\mu_\tau \int_0^\infty Q \left(\sqrt{a(i, M)z^2 \frac{\delta_g\delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) f_Z(z)dz + (1 - \lambda\mu_\tau) \int_0^\infty Q \left(\sqrt{a(i, M)z^2\delta_g} \right) f_Z(z)dz \right\}. \quad (4.47)$$

Sob o modelo de desvanecimento η - μ , com FDP dada pela Equação 2.14, tem-se que P_e é dada por

$$P_e = \frac{\Gamma(2\mu + \frac{1}{2}) \Gamma(\frac{1}{2})}{2\Gamma(2\mu + 1) \pi h^\mu \sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \left\{ \lambda\mu_\tau \left(\frac{4\mu h}{a(i, M)\Omega\delta_g\delta_i} \right)^{2\mu} F_1 \left(2\mu + \frac{1}{2}, \mu, \mu, 2\mu + 1; \gamma_1, \gamma_2 \right) + (1 - \lambda\mu_\tau) \left(\frac{4\mu h}{a(i, M)\Omega\delta_g} \right)^{2\mu} F_1 \left(2\mu + \frac{1}{2}, \mu, \mu, 2\mu + 1; \gamma_3, \gamma_4 \right) \right\}, \quad (4.48)$$

em que $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ e γ_4 são dados, respectivamente, pelas Equações 3.16, 3.17, 3.20 e 3.21 e $F_1(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot; \cdot, \cdot)$ é a função de Apell (GRADSHTEYN; RYZHIK, 2007).

Sob desvanecimento κ - μ , cuja FDP é dada pela Equação 2.19, P_e pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{1}{\pi \exp(\kappa\mu) \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{p=0}^N \frac{(\mu\kappa)^p}{p!} \\
 &\times w(i, k, M) B(p + \mu + 1/2, 1/2) \\
 &\times \left\{ \lambda\mu_\tau C_i^{-\mu-p} {}_2F_1 \left(\mu + p, p + \mu + 1/2; p + \mu + 1; -\frac{1}{\gamma_5} \right) \right. \\
 &\left. + \lambda\mu_\tau K_i^{-\mu-p} {}_2F_1 \left(\mu + p, p + \mu + 1/2; p + \mu + 1; -\frac{1}{\gamma_6} \right) \right\}, \quad (4.49)
 \end{aligned}$$

em que γ_5 e γ_6 são dados, respectivamente, pelas Equações 3.31 e 3.36.

4.6 Avaliação Numérica

Nesta seção, curvas de PEB teóricas são traçadas para diferentes parâmetros como relação sinal-ruído impulsivo, ordem da constelação e número médio de transições dos estados. Essas curvas são obtidas a partir das expressões apresentadas neste capítulo e são corroboradas por simulações realizadas com o método de Monte Carlo, considerando 5×10^6 bits transmitidos. Para fins comparativos, também são apresentadas curvas de PEB com o canal de comunicações sujeito aos efeitos do desvanecimento e ruído AWGN. Essas curvas servem como limitantes inferiores de desempenho do sistema.

Curvas de PEB, P_e , do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Markov e desvanecimento η - μ e κ - μ , em função da relação sinal-ruído permanente, δ_g , para quatro valores de δ_i são mostradas, respectivamente, nas Figuras 4.1 e 4.2. Na Figura 4.1, os valores dos parâmetros usados para avaliação numérica foram $\eta = 1,5$, $\mu = 2,0$ e $\lambda\mu_\tau = 1$. Já para a Figura 4.2, utilizou-se $\kappa = 1,0$, $\mu = 2,0$ e $\lambda\mu_\tau = 1$. Nos casos avaliados, em que o canal de comunicações sofre os efeitos do ruído $\eta(t)$ e desvanecimento η - μ ou do ruído $\eta(t)$ e desvanecimento κ - μ , percebe-se que as curvas de PEB decrescem com o aumento da relação sinal-ruído permanente δ_g para valores fixos da relação sinal-ruído impulsivo δ_i . Para $\delta_i = 1$ dB, verifica-se que as curvas de P_e ficam praticamente constantes, para toda a faixa de valores de δ_g . Nota-se também nas Figuras 4.1 e 4.2, para os quatro valores de δ_i em consideração, que as curvas de P_e tendem a diminuir mais lentamente quando comparadas a curva de P_e determinada pela influência apenas do ruído AWGN.

Nas Figuras 4.3 e 4.4 são apresentadas, respectivamente, as curvas de PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Poisson e desvanecimento η - μ e κ - μ . Essas curvas são traçadas em função da relação sinal-ruído permanente, δ_g , para diferentes valores do parâmetro δ_i , com $p = 0,75$, $q = 0,25$, $\eta = 1,5$, $\mu = 2,0$ e $\lambda t = 1$ para a Figura 4.3 e $p = 0,75$, $q = 0,25$, $\kappa = 1,0$, $\mu = 2,0$ e $\lambda t = 1$ para a Figura 4.4. À medida que δ_i aumenta, menores valores de P_e são obtidos para valores fixos de δ_g . Para a

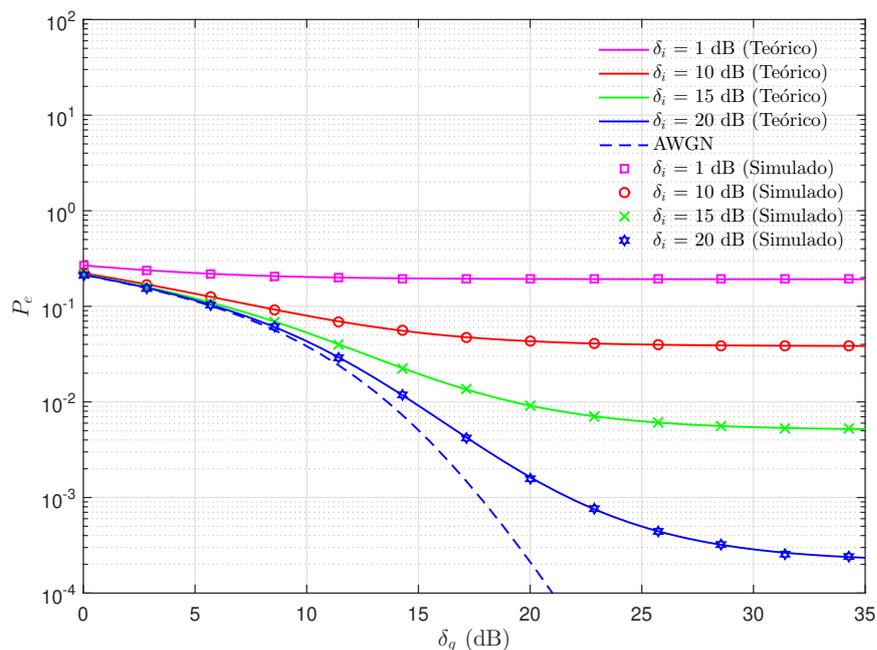


Figura 4.1 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Markov e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\eta = 1,5$, $\mu = 2,0$ e $\lambda\mu_\tau = 1$.

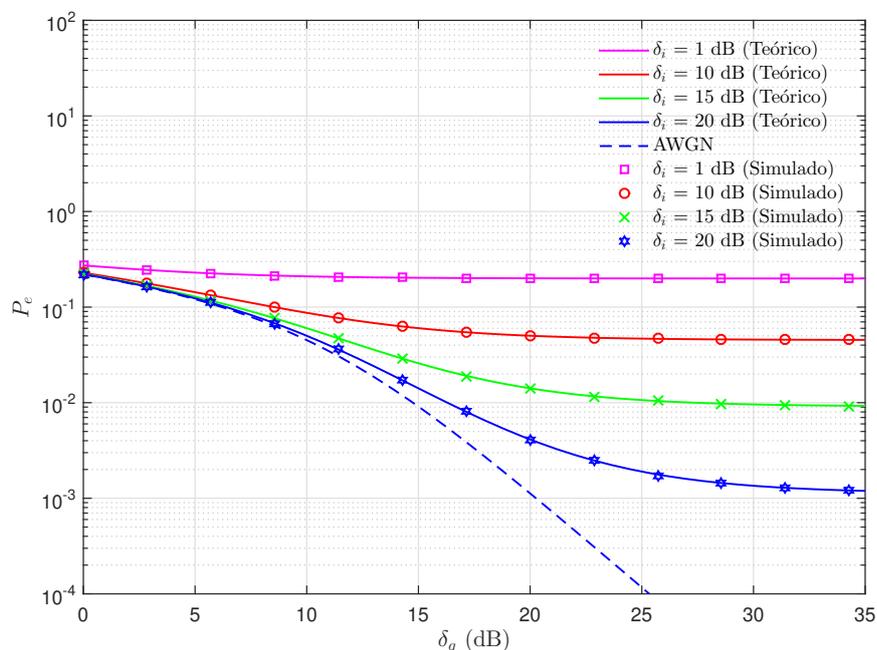


Figura 4.2 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Markov e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\kappa = 1,0$, $\mu = 2,0$ e $\lambda\mu_\tau = 1$.

Figura 4.3, verifica-se que PEB menores que 10^{-3} são obtidas com $\delta_i = 20, 15$ e 10 dB, para valores de $\delta_g > 20,8, 23$ e 30 dB, respectivamente. Na Figura 4.4, nota-se, para $\delta_i = 19$ dB, que

P_e não é menor que 10^{-3} , para δ_g de 0 a 34 dB. Percebe-se também nesta figura, para a curva AWGN, uma redução de aproximadamente duas ordens de grandeza para δ_g entre 15 e 25 dB.

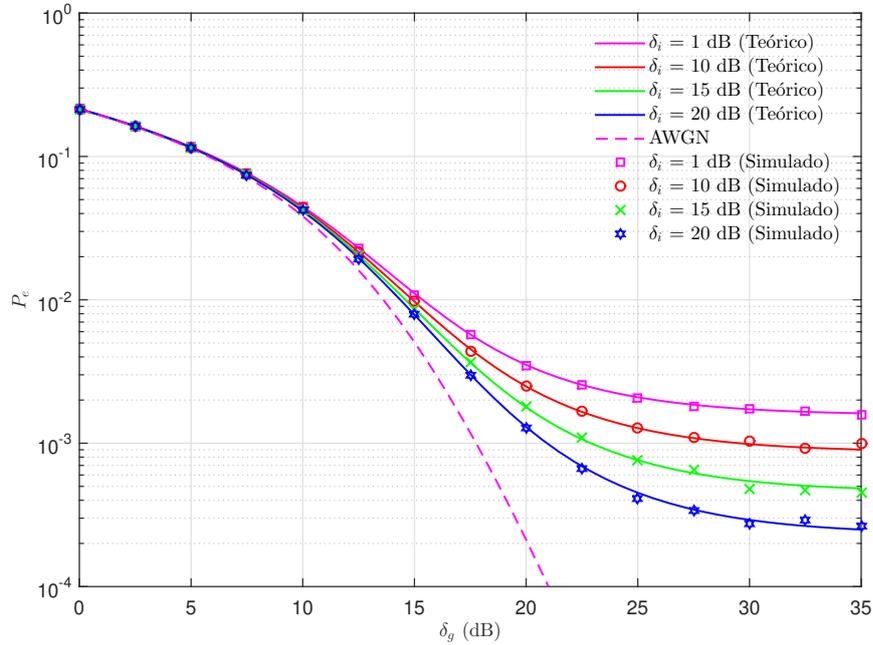


Figura 4.3 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Poisson e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $p = 0,75$, $q = 0,25$, $\eta = 1,5$, $\mu = 2,0$ e $\lambda t = 1$.

Nas Figuras 4.5 e 4.6 são mostradas as curvas de PEB do esquema de modulação 64-QAM sujeito ao ruído impulsivo gatilhado por um processo de Markov e desvanecimento η - μ e κ - μ , respectivamente. As curvas de P_e são traçadas em função da relação sinal-ruído permanente δ_g , sob diferentes valores do produto $\lambda\mu\tau$. Na Figura 4.5, utilizou-se $\eta = 1,5$, $\mu = 2,0$ e $\delta_i = 20$ dB. Já para a Figura 4.6, tem-se $\kappa = 1,5$, $\mu = 2,0$ e $\delta_i = 20$ dB. Como o parâmetro $\lambda\mu\tau$ representa o número médio de transições que o sinal $C(t)$ alterna do estado zero para o estado um, tem-se que quanto maior o valor de $\lambda\mu\tau$ maior é a PEB obtida para valores fixos de δ_g . Na Figura 4.5, observa-se para $\delta_g \geq 30$ dB, uma diferença de PEB de duas ordens de grandeza entre as curvas de $\lambda\mu\tau = 0,5$ e $\lambda\mu\tau = 0,01$, para valores fixos de δ_g . Na Figura 4.6, é possível observar uma diferença de PEB de duas ordens de grandeza entre as curvas de $\lambda\mu\tau = 0,01$ e $\lambda\mu\tau = 0,9$ para valores fixos de $\delta_g \geq 35$ dB. Observa-se também para $\delta_g < 10$ dB, tanto para a Figura 4.5 quanto para a Figura 4.6, que os quatro valores de $\lambda\mu\tau$ em consideração levam praticamente aos mesmos valores de P_e . Na Figura 4.6, observa-se que é possível obter PEB $< 10^{-4}$ para $\delta_g > 26$ dB considerando $\lambda\mu\tau = 0,05$.

Curvas de PEB, P_e , do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Poisson e desvanecimento η - μ e κ - μ são apresentadas nas Figuras 4.7 e 4.8, respectivamente. A avaliação numérica de P_e é realizada em função da relação

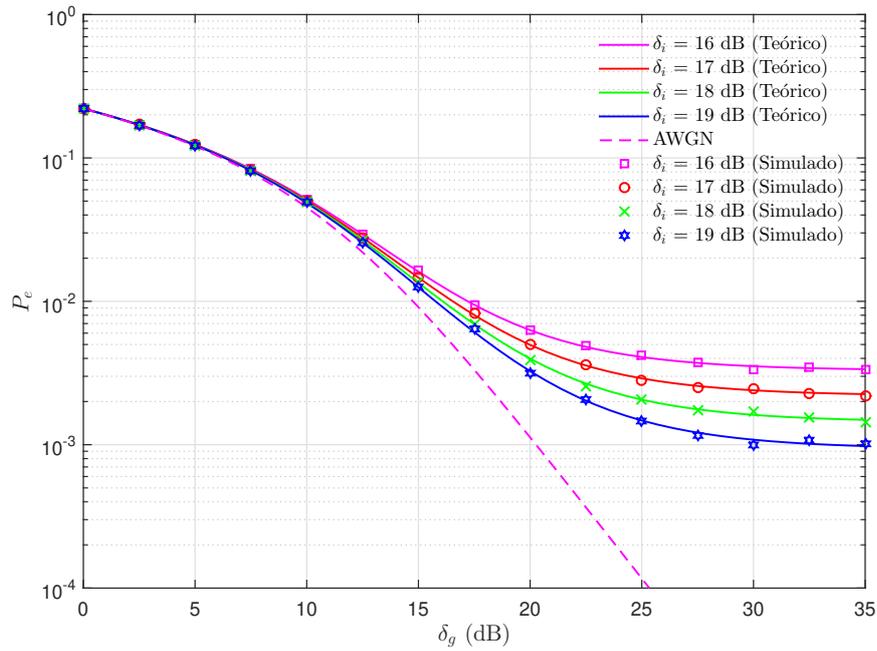


Figura 4.4 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Poisson e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $p = 0,75$, $q = 0,25$, $\kappa = 1,0$, $\mu = 2,0$ e $\lambda t = 1$.

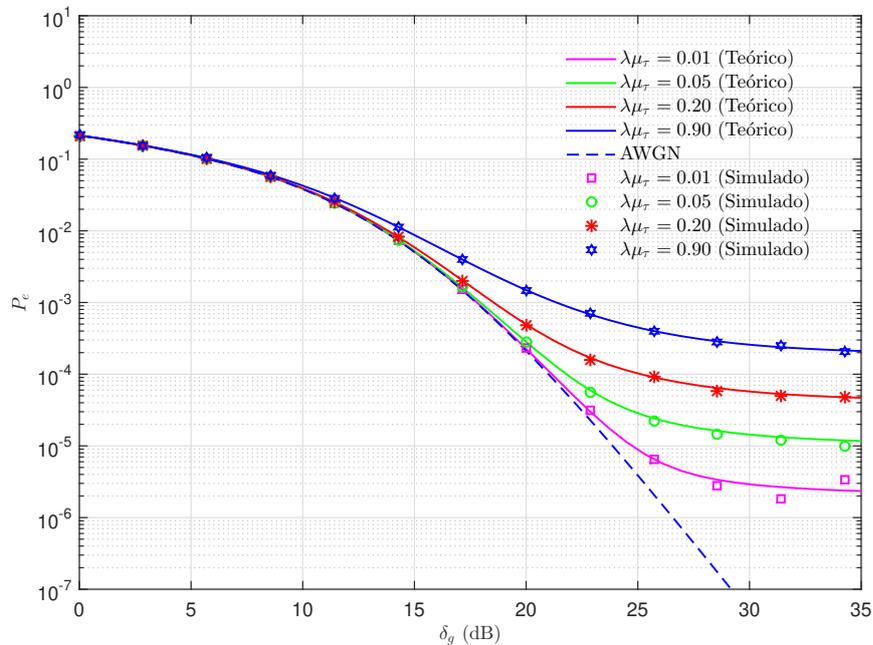


Figura 4.5 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Markov e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para o parâmetro $\lambda\mu_\tau$. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\eta = 1,5$, $\mu = 2,0$ e $\delta_i = 20$ dB.

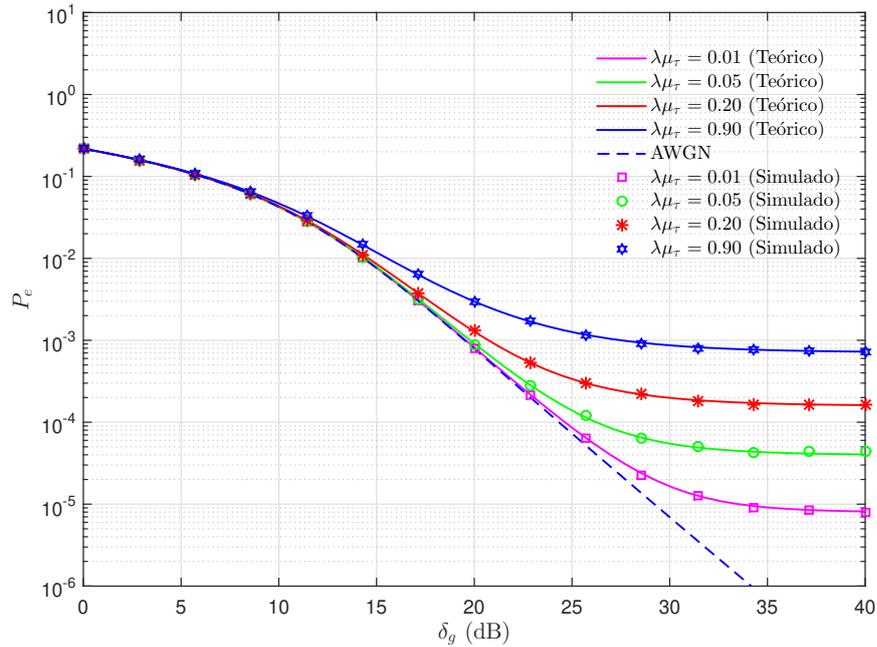


Figura 4.6 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Markov e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para o parâmetro $\lambda\mu_\tau$. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\kappa = 1,5$, $\mu = 2,0$ e $\delta_i = 20$ dB.

sinal-ruído permanente, δ_g , para quatro valores do parâmetro M . Para a Figura 4.7 utilizou-se $p = 0,75$, $q = 0,25$, $\eta = 1,5$, $\mu = 2,0$ e $\delta_i = 20$ dB. Já para a Figura 4.8, $p = 0,75$, $q = 0,25$, $\kappa = 1,0$, $\mu = 2,0$ e $\delta_i = 20$ dB. Em ambas as figuras, verifica-se que à medida que a ordem da constelação M aumenta, maior probabilidade de erro é alcançada para valores fixos de δ_g pois mais susceptível encontra-se o receptor de cometer erros no processo de decisão. Na Figura 4.7, uma queda de P_e de aproximadamente duas ordens de grandeza é obtida ao substituir o esquema 1024-QAM pelo esquema 64-QAM fixado qualquer valor de $\delta_g \geq 30$ dB. Ainda na Figura 4.7, uma probabilidade de erro de *bit* de 10^{-3} é obtida com 16-QAM para $\delta_g \approx 14$ dB ao passo que é obtida com 64-QAM para $\delta_g = 20$ dB. Na Figura 4.8, PEB $< 10^{-3}$ é obtida com 16-QAM para δ_g maior que aproximadamente 17,5 dB e com 64-QAM para δ_g maior que 25 dB. Nota-se também nas Figuras 4.7 e 4.8 que nenhuma curva de PEB está abaixo da curva de PEB determinada pelo ruído AWGN. Essa curva serve como limitante inferior de desempenho do sistema.

4.7 Conclusões do Capítulo

Este capítulo apresentou expressões exatas e inéditas para a probabilidade de erro de *bit* (PEB), P_e , do esquema M -QAM com o canal de comunicações sujeito ao ruído impulsivo gatilhado por um processo de Poisson ou de Markov e ao desvanecimento η - μ ou κ - μ . Curvas de PEB teóricas em função da relação sinal-ruído permanente sob diferentes valores de relação sinal-ruído impulsivo, ordem da constelação e número médio de transições dos estados

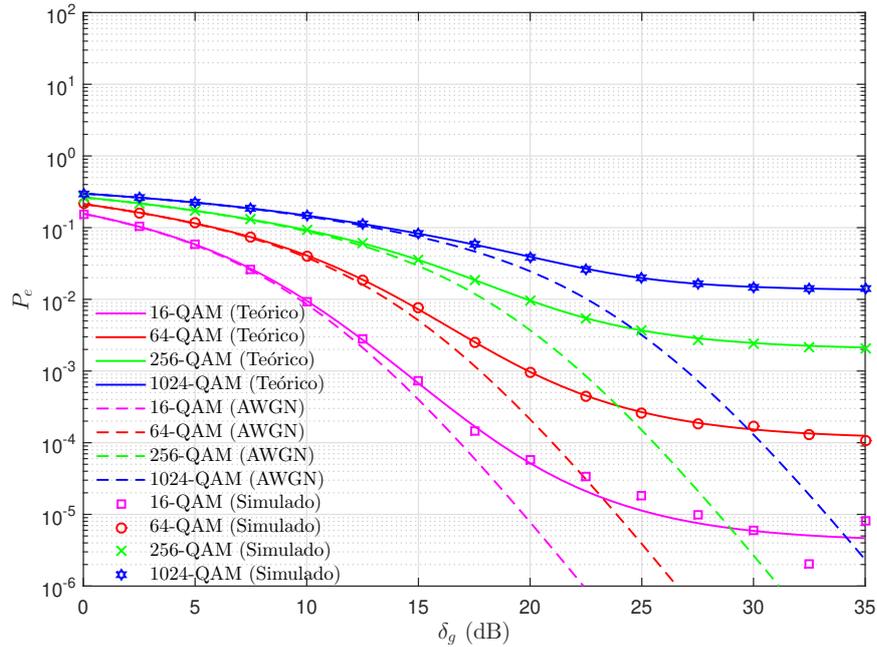


Figura 4.7 PEB do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Poisson e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para o parâmetro M . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $p = 0,75$, $q = 0,25$, $\eta = 1,5$, $\mu = 2,0$ e $\delta_i = 20$ dB.

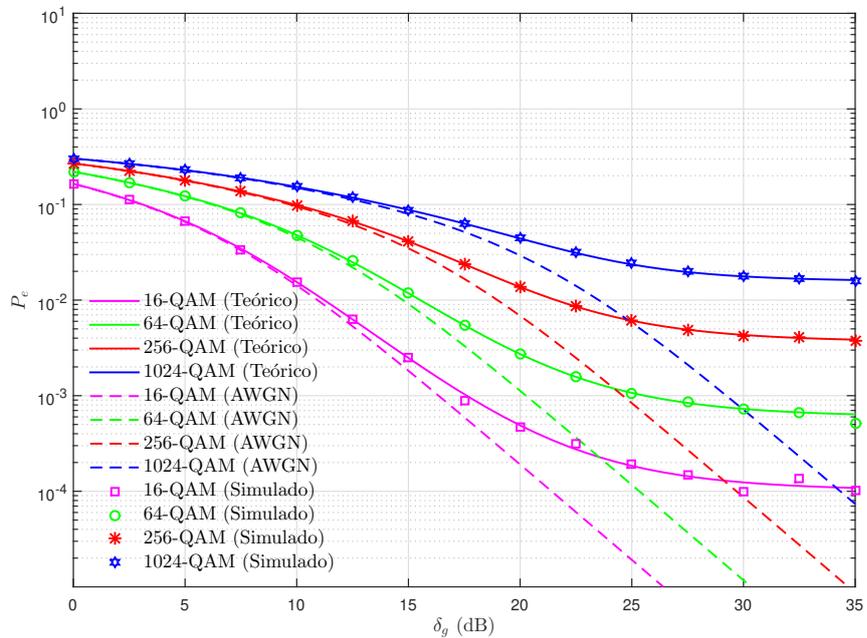


Figura 4.8 PEB do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído impulsivo gatilhado por um processo de Poisson e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para o parâmetro M . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $p = 0,75$, $q = 0,25$, $\kappa = 1,0$, $\mu = 2,0$ e $\delta_i = 20$ dB.

foram traçadas. Essas curvas foram corroboradas por simulações realizadas com o método de Monte Carlo, considerando 5×10^6 bits transmitidos. Nas análises de desempenho realizadas,

percebeu-se, tanto para o modelo de gatilhamento do ruído impulsivo que utiliza o processo de Poisson quanto para o que usa o processo de Markov, que menores valores de PEB foram obtidos conforme o valor de δ_g aumenta, para os três parâmetros em consideração.

No próximo capítulo são também determinadas novas expressões inéditas para a PEB, P_e , do esquema de modulação digital M -QAM, porém considerando o canal de comunicação modelado por uma cadeia de Markov com dois estados, cada um representando cenários distintos em um ambiente de propagação sem fio.

CAPÍTULO 5

PEB do Esquema M -QAM com o Canal de Comunicações Sujeito a Ruído G^2 AWGN e Desvanecimento Modelado por Cadeia de Markov

O sinal transmitido em ambientes industriais e ambientes indoor, como shoppings, está sujeito à influência do ruído proveniente de múltiplas fontes e interferências na faixa do espectro destinada a aplicações industriais em 2,4 GHz (TANGHE et al., 2008). Usualmente, o ruído nesses ambientes é modelado como aditivo gaussiano branco. No entanto, esses ambientes também apresentam ruído de natureza impulsiva. As fontes geradoras de ruído impulsivo são numerosas e surgem principalmente devido à presença de inúmeros equipamentos tiristorizados, cujo chaveamento pode gerar distúrbios na rede e emissão de ruído. Motores elétricos, inversores de frequência, equipamentos de solda, acionamento de lâmpadas, entre outros, são exemplos de fontes de ruído impulsivo (CHEFFENA, 2016).

Outro desafio comumente encontrado em ambientes industriais é o desvanecimento, que impõe variações aleatórias de intensidade ao sinal transmitido (TANGHE et al., 2008). Esse fenômeno surge devido à grande quantidade de objetos e máquinas presentes nesses ambientes, que usualmente são construídos com materiais metálicos, tornando o canal de comunicação apropriado à propagação por múltiplos percursos (TANG et al., 2007). Dessa forma, a combinação de fenômenos como o ruído de natureza impulsiva e o desvanecimento podem comprometer seriamente a qualidade do enlace de comunicação.

Nesses ambientes de comunicação sem fio, os efeitos do desvanecimento e do ruído impulsivo no sinal observado na saída de um filtro casado no receptor pode ser modelado por uma composição de dois termos, um representando o sinal de informação afetado pelo desvanecimento e o outro termo representando o ruído impulsivo (CHEFFENA, 2016).

Em modelos de canais não seletivos em frequência, considera-se usualmente que o desvanecimento é plano e caracterizado por uma única distribuição de probabilidade durante ao menos um tempo de símbolo (HAYKIN, 2001). No entanto, em ambientes como shopping centers e fábricas, uma única distribuição de probabilidade não é capaz de modelar apropriadamente as variações de intensidade impostas ao sinal transmitido à medida que o receptor é deslocado ao longo do canal. Em (CHEFFENA, 2016), alguns ambientes industriais, em que mais de uma distribuição de probabilidade é utilizada para caracterizar os efeitos do desvanecimento, são apresentados.

Uma forma de modelar alterações bruscas de comportamento estatístico das variações de intensidade do sinal transmitido à medida que o receptor trafega pelo ambiente de comunicação é por meio de cadeias de Markov (ZHANG; KASSAM, 1999; BABICH; LOMBARDI, 2000; PIMENTEL; LISBOA, 2004). Uma vantagem de considerar cadeias de Markov, em comparação com os modelos não seletivos em frequência, é que elas permitem descrever melhor as alterações estatísticas de desvanecimento ao longo do tempo (SANCHEZ-SALAS; CUEVAS-RUIZ, 2007). Essas variações podem ser causadas pelas mudanças nos cenários nos quais as transmissões são realizadas e podem afetar tanto enlaces de subida e descida em células de diâmetro reduzido quanto em enlaces horizontais dispositivo a dispositivo.

Outros autores que também utilizaram cadeias de Markov para descrever alternância de comportamento estatístico no canal são (LIU et al., 2017a; ALTINEL; KURT, 2017; ZHANG; KASSAM, 1999; BABICH; LOMBARDI, 2000; PIMENTEL; LISBOA, 2004; LIU et al., 2017b). Lutz *et al* (LUTZ et al., 1991), por exemplo, definiram um modelo de canal com dois estados, um classificado como bom e o outro classificado como ruim, dependendo das condições e do nível de atenuação em cada cenário. Outro importante trabalho é o de Vucetic e Du (VUCETIC; DU, 1992), que caracterizaram o canal sem fio de uma determinada área geográfica da Austrália por uma cadeia de Markov de quatro estados, combinando quatro tipos diferentes de condições.

Em (OLOFSSON; AHLÉN; GIDLUND, 2016), as cadeias de Markov também são utilizadas para modelagem do canal de comunicação sem fio. Olofsson *et al* (OLOFSSON; AHLÉN; GIDLUND, 2016) utilizaram o modelo de Markov para caracterizar as variações estatísticas dos diferentes tipos de desvanecimentos que ocorrem em um ambiente industrial, sendo a cadeia de Markov representada por uma mistura finita de distribuições Gama, Lognormal ou uma combinação destas.

Neste capítulo, são determinadas expressões exatas para a PEB, P_e , do esquema de modulação em amplitude e quadratura M -ário (M -QAM) considerando que as alternâncias na estatística do desvanecimento ao longo do canal são descritas pelas transições de estados de uma cadeia de Markov com N estados. As expressões obtidas são inéditas, escritas em termos de funções transcendentais elementares e corroboradas por simulações computacionais realizadas com o método de Monte Carlo. Para a avaliação numérica das expressões obtidas, um caso particular de uma cadeia de Markov com dois estados é considerado, com cada estado representando cenários distintos de um ambiente de propagação sem fio. No primeiro estado da cadeia, é

considerada a presença do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado (G^2 AWGN) e desvanecimento η - μ , enquanto no segundo estado é considerada a presença do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ . As distribuições η - μ e κ - μ são modelos de desvanecimentos generalistas, que englobam como casos especiais as distribuições Rayleigh, Rice, Nakagami, entre outras; e podem ser utilizadas para caracterizar desvanecimento em pequena e larga escala, com ausência ou presença de linha de visada (YACOUB, 2007b).

A metodologia utilizada para determinar a probabilidade de erro de *bit*, P_e , consiste em ponderar a PEB do esquema M -QAM sob o modelo de ruído G^2 AWGN pela função densidade de probabilidade (FDP) da envoltória do desvanecimento. Nesta abordagem, utiliza-se a representação de Craig (CRAIG, 1991) para a função $Q(\cdot)$, expressando P_e por uma integral definida no intervalo de 0 a $\pi/2$, em termos da função geratriz de momentos das distribuições η - μ e κ - μ .

5.1 Cadeias de Markov

Uma cadeia de Markov é uma sequência de variáveis aleatórias e o conjunto de valores que essas variáveis podem assumir é chamado de espaço de estados (MEYEN; TWEEDIE, 2005). As cadeias possuem a chamada propriedade de Markov, a qual indica que, dado o estado atual, o próximo estado é condicionalmente independente do passado (MEYEN; TWEEDIE, 2005). Em uma cadeia de Markov existem três elementos importantes, são eles a matriz de probabilidades de transição \mathbf{P} , o diagrama de transição e o vetor de estado permanente π .

Matriz de Probabilidades de Transição

A alternância entre os estados de uma cadeia de Markov é estabelecida pela matriz de probabilidades de transição de estados \mathbf{P} . A matriz de probabilidades de transição \mathbf{P} em um passo é uma matriz quadrada cuja ordem depende do número de estados. A estrutura dessa matriz é dada por

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1i} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2i} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{i1} & p_{i2} & p_{i3} & \cdots & p_{ii} \end{bmatrix}, \quad (5.1)$$

em que cada elemento da matriz \mathbf{P} satisfaz a condição

$$p_{ij} \geq 0, \quad i, j = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (5.2)$$

Outra característica da matriz de probabilidades de transição é que a soma dos elementos de cada linha da matriz \mathbf{P} deve ser igual a um, ou seja

$$\sum_j p_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, 3, \dots, j \quad (5.3)$$

em que p_{ij} é a probabilidade de a cadeia mudar do estado i para o estado j . Usualmente, a matriz de probabilidades de transição \mathbf{P} é determinada a partir de estimações. Alguns métodos para estimação de \mathbf{P} são descritos em (CHUNG; YAO, 2009).

Diagrama de Transição

A matriz de probabilidades de transição \mathbf{P} pode ser representada graficamente em um diagrama de transição, composto por círculos e setas. Cada círculo neste diagrama representa um estado da cadeia de Markov e cada seta conecta o estado i ao estado j . O diagrama de transição facilita a visualização da alternância entre os estados.

Vetor de Estado Permanente

Outro elemento importante das cadeias de Markov é o vetor de estado estacionário $\boldsymbol{\pi}$. Este vetor pode ser calculado como

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{P}^n = \mathbf{1}\boldsymbol{\pi}, \quad (5.4)$$

em que \mathbf{P} é a matriz de probabilidades de transição, $\boldsymbol{\pi}$ é o vetor de estado estacionário e $\mathbf{1}$ é um vetor coluna de 1's. Outra propriedade do vetor $\boldsymbol{\pi}$ é que a soma de seus elementos é igual a 1.

5.2 Análise de Desempenho

Foi mostrado em (QUEIROZ et al., 2018) que a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM para um dado valor de desvanecimento z , sob o modelo de ruído G^2 AWGN, pode ser escrita como

$$P(e|z) = \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 Q \left(\sqrt{a(i, M) z^2 \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) Q \left(\sqrt{a(i, M) z^2 \delta_g} \right) \right\}, \quad (5.5)$$

em que

$$w(i, k, M) = (-1)^{\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} \rfloor} \cdot \left(2^{k-1} - \left\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right) \quad (5.6)$$

e

$$a(i, M) = \frac{3(2i + 1)^2}{(M - 1)} \log_2 M, \quad (5.7)$$

M é a ordem da constelação e δ_g e δ_i são a relação sinal-ruído permanente e a relação sinal-ruído impulsivo por *bit*, respectivamente.

Fazendo

$$x = z^2 \quad (5.8)$$

na Equação 5.5, $P(e|z = \sqrt{x})$ pode ser escrita como

$$P(e|z = \sqrt{x}) = \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 Q \left(\sqrt{a(i, M) x \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) Q \left(\sqrt{a(i, M) x \delta_g} \right) \right\}. \quad (5.9)$$

A probabilidade de erro de *bit* P_e pode ser obtida tomando a média da Equação 5.9 em relação a FDP de X , isto é,

$$P_e = \int_0^\infty P(e|z = \sqrt{x}) f_X(x) dx = \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 \int_0^\infty Q \left(\sqrt{a(i, M) x \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) f_X(x) dx + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \int_0^\infty Q \left(\sqrt{a(i, M) x \delta_g} \right) f_X(x) dx \right\}, \quad (5.10)$$

em que $f_X(x)$ é a FDP da relação sinal-ruído instantânea.

Uma expressão alternativa para a função $Q(\cdot)$ é dada por (CRAIG, 1991)

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left(-\frac{x^2}{2 \sin^2 \theta} \right) d\theta. \quad (5.11)$$

Então P_e pode ser reescrita como

$$P_e = \frac{2}{\pi\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \times \left\{ \alpha_p\beta p_1 p_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{a(i, M)x}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g\delta_i}{\delta_g + \delta_i}\right) f_X(x) dx d\theta + (1 - \alpha_p\beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{a(i, M)x}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g\right) f_X(x) dx d\theta \right\}. \quad (5.12)$$

Considerando que o desvanecimento é constante pelo menos durante um tempo de símbolo T_s , é possível representar o comportamento do canal por meio de uma cadeia de Markov de N estados. No modelo considerado neste capítulo, sempre que o desvanecimento muda para um estado particular, presume-se que ele permanecerá nesse estado por um tempo $T_i = kT_s$ segundos. O parâmetro T_i é uma variável aleatória discreta com distribuição $p_{T_i}(t)$ e valor médio \bar{t}_i . Em um determinado estado j , a envoltória do desvanecimento é modelada por uma variável aleatória X_j com função densidade de probabilidade $f_{X_j}(x)$. Sob essas condições, a probabilidade de $X \leq x$ é dada por

$$P(X \leq x) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P(X \leq x, T_i, e_j) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P(X \leq x | T_i, e_j) P(T_i, e_j). \quad (5.13)$$

Sabendo que (CHUNG; YAO, 2009)

$$P(T_i, e_j) = \frac{P(e_j)\bar{t}_i\delta[i-j]}{\sum_{u=1}^N \sum_{v=1}^N \bar{t}_u P(e_v)\delta[u-v]}, \quad (5.14)$$

em que $\delta[i-j]$ é o delta de Kronecker, que assume valor igual a um se $i = j$ e zero caso contrário; \bar{t}_i é o tempo de permanência médio do j -ésimo estado e $P(e_j)$ é a probabilidade de a cadeia se encontrar no j -ésimo estado após n transições, tem-se assim que

$$P(X \leq x) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N P(X \leq x | T_i, e_j) \frac{P(e_j)\bar{t}_i\delta[i-j]}{\sum_{u=1}^N \sum_{v=1}^N \bar{t}_u P(e_v)\delta[u-v]} = \sum_{j=1}^N P(X \leq x | T_j, e_j) \frac{P(e_j)\bar{t}_j}{\sum_{v=1}^N \bar{t}_v P(e_v)} = \sum_{j=1}^N P(X_j \leq x) \frac{P(e_j)\bar{t}_j}{\sum_{v=1}^N \bar{t}_v P(e_v)}. \quad (5.15)$$

Logo, a função densidade de probabilidade $f_X(x)$ é obtida a partir da derivada da função cumulativa de probabilidade $F_X(x) = P(X \leq x)$ e pode ser escrita como

$$f_X(x) = \sum_{j=1}^N f_{X_j}(x) \frac{P(e_j)\bar{t}_j}{\sum_{v=1}^N \bar{t}_v P(e_v)}, \quad (5.16)$$

em que $f_{X_j}(x)$ é a FDP de X no j -ésimo estado da cadeia de Markov.

Uma simplificação desse modelo pode ser realizada considerando que a cadeia permanece em um determinado estado durante um tempo de símbolo e depois realiza a transição para outro estado. Isso significa que todos os estados possuem o mesmo valor de tempo de permanência médio, já que o desvanecimento pode ser considerado independente do tempo pelo menos durante um intervalo de tempo T_s . Considerando uma cadeia de Markov de N estados, a probabilidade de $X \leq x$ pode ser dada por

$$P(X \leq x) = \sum_{j=1}^N P(X \leq x, e_j) = \sum_{j=1}^N P(X \leq x | e_j) P(e_j) = \sum_{j=1}^N P(X_j \leq x) P(e_j). \quad (5.17)$$

Assim, a função densidade de probabilidade $f_X(x)$ é dada por

$$f_X(x) = \sum_{j=1}^N f_{X_j}(x) P(e_j), \quad (5.18)$$

em que $f_{X_j}(x)$ é a FDP de X no j -ésimo estado da cadeia de Markov e $P(e_j)$ é a probabilidade de a cadeia se encontrar no j -ésimo estado.

Substituindo a Expressão 5.18 na Equação 5.12, tem-se

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{2}{\pi \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{j=1}^N w(i, k, M) P(e_j) \\ &\times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{a(i, M)x}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}\right) f_{X_j}(x) dx d\theta \right. \\ &\left. + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{a(i, M)x}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g\right) f_{X_j}(x) dx d\theta \right\}. \quad (5.19) \end{aligned}$$

Sabendo que (LEON-GARCIA, 2008)

$$\int_0^{\infty} e^{-sx} f_X(x) dx = M_X(s), \quad (5.20)$$

em que $M_X(s)$ representa a função geratriz de momentos de $f_X(x)$, é possível reescrever a Equação 5.19 como

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{2}{\pi \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{j=1}^N w(i, k, M) P(e_j) \\ &\times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_{X_j} \left(\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \right) d\theta + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} M_{X_j} \left(\frac{a(i, M) \delta_g}{2\text{sen}^2\theta} \right) d\theta \right\}. \quad (5.21) \end{aligned}$$

Note que P_e , na Equação 5.21, é escrita em termos dos parâmetros do ruído impulsivo, do desvanecimento, da ordem da constelação e dos momentos generalizados das distribuições que caracterizam o desvanecimento. Além do mais, P_e é expressa em função de uma integral definida no intervalo de 0 à $\pi/2$.

5.3 Momentos Generalizados das Distribuições η - μ e κ - μ

Se z na Equação 5.5 tem distribuição η - μ ou κ - μ , a função cumulativa de probabilidade da distribuição $x = z^2$, presente na Equação 5.9, é dada por

$$F_X(x) = F_Z(\sqrt{x}) - F_Z(-\sqrt{x}). \quad (5.22)$$

A função densidade de probabilidade de x pode ser obtida derivando a Equação 5.22. Logo,

$$f_X(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}[f_Z(\sqrt{x}) + f_Z(-\sqrt{x})]. \quad (5.23)$$

Se z tem distribuição η - μ , a FDP $f_X(x)$ é dada por

$$f_{X_{\eta-\mu}}(x) = \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+0.5}h^\mu x^{\mu-0.5}}{\Gamma(\mu)H^{\mu-0.5}\Omega^{\mu+0.5}} \exp\left(-\frac{2\mu hx}{\Omega}\right) I_{\mu-0.5}\left(\frac{2\mu Hx}{\Omega}\right) u(x). \quad (5.24)$$

O momento generalizado para esta distribuição é dado por (ERMOLOVA, 2008)

$$M_{X_{\eta-\mu}}(s) = \left(\frac{4\mu^2 h}{(2(h-H)\mu + s\Omega)(2(h+H)\mu + s\Omega)}\right)^\mu \quad (5.25)$$

Se z tem distribuição κ - μ , a FDP $f_X(x)$ é dada por

$$f_{X_{\kappa-\mu}}(x) = \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}} x^{\frac{\mu-1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\kappa\mu)\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \exp\left(-\frac{\mu(1+\kappa)x}{\Omega}\right) I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)x}{\Omega}}\right) u(x). \quad (5.26)$$

O momento generalizado para a distribuição κ - μ é dado por (ERMOLOVA, 2008)

$$M_{X_{\kappa-\mu}}(s) = \left(\frac{\mu(1+\kappa)}{\mu(1+\kappa) + s\Omega}\right)^\mu \exp\left(\frac{\mu^2 \kappa(1+\kappa)}{\mu(1+\kappa) + s\Omega} - \mu\kappa\right). \quad (5.27)$$

5.4 Avaliação Numérica

Para análise dos resultados, um cenário de canal é considerado. Ele é caracterizado pela ocorrência do ruído G^2 AWGN e desvanecimento que pode ser alternado entre os modelos η - μ ou κ - μ . Os valores adotados para os parâmetros da cadeia de Markov são baseados no trabalho

de Sanchez-Salas e Cuevas-Ruiz (SANCHEZ-SALAS; CUEVAS-RUIZ, 2007). Os valores usados para os parâmetros do ruído impulsivo e dos esquemas de modulação são fundamentados nos resultados de estudos sobre interferência impulsiva descritos em (LAGO-FERNANDEZ; SALTER, 2004) e nas condições de simulações realizadas em (ARAÚJO et al., 2015).

Neste capítulo, as simulações foram realizadas com o método de Monte Carlo, considerando 5×10^6 bits transmitidos. Nas simulações, considera-se que a matriz de probabilidades de transição entre os estados é dada por (SANCHEZ-SALAS; CUEVAS-RUIZ, 2007)

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}, \quad (5.28)$$

que inicialmente os estados são equiprováveis e que o estado estacionário é obtido com um número elevado de transições entre os estados. A ausência ou presença de linha de visada entre o transmissor e o receptor são caracterizadas pelas distribuições η - μ e κ - μ , respectivamente.

Na Figura 5.1 são mostradas as curvas da probabilidade de erro de bit do esquema de modulação 64-QAM em função da relação sinal-ruído permanente, para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com $\mu = 2, 0$, $\kappa = 1, 0$, $\Omega = 1, 0$, $\eta = 1, 5$, $\alpha_p = 0,5$, $p_2 = 0,5$, $\beta = 0,5$ e $p_1 = 0,5$, para quatro valores distintos da relação sinal-ruído impulsivo, δ_i . Nota-se que a probabilidade de erro de bit decresce com o aumento de δ_g para valores fixos de δ_i . Para $\delta_i = 1$ dB, verifica-se para valores de δ_g na faixa de 20-35 dB uma pequena redução da probabilidade de erro de bit com o aumento de δ_g . Para valores elevados de δ_i , como 15 e 20 dB, o termo $\delta_g \delta_i / (\delta_g + \delta_i)$ na primeira integral da Equação 5.21 pode ser aproximado por δ_g e assim, a probabilidade de erro é função somente do parâmetro δ_g , sendo então mais influenciada pelo ruído de fundo permanente. A Figura 5.1 apresenta também a curva teórica de P_e com a cadeia de Markov sujeita ao ruído AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ . Observa-se que as curvas com a presença do ruído impulsivo possuem maior valor de BEP quando comparadas com a curva teórica de P_e com o canal de comunicações sob o efeito do ruído AWGN. Esta curva pode ser vista como um limitante inferior de desempenho do sistema.

Nota-se também na Figura 5.1, que as curvas de BEP tendem a ficar irredutíveis a partir de um determinado valor de relação sinal-ruído permanente. Para baixos valores de δ_i , como 1 dB, tem-se, para $\delta_g = 20$ dB, que a potência do ruído impulsivo é aproximadamente 80 vezes maior que a potência do ruído permanente, contribuindo para que a BEP não diminua a partir de um dado valor de δ_g . Para valores elevados de relação sinal-ruído impulsivo, a exemplo de 20 dB, tanto o ruído permanente quanto o impulsivo possuem baixas potências. Isso explica porque a curva de BEP tende a se aproximar da curva determinada pelo ruído AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ . No entanto, ainda para esse caso de elevado valor de δ_i , nota-se que a BEP também tende a ficar irredutível a partir de um determinado valor de δ_g , pois agora a potência do ruído permanente é que é muito maior que a potência do ruído impulsivo. Isso contribui para que as regiões de decisão do receptor ótimo fiquem mais indefinidas e, conseqüentemente, a decodificação correta dos bits transmitidos seja prejudicada.

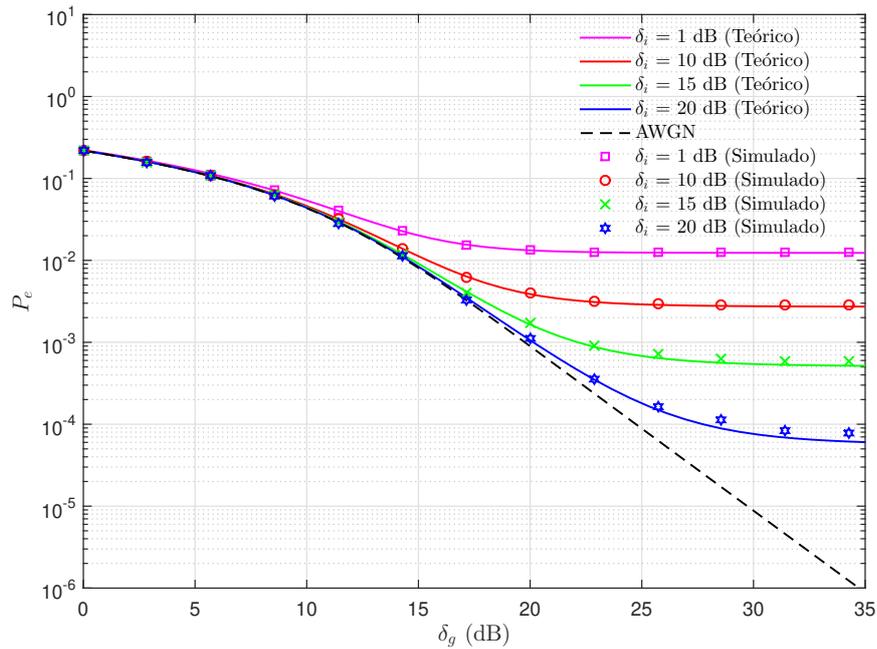


Figura 5.1 PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\mu = 2, 0$, $\kappa = 1, 0$, $\Omega = 1, 0$, $\eta = 1, 5$ e $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0, 5$.

Na Figura 5.2 são apresentadas curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ em função do parâmetro α_p , com $\delta_i = 10$ dB, $\mu = 2, 0$, $\kappa = 1, 0$, $\Omega = 1, 0$, $\eta = 1, 5$, $\beta = 0, 5$, $p_2 = 0, 5$ e $p_1 = 0, 5$. À medida que α_p aumenta, maior probabilidade de erro de *bit* é alcançada para valores fixos de δ_g , pois a duração do pulso em um evento impulsivo se torna maior com o aumento desse parâmetro. Para valores de δ_g acima de 10 dB, quando a potência do ruído impulsivo é maior que a potência do ruído permanente, o ruído impulsivo tem mais influência na determinação da probabilidade de erro de *bit*, P_e . Por isso as curvas de P_e se afastam de sua excursão padrão, determinada quando α_p é igual a zero.

Na Figura 5.3 são apresentadas as curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ . As curvas são traçadas em função da relação sinal-ruído permanente, δ_g , para diferentes valores do parâmetro κ , com $\mu = 2, 0$, $\eta = 1, 5$, $\Omega = 1, 0$, $\alpha_p = 0, 5$, $\beta = 0, 5$, $p_1 = 0, 5$, $p_2 = 0, 5$ e $\delta_i = 20$ dB. À medida que o parâmetro κ aumenta, maior probabilidade de erro de *bit* é alcançada. Verifica-se também que as curvas de P_e , para os quatro valores de κ em consideração, tendem a apresentar uma maior inclinação quando o único ruído presente no canal de comunicações é o AWGN. Por sua vez, quando o ruído impulsivo começa a atacar o sinal transmitido, as curvas de P_e tendem a ficar praticamente constante, para valores

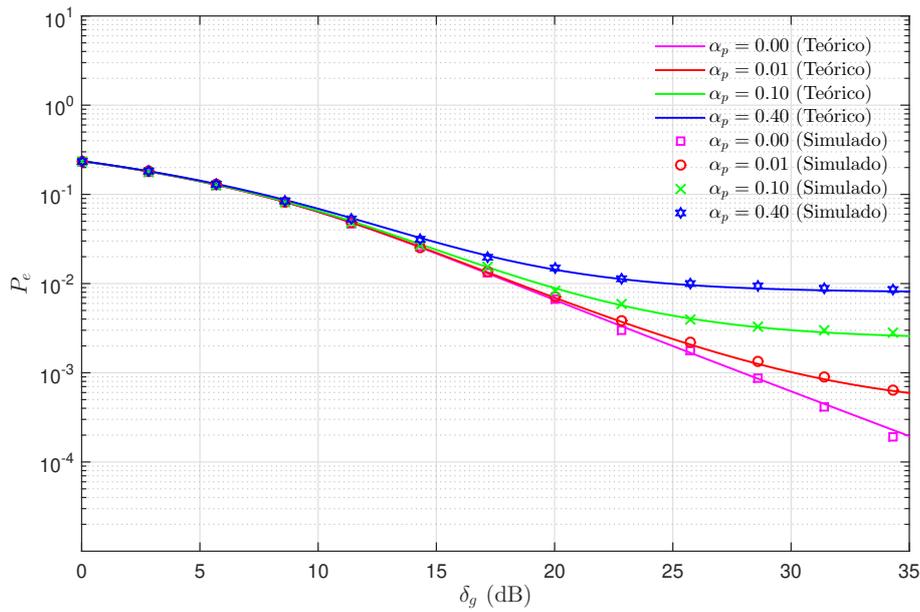


Figura 5.2 PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com quatro valores distintos de α_p . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 10$ dB, $\mu = 2, 0$, $\kappa = 1, 0$, $\Omega = 1, 0$, $\eta = 1, 5$ e $\beta = p_1 = p_2 = 0,5$.

de δ_g entre 30 e 35 dB. Nota-se também que a probabilidade de erro de *bit* igual a 10^{-3} é obtida com $\delta_g \approx 25,0$ dB para $\kappa = 0,3$ enquanto é obtida com $\delta_g \approx 33,0$ dB para $\kappa = 6,3$.

Curvas de probabilidade de erro de *bit* para quatro valores da ordem de modulação M , com o canal modelado por uma cadeia de Markov com dois estados sujeito ao ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ são mostradas na Figura 5.4, com $\delta_i = 20$ dB, $\mu = 2, 0$, $\kappa = 1, 0$, $\Omega = 1, 0$, $\eta = 1, 5$, $\alpha_p = 0,5$, $p_2 = 0,5$, $\beta = 0,5$ e $p_1 = 0,5$. Para fins comparativos, também é apresentada na Figura 5.4 a curva de BEP quando a cadeia de Markov está sujeita ao ruído AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ . Quanto menor o valor da ordem de modulação M , menor é a probabilidade de erro de *bit* obtida. Tem-se também que a probabilidade de erro de *bit* igual a 10^{-3} é obtida com $\delta_g \approx 25,5$ dB para $M = 16$ ao passo que é obtida com $\delta_g \approx 30,3$ dB para $M = 64$. Verifica-se também que para valores de $\delta_i = 20$ dB, a probabilidade de erro de *bit*, P_e não é menor que 10^{-3} para $\delta_g < 35$ dB, para constelações com $M > 64$.

5.5 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo foram apresentadas novas expressões para a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM considerando o canal de comunicação sem fio modelado por uma cadeia de Markov com dois estados, cada um representando cenários distintos. Curvas de probabilidade de erro de *bit* sob diferentes valores da relação sinal-ruído impulsivo, diferentes durações de pulsos e surtos, parâmetros do desvanecimento e ordem da constelação foram mostradas.

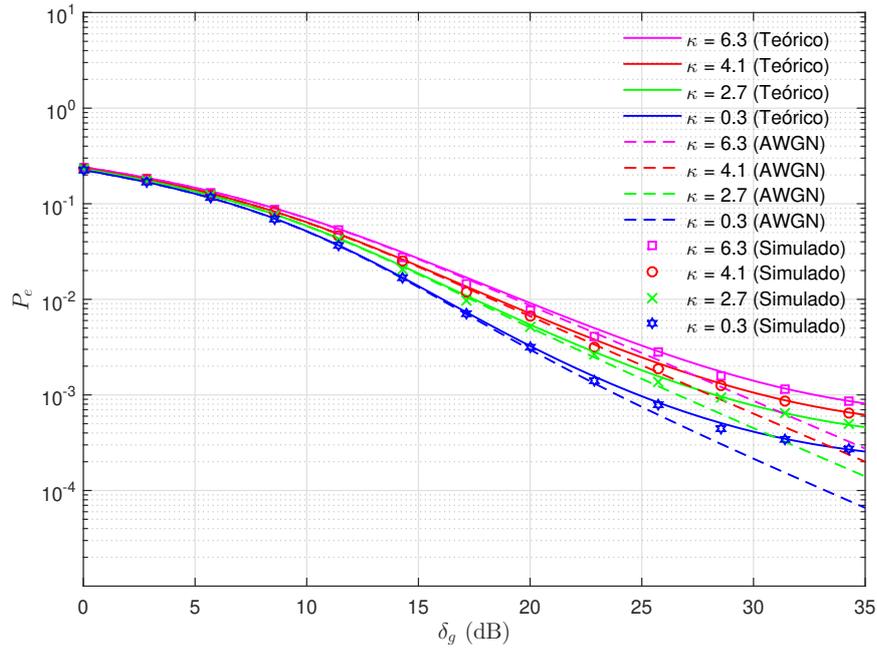


Figura 5.3 PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com diferentes valores de κ . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\mu = 2,0$, $\eta = 1,5$, $\Omega = 1,0$, $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0,5$ e $\delta_i = 20$ dB.

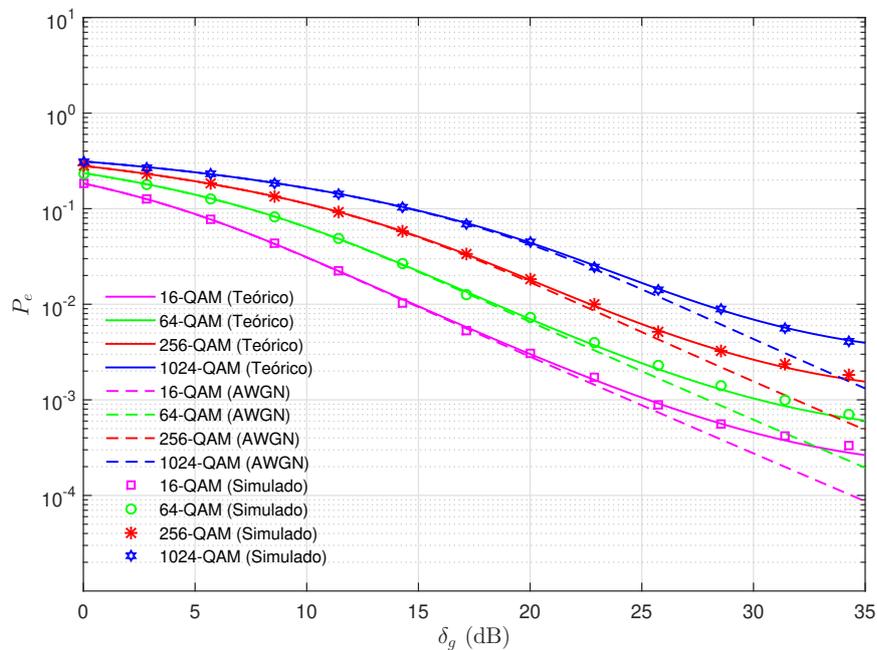


Figura 5.4 PEB para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com diferentes valores da ordem de modulação M . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 20$ dB, $\mu = 2,0$, $\kappa = 1,0$, $\Omega = 1,0$, $\eta = 1,5$ e $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0,5$.

No próximo capítulo, novas expressões para a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM com o canal sob os efeitos do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento generalizado são apresentadas. Além disso, as cadeias de Markov abordadas neste capítulo, utilizadas para caracterizar os perfis de transições do desvanecimento entre os estados, são também utilizadas na modelagem do canal de comunicações sem fio no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 6

PEB do Esquema M -QAM com o Canal de Comunicações Sujeito a Ruído G^2 AWGN Multinível e Desvanecimento η - μ ou κ - μ

O processo aleatório Gaussiano branco é comumente definido como uma sequência de variáveis aleatórias Gaussianas independentes e identicamente distribuídas com média nula e variância σ^2 (HAYKIN, 2001). Esse processo tem sido usualmente utilizado para modelar o ruído branco aditivo de largura de faixa idealmente infinita, que, apesar de não existir na natureza, ainda assim se aproxima do comportamento do ruído faixa larga finita proveniente de fontes como vibrações térmicas atômicas em condutores, radiação de corpo negro da Terra e outros objetos quentes e de fontes celestiais como o sol. Esse processo também é comumente usado para representar o ruído permanente, em adição a efeitos como desvanecimento causado por propagação multipercurso e interferências (COHEN, 2005).

Apesar de ser um modelo que caracteriza bem o ruído permanente em uma ampla variedade de situações, em alguns ambientes é necessário um modelo de ruído composto, formado pela soma do ruído permanente de fundo e de componentes ruidosos com potências variadas, provenientes de diferentes fontes, que se adicionam ao ruído permanente em intervalos de curta duração (ARAÚJO et al., 2015). Essa soma combinada de componentes adicionais pode ser vista como um ruído aditivo Gaussiano branco gatilhado multinível e pode representar, por exemplo, situações em que sucessivas fontes de ruído, de diferentes potências, se adicionam a um componente ruidoso permanente (ARAÚJO et al., 2015; PIGHI et al., 2009; VU et al., 2014).

Essa sobreposição de fontes ruidosas com diferentes intensidades e em diferentes intervalos de tempo tem um paralelo muito interessante na Física. Considere, por exemplo, que um físico de um observatório bem afastado dos grandes centros urbanos aponte uma antena altamente diretiva para o centro da Via Láctea. Considerando que toda sua instrumentação esteja bem calibrada, ainda assim ele experimenta um ruído com características matemáticas bem parecidas com as características do ruído térmico. Adicionalmente a esse ruído constante, proveniente do

centro de nossa galáxia, há as fontes ruidosas de diferentes intensidades provenientes das grandes estrelas ou de estrelas super densas do universo.

Corpos como quasares, por exemplo, emitem ondas eletromagnéticas em uma faixa espectral que inclui todo o espectro das ondas de rádio usadas nos sistemas de comunicações terrestres. Até a entrada de meteoros e meteoritos na atmosfera terrestre pode ser captada em aparelhos de rádio, porque, à medida que esses corpos queimam, nesse processo de entrada eles ionizam os gases à sua volta e essa ionização gera ondas de rádio. Desse modo a antena de um observatório espacial capta não somente o ruído proveniente do centro da Via Láctea, ou até mesmo o ruído do próprio Big Bang, mas também uma sobreposição de ruídos emitidos por outros corpos em algum estágio do passado longínquo do Universo.

Voltando a atenção para as indústrias, cidades e residências, percebe-se que há processos ruidosos que, independentemente de serem mais simples ou não que os complexos sistemas estelares da natureza, também apresentam características parecidas com o ruído térmico e isso ocorre porque todos esses fenômenos têm origem microscópica, que são gerados a partir de interações moleculares. Nas residências, por exemplo, são comumente originados em mecanismos de chaveamento de interruptores de corrente elétrica, em lâmpadas fluorescentes, máquinas de barbear, sistemas de ignição de automóveis, escovas de motores elétricos de pequeno porte, dentre outros aparelhos elétricos (QUEIROZ et al., 2018). Isso significa que uma recepção de TV digital por meio de um aparelho instalado em uma residência está sujeita à ação tanto do ruído térmico permanente inerente aos circuitos eletrônicos do próprio aparelho quanto à soma de componentes ruidosos emitidos por outros aparelhos eventualmente funcionando no ambiente (SANCHEZ et al., 1999), (SHONGWE; VINCK; FERREIRA, 2015). Ruídos com essa natureza podem surgir não só em ambientes domésticos como também em indústrias e em ambientes externos de grandes cidades, nas quais os sistemas de ignição dos automóveis, as redes de distribuição e os sistemas luminosos podem contribuir significativamente (CHEFFENA, 2012).

Adicionalmente ao ruído, há problemas que podem ser mais danosos à qualidade dos enlaces, como o desvanecimento causado pela propagação por múltiplos percursos (LANDA et al., 2015). Ambientes industriais, devido à grande quantidade de máquinas, objetos e aparatos metálicos presentes, são propícios ao surgimento de condições para que a propagação das ondas eletromagnéticas ocorra por múltiplos percursos (STENUMGAARD et al., 2013). Nesses ambientes, as distribuições de probabilidade de Nakagami, η - μ e κ - μ , por exemplo, tem sido muito usadas para caracterizar o desvanecimento (KIM; INGRAM; SMITH, 2001; KAREDAL et al., 2004; SEXTON et al., 2005). Essas distribuições podem ser usadas para modelar as variações de intensidade causadas pela propagação por múltiplos percursos tanto em ambientes externos quanto internos. Desse modo, o modelo de canal proposto no presente trabalho, formado pela soma de uma componente de sinal desvanecido e uma componente ruidosa composta de ruído Gaussiano permanente e ruído Gaussiano gatilhado, pode ser apropriado para modelar canais em ambientes com a presença de redes de sensores, como indústrias, domicílios e campos agrícolas (STENUMGAARD et al., 2013; AMZUCU; LI; FLEDDERUS, 2014). Além disso, este modelo

de canal também pode ser utilizado para caracterizar matematicamente canais de comunicações sem fio nos quais há tráfego de veículos aéreos não tripulados (UAV), como drones.

Nesse contexto, são apresentados neste capítulo resultados de um estudo da influência do desvanecimento η - μ ou κ - μ e do ruído aditivo Gaussiano branco gatilhado multinível no desempenho de um receptor ótimo de máxima probabilidade a posteriori (MAP). Esse desempenho foi avaliado por meio das curvas da probabilidade de erro de *bit* (PEB), traçadas a partir das expressões matemáticas exatas obtidas, e da taxa média de erro de *bit*, obtida a partir de simulação.

6.1 Ruído G^2 AWGN Multinível

O modelo de ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado multinível representa um caso mais geral do modelo de ruído apresentado no Capítulo 2. Enquanto naquele capítulo o sinal modulante $C(t) = C_1(t)C_2(t)$ e $C_1(t)$ e $C_2(t)$ assumiam apenas os valores 0 e 1, neste capítulo estes sinais podem assumir qualquer valor discreto. Neste caso, o sinal aleatório modulante $C(t)$ é representado por um produto de dois sinais discretos multiníveis, $C(t) = C_1(t)C_2(t)$ que é utilizado para modelar o ruído impulsivo duplamente gatilhado multiníveis.

Se tanto $C_1(t)$ quanto $C_2(t)$ chaveiam de forma aleatória e tomam múltiplos valores em um intervalo discreto, então a função densidade de probabilidade da variável aleatória $C(t)$ pode ser escrita como

$$f_{C(t)}(c) = \sum_{k=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1k}p_{2l}\delta(c - c_{1k}c_{2l}), \quad (6.1)$$

em que $\delta(\cdot)$ é a função impulso, $c_{10}, c_{11}, \dots, c_{1(m_1-1)}$ são os valores que o sinal $C_1(t)$ podem assumir, $c_{20}, c_{21}, \dots, c_{2(m_2-1)}$ são os níveis que o sinal $C_2(t)$ podem assumir e $p_{10}, p_{11}, \dots, p_{1(m_1-1)}$ e $p_{20}, p_{21}, \dots, p_{2(m_2-1)}$ são, respectivamente, as probabilidades dos sinais $C_1(t)$ e $C_2(t)$ assumirem os valores $c_{10}, c_{11}, \dots, c_{1(m_1-1)}$ e $c_{20}, c_{21}, \dots, c_{2(m_2-1)}$.

Deste modo, se a expressão do ruído total $\eta(t)$ é escrita como

$$\eta(t) = \eta_g(t) + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t), \quad (6.2)$$

então a FDP de $\eta(t)$ pode ser escrita como

$$f_{\eta(t)}(\eta) = \sum_{k=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} \frac{p_{1k}p_{2l}}{|c_{1k}||c_{2l}|} \int_{-\infty}^{\infty} f_{\eta_i(t)}\left(\frac{\eta - \eta_g}{c_{1k}c_{2l}}\right) f_{\eta_g(t)}(\eta_g) d\eta_g, \quad (6.3)$$

em que $\eta_g(t)$ e $\eta_i(t)$ são ruídos gaussianos de média nula e variância σ_g^2 e σ_i^2 respectivamente, e assim a FDP de $\eta(t)$ pode ser escrita como

$$f_{\eta(t)}(\eta) = \alpha_p \beta \sum_{k=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} \frac{p_{1k} p_{2l}}{\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2 c_{1k}^2 c_{2l}^2)}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2 c_{1k}^2 c_{2l}^2)}\right) + (1 - \alpha_p \beta) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\sigma_g^2}\right). \quad (6.4)$$

Note, pela Equação 6.4, que a FDP de $\eta(t)$ é uma soma ponderada de funções densidade de probabilidades gaussianas com média nula e variância $\sigma_g^2 + \sigma_i^2 c_{1k}^2 c_{2l}^2$. As constantes c_{1k} e c_{2l} correspondem aos níveis que os sinais $C_1(t)$ e $C_2(t)$ podem assumir, respectivamente. Outra característica importante de $\eta(t)$ é que sua FDP continua com um formato de uma FDP gaussiana e simétrica. A Figura 6.1 ilustra uma função amostra do ruído impulsivo multinível obtida a partir da Equação 6.2.

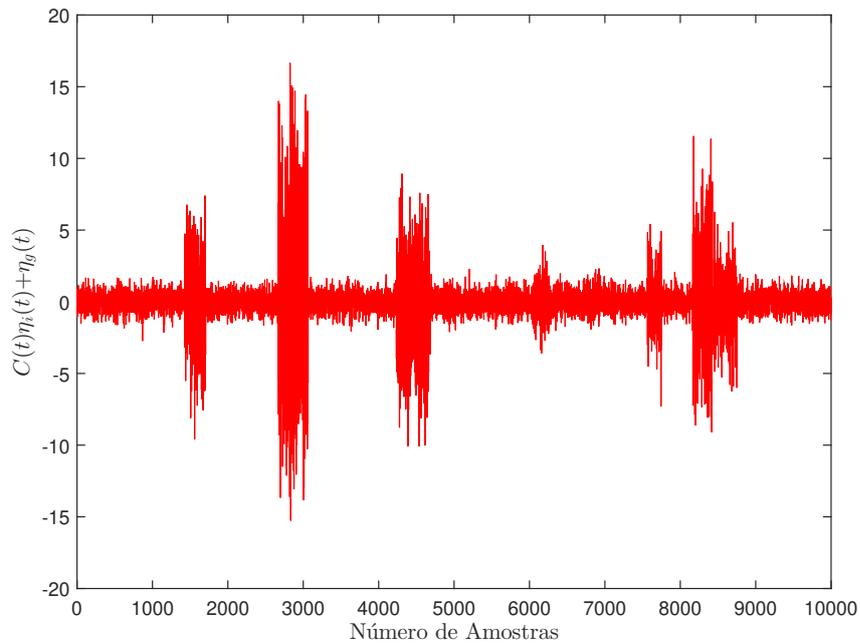


Figura 6.1 Função amostra do ruído aditivo Gaussian branco duplamente gatilhado multinível, considerando $\alpha_p = \beta = 0.5$, $\delta_i = 5$ dB, $\delta_g = 10$ dB e $M = 64$.

6.2 Desempenho para o Modelo η - μ e Ruído Impulsivo Multinível

Foi mostrado em (ARAÚJO, 2013) que a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM sob o modelo de ruído G^2 AWGN multinível, condicionada à intensidade da envoltória do desvanecimento, z , denotada por $P(e|z)$, pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
 P(e|z) &= \frac{2}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \alpha_p\beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m}p_{2l} \mathcal{Q} \left(\sqrt{a(i, M)z^2 \frac{\delta_g\delta_i}{\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2}} \right) \right. \\
 &\left. + (1 - \alpha_p\beta) \mathcal{Q} \left(\sqrt{a(i, M)z^2\delta_g} \right) \right\}. \tag{6.5}
 \end{aligned}$$

em que

$$w(i, k, M) = (-1)^{\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} \rfloor} \cdot \left(2^{k-1} - \left\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right), \tag{6.6}$$

$$a(i, M) = \frac{3(2i + 1)^2}{(M - 1)} \log_2 M, \tag{6.7}$$

$\lfloor x \rfloor$ denota o maior inteiro menor que x , M é a ordem da constelação e δ_g e δ_i são, respectivamente, a relação sinal-ruído permanente e a relação sinal-ruído impulsivo, por *bit* (CHO; YOON, 2002).

Nesse modelo, o sinal recebido é representado por

$$Y(t) = z(t)X(t) + \eta_g(t) + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t) \tag{6.8}$$

e a probabilidade de erro de *bit* P_e pode ser obtida ponderando a Equação 6.5 pela FDP de z , isto é,

$$\begin{aligned}
 P_e &= \int_0^\infty P(e|z) f_Z(z) dz \\
 &= \frac{2}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \alpha_p\beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m}p_{2l} \int_0^\infty \mathcal{Q} \left(\sqrt{a(i, M)z^2 \frac{\delta_g\delta_i}{\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2}} \right) f_Z(z) dz \right. \\
 &\left. + (1 - \alpha_p\beta) \int_0^\infty \mathcal{Q} \left(\sqrt{a(i, M)z^2\delta_g} \right) f_Z(z) dz \right\}. \tag{6.9}
 \end{aligned}$$

Pela representação de Craig, uma expressão alternativa para a função $Q(\cdot)$ é dada por (CRAIG, 1991)

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\text{sen}^2\theta}\right) d\theta, \quad (6.10)$$

de modo que P_e pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{2}{\pi\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\ &\times \left\{ \alpha_p\beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m}p_{2l} \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{a(i, M)z^2}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g\delta_i}{\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2}\right) f_Z(z) d\theta dz \right. \\ &\left. + (1 - \alpha_p\beta) \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{a(i, M)z^2}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g\right) f_Z(z) d\theta dz \right\}. \quad (6.11) \end{aligned}$$

Realizando a mudança de variável $v = z^2$, de modo que $dv = 2v^{\frac{1}{2}}dz$ e $dz = \frac{1}{2}v^{-\frac{1}{2}}dv$, tem-se

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{1}{\pi\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\ &\times \left\{ \alpha_p\beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m}p_{2l} \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} v^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{a(i, M)v}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g\delta_i}{\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2}\right) f_Z(\sqrt{v}) d\theta dv \right. \\ &\left. + (1 - \alpha_p\beta) \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} v^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{a(i, M)v}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g\right) f_Z(\sqrt{v}) d\theta dv \right\}. \quad (6.12) \end{aligned}$$

Considerando que o desvanecimento possui distribuição η - μ , com FDP dada pela Equação 2.14, então a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM sob o modelo de ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ pode ser escrita como

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{4\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu}{\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}\pi\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\log_2\sqrt{M}(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\ &\times \left\{ \alpha_p\beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m}p_{2l} \right. \\ &\times \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} v^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-\left[\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g\delta_i}{(\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2)} + \frac{2\mu h}{\Omega}\right]v\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega}v\right) d\theta dv \\ &\left. + (1 - \alpha_p\beta) \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} v^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-\left[\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g + \frac{2\mu h}{\Omega}\right]v\right) I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega}v\right) d\theta dv \right\}. \quad (6.13) \end{aligned}$$

Usando a transformada unilateral de Laplace

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (6.14)$$

e a propriedade (GRADSHTEYN; RYZHIK, 1979)

$$t^v I_v(at) \xrightarrow{\mathcal{L}} \frac{2^v}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(v + \frac{1}{2}\right) a^v (s^2 - a^2)^{-v-\frac{1}{2}}, \quad v > -\frac{1}{2}, \quad (6.15)$$

pode-se reescrever P_e como

$$\begin{aligned} P_e &= \frac{2}{\pi h^\mu \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\ &\times \left\{ \alpha_p \beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m} p_{2l} \int_0^{\pi/2} \left[\left(\frac{a(i, M) \Omega}{4\mu h \text{sen}^2 \theta} \frac{\delta_g \delta_i}{(\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2)} + 1 \right)^2 - \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right]^{-\mu} d\theta \right. \\ &+ \left. (1 - \alpha_p \beta) \int_0^{\pi/2} \left[\left(\frac{a(i, M) \Omega}{4\mu h \text{sen}^2 \theta} \delta_g + 1 \right)^2 - \left(\frac{H}{h} \right)^2 \right]^{-\mu} d\theta \right\} \\ &= \frac{\Gamma(2\mu + \frac{1}{2}) \Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2\mu + 1) \pi h^\mu \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M}-1} \sum_{i=0}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\ &\times \left\{ \alpha_p \beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m} p_{2l} \left(\frac{4\mu h}{a(i, M) \Omega \delta_g \delta_i} \right)^{2\mu} F_1 \left(2\mu + \frac{1}{2}, \mu, \mu, 2\mu + 1; \gamma_9, \gamma_{10} \right) \right. \\ &+ \left. (1 - \alpha_p \beta) \left(\frac{4\mu h}{a(i, M) \Omega \delta_g} \right)^{2\mu} F_1 \left(2\mu + \frac{1}{2}, \mu, \mu, 2\mu + 1; \gamma_3, \gamma_4 \right) \right\}, \quad (6.16) \end{aligned}$$

em que

$$\gamma_9 = \frac{4\mu(h - H)(\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2)}{a(i, M) \Omega \delta_g \delta_i}, \quad (6.17)$$

$$\gamma_{10} = \frac{-4\mu(h + H)(\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2)}{a(i, M) \Omega \delta_g \delta_i} \quad (6.18)$$

e γ_3 e γ_4 definidos, respectivamente, pelas Equações 3.20 e 3.21.

6.3 Desempenho para o Modelo κ - μ e Ruído Impulsivo Multinível

Utilizando a Equação 6.12 e considerando que o desvanecimento κ - μ possui FDP dada pela Equação 2.19, tem-se que a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM sob o modelo

de ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento κ - μ , após algumas simplificações matemáticas, é dada por

$$\begin{aligned}
 P_e = & \frac{1}{\pi \exp(\kappa\mu) \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M} - 1} \sum_{i=0}^N \frac{(\mu\kappa)^p}{p!} \\
 & \times w(i, k, M) B(p + \mu + 1/2, 1/2) \\
 & \times \left\{ \alpha_p \beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m} p_{2l} C_i^{-\mu-p} {}_2F_1 \left(\mu + p, p + \mu + 1/2; p + \mu + 1; -\frac{1}{\gamma_5} \right) \right. \\
 & \left. + (1 - \alpha_p \beta) K_i^{-\mu-p} {}_2F_1 \left(\mu + p, p + \mu + 1/2; p + \mu + 1; -\frac{1}{\gamma_6} \right) \right\}, \quad (6.19)
 \end{aligned}$$

em que γ_5 e γ_6 são dados, respectivamente, pelas Equações 3.31 e 3.36.

6.4 Desempenho para o Modelo η - μ ou κ - μ e Ruído Multinível Modelado por Cadeias de Markov

Foi mostrado em (ARAÚJO, 2013) que a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM sob o modelo de ruído G^2 AWGN multinível, condicionada à intensidade da envoltória do desvanecimento, z , denotada por $P(e|z)$, pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
 P(e|z) = & \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M} - 1} \sum_{i=0}^N w(i, k, M) \\
 & \times \left\{ \alpha_p \beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m} p_{2l} Q \left(\sqrt{a(i, M) z^2 \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2}} \right) \right. \\
 & \left. + (1 - \alpha_p \beta) Q \left(\sqrt{a(i, M) z^2 \delta_g} \right) \right\}. \quad (6.20)
 \end{aligned}$$

Fazendo

$$x = z^2 \quad (6.21)$$

na Equação 6.20, $P(e|z)$ pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
 P(e|z = \sqrt{x}) = & \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M} - 1} \sum_{i=0}^N w(i, k, M) \\
 & \times \left\{ \alpha_p \beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m} p_{2l} Q \left(\sqrt{a(i, M) x \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2}} \right) \right. \\
 & \left. + (1 - \alpha_p \beta) Q \left(\sqrt{a(i, M) x \delta_g} \right) \right\}. \quad (6.22)
 \end{aligned}$$

Usando a representação de Craig para a função $Q(\cdot)$ e ponderando a Equação 6.22 pela FDP de X , tem-se

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{2}{\pi\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \alpha_p\beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m}p_{2l} \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{a(i, M)x}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g\delta_i}{\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2}\right) f_X(x) d\theta dx \right. \\
 &\left. + (1 - \alpha_p\beta) \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{a(i, M)x}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g\right) f_X(x) d\theta dx \right\}. \tag{6.23}
 \end{aligned}$$

Assumindo que o desvanecimento é constante pelo menos durante um tempo de símbolo T_s , é possível representar o comportamento do canal por meio de uma cadeia de Markov de N estados. Em um determinado estado j , o ganho do canal é modelado por uma variável aleatória X_j com função densidade de probabilidade $f_{X_j}(x)$. Sob essas condições, a função densidade de probabilidade $f_X(x)$ é dada pela Equação 5.16 e aqui, representada por conveniência, como

$$f_X(x) = \sum_{j=1}^N f_{X_j}(x) \frac{P(e_j)\bar{t}_j}{\sum_{v=1}^N \bar{t}_v P(e_v)}, \tag{6.24}$$

em que $f_{X_j}(x)$ é a FDP de X no j -ésimo estado da cadeia de Markov.

Substituindo a Expressão 6.24 na Equação 6.23, tem-se

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{2}{\pi\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_j w(i, k, M) \frac{P(e_j)\bar{t}_j}{\sum_{v=1}^N \bar{t}_v P(e_v)} \\
 &\times \left\{ \alpha_p\beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m}p_{2l} \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{a(i, M)x}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g\delta_i}{\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2}\right) f_{X_j}(x) d\theta dx \right. \\
 &\left. + (1 - \alpha_p\beta) \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} \exp\left(-\frac{a(i, M)x}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g\right) f_{X_j}(x) d\theta dx \right\}. \tag{6.25}
 \end{aligned}$$

Sabendo que (LEON-GARCIA, 2008)

$$\int_0^\infty e^{-sx} f_X(x) dx = M_X(s), \tag{6.26}$$

em que $M_X(s)$ representa a função geratriz de momentos de $f_X(x)$, é possível reescrever a Equação 6.25 como

$$\begin{aligned}
 P_e = & \frac{2}{\pi\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_j w(i, k, M) \frac{P(e_j)\bar{t}_j}{\sum_{v=1}^N \bar{t}_v P(e_v)} \\
 & \times \left\{ \alpha_p \beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m} p_{2l} \int_0^{\pi/2} M_{X_j} \left(\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2} \right) d\theta \right. \\
 & \left. + (1 - \alpha_p \beta) \int_0^{\pi/2} M_{X_j} \left(\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g \right) d\theta \right\}. \tag{6.27}
 \end{aligned}$$

Considerando que os tempos médios de permanência nos estados são equivalentes, é possível escrever a Equação 6.27 como

$$\begin{aligned}
 P_e = & \frac{2}{\pi\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_j w(i, k, M) P(e_j) \\
 & \times \left\{ \alpha_p \beta \sum_{m=0}^{m_1-1} \sum_{l=0}^{m_2-1} p_{1m} p_{2l} \int_0^{\pi/2} M_{X_j} \left(\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_i + \delta_g c_{1m}^2 c_{2l}^2} \right) d\theta \right. \\
 & \left. + (1 - \alpha_p \beta) \int_0^{\pi/2} M_{X_j} \left(\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g \right) d\theta \right\}. \tag{6.28}
 \end{aligned}$$

6.5 Avaliação Numérica

As Figuras 6.2 e 6.3 mostram, respectivamente, a probabilidade de erro de *bit*, P_e , do esquema de modulação M -QAM sujeito ao ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ para diferentes valores da relação sinal-ruído impulsivo δ_i e M . Para a Figura 6.2, tem-se $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\eta = 1,7$ e $\mu = 1,5$. Já para a Figura 6.3, utilizou-se $\Omega = 1,0$, $\delta_i = 20$ dB, $\eta = 1,7$ e $\mu = 1,5$. Os sinais modulantes $C_1(t)$ e $C_2(t)$ assumem, aleatoriamente, cinco valores e a distribuição de probabilidade é a seguinte

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{C_1(t)}(-2) = 0,2 \\ p_{C_1(t)}(-1) = 0,2 \\ p_{C_1(t)}(0) = 0,2 \\ p_{C_1(t)}(1) = 0,2 \\ p_{C_1(t)}(2) = 0,2 \end{array} \right. \tag{6.29}$$

e

$$\begin{cases} p_{C_2(t)}(-3) = 0,10 \\ p_{C_2(t)}(-1) = 0,15 \\ p_{C_2(t)}(0) = 0,50 \\ p_{C_2(t)}(1) = 0,15 \\ p_{C_2(t)}(3) = 0,10 \end{cases} \quad (6.30)$$

Nota-se, para $C_1(t)$ uma equiprovável distribuição de probabilidade. Em relação a $C_2(t)$, a probabilidade do nível zero é maior que os outros níveis.

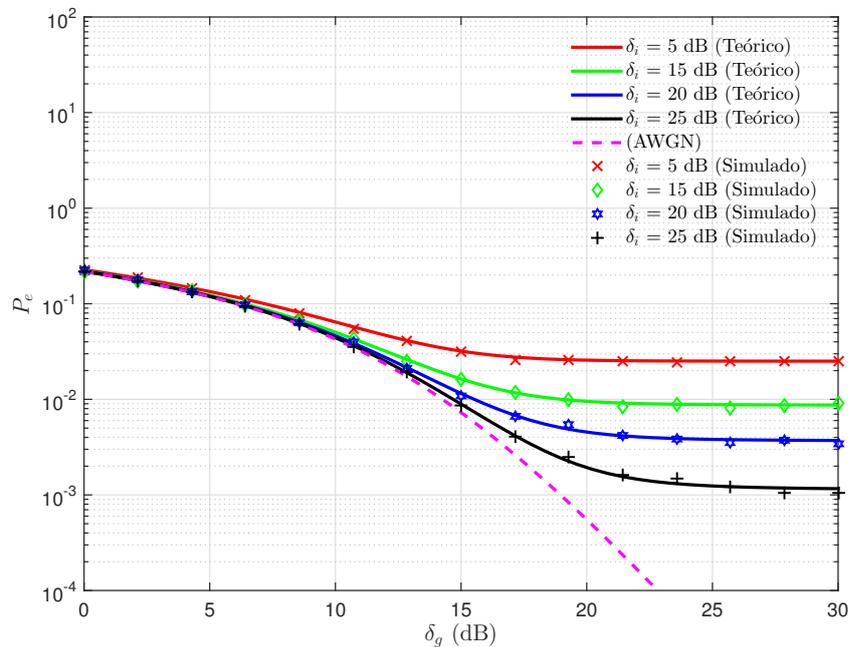


Figura 6.2 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\eta = 1,7$ e $\mu = 1,5$.

Ao observar as Figuras 6.2 e 6.3, nota-se à medida que δ_g aumenta, que menores valores de PEB são obtidos para diferentes valores de δ_i ou de M . A distribuição de probabilidades de $C_2(t)$ usada nas simulações indica que o nível zero é mais provável de ocorrer do que outros valores, significando que a probabilidade do produto $C_1(t)C_2(t)$ assumir valor nulo é maior. Assim, a ação do ruído impulsivo $\eta_i(t)$ é menos frequente e contribui para reduzir a PEB. Isto não é um mecanismo para controlar o ruído, porém uma forma para modelar o surgimento de variações aleatórias em sua amplitude. Também são mostradas nas Figuras 6.2 e 6.3 a curva de PEB em função de δ_g quando o canal de comunicações está sujeito ao ruído aditivo Gaussiano branco. Nota-se que nenhuma curva de PEB está abaixo do limiar inferior, determinado pela curva AWGN.

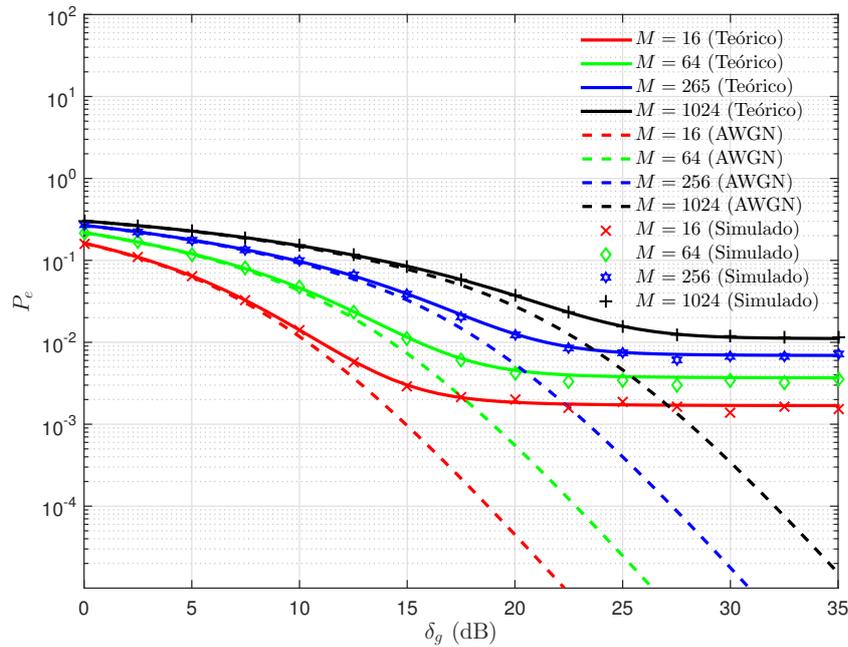


Figura 6.3 PEB do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a ordem da constelação M . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\Omega = 1,0$, $\delta_i = 20$ dB, $\eta = 1,7$ e $\mu = 1,5$.

Na Figura 6.4, curvas de PEB para o esquema M -QAM com o canal sujeito ao desvanecimento η - μ e ruído G^2 AWGN multinível são mostradas, com $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\eta = 1,0$, $\delta_i = 20$ dB, $\alpha_p = 0,5$ e $\beta = 0,5$. Nas simulações, como o parâmetro η é assumido igual a um, tem-se assim, como caso especial da distribuição η - μ , a distribuição Nakagami- m com $m = 2\mu$. As distribuições de probabilidade para os sinais $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são dadas pelas Expressões 6.29 e 6.30. Nota-se, ao observar a Figura 6.4, que menores valores de PEB são obtidos à medida que δ_g aumenta, para m fixo. Para δ_g fixo, nota-se que a PEB aumenta conforme o valor de m diminui, pois este parâmetro controla a intensidade do desvanecimento. Quando $m = 1,0$ tem-se, como caso particular da distribuição Nakagami- m , a distribuição Rayleigh, que caracteriza matematicamente cenários com desvanecimento mais severos. Verifica-se também que uma PEB = 10^{-2} é obtida com $m = 1,0$ para $\delta_g = 24,4$ dB ao passo que é alcançada com $m = 11,0$ para $\delta_g = 13,4$ dB.

Nas Figuras 6.5 e 6.6 são mostradas a PEB do esquema de modulação M -QAM sujeito ao ruído impulsivo multinível e desvanecimento κ - μ para diferentes valores da relação sinal-ruído impulsivo δ_i e M . Para a Figura 6.5, utilizou-se $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\kappa = 2,0$ e $\mu = 1,5$. Já para a Figura 6.6, tem-se $\Omega = 1,0$, $\delta_i = 20$ dB, $\kappa = 2,0$ e $\mu = 1,5$. As distribuições de probabilidades para os sinais $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são dadas pela Expressão 6.29. Como não houve alteração nas distribuições de probabilidades usadas na geração dessas curvas, o nível zero ainda continua mais provável de ocorrer do que os outros valores, tornando a ação do ruído impulsivo $\eta_i(t)$

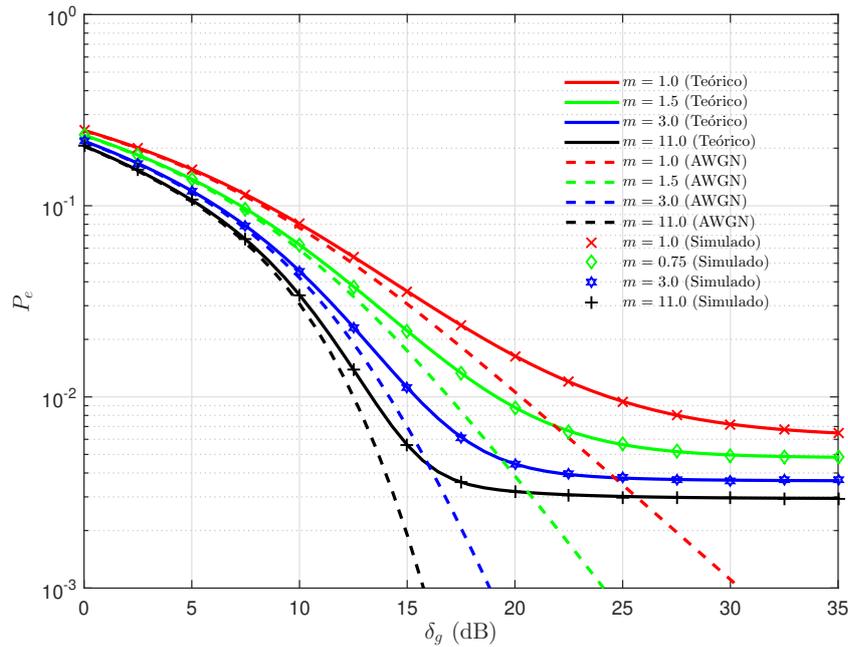


Figura 6.4 PEB do esquema de modulação 64-QAM com o canal sob ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para m . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\eta = 1,0$, $\delta_i = 20$ dB, $\alpha_p = 0,5$ e $\beta = 0,5$.

menos frequente, diminuindo então a PEB. Em ambas as Figuras, nota-se que valores de PEB menores que 10^{-3} não são obtidos para nenhum valor de δ_i ou M , para δ_g de 0 à 35 dB.

Na Figura 6.7 são apresentadas curvas de PEB para o esquema M -QAM com o canal sujeito ao desvanecimento κ - μ e ruído G^2 AWGN multinível, com $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\mu = 1,0$, $\delta_i = 20$ dB, $\alpha_p = 0,5$, $\beta = 0,5$ e as distribuições de probabilidade para os sinais $C_1(t)$ e $C_2(t)$ dadas pelas Expressões 6.29 e 6.30. Como o parâmetro μ da distribuição κ - μ foi estabelecido igual a 1,0, tem-se, como caso particular desta distribuição, a distribuição Rice, com $\kappa = K$. Nota-se na Figura 6.7, para K fixo, que menores valores de PEB são obtidos conforme o valor de δ_g aumenta e que, para δ_g fixo, que a PEB tende a aumentar à medida que o valor de K diminui, pois menor é a influência da componente de visada direta entre o transmissor e o receptor. Para $K = 9$, percebe-se também que P_e pouco se altera para valores de δ_g compreendidos entre 22 e 35 dB.

Nas Figuras 6.8 e 6.9 são ilustradas curvas de probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM em função da relação sinal-ruído permanente, para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com $\mu = 1,5$, $\kappa = 2,0$, $\Omega = 1,0$, $\eta = 1,7$, $\alpha_p = 0,5$ e $\beta = 0,5$, para quatro valores distintos da relação sinal-ruído impulsivo, δ_i e M , respectivamente. As distribuições de probabilidade

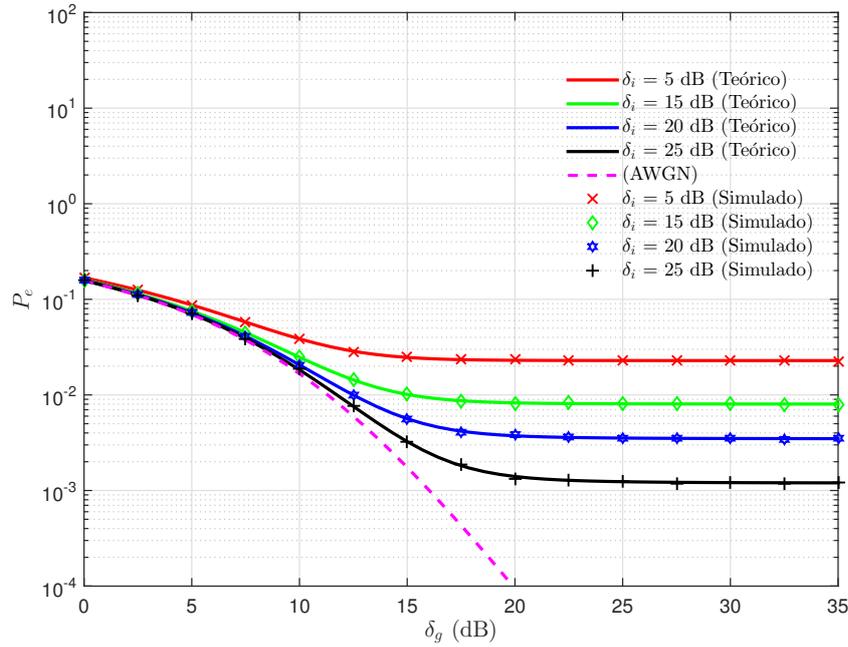


Figura 6.5 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\kappa = 2,0$ e $\mu = 1,5$.

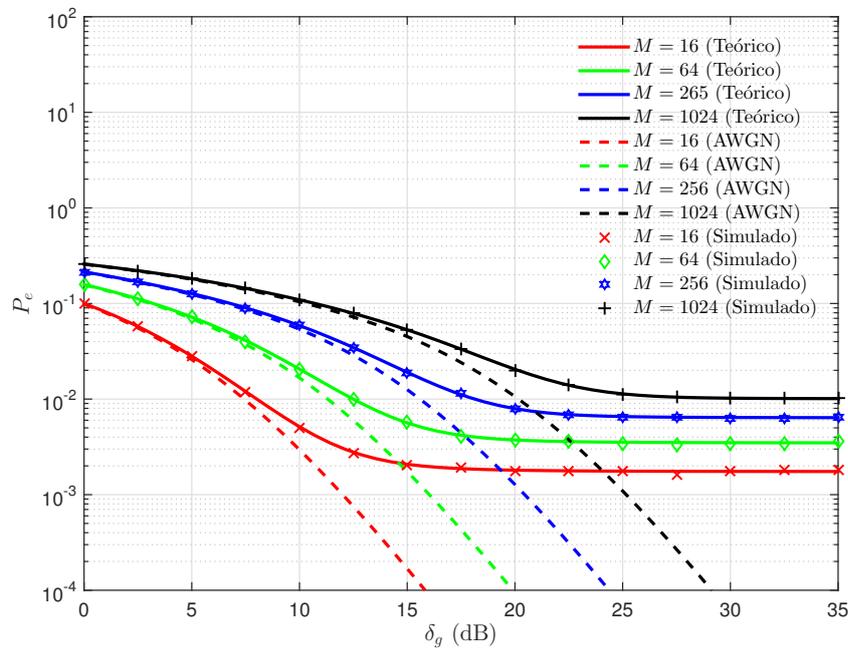


Figura 6.6 PEB do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a ordem da constelação M . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\Omega = 1,0$, $\delta_i = 20$ dB, $\kappa = 2,0$ e $\mu = 1,5$.

des de $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são dadas pelas Expressões 6.29 e 6.30, respectivamente. A matriz de probabilidades de transição é dada por

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.3 \\ 0.1 & 0.9 \end{bmatrix}. \quad (6.31)$$

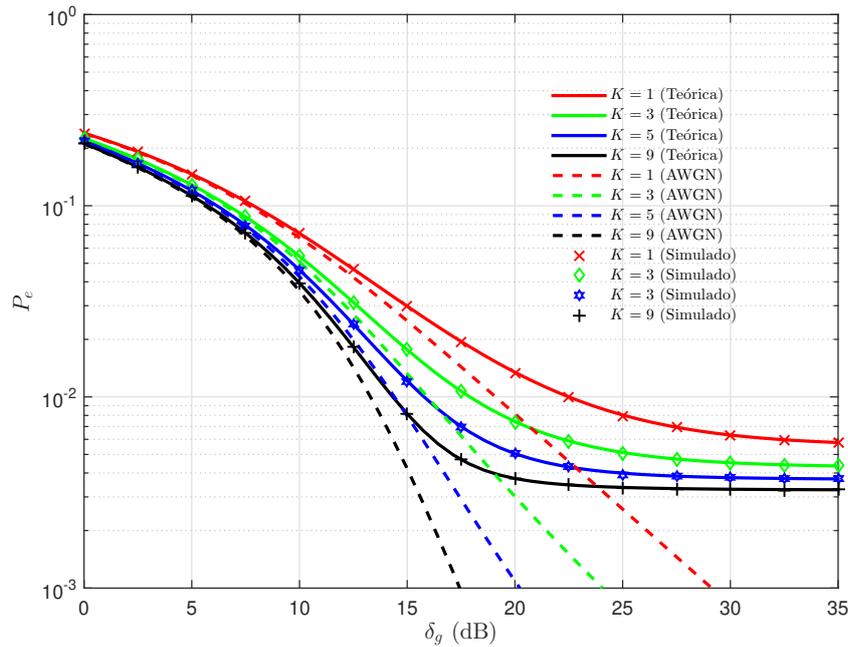


Figura 6.7 PEB do esquema de modulação 64-QAM com o canal sob ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para K . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\mu = 1,0$, $\delta_i = 20$ dB, $\alpha_p = 0,5$ e $\beta = 0,5$.

Observa-se na Figura 6.8, para valores de δ_g entre 25 e 35 dB, que P_e pouco se altera para os quatro valores de δ_i em consideração. Já para a Figura 6.9, nota-se, para a mesma faixa de valores de δ_g , que P_e fica praticamente constante para $M = 16$, 64 e 256.

As Figuras 6.10 e 6.11 mostram as curvas de probabilidade de erro de *bit*, P_e , para o esquema de modulação M -QAM sujeito ao ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ em função da relação sinal-ruído permanente, δ_g , para diferentes valores da relação sinal-ruído impulsivo, δ_i , e M . Para a Figura 6.10, tem-se $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\eta = 1,7$ e $\mu = 1,5$. Para a Figura 6.11, tem-se $\delta_i = 20$ dB, $\Omega = 1,0$, $\eta = 1,7$ e $\mu = 1,5$. As distribuições de probabilidades para $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são dadas por

$$\begin{cases} p_{C_1(t)}(0) = 0,5 \\ p_{C_1(t)}(1) = 0,5 \end{cases} \quad (6.32)$$

e

$$\begin{cases} p_{C_2(t)}(0) = 0,25 \\ p_{C_2(t)}(1) = 0,25 \\ p_{C_2(t)}(2) = 0,25 \\ p_{C_2(t)}(3) = 0,25 \end{cases} \quad (6.33)$$

No caso da geração das curvas presentes nas Figuras 6.10 e 6.11, considera-se que o sinal modulante $C_1(t)$ pode assumir dois valores apenas. Este caso caracteriza a situação que pode

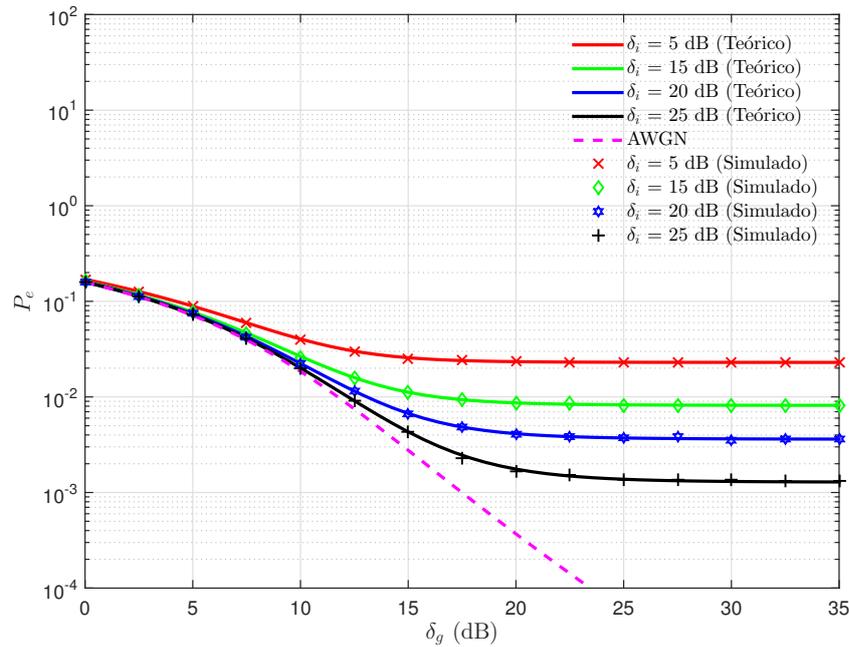


Figura 6.8 PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $M = 64$, $\mu = 1, 5$, $\kappa = 2, 0$, $\Omega = 1, 0$, $\eta = 1, 7$, $\alpha_p = 0,5$ e $\beta = 0,5$.

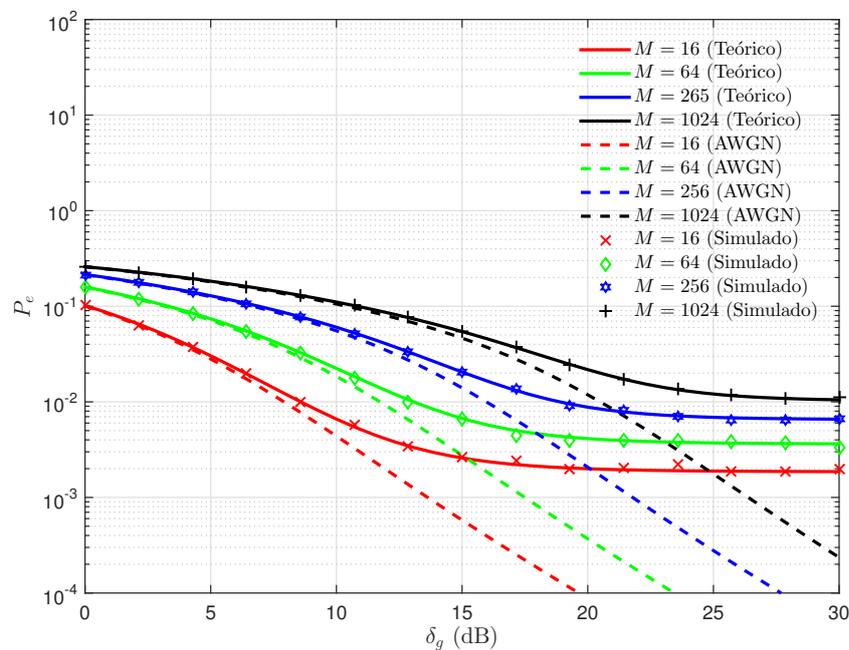


Figura 6.9 PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com quatro valores distintos para a ordem de constelação M . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 20$ dB, $\mu = 1, 5$, $\kappa = 2, 0$, $\Omega = 1, 0$, $\eta = 1, 7$, $\alpha_p = 0,5$ e $\beta = 0,5$.

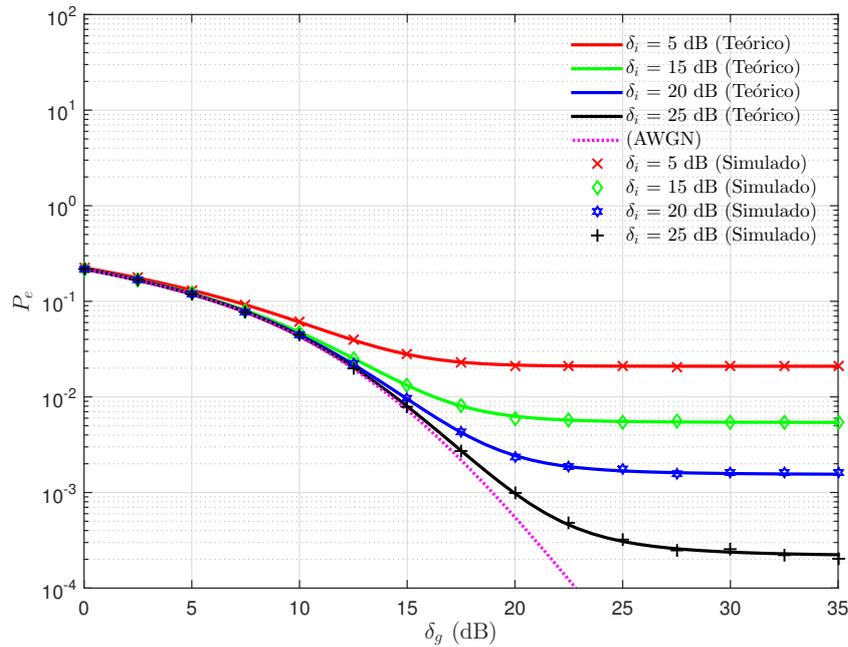


Figura 6.10 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\eta = 1,7$ e $\mu = 1,5$.

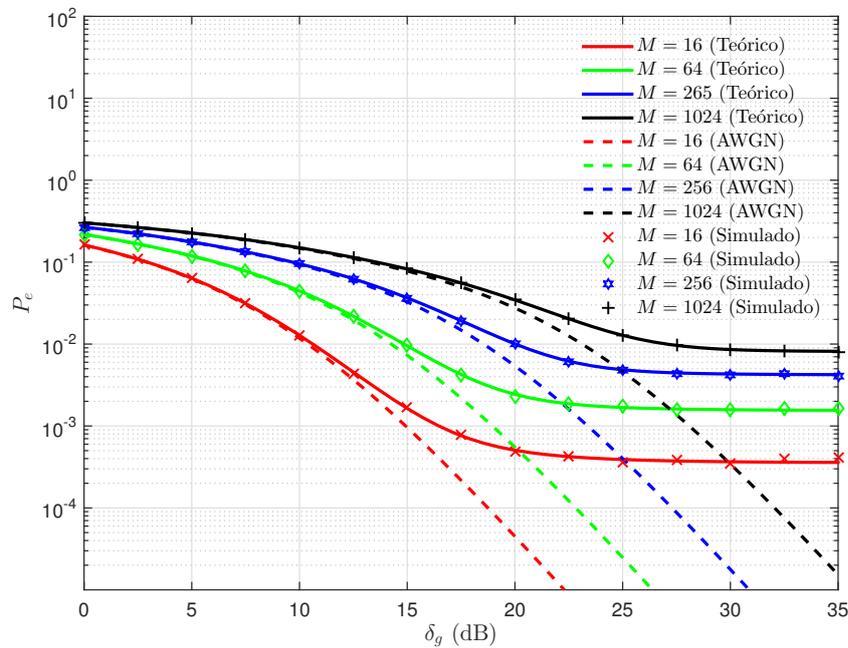


Figura 6.11 PEB do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a ordem da constelação M . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 20$ dB, $\Omega = 1,0$, $\eta = 1,7$ e $\mu = 1,5$.

ocorrer mais frequentemente, na prática, do que o caso em que dois sinais assumem múltiplos valores. Quando o sinal modulante chaveia entre zero e um com igual probabilidade, o sinal

$C_2(t)$ pode assumir múltiplos valores discretos com uma dada distribuição de probabilidade. Na Figura 6.10, nota-se que uma $PEB = 10^{-3}$ é obtida com $\delta_g = 20$ dB, para $\delta_i = 25$ dB. Já para a Figura 6.11, PEB menores que 10^{-3} são obtidas somente com $\delta_g = 16$ dB, para $M = 16$.

Na Figura 6.12 são apresentadas curvas de BEP para o esquema M -QAM com o canal sujeito ao desvanecimento η - μ e ruído G^2 AWGN multinível, com $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\eta = 1,0$, $\delta_i = 20$ dB, $\alpha_p = 0,5$ e $\beta = 0,5$. As distribuições de probabilidades de $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são dadas pelas Expressões 6.32 e 6.33, respectivamente e a distribuição Nakagami- m com $m = 2\mu$, englobada pela distribuição η - μ , é considerada. Nota-se ao observar a Figura 6.12 que maiores valores de BEP são obtidos quando $m = 1,0$, para valores de δ_g compreendidos entre 0 e 35 dB, pois maior é a intensidade do desvanecimento presente no canal de comunicações. Verifica-se também que uma diferença de BEP de aproximadamente uma ordem de grandeza é obtida entre as curvas correspondentes a $m = 11,0$ e $m = 1,0$, para $\delta_g = 20,0$ dB.

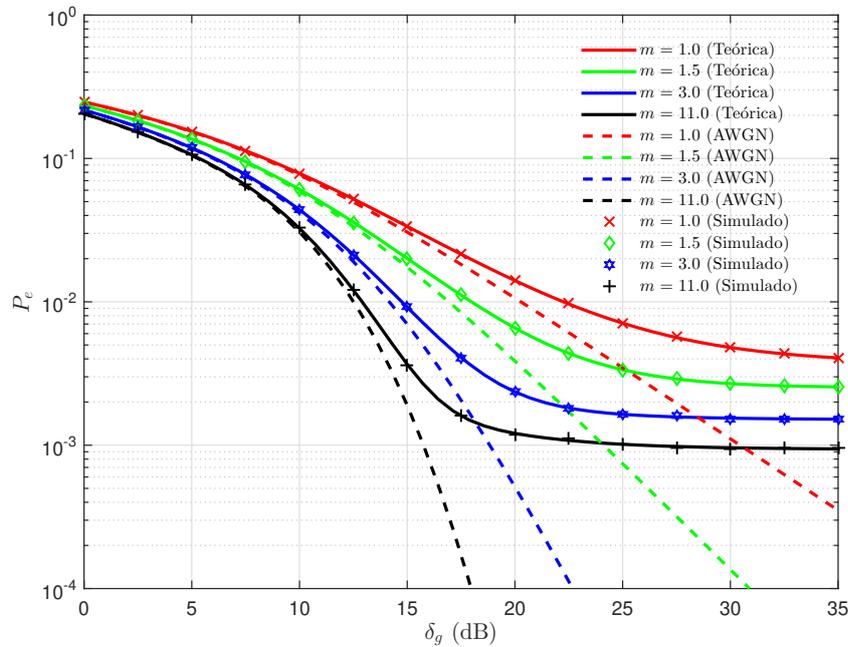


Figura 6.12 PEB do esquema de modulação 64-QAM com o canal sob ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para m . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\eta = 1,0$, $\delta_i = 20$ dB, $\alpha_p = 0,5$ e $\beta = 0,5$.

Nas Figuras 6.13 e 6.14 são mostradas a PEB do esquema de modulação M -QAM sujeito ao ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento κ - μ para diferentes valores da relação sinal-ruído impulsivo δ_i e M , com os sinais $C_1(t)$ e $C_2(t)$ dados pelas Expressões 6.32 e 6.33, respectivamente. Os valores utilizados na simulações das Figuras 6.13 e 6.14 foram, respectivamente, $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\kappa = 2,0$ e $\mu = 1,5$; e $\Omega = 1,0$, $\delta_i = 20$ dB, $\kappa = 2,0$ e $\mu = 1,5$. Nota-se ao observar a Figura 6.13 que menores valores de PEB são obtidos ao passo que δ_g aumenta. Para valores de $\delta_i = 5, 15$ e 20 dB, verifica-se que P_e pouco se altera para valores de δ_g na faixa

de 25-35 dB. Para a Figura 6.14, nota-se que PEB menores que 10^{-4} só são obtidas a partir de $\delta_g > 22$ dB, para $M = 16$.

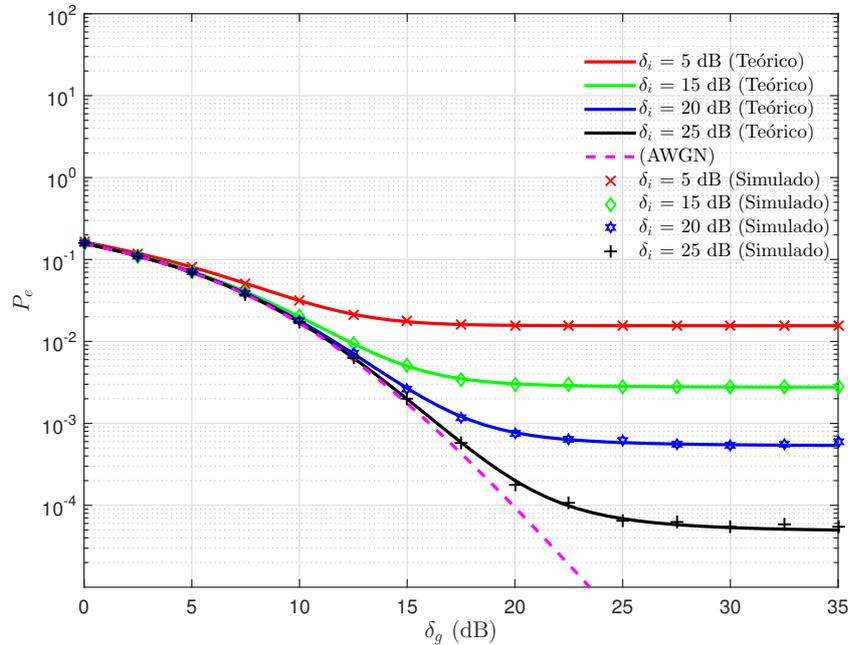


Figura 6.13 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\Omega = 1,0$, $M = 64$, $\kappa = 2,0$ e $\mu = 1,5$.

As Figuras 6.15 e 6.16 ilustram curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM em função da relação sinal-ruído permanente, para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com $\mu = 1,5$, $\kappa = 2,0$, $\Omega = 1,0$, $\eta = 1,0$, $\alpha_p = 0,5$ e $\beta = 0,5$, para quatro valores distintos da relação sinal-ruído impulsivo, δ_i , e M . As funções massa de probabilidade de $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são dadas pelas Expressões 6.32 e 6.33, respectivamente. A matriz de probabilidades de transição é dada pela Equação 6.31.

Percebe-se ao analisar a Figura 6.15, que PEB menores que 10^{-3} são obtidas somente com $\delta_i = 20$ dB e 25 dB, para $\delta_g = 20,3$ dB e 18 dB, respectivamente. Já para a Figura 6.16, PEB $< 10^{-3}$ são obtidas para $M = 16$ e $M = 64$, com $\delta_g = 14,8$ e 20,6 dB, respectivamente.

6.6 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo, um estudo matemático da PEB do esquema de modulação em amplitude e quadratura M -ário (M -QAM) para um receptor de máxima verossimilhança em um modelo de canal com desvanecimento η - μ ou κ - μ e ruído Gaussiano gatilhado composto com ruído Gaussiano permanente foi realizado. Foram obtidas expressões exatas e inéditas para a avaliação da PEB nesse modelo de canal e as curvas de PEB obtidas para diferentes combinações

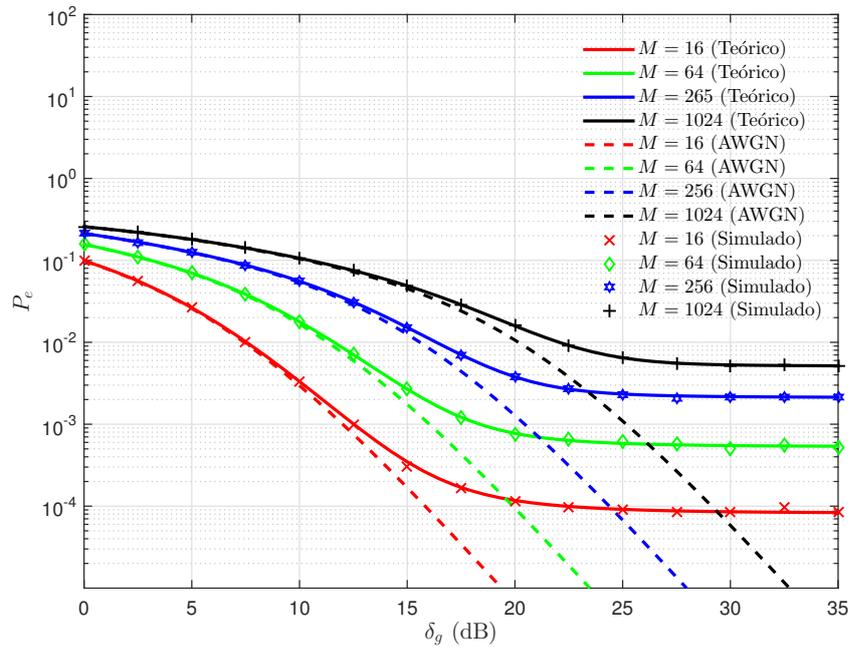


Figura 6.14 PEB do esquema de modulação M -QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a ordem de constelação M . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\Omega = 1,0$, $\delta_i = 20$ dB, $\kappa = 2,0$ e $\mu = 1,5$.

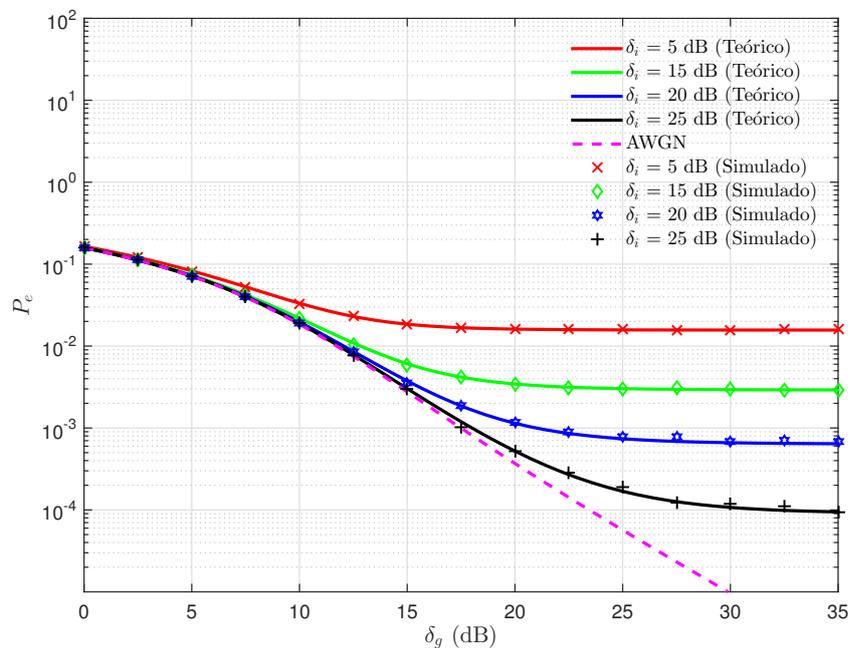


Figura 6.15 PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $M = 64$, $\mu = 1,5$, $\kappa = 2,0$, $\Omega = 1,0$, $\eta = 1,0$, $\alpha_p = 0,5$ e $\beta = 0,5$.

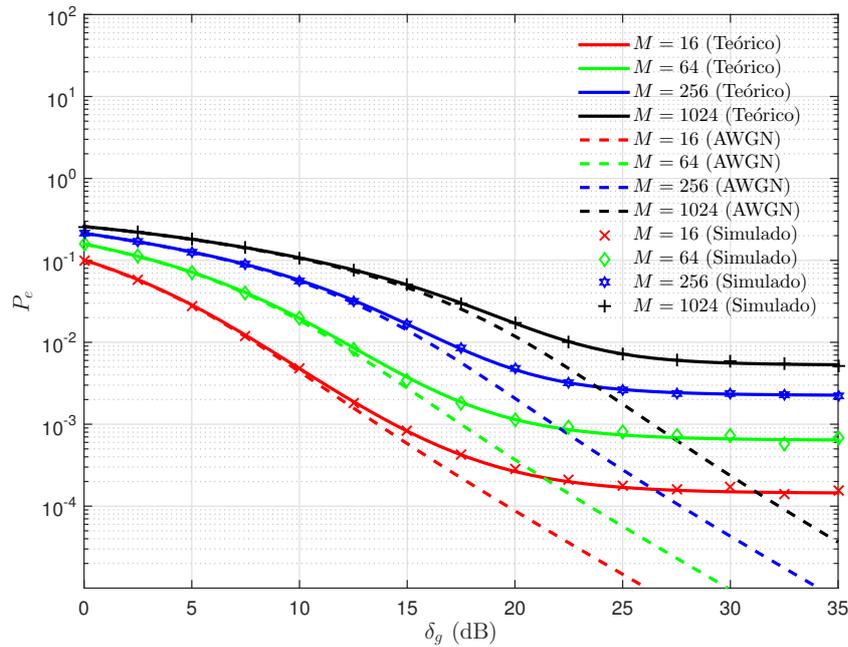


Figura 6.16 PEB do esquema de modulação 64-QAM para uma cadeia de Markov com dois estados sob os efeitos do ruído G^2 AWGN multinível e desvanecimento η - μ ou κ - μ , com quatro valores distintos para a ordem da constelação M . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 20$ dB, $\mu = 1, 5$, $\kappa = 2, 0$, $\Omega = 1, 0$, $\eta = 1, 0$, $\alpha_p = 0,5$ e $\beta = 0,5$.

de parâmetros permitem avaliar como o efeito impulsivo do ruído, com ocorrências em rajadas, influencia no desempenho do receptor. Variações dessas expressões, obtidas com o uso de cadeias de Markov para modelar os diferentes tipos de condições presentes em um ambiente de propagação sem fio, foram também apresentadas. Percebe-se que as curvas da PEB tendem a apresentar um comportamento assintótico à medida que a relação sinal-ruído permanente toma valores elevados e que a recepção dos esquemas de modulação de constelações de ordem elevada, como 256 e 1024, é mais afetada pelo canal.

No próximo capítulo, duas técnicas de diversidade: uma espacial, usando a combinação por razão máxima (MRC) e outra em polarização, usando a álgebra de quatérnios, são utilizadas para diminuir as probabilidades de erro de *bit* do esquema M -QAM com o canal sob os efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento generalizado.

CAPÍTULO 7

PEB do Esquema M -QAM com o Canal de Comunicações Sujeito ao Ruído G^2 AWGN e ao Desvanecimento Nakagami- m

Neste capítulo, expressões exatas e inéditas para determinação da probabilidade de erro de *bit*, P_e , do esquema de modulação digital em amplitude e quadratura M -ário (M -QAM) sob o modelo de canal sujeito ao ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m são apresentadas. Diversos trabalhos utilizam a distribuição de Nakagami- m para caracterizar os efeitos do desvanecimento em ambientes *indoor* e *outdoor* (AGRAWAL et al., 2014; GOLDSMITH, 2005; WATTEYNE et al., 2010).

Para determinação das novas expressões da probabilidade de erro de *bit*, um método alternativo apresentado em (LOPES; ALENCAR, 2002) é utilizado por facilitar o desenvolvimento matemático. Nesse método é realizada a divisão do sinal recebido pelo desvanecimento, em um intervalo de símbolo, tornando o canal de comunicação sujeito ao desvanecimento em um canal sujeito a um ruído aditivo R , modelado como a razão entre duas variáveis aleatórias, uma caracterizada pela função densidade de probabilidade (FDP) da mistura Gaussiana, e a outra caracterizada pela distribuição Nakagami- m . A função cumulativa de probabilidade (FCP) do ruído aditivo R é então determinada e usada para a obtenção de novas expressões exatas para a probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação digital M -QAM sujeito ao ruído G^2 AWGN e ao desvanecimento Nakagami- m .

Outros trabalhos utilizaram este método alternativo para o cálculo da PEB. Em (LOPES; ALENCAR, 2002) a razão entre duas variáveis aleatórias foi usada para determinar expressões exatas da probabilidade de erro de *bit* dos esquemas de chaveamento por deslocamento de fase binário (QPSK) e modulação por amplitude de pulso (M -PAM) sujeito ao ruído aditivo gaussiano branco (AWGN) e ao desvanecimento Rayleigh. Em (LOPES; MADEIRO; ALENCAR, 2007) a mesma abordagem foi utilizada para determinar expressões exatas da probabilidade de erro de *bit* do esquema R -QAM sujeito ao ruído AWGN e ao desvanecimento Rayleigh.

Em (QUEIROZ et al., 2007) expressões da probabilidade de erro de *bit* dos esquemas M -PAM e $I \times J$ -QAM sujeito ao ruído AWGN e ao desvanecimento Nakagami foram determinadas a partir deste método alternativo. Em (QUEIROZ et al., 2010) esta abordagem foi utilizada para determinar expressões exatas da probabilidade de erro de *bit* dos esquemas M -QAM, M -PAM e $I \times J$ -QAM sujeito ao ruído AWGN e ao desvanecimento Nakagami. Além disso, mostrou-se em (QUEIROZ et al., 2010) que este método também pode ser usado para reduzir a complexidade computacional da detecção de sinais na presença do desvanecimento.

Na literatura, diversos trabalhos recentes relacionados ao cálculo da PEB com o canal de comunicações sob os efeitos do ruído e desvanecimento são apresentados (BADARNEH; ALMEH-MADI, 2016), (QUEIROZ et al., 2018) e (MATHUR et al., 2018). Neles, as expressões de PEB média são calculadas a partir de uma abordagem clássica, que consiste em ponderar a probabilidade de erro de *bit* condicionada ao desvanecimento pela PDF do desvanecimento. Diferentemente desses artigos, o desenvolvido matemático realizado neste capítulo é baseado nos resultados apresentados por Lopes e Alencar em (LOPES; ALENCAR, 2002), no qual a PEB é determinada a partir de um método alternativo. Este método, quando comparado a abordagem clássica, apresenta uma maior simplicidade matemática.

7.1 Modelo Matemático para o Sistema de Comunicação

Suponha que um sinal recebido é composto pelo sinal transmitido afetado pelo desvanecimento acrescido do ruído. Matematicamente, tem-se que

$$Y(t) = z(t)X(t) + \eta(t), \quad (7.1)$$

em que $X(t)$ representa o sinal transmitido, $\eta(t)$ o ruído G^2 AWGN, $Y(t)$ o sinal recebido e $z(t)$ o desvanecimento Nakagami (HAYKIN, 2001). O desvanecimento é considerado lento e não seletivo em frequência, implicando que o parâmetro multiplicativo $z(t)$ pode ser considerado constante durante um intervalo de sinalização.

O canal com desvanecimento Nakagami pode ser visto como um canal sujeito a um ruído aditivo R , ao se realizar a divisão do sinal recebido $Y(t)$ por $z(t)$. Matematicamente,

$$\begin{aligned} \frac{Y(t)}{z(t)} &= X(t) + \frac{\eta(t)}{z(t)} \\ &= X(t) + R(t). \end{aligned} \quad (7.2)$$

O ruído aditivo R presente na Equação 7.2 é modelado por uma variável aleatória definida como a razão entre a variável aleatória do ruído $\eta(t)$ e a variável aleatória do desvanecimento $z(t)$ (LOPES; ALENCAR, 2002), (QUEIROZ et al., 2007).

7.2 Função Densidade e Cumulativa de Probabilidade do Ruído

R

O ruído aditivo R , expresso por

$$R = \frac{\eta}{z}, \quad (7.3)$$

em que η denota o ruído G^2 AWGN e z a amplitude do desvanecimento, é modelado como a razão entre duas variáveis aleatórias, uma caracterizada pela FDP da mistura gaussiana, e a outra caracterizada pela FDP de Nakagami. A FDP da distribuição Nakagami é dada por (NAKAGAMI, 1960)

$$f_Z(z) = \frac{2}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m z^{2m-1} \exp\left(-\frac{mz^2}{\Omega}\right) u(z), \quad (7.4)$$

em que m é o parâmetro que controla a intensidade do desvanecimento, Ω é a potência média do sinal transmitido, $\Gamma(\cdot)$ é a função gama e $u(\cdot)$ representa a função degrau unitário.

A FDP do ruído aditivo R , definido como a razão de duas variáveis aleatórias, é dada por (LEON-GARCIA, 2008)

$$f_R(r) = \int_{-\infty}^{\infty} |z| f_{\eta,z}(rz, z) dz, \quad (7.5)$$

em que $f_{\eta,z}(rz, z)$ é a função densidade de probabilidade conjunta de $\eta = rz$ e z . Considerando que η e Z são variáveis aleatórias independentes, tem-se

$$\begin{aligned} f_{\eta,z}(rz, z) &= f_{\eta}(rz) f_Z(z) \\ &= \frac{2\alpha_p \beta p_1 p_2}{\Gamma(m) \sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m z^{2m-1} \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{r^2 z^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)} - \frac{mz^2}{\Omega}\right) u(z) \\ &\quad + \frac{2(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\Gamma(m) \sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m z^{2m-1} \\ &\quad \times \exp\left(-\frac{r^2 z^2}{2\sigma_g^2} - \frac{mz^2}{\Omega}\right) u(z). \end{aligned} \quad (7.6)$$

Dessa forma, a FDP de R é dada por

$$\begin{aligned} f_R(r) &= \frac{\alpha_p \beta p_1 p_2 m^m}{\sqrt{\pi(N_{\eta_g} + N_{\eta_i})\Omega^m}} \frac{\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(m) \left[\frac{r^2}{N_{\eta_g} + N_{\eta_i}} + \frac{m}{\Omega}\right]^{m+\frac{1}{2}}} \\ &\quad + \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) m^m}{\sqrt{\pi N_{\eta_g}} \Omega^m} \frac{\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(m) \left[\frac{r^2}{N_{\eta_g}} + \frac{m}{\Omega}\right]^{m+\frac{1}{2}}}, \end{aligned} \quad (7.7)$$

em que $N_{\eta_g} = 2\sigma_g^2$ e $N_{\eta_i} = 2\sigma_i^2$.

A função cumulativa de probabilidade (FCP) do ruído R , $F_R(r)$, é obtida calculando

$$\begin{aligned}
 F_R(r) &= \int_{-\infty}^r f_R(r) dr \\
 &= \frac{\alpha_p \beta p_1 p_2 m^m \Gamma(m + \frac{1}{2})}{\sqrt{\pi} \Omega^m \Gamma(m)} \\
 &\quad \times \int_{-\infty}^{\frac{r}{\sqrt{N_{\eta_g} + N_{\eta_i}}}} \left(x^2 + \frac{m}{\Omega}\right)^{-(m + \frac{1}{2})} dx \\
 &\quad + \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) m^m \Gamma(m + \frac{1}{2})}{\sqrt{\pi} \Omega^m \Gamma(m)} \\
 &\quad \times \int_{-\infty}^{\frac{r}{\sqrt{N_{\eta_g}}}} \left(x^2 + \frac{m}{\Omega}\right)^{-(m + \frac{1}{2})} dx.
 \end{aligned} \tag{7.8}$$

A partir da representação integral da função Hipergeométrica de Gauss

$$\int (x^2 + a)^{-\frac{(2m+1)}{2}} dx = x \cdot {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{x^2}{a}\right) a^{-(m + \frac{1}{2})},$$

tem-se

$$\int \left(x^2 + \frac{m}{\Omega}\right)^{-\frac{(2m+1)}{2}} dx = \frac{x \cdot {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{\Omega x^2}{m}\right)}{\left(\frac{m}{\Omega}\right)^{m + \frac{1}{2}}}. \tag{7.9}$$

Avaliando o limite da Equação 7.9 quando x se aproxima de menos infinito, tem-se

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x \cdot {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{\Omega x^2}{m}\right)}{\left(\frac{m}{\Omega}\right)^{m + \frac{1}{2}}} = -\frac{\Omega^m \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \Gamma(m)}{m^m \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)}. \tag{7.10}$$

Assim, $F_R(r)$ pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
 F_R(r) &= \alpha_p \beta p_1 p_2 \left\{ \frac{\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi} \Gamma(m)} \frac{r}{\sqrt{N_{\eta_g} + N_{\eta_i}}} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{-\frac{1}{2}} \right. \\
 &\quad \times \left. {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{\Omega}{m} \frac{r^2}{(N_{\eta_g} + N_{\eta_i})}\right) + \frac{1}{2} \right\} \\
 &\quad + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \left\{ \frac{\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi} \Gamma(m)} \frac{r}{\sqrt{N_{\eta_g}}} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^{-\frac{1}{2}} \right. \\
 &\quad \times \left. {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{\Omega x^2}{m} \frac{r^2}{N_{\eta_g}}\right) + \frac{1}{2} \right\}.
 \end{aligned} \tag{7.11}$$

7.3 PEB do Esquema M -QAM em um Canal com Ruído G^2 AWGN e Desvanecimento Nakagami- m

Nesta seção, os resultados apresentados por Cho e Yoon (CHO; YOON, 2002) são usados para obter novas expressões exatas para a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM em um canal sujeito ao ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m . Cho e Yoon propuseram uma expressão fechada para o cálculo da probabilidade de erro de *bit*, P_e , do esquema QAM com dimensão da constelação arbitrária, considerando um canal com ruído AWGN. Esta expressão é dada por (CHO; YOON, 2002)

$$P_e = \frac{1}{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M}} P_e(k), \quad (7.12)$$

com $P_e(k)$ dado por

$$P_e(k) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \{w(i, k, M) \times \operatorname{erfc} \left((2i+1) \sqrt{\frac{3 \log_2 M \cdot E_b}{2(M-1)N_0}} \right) \}, \quad (7.13)$$

e pesos $w(i, k, M)$ definidos como

$$w(i, k, M) = (-1)^{\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} \rfloor} \cdot \left(2^{k-1} - \left\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right), \quad (7.14)$$

em que E_b/N_0 denota a relação sinal-ruído (SNR – *Signal-to-Noise Ratio*) por *bit*, $\lfloor x \rfloor$ denota o maior inteiro menor que x , e $\operatorname{erfc}(\cdot)$ denota a função erro complementar. Note que a Equação 7.13 é escrita em termos da soma ponderada de funções $\operatorname{erfc}(\cdot)$, que o termo $\operatorname{erfc}(\cdot)$ corresponde a duas vezes a probabilidade de o ruído aditivo exceder $(2i+1) \sqrt{3 \log_2 M \cdot E_b / 2(M-1)}$ e que os pesos $w(i, k, M)$ incluem o efeito, em P_e , da k -ésima posição de *bit* em um símbolo com $\log_2 M$ *bits*.

Sob o modelo de canal sujeito ao ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m , duas vezes a probabilidade de o ruído aditivo exceder $(2i+1) \sqrt{3 \log_2 M \cdot E_b / 2(M-1)}$ pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{a(i, M) E_b}{2}} \right) &= 2P(r \geq \sqrt{a(i, M) E_b}) \\ &= 2 - 2F_R(\sqrt{a(i, M) E_b}), \end{aligned} \quad (7.15)$$

com

$$a(i, M) = \frac{3(2i + 1)^2 \log_2 M}{M - 1}. \quad (7.16)$$

Usando o resultado obtido para a FCP, apresentado na Equação 7.11, tem-se que a expressão para a probabilidade de erro de *bit* P_e do esquema M -QAM sujeito ao ruído G^2 AWGN e ao desvanecimento Nakagami é dada pela Equação 7.12, com $P_e(k)$ definido como

$$\begin{aligned} P_e(k) &= \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\ &\times \left\{ 1 - \frac{2\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) \sqrt{\Omega}}{\sqrt{m\pi}\Gamma(m)} \alpha\beta p_1 p_2 \left(a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \right)^{\frac{1}{2}} \right. \\ &\times {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{\Omega a(i, M) \delta_g \delta_i}{m(\delta_g + \delta_i)}\right) \\ &- \frac{2\Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right) \sqrt{\Omega}}{\sqrt{m\pi}\Gamma(m)} (1 - \alpha\beta p_1 p_2) (a(i, M) \delta_g)^{\frac{1}{2}} \\ &\left. \times {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, m + \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{\Omega a(i, M) \delta_g}{m}\right) \right\}, \quad (7.17) \end{aligned}$$

em que $\delta_i = E_b/N_{\eta_i}$ e $\delta_g = E_b/N_{\eta_g}$ representam, respectivamente, a relação sinal-ruído permanente e a relação sinal-ruído impulsivo, por *bit*.

7.4 Resultados

A Figura 7.1 mostra as curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m , em função da relação sinal ruído permanente, δ_g , para diferentes valores de δ_i , com $m = 1, 5$, $\alpha_p = 0,5$, $p_2 = 0,5$, $\beta = 0,5$ e $p_1 = 0,5$. Para $\delta_i = 1$ dB, nota-se que a probabilidade de erro de *bit* P_e é praticamente constante com o aumento de δ_g , para valores de δ_g compreendidos entre 20 e 35 dB. Para valores elevados de δ_i , como 15 e 20 dB, o termo $\delta_g \delta_i / (\delta_g + \delta_i)$ na primeira parcela da Equação 7.17 pode ser aproximado por δ_g e assim, a probabilidade de erro é função somente do parâmetro δ_g , sendo então mais influenciada pelo ruído de fundo permanente.

Na Figura 7.2 são apresentadas as curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m , com $\delta_i = 20$ dB, $\alpha_p = 0,5$, $p_2 = 0,5$, $\beta = 0,5$ e $p_1 = 0,5$, para diferentes valores do parâmetro m . Nota-se que à medida que m diminui, maior é o valor da probabilidade de erro de *bit* para valores fixos de δ_g porque maior é a intensidade do desvanecimento presente no sinal recebido. Verifica-se também que a probabilidade de erro de *bit* igual a 10^{-3} é obtida com $\delta_g \approx 20$ dB para $m = 2,5$ à medida que é obtida com $\delta_g \approx 35$ dB para $m = 1,0$.

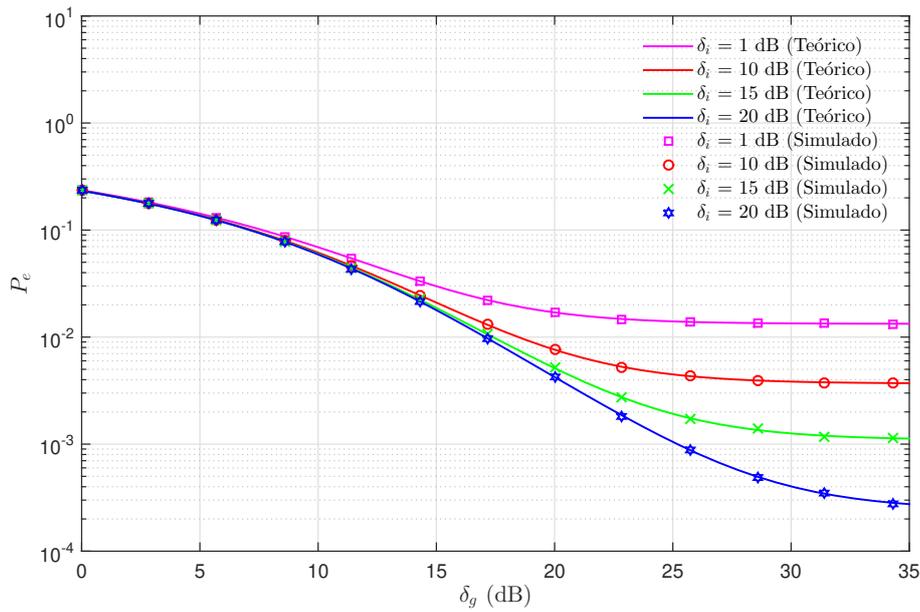


Figura 7.1 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $m = 1, 5$ e $\alpha_p = p_2 = \beta = p_1 = 0,5$.

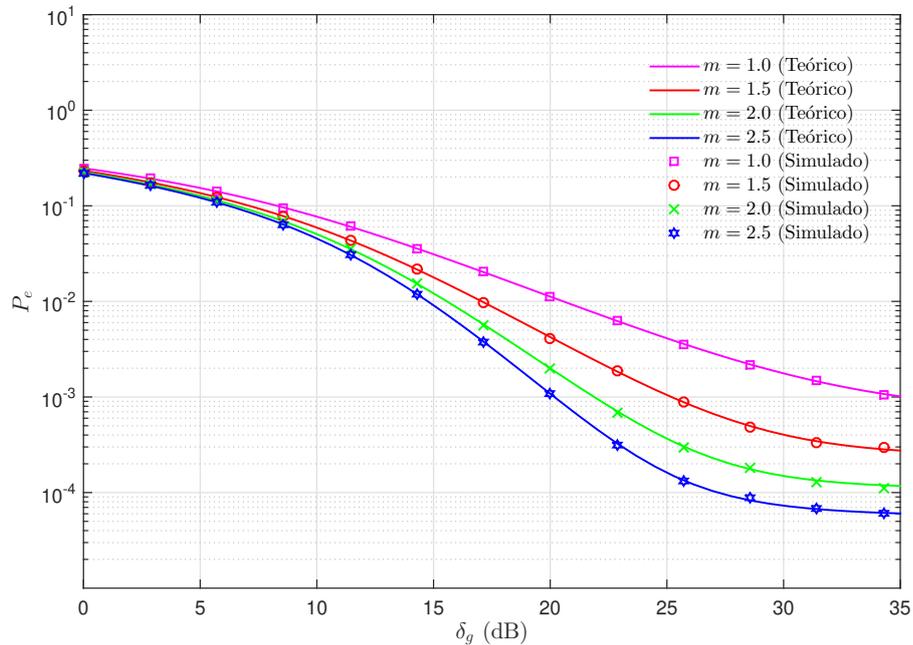


Figura 7.2 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m para diferentes valores do parâmetro m . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 20$ dB e $\alpha_p = p_2 = \beta = p_1 = 0,5$.

Curvas de probabilidade de erro de *bit* com o canal sujeito ao ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami são mostradas na Figura 7.3 para quatro valores de M , considerando $\delta_i = 20$ dB, $m = 1,5$, $\alpha_p = 0,5$, $p_2 = 0,5$, $\beta = 0,5$ e $p_1 = 0,5$. Quanto menos densa a constelação,

menor é a probabilidade de erro de *bit* obtida, pois os símbolos estão mais espaçados entre si e, portanto, menos susceptível aos efeitos do ruído. Tem-se também que a probabilidade de erro de *bit* igual a 10^{-3} é obtida com $\delta_g \approx 20,8$ dB para $M = 16$ ao passo que é obtida com $\delta_g \approx 35$ dB para $M = 256$.

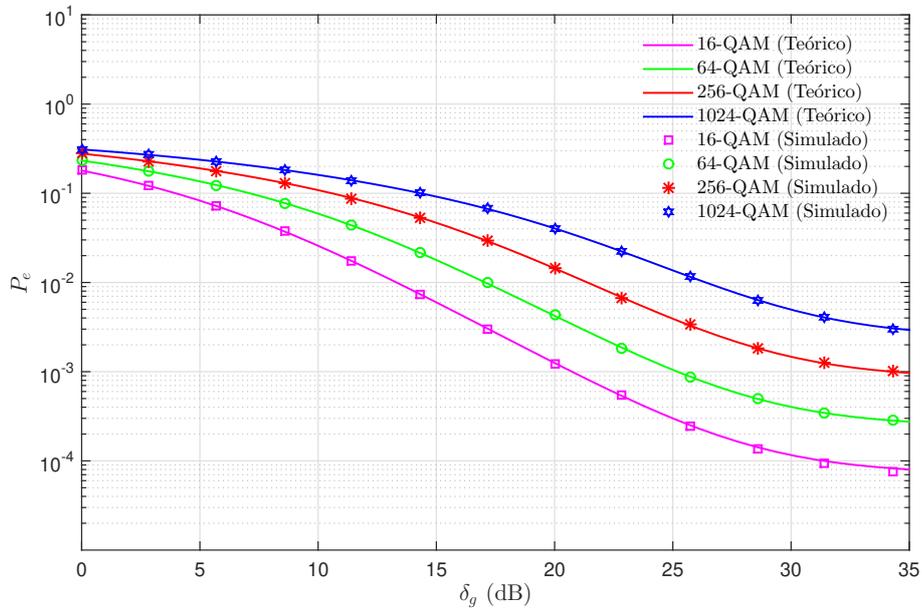


Figura 7.3 PEB para diferentes valores da ordem de modulação M sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento Nakagami- m . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 20$ dB, $m = 1,5$ e $\alpha_p = p_2 = \beta = p_1 = 0,5$.

CAPÍTULO 8

Técnicas de Diversidade Aplicadas ao Canal de Comunicações sob os Efeitos do Ruído G^2 AWGN e do Desvanecimento

Diversos ambientes estão sujeitos aos efeitos do ruído impulsivo e do desvanecimento provocado por múltiplos percursos de propagação de sinais eletromagnéticos, que levam à degradação do desempenho dos sistemas de comunicações digitais sem fio (CHAN; DONALDSON, 1989; ZIMMERMANN; DOSTERT, 2002; LAGO-FERNANDEZ; SALTER, 2004; ANGSKOG et al., 2010; CHEFFENA, 2012; ARAÚJO et al., 2015; QUEIROZ et al., 2018). Em razão disto, diversas técnicas vêm sendo propostas na literatura para melhoria de desempenho desses sistemas. Dentre elas, podem ser citadas as técnicas de diversidade, por sua eficiência e baixo custo (WINTERS; SALZ; GITLIN, 1994; FOSCHINI; GANS, 1998; MITIC et al., 2015; AHAMED; VIJAY, 2017).

As técnicas de recepção em diversidade consistem em aproveitar a redundância do sinal transmitido de forma que múltiplas cópias do sinal original sejam transmitidas por percursos independentes e assim experimentem diferentes níveis de desvanecimento e interferência. Quando combinadas apropriadamente na recepção, as diversas réplicas do sinal original geram um sinal cujos efeitos do desvanecimento e ruído podem ser amenizados (SILVA, 2001; MITIC et al., 2015; AHAMED; VIJAY, 2017). Exemplos clássicos dessas técnicas incluem a diversidade espacial e a diversidade em polarização (TAROKH; SESHADRI; CALDERBANK, 1998).

Neste capítulo, uma técnica de diversidade espacial denominada de recepção com combinação por razão máxima (MRC) (KAHN, 1954; PATIL; MUCHHAL; MISHRA, 2014; JANA et al., 2015) é utilizada. Nesta técnica, cópias do sinal são recebidas simultaneamente por múltiplas antenas afastadas umas das outras por uma distância suficiente para tornar os sinais captados decorrelacionados. Esse esquema não requer acréscimos na potência de transmissão ou na largura de banda utilizada pelo sistema (SILVA, 2001; MITIC et al., 2015).

Por sua vez, uma técnica de diversidade em polarização, que consiste em transmitir os sinais com antenas operando em campos elétricos com diferentes polarizações, por meio do uso

da álgebra dos quatérnios é utilizada. Os quatérnios são usados neste trabalho por serem um conjunto numérico matemático que representam uma extensão dos números complexos e apresentarem diversas vantagens computacionais em função da redução da quantidade de operações algébricas envolvendo produtos reais usuais (CARLOS; SOUSA; MOTA, 2013).

Nesse contexto, são apresentadas neste capítulo expressões em forma fechada da probabilidade de erro de *bit* (PEB) do esquema de modulação em amplitude e quadratura M -ário (M -QAM) com o canal de comunicações sujeito aos efeitos do ruído G^2 AWGN e desvanecimento modelado pelas distribuições de probabilidades contínuas η - μ ou κ - μ usando técnicas de diversidade, com o objetivo de diminuir os valores de PEB obtidos. As expressões de PEB do esquema M -QAM com o canal sob ruído G^2 AWGN e desvanecimento generalizado utilizando a técnica MRC, apresentadas neste capítulo, são exatas, inéditas e escritas em termos da função de Apell. As expressões obtidas para o esquema M -*QuatMod* também são inéditas, determinadas com o uso de aproximações para potências da função $Q(\cdot)$ e da propriedade da amostragem da função impulso.

8.1 Trabalhos Relacionados ao Cálculo da PEB ou PES com o Canal de Comunicações Sujeito a Ruído e Desvanecimento Usando Técnicas de Diversidade

Na literatura, diversos trabalhos tem tratado da avaliação da PEB ou PES em canais de comunicações sujeitos a ruído e desvanecimento usando técnicas de diversidade espacial. Em um artigo seminal, de Korn (KORN, 1996), é apresentada uma fórmula inédita para a probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação de chaveamento por deslocamento de fase M -ário (M -FSK) com detecção de fase diferencial (DPD) e uso da técnica MRC em canais de comunicações com desvanecimento Rice. É evidenciado também em (KORN, 1996) que a combinação dessas técnicas reduzem a PEB nesse tipo de canal, em comparação aos valores de PEB obtidos para o esquema M -FSK sem o uso de DPD e da técnica MRC.

Em (DIETRICH; UTSCHICK, 2003), Dietrich e Utschick derivaram uma expressão analítica para a probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação de chaveamento por deslocamento de fase binário (BPSK), com múltiplos ramos de diversidade sujeito ao desvanecimento Rayleigh correlacionado. Em cada um dos ramos, o receptor de máxima verossimilhança realiza a estimativa dos parâmetros que caracterizam o canal de comunicações com o objetivo de otimizar a combinação dos sinais recebidos usando a técnica MRC. A expressão para a PEB obtida em (DIETRICH; UTSCHICK, 2003) é exata, obtida a partir dos resultados apresentados por Turin, que, em (TURIN, 1960) descreveu uma expressão matemática para a função característica de variáveis aleatórias complexas com distribuição normal, escrita em termos de formas quadráticas Hermitianas reais.

Em (SCHMITT et al., 2004), Schmitt *et al* estenderam os resultados apresentados por Dietrich e Utschick ao caso em que os múltiplos ramos de diversidade também estão sujeitos ao desvanecimento Rayleigh e ao efeito adicional do ruído aditivo colorido. Expressões analíticas em forma fechada para a probabilidade de erro de *bit* média do esquema de modulação BPSK foram apresentadas para o caso em que o canal de comunicações está sujeito aos efeitos do ruído e desvanecimento. Além disso, uma solução alternativa para a PEB também foi derivada em (SCHMITT et al., 2004).

No trabalho de Farhadi e Beaulieu (FARHADI; BEAULIEU, 2006), expressões analíticas exatas para a PEB de códigos convolucionais com decodificação de Viterbi, usando decisão abrupta, quando aplicados sobre canais de comunicações sujeitos ao desvanecimento Rayleigh, Rice ou Nakagami- m e ruído AWGN, usando a técnica MRC, são apresentadas. A precisão dos resultados analíticos apresentados no trabalho de Farhadi e Beaulieu é verificada por simulação computacional.

Em (LI; ZHANG; GULLIVER, 2006), expressões para a capacidade do canal e para a PEB dos esquemas de modulação PSK, PAM e QAM, considerando o canal de comunicações sujeito ao desvanecimento Nakagami- m correlacionado e ao ruído AWGN, em sistemas de comunicações que utilizam a técnica MRC, são apresentadas. Além disso, curvas de PEB em função da relação sinal-ruído, corroboradas por simulações, são traçadas para diferentes parâmetros da distribuição Nakagami- m e diferentes números de ramos do receptor MRC.

Em (AHN, 2009), análises de desempenho de enlaces de comunicações sem fio em sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) com o uso da técnica MRC, denominados MIMO-MRC, na presença de múltiplas interferências e ruído, sobre canais com desvanecimento Rayleigh, são apresentadas. Inicialmente, são apresentadas em (AHN, 2009) expressões exatas e inéditas para a relação sinal-ruído mais interferência (SINR), juntamente com a probabilidade de indisponibilidade e a função geratriz de momentos (MGF) da SINR. Em sequência, limitantes superiores e aproximações para a probabilidade de erro de símbolo dos esquemas de modulações em amplitude de pulso, em quadratura e em amplitude (QAM) e M -FSK são determinados usando as expressões da MGF e SINR derivadas. Expressões em forma fechada para a PES de alguns formatos de modulações também são derivadas. Os resultados analíticos apresentados por Ahn em (AHN, 2009) são corroborados por simulações computacionais.

Em (SHAYESTEH, 2011), os efeitos do desvanecimento no canal de comunicações, que é na forma de distorção multiplicativa, e do ruído AWGN são apresentados na forma de um ruído final aditivo. Expressões para a FDP do ruído final, assim como expressões exatas para PEB e PES de sinais modulados linearmente, com o uso da técnica MRC, em canais não seletivos em frequência sujeitos ao desvanecimento Rice ou Rayleigh e ruído AWGN são apresentadas. As probabilidades de erro são apresentadas na forma de várias versões de uma integral simples, que podem ser resolvidas por métodos numéricos. Resultados de simulações, utilizados na verificações das expressões analíticas obtidas, são também mostrados.

Em (RUI; YU, 2011), o desempenho de sistemas MIMO-MRC que usam a técnica de diversidade MRC, em canais de comunicações variantes no tempo, é analisado. Os autores assumem que a estimativa do canal é perfeita e, com isso, expressões em forma fechada para a FCP da relação sinal-ruído e PES são derivadas. Com base nas expressões obtidas, a análise da SEP é facilmente obtida pelos autores sem o uso de integrações numéricas ou simulações estatísticas. Os resultados analíticos apresentados em (RUI; YU, 2011) são confirmados por simulações computacionais, realizadas com o método de Monte Carlo.

Em (KUMAR; SAHU, 2014), expressões exatas e assintóticas para a probabilidade de erro de símbolo média do esquema M -FSK com receptores usando a técnica MRC são obtidas, considerando o canal de comunicações sujeito ao desvanecimento generalizado κ - μ . As expressões derivadas, obtidas usando a abordagem baseada na análise da MGF, são inéditas e escritas em termos da função hipergeométrica de Gauss e da função de Apell. Análises de desempenho das expressões obtidas para diferentes valores dos parâmetros κ e μ , que caracterizam matematicamente o desvanecimento; e para diferentes números de ramos L do receptor, são apresentadas.

Em (TIWARI; SAINI, 2015), o desempenho de um sistema MIMO-MRC operando sobre canais sujeitos ao desvanecimento Weibull-Gamma é avaliado em termos da PES. Expressões exatas e aproximadas para a PES, escritas em termos da função G de Meijer, são obtidas. Resultados das expressões derivadas para os esquemas de modulações 16-QAM e 16-FSK são apresentados, confirmados por simulações computacionais.

Expressões para a PEB do esquema QAM, para o receptor MRC com números de ramos arbitrários, sob o canal de comunicações sujeito a desvanecimento foram derivadas em (DAS; SUBADAR, 2017). As expressões obtidas foram avaliadas numericamente e traçadas considerando diferentes valores de parâmetros que caracterizam o efeito do desvanecimento, assumindo duas constelações QAM diferentes. As expressões derivadas são escritas em termos de séries infinitas e funções hipergeométricas. Simulações de Monte Carlo, usadas para a verificação final e validação da metodologia empregada na obtenção das expressões analíticas, são apresentadas em (DAS; SUBADAR, 2017).

Outros trabalhos têm tratado do uso da diversidade em polarização, por meio da álgebra dos quatérnios, para reduzir a PEB ou a PES em canais de comunicações sem fio. Em telecomunicações a teoria de quatérnios é proposta, por exemplo, em (WYSOCKI; WYSOCKI; SEBERRY, 2006) para caracterizar o modelo de canal com desvanecimento em um enlace de comunicação sem fio entre duas antenas dualmente polarizadas, capazes de separar as polarizações horizontal e vertical do sinal propagante tanto na transmissão quanto na recepção. Segundo (WYSOCKI; WYSOCKI; SEBERRY, 2006), o canal de comunicação entre pares de antenas dualmente polarizadas é geralmente descrito por quatro coeficientes complexos que incrementam significativamente a complexidade do modelo quando mais que um par de antenas é considerado. Para simplificar esse modelo, os autores em (WYSOCKI; WYSOCKI; SEBERRY, 2006) propõem caracterizar o canal por seu coeficiente de ganho representado por um único número quatérnio. A caracterização matemática é apresentada e a evolução no tempo da magnitude do desvaneci-

mento Rayleigh é apresentada nos cenários de polarização horizontal e vertical sem, entretanto, avaliação de desempenho do transmissor.

Em (GU; WU, 2017) é proposto um novo esquema de modulação para enlaces entre pares de antenas dualmente polarizadas, baseado no conceito de quatérnios. O esquema de modulação proposto é denominado Q_{mod} e faz uso da técnica de modulação espacial apresentada nas referências (MESLEH et al., 2008) e (YANG et al., 2015). Os autores apresentam o modelo de sinal considerado e utilizam o receptor clássico de máxima verossimilhança para comparar as curvas de probabilidade de erro de *bits*, obtidas por simulação, do esquema proposto com as curvas relacionadas ao esquema P_{mod} apresentado em (HENAREJOS; PÉREZ-NEIRA, 2015). Não são apresentadas em ambos os artigos uma expressão exata para a PEB nas três referências citadas.

Em (CARLOS; SOUSA; MOTA, 2013), uma generalização do modelo apresentado por Wysocki e Seberry e uma técnica de modulação de símbolos quaterniônica, denominada M -QuatMod, adequada para o modelo de canal quaterniônico descrito em (WYSOCKI; WYSOCKI; SEBERRY, 2006) foi obtido. Além disso, uma expressão de probabilidade de erro de *bit* inédita para o esquema de modulação M -QuatMod, considerando o canal de comunicações sujeito ao efeito do ruído aditivo Gaussiano branco (AWGN) também foi apresentada.

Neste capítulo, as expressões de probabilidade de erro de *bit* obtidas em (CARLOS; SOUSA; MOTA, 2013) são expandidas para o caso em que o canal de comunicações está sujeito ao efeito adicional do desvanecimento η - μ ou κ - μ e ao modelo de ruído G^2 AWGN, que engloba, como caso especial, o AWGN.

8.2 Probabilidade de Erro de *Bit* do Esquema M -QAM com o Canal de Comunicações sob os Efeitos do Ruído G^2 AWGN e Desvanecimento η - μ Usando a Técnica de Diversidade Espacial MRC

Foi mostrado em (QUEIROZ et al., 2018) que a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QAM para um dado valor de desvanecimento z , sob o modelo de ruído G^2 AWGN, pode ser escrita como

$$P(e|z) = \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M} - 1} \sum_{i=0} w(i, k, M) \times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 Q \left(\sqrt{a(i, M) z^2 \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i}} \right) + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) Q \left(\sqrt{a(i, M) z^2 \delta_g} \right) \right\}, \quad (8.1)$$

em que

$$w(i, k, M) = (-1)^{\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} \rfloor} \cdot \left(2^{k-1} - \left\lfloor \frac{i \cdot 2^{k-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right) \quad (8.2)$$

e

$$a(i, M) = \frac{3(2i + 1)^2}{(M - 1)} \log_2 M, \quad (8.3)$$

M é a ordem da constelação e δ_g e δ_i são a relação sinal-ruído permanente e a relação sinal-ruído impulsivo por *bit*, respectivamente.

Fazendo

$$x = z^2 \quad (8.4)$$

na Equação 8.1 e utilizando a técnica de recepção com combinação por razão máxima (MRC), em que cópias do sinal são recebidas simultaneamente por L antenas afastadas umas das outras de uma distância d , é possível escrever $P(e|z = \sqrt{x})$ como

$$\begin{aligned} P(e|z = \sqrt{x}) &= \frac{2}{\sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M} - 1} \sum_{i=0}^{2^k - 1} w(i, k, M) \\ &\times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 Q \left(\sqrt{a(i, M) \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \sum_{p=1}^L x_p} \right) \right. \\ &\left. + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) Q \left(\sqrt{a(i, M) \delta_g \sum_{p=1}^L x_p} \right) \right\}, \quad (8.5) \end{aligned}$$

em que $x = \sum_{p=1}^L x_p$ representa a soma dos L sinais captados pela antena.

Usando a representação de Craig para a função $Q(\cdot)$, tem-se

$$\begin{aligned} P(e|z = \sqrt{x}) &= \frac{2}{\pi \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M} - 1} \sum_{i=0}^{2^k - 1} w(i, k, M) \\ &\times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left(-\frac{a(i, M) \delta_g \delta_i}{2 \text{sen}^2 \theta} \sum_{p=1}^L x_p \right) d\theta \right. \\ &\left. + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left(-\frac{a(i, M)}{2 \text{sen}^2 \theta} \delta_g \sum_{p=1}^L x_p \right) d\theta \right\}. \quad (8.6) \end{aligned}$$

Assim, a PEB sob desvanecimento pode ser obtida tomando a média da Expressão 8.6 pela FDP de X em cada um dos L ramos, definida como

$$\begin{aligned}
 P_e &= \int_0^\infty \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty P(e|z = \sqrt{x}) f_{X_1, X_2, \dots, X_L}(x_1, x_2, \dots, x_L) dx_1 dx_2 \cdots dx_L \\
 &= \frac{2}{\pi \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M} - 1} \sum_{i=0} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty \exp \left(-\frac{a(i, M)}{2 \text{sen}^2 \theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \sum_{p=1}^L x_p \right) \right. \\
 &\times f_{X_1, X_2, \dots, X_L}(x_1, x_2, \dots, x_L) dx_1 dx_2 \cdots dx_L d\theta \\
 &+ (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^\infty \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty \exp \left(-\frac{a(i, M)}{2 \text{sen}^2 \theta} \delta_g \sum_{p=1}^L x_p \right) \\
 &\times \left. f_{X_1, X_2, \dots, X_L}(x_1, x_2, \dots, x_L) dx_1 dx_2 \cdots dx_L d\theta \right\}. \tag{8.7}
 \end{aligned}$$

Assumindo que

$$f_{X_1, X_2, \dots, X_L}(x_1, x_2, \dots, x_L) = f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2) \cdots f_{X_L}(x_L), \tag{8.8}$$

é possível escrever a Equação 8.7 como

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{2}{\pi \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k}) \sqrt{M} - 1} \sum_{i=0} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\prod_{m=1}^L \int_0^\infty \exp \left(-\frac{a(i, M)}{2 \text{sen}^2 \theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} x_m \right) f_{X_m}(x) dx_m \right) d\theta \right. \\
 &+ (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\prod_{m=1}^L \int_0^\infty \exp \left(-\frac{a(i, M)}{2 \text{sen}^2 \theta} \delta_g x_m \right) f_{X_m}(x) dx_m \right) d\theta \left. \right\}. \tag{8.9}
 \end{aligned}$$

Sabendo que (LEON-GARCIA, 2008)

$$\int_0^\infty e^{-sx} f_X(x) dx = M_X(s), \tag{8.10}$$

P_e pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{2}{\pi\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \alpha_p\beta p_1 p_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \prod_{m=1}^L M_{X_m} \left(\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \right) d\theta \right. \\
 &\left. + (1 - \alpha_p\beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \prod_{m=1}^L M_{X_m} \left(\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g \right) d\theta \right\}. \quad (8.11)
 \end{aligned}$$

Assumindo que as amostras em cada ramo são independentes e igualmente distribuídas, P_e é dada por

$$\begin{aligned}
 P_e &= \frac{2}{\pi\sqrt{M}\log_2\sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2\sqrt{M}} \sum_{i=0}^{(1-2^{-k})\sqrt{M}-1} w(i, k, M) \\
 &\times \left\{ \alpha_p\beta p_1 p_2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[M_X \left(\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \frac{\delta_g \delta_i}{\delta_g + \delta_i} \right) \right]^L d\theta \right. \\
 &\left. + (1 - \alpha_p\beta p_1 p_2) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[M_X \left(\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g \right) \right]^L d\theta \right\}. \quad (8.12)
 \end{aligned}$$

Para o caso de desvanecimento η - μ , a função geratriz de momentos dessa distribuição é dado pela Equação 5.25. Logo,

$$\begin{aligned}
 M_X^L \left(\frac{a(i, M)\delta_g \delta_i}{\text{sen}^2\theta(\delta_g + \delta_i)} \right) &= \left[\frac{4\mu^2 h}{\frac{(2(h-H)\mu(\delta_g + \delta_i)\text{sen}^2\theta + \Omega a(i, M)\delta_g \delta_i)(2(h+H)\mu(\delta_g + \delta_i)\text{sen}^2\theta + \Omega a(i, M)\delta_g \delta_i)}{(\text{sen}^2\theta)^2(\delta_g + \delta_i)^2}} \right]^{L\mu} \\
 &= \frac{(4\mu^2 h)^{L\mu} (\text{sen}^2\theta)^{2L\mu} (\delta_g + \delta_i)^{2L\mu}}{\left[\Omega^2 a^2(i, M) \delta_g^2 \delta_i^2 \left(1 - \frac{2(H-h)\mu(\delta_g + \delta_i)}{\Omega a(i, M)\delta_g \delta_i} \text{sen}^2\theta \right) \left(1 - \frac{-2(H+h)\mu(\delta_g + \delta_i)}{\Omega a(i, M)\delta_g \delta_i} \text{sen}^2\theta \right) \right]^{L\mu}} \\
 &= K_0 (\text{sen}^2\theta)^{2L\mu} (1 - K_1 \text{sen}^2\theta)^{-L\mu} (1 - K_2 \text{sen}^2\theta)^{-L\mu}, \quad (8.13)
 \end{aligned}$$

em que

$$K_0 = \left[\frac{4\mu^2 h}{\Omega^2 a^2(i, M) \delta_g^2 \delta_i^2} \right]^{L\mu}, \quad (8.14)$$

$$K_1 = \frac{2(H-h)\mu(\delta_g + \delta_i)}{\Omega a(i, M)\delta_g \delta_i}, \quad (8.15)$$

e

$$K_2 = \frac{-2(H+h)\mu(\delta_g + \delta_i)}{\Omega a(i, M)\delta_g\delta_i}. \quad (8.16)$$

Assim,

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[M_X \left(\frac{a(i, M) \delta_g \delta_i}{2\text{sen}^2\theta \delta_g + \delta_i} \right) \right]^L d\theta = K_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\text{sen}^2\theta)^{2L\mu} (1 - K_1 \text{sen}^2\theta)^{-L\mu} \times (1 - K_2 \text{sen}^2\theta)^{-L\mu} d\theta. \quad (8.17)$$

Se $t = \text{sen}^2\theta$, tem-se que $dt = 2\text{sen}\theta \cos\theta d\theta$ e $d\theta = \frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}}(1-t)^{-\frac{1}{2}}dt$, podendo-se reescrever a Equação 8.17 como

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[M_X \left(\frac{a(i, M) \delta_g \delta_i}{2\text{sen}^2\theta \delta_g + \delta_i} \right) \right]^L d\theta &= \frac{K_0}{2} \int_0^1 t^{(2L\mu+\frac{1}{2})-1} (1-t)^{(2L\mu+1)-(2L\mu+\frac{1}{2})-1} \\ &\times (1 - K_1 t)^{-L\mu} (1 - K_2 t)^{-L\mu} dt \\ &= \frac{K_0}{2} \frac{\Gamma(2L\mu + \frac{1}{2}) \Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2L\mu + 1)} \\ &\times F_1 \left(2L\mu + \frac{1}{2}, L\mu, L\mu, 2L\mu + 1; K_1, K_2 \right), \end{aligned} \quad (8.18)$$

em que $F_1(\cdot, \cdot, \cdot, \cdot; \cdot, \cdot)$ é a função de Apell e $\Gamma(\cdot)$ é a função Gama.

De forma similar,

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[M_X \left(\frac{a(i, M)}{2\text{sen}^2\theta} \delta_g \right) \right]^L d\theta &= \frac{K_3}{2} \int_0^1 t^{(2L\mu+\frac{1}{2})-1} (1-t)^{(2L\mu+1)-(2L\mu+\frac{1}{2})-1} \\ &\times (1 - K_4 t)^{-L\mu} (1 - K_5 t)^{-L\mu} dt \\ &= \frac{K_3}{2} \frac{\Gamma(2L\mu + \frac{1}{2}) \Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2L\mu + 1)} \\ &\times F_1 \left(2L\mu + \frac{1}{2}, L\mu, L\mu, 2L\mu + 1; K_4, K_5 \right), \end{aligned} \quad (8.19)$$

com

$$K_3 = \left[\frac{4\mu^2 h}{\Omega^2 a^2(i, M)\delta_g^2} \right]^{L\mu}, \quad (8.20)$$

$$K_4 = \frac{2(H - h)\mu}{\Omega a(i, M)\delta_g}, \quad (8.21)$$

e

$$K_5 = \frac{-2(H + h)\mu}{\Omega a(i, M)\delta_g}. \quad (8.22)$$

Assim, P_e é dada por

$$P_e = \frac{\Gamma(2L\mu + \frac{1}{2}) \Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(2L\mu + 1) \pi h^\mu \sqrt{M} \log_2 \sqrt{M}} \sum_{k=1}^{\log_2 \sqrt{M} (1-2^{-k})\sqrt{M}-1} \sum_{i=0} w(i, k, M) \times \left\{ \alpha_p \beta p_1 p_2 K_0 F_1 \left(2L\mu + \frac{1}{2}, L\mu, L\mu, 2L\mu + 1; K_1, K_2 \right) + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) K_3 F_1 \left(2L\mu + \frac{1}{2}, L\mu, L\mu, 2L\mu + 1; K_4, K_5 \right) \right\}. \quad (8.23)$$

8.3 Diversidade por Polarização Aplicada ao Canal de Comunicações sob os Efeitos do Ruído G²AWGN e Desvanecimento

Foi mostrado em (CARLOS; SOUSA; MOTA, 2013) que a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QuatMod sob o modelo de ruído aditivo Gaussiano branco utilizando a álgebra dos quatérnios é dada por

$$P_e^{\text{QuatMod}} = 1 - \left(1 - \frac{2(\sqrt[4]{M} - 1)}{\sqrt[4]{M}} Q \left(\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right)^4, \quad (8.24)$$

que, após simplificações matemáticas, pode ser escrita como

$$P_e^{\text{QuatMod}} = 8 \left(\frac{\sqrt[4]{M} - 1}{\sqrt[4]{M}} \right) Q \left[\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M} - 1}} \right] - 24 \left(\frac{\sqrt[4]{M} - 1}{\sqrt[4]{M}} \right)^2 Q^2 \left[\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M} - 1}} \right] + 32 \left(\frac{\sqrt[4]{M} - 1}{\sqrt[4]{M}} \right)^3 Q^3 \left[\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M} - 1}} \right] - 16 \left(\frac{\sqrt[4]{M} - 1}{\sqrt[4]{M}} \right)^4 Q^4 \left[\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M} - 1}} \right], \quad (8.25)$$

em que M é a ordem da constelação e δ_g é a relação sinal-ruído permanente, definida como a razão entre a potência do sinal e a potência do ruído Gaussiano de fundo que sempre está presente no sistema.

Utilizando aproximações para as funções $Q(\cdot)$, $Q^2(\cdot)$, $Q^3(\cdot)$ e $Q^4(\cdot)$ dadas, respectivamente, por (PHONG et al., 2012)

$$Q(x) \approx \exp(P(x)), \quad (8.26)$$

$$Q^2(x) \approx \exp(2P(x)), \quad (8.27)$$

$$Q^3(x) \approx \exp(3P(x)) \quad (8.28)$$

e

$$Q^4(x) \approx \exp(4P(x)), \quad (8.29)$$

em que $\exp(\cdot)$ é a função exponencial e $P(x)$ é um polinômio de grau seis, dado por (PHONG et al., 2012)

$$P(x) = ax^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + ex^2 + fx + g, \quad (8.30)$$

é possível escrever a Equação 8.25 como

$$P_e^{\text{QuatMod}} = 8C_1 \exp \left(P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M}-1}} \right) \right) - 24C_2 \exp \left(2P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M}-1}} \right) \right) + 32C_3 \exp \left(3P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M}-1}} \right) \right) - 16C_4 \exp \left(4P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M}-1}} \right) \right), \quad (8.31)$$

em que

$$C_1 = \frac{\sqrt[4]{M}-1}{\sqrt[4]{M}}, \quad (8.32)$$

$$C_2 = \left(\frac{\sqrt[4]{M}-1}{\sqrt[4]{M}} \right)^2, \quad (8.33)$$

$$C_3 = \left(\frac{\sqrt[4]{M} - 1}{\sqrt[4]{M}} \right)^3, \quad (8.34)$$

e

$$C_4 = \left(\frac{\sqrt[4]{M} - 1}{\sqrt[4]{M}} \right)^4. \quad (8.35)$$

Condicionando a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QuatMod à intensidade da envoltória do desvanecimento, z , tem-se

$$\begin{aligned} P_e^{\text{QuatMod}}(e|z) = & 8C_1 \exp \left(P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g z^2}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right) - 24C_2 \exp \left(2P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g z^2}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right) \\ & + 32C_3 \exp \left(3P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g z^2}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right) - 16C_4 \exp \left(4P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g z^2}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right). \end{aligned} \quad (8.36)$$

Fazendo

$$x = z^2 \quad (8.37)$$

na Equação 8.36, $P_e^{\text{QuatMod}}(e|z = \sqrt{x})$ pode ser escrita como

$$\begin{aligned} P_e^{\text{QuatMod}}(e|z = \sqrt{x}) = & 8C_1 \exp \left(P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right) - 24C_2 \exp \left(2P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right) \\ & + 32C_3 \exp \left(3P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right) - 16C_4 \exp \left(4P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right). \end{aligned} \quad (8.38)$$

A probabilidade de erro de *bit* pode ser obtida tomando a média da Equação 8.38 pela FDP do desvanecimento, isto é,

$$\begin{aligned}
 P_e &= \int_0^\infty f_X(x) P_M^{\text{QuatMod}}(e|z = \sqrt{x}) dx \\
 &= 8C_1 \int_0^\infty f_X(x) \exp\left(P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) dx \\
 &\quad - 24C_2 \int_0^\infty f_X(x) \exp\left(2P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) dx \\
 &\quad + 32C_3 \int_0^\infty f_X(x) \exp\left(3P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) dx \\
 &\quad - 16C_4 \int_0^\infty f_X(x) \exp\left(4P \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) dx. \tag{8.39}
 \end{aligned}$$

8.3.1 Probabilidade de Erro de *Bit* do Esquema M -QuatMod com o Canal de Comunicações sujeito ao Ruído AWGN e Desvanecimento η - μ

Considerando que o desvanecimento possui distribuição η - μ , dada pela Equação 2.14, tem-se que a PEB do esquema M -QuatMod sob o modelo de ruído AWGN e desvanecimento η - μ , denotada por $P_{e_{\eta g}(t)}$, pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
 P_{e_{\eta g}(t)} &= \beta_1 \int_0^\infty \frac{x^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{2\mu h}{\Omega} x\right) \exp\left(\frac{6e}{\sqrt{M}-1} x\right) \exp\left(G \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\
 &\quad \times I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega} x\right) dx \\
 &\quad - \beta_2 \int_0^\infty \frac{x^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{2\mu h}{\Omega} x\right) \exp\left(\frac{12e}{\sqrt{M}-1} x\right) \exp\left(2G \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\
 &\quad \times I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega} x\right) dx \\
 &\quad + \beta_3 \int_0^\infty \frac{x^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{2\mu h}{\Omega} x\right) \exp\left(\frac{18e}{\sqrt{M}-1} x\right) \exp\left(3G \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\
 &\quad \times I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega} x\right) dx \\
 &\quad - \beta_4 \int_0^\infty \frac{x^{\mu-\frac{1}{2}}}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{2\mu h}{\Omega} x\right) \exp\left(\frac{24e}{\sqrt{M}-1} x\right) \exp\left(4G \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\
 &\quad \times I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega} x\right) dx, \tag{8.40}
 \end{aligned}$$

em que

$$G(x) = ax^6 + bx^5 + cx^4 + dx^3 + fx + g, \quad (8.41)$$

$$\beta_1 = 8 \left(\frac{\sqrt[4]{M} - 1}{\sqrt[4]{M}} \right) \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}, \quad (8.42)$$

$$\beta_2 = 24 \left(\frac{\sqrt[4]{M} - 1}{\sqrt[4]{M}} \right)^2 \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}, \quad (8.43)$$

$$\beta_3 = 32 \left(\frac{\sqrt[4]{M} - 1}{\sqrt[4]{M}} \right)^3 \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}, \quad (8.44)$$

e

$$\beta_4 = 16 \left(\frac{\sqrt[4]{M} - 1}{\sqrt[4]{M}} \right)^4 \frac{2\sqrt{\pi}\mu^{\mu+\frac{1}{2}}h^\mu}{\Gamma(\mu)H^{\mu-\frac{1}{2}}}. \quad (8.45)$$

Após simplificações matemáticas,

$$\begin{aligned} P_{e_{ng(t)}} &= \frac{\beta_1}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \int_0^\infty x^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-\left(\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{6e}{\sqrt{M}-1}\right)x\right) \exp\left(G\left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\ &\quad \times I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega}x\right) dx \\ &\quad - \frac{\beta_2}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \int_0^\infty x^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-\left(\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{12e}{\sqrt{M}-1}\right)x\right) \exp\left(2G\left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\ &\quad \times I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega}x\right) dx \\ &\quad + \frac{\beta_3}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \int_0^\infty x^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-\left(\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{18e}{\sqrt{M}-1}\right)x\right) \exp\left(3G\left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\ &\quad \times I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega}x\right) dx \\ &\quad - \frac{\beta_4}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \int_0^\infty x^{\mu-\frac{1}{2}} \exp\left(-\left(\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{24e}{\sqrt{M}-1}\right)x\right) \exp\left(4G\left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\ &\quad \times I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega}x\right) dx. \end{aligned} \quad (8.46)$$

Fazendo a substituição

$$x = y^N, \quad (8.47)$$

tem-se que

$$dx = Ny^{N-1}dy, \quad (8.48)$$

de modo que

$$\begin{aligned} P_{e_{ng(t)}} &= \frac{\beta_1}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \int_0^\infty y^{N(\mu+\frac{1}{2})-1} N \exp\left(-\left(\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{6e}{\sqrt{M}-1}\right)y^N\right) \exp\left(G\left(\sqrt{\frac{6\delta_g y^N}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\ &\quad \times I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega}y^N\right) dy \\ &\quad - \frac{\beta_2}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \int_0^\infty y^{N(\mu+\frac{1}{2})-1} N \exp\left(-\left(\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{12e}{\sqrt{M}-1}\right)y^N\right) \exp\left(2G\left(\sqrt{\frac{6\delta_g y^N}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\ &\quad \times I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega}y^N\right) dy \\ &\quad + \frac{\beta_3}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \int_0^\infty y^{N(\mu+\frac{1}{2})-1} N \exp\left(-\left(\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{18e}{\sqrt{M}-1}\right)y^N\right) \exp\left(3G\left(\sqrt{\frac{6\delta_g y^N}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\ &\quad \times I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega}y^N\right) dy \\ &\quad - \frac{\beta_4}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \int_0^\infty y^{N(\mu+\frac{1}{2})-1} N \exp\left(-\left(\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{24e}{\sqrt{M}-1}\right)y^N\right) \exp\left(4G\left(\sqrt{\frac{6\delta_g y^N}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\ &\quad \times I_{\mu-\frac{1}{2}}\left(\frac{2\mu H}{\Omega}y^N\right) dy. \end{aligned} \quad (8.49)$$

Se

$$T(y^N) = \exp(-ay^N)Ny^{cN-1}, \quad (8.50)$$

então (JANG, 2011)

$$\int_0^\infty T(y^N)dy = \frac{\Gamma(c)}{a^c}. \quad (8.51)$$

Assim,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} T(y^N) = \frac{\Gamma(c)}{a^c} \delta \left(y^N - \frac{c}{a} \right) \quad (8.52)$$

e

$$\begin{aligned} P_{e_{ng(t)}} &= \frac{\beta_1}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \frac{\Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right)}{\left[\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{6e}{\sqrt{M-1}}\right]^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp \left(G \left(\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M-1}} \frac{\mu + \frac{1}{2}}{\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{6e}{\sqrt{M-1}}}} \right) \right) \\ &\times I_{\mu-\frac{1}{2}} \left(\frac{2\mu H}{\Omega} \frac{\mu + \frac{1}{2}}{\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{6e}{\sqrt{M-1}}} \right) \\ &- \frac{\beta_2}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \frac{\Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right)}{\left[\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{12e}{\sqrt{M-1}}\right]^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp \left(2G \left(\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M-1}} \frac{\mu + \frac{1}{2}}{\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{12e}{\sqrt{M-1}}}} \right) \right) \\ &\times I_{\mu-\frac{1}{2}} \left(\frac{2\mu H}{\Omega} \frac{\mu + \frac{1}{2}}{\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{12e}{\sqrt{M-1}}} \right) \\ &+ \frac{\beta_3}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \frac{\Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right)}{\left[\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{18e}{\sqrt{M-1}}\right]^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp \left(3G \left(\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M-1}} \frac{\mu + \frac{1}{2}}{\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{18e}{\sqrt{M-1}}}} \right) \right) \\ &\times I_{\mu-\frac{1}{2}} \left(\frac{2\mu H}{\Omega} \frac{\mu + \frac{1}{2}}{\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{18e}{\sqrt{M-1}}} \right) \\ &- \frac{\beta_4}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \frac{\Gamma\left(\mu + \frac{1}{2}\right)}{\left[\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{24e}{\sqrt{M-1}}\right]^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp \left(4G \left(\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M-1}} \frac{\mu + \frac{1}{2}}{\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{24e}{\sqrt{M-1}}}} \right) \right) \\ &\times I_{\mu-\frac{1}{2}} \left(\frac{2\mu H}{\Omega} \frac{\mu + \frac{1}{2}}{\frac{2\mu h}{\Omega} - \frac{24e}{\sqrt{M-1}}} \right). \end{aligned} \quad (8.53)$$

Se

$$v(k, a, b, M) = \left[2ab - \frac{6ke}{\sqrt{M-1}} \right], \quad (8.54)$$

então a probabilidade de erro de *bit* do esquema *M*-QuatMod sob ruído AWGN e desvanecimento η - μ pode ser escrita como

$$P_{e_{\eta g(t)}} = \sum_{k=1}^4 \frac{\alpha_k (-1)^{k+1}}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \frac{1}{v(k, \mu, h/\Omega, M)^{\mu+\frac{1}{2}}} \exp \left(kG \left(\sqrt{\frac{6\delta_g}{\sqrt{M}-1} \frac{\mu+\frac{1}{2}}{v(k, \mu, h/\Omega, M)}} \right) \right) \times I_{\mu-\frac{1}{2}} \left(\frac{2\mu H}{\Omega} \frac{\mu+\frac{1}{2}}{v(k, \mu, h/\Omega, M)} \right), \quad (8.55)$$

em que

$$\alpha_k = \beta_k \Gamma \left(\mu + \frac{1}{2} \right). \quad (8.56)$$

8.3.2 Probabilidade de Erro de *Bit* do Esquema *M*-QuatMod com o Canal de Comunicações sujeito ao Ruído Impulsivo e Desvanecimento η - μ

A probabilidade de erro de *bit* do esquema *M*-QuatMod, com o canal de comunicações sujeito ao ruído impulsivo e desvanecimento η - μ , denotada por $P_{e_{\eta_i(t)}}$, é dada por

$$P_{e_{\eta_i(t)}} = \sum_{k=1}^4 \frac{\alpha_k (-1)^{k+1}}{\Omega^{\mu+\frac{1}{2}}} \frac{1}{v(k, \mu, h/\Omega, M)^{\mu+\frac{1}{2}}} \times \exp \left(kG \left(\sqrt{\frac{6\delta_g \delta_i}{(\sqrt{M}-1)(\delta_g + \delta_i)} \frac{\mu+\frac{1}{2}}{v(k, \mu, h/\Omega, M)}} \right) \right) \times I_{\mu-\frac{1}{2}} \left(\frac{2\mu H}{\Omega} \frac{\mu+\frac{1}{2}}{v(k, \mu, h/\Omega, M)} \right), \quad (8.57)$$

em que α_k é dado pela Equação 8.56 e δ_i é a relação sinal-ruído impulsivo, definida como a razão entre a potência do sinal e a potência do ruído impulsivo que atua no sistema.

8.3.3 Probabilidade de Erro de *Bit* do Esquema *M*-QuatMod sujeito ao Ruído G²AWGN e Desvanecimento η - μ

Sob o desvanecimento η - μ e o modelo de ruído G²AWGN adotado neste artigo, a probabilidade de erro de *bit* do esquema *M*-QuatMod, denotada por P_e , pode ser obtida ponderando a Equação 8.57 por $\alpha_p \beta p_1 p_2$ e a Equação 8.55 por $(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)$. Matematicamente, P_e é dada por

$$P_e = \alpha_p \beta p_1 p_2 P_{e_{\eta_i(t)}} + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) P_{e_{\eta g(t)}}. \quad (8.58)$$

8.3.4 Probabilidade de Erro de *Bit* do Esquema M -QuatMod com o Canal de Comunicações sujeito ao Ruído AWGN e Desvanecimento κ - μ

Utilizando a Equação 8.39 e considerando que o desvanecimento κ - μ possui FDP dada pela Equação 2.19, tem-se que a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QuatMod sob o modelo de ruído AWGN e desvanecimento κ - μ , é dada por

$$\begin{aligned}
 P_{e_{ng(t)}} &= \beta_1 \int_0^\infty \frac{x^{\frac{\mu-1}{2}}}{\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \exp\left(-\left(\frac{\mu(1+\kappa)}{\Omega} - \frac{6e}{\sqrt{M}-1}\right)x\right) \exp\left(G\left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\
 &\quad \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)x}{\Omega}}\right) dx \\
 &- \beta_2 \int_0^\infty \frac{x^{\frac{\mu-1}{2}}}{\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \exp\left(-\left(\frac{\mu(1+\kappa)}{\Omega} - \frac{12e}{\sqrt{M}-1}\right)x\right) \exp\left(2G\left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\
 &\quad \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)x}{\Omega}}\right) dx \\
 &+ \beta_3 \int_0^\infty \frac{x^{\frac{\mu-1}{2}}}{\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \exp\left(-\left(\frac{\mu(1+\kappa)}{\Omega} - \frac{18e}{\sqrt{M}-1}\right)x\right) \exp\left(3G\left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\
 &\quad \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)x}{\Omega}}\right) dx \\
 &- \beta_4 \int_0^\infty \frac{x^{\frac{\mu-1}{2}}}{\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \exp\left(-\left(\frac{\mu(1+\kappa)}{\Omega} - \frac{24e}{\sqrt{M}-1}\right)x\right) \exp\left(4G\left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M}-1}}\right)\right) \\
 &\quad \times I_{\mu-1}\left(2\mu\sqrt{\frac{\kappa(1+\kappa)x}{\Omega}}\right) dx, \tag{8.59}
 \end{aligned}$$

em que

$$\beta_1 = 8 \left(\frac{\sqrt[4]{M}-1}{\sqrt[4]{M}}\right) \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\kappa\mu)}, \tag{8.60}$$

$$\beta_2 = 24 \left(\frac{\sqrt[4]{M}-1}{\sqrt[4]{M}}\right)^2 \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\kappa\mu)}, \tag{8.61}$$

$$\beta_3 = 32 \left(\frac{\sqrt[4]{M}-1}{\sqrt[4]{M}}\right)^3 \frac{\mu(1+\kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\kappa\mu)}, \tag{8.62}$$

$$\beta_4 = 16 \left(\frac{\sqrt[4]{M} - 1}{\sqrt[4]{M}} \right)^4 \frac{\mu(1 + \kappa)^{\frac{\mu+1}{2}}}{\kappa^{\frac{\mu-1}{2}} \exp(\kappa\mu)} \quad (8.63)$$

e $G(x)$ é dado pela Equação 8.41.

Usando 8.47, tem-se

$$\begin{aligned} P_{e_{ng(t)}} &= \frac{\beta_1}{\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \int_0^\infty y^{N(\frac{\mu+1}{2})-1} N \exp \left(- \left(\frac{\mu(1 + \kappa)}{\Omega} - \frac{6e}{\sqrt{M} - 1} \right) y^N \right) \\ &\times \exp \left(G \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right) I_{\mu-1} \left(2\mu \sqrt{\frac{\kappa(1 + \kappa)x}{\Omega}} \right) dx \\ &- \frac{\beta_2}{\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \int_0^\infty y^{N(\frac{\mu+1}{2})-1} N \exp \left(- \left(\frac{\mu(1 + \kappa)}{\Omega} - \frac{12e}{\sqrt{M} - 1} \right) y^N \right) \\ &\times \exp \left(2G \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right) I_{\mu-1} \left(2\mu \sqrt{\frac{\kappa(1 + \kappa)x}{\Omega}} \right) dx \\ &+ \frac{\beta_3}{\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \int_0^\infty y^{N(\frac{\mu+1}{2})-1} N \exp \left(- \left(\frac{\mu(1 + \kappa)}{\Omega} - \frac{18e}{\sqrt{M} - 1} \right) y^N \right) \\ &\times \exp \left(3G \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right) I_{\mu-1} \left(2\mu \sqrt{\frac{\kappa(1 + \kappa)x}{\Omega}} \right) dx \\ &- \frac{\beta_4}{\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \int_0^\infty y^{N(\frac{\mu+1}{2})-1} N \exp \left(- \left(\frac{\mu(1 + \kappa)}{\Omega} - \frac{24e}{\sqrt{M} - 1} \right) y^N \right) \\ &\times \exp \left(4G \left(\sqrt{\frac{6\delta_g x}{\sqrt{M} - 1}} \right) \right) I_{\mu-1} \left(2\mu \sqrt{\frac{\kappa(1 + \kappa)x}{\Omega}} \right) dx. \end{aligned} \quad (8.64)$$

Após simplificações matemáticas, a probabilidade de erro de *bit* do esquema M -QuatMod com o canal de comunicações sob os efeitos do ruído AWGN e desvanecimento κ - μ é dada por

$$\begin{aligned} P_{e_{ng(t)}} &= \sum_{k=1}^4 \frac{\alpha_k (-1)^{k+1}}{\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \frac{1}{v(k, \mu, (1 + \kappa)/\Omega, M)^{\frac{\mu+1}{2}}} \\ &\times \exp \left[kG \sqrt{\left(\frac{3\delta_g(\mu + 1)}{(\sqrt{M} - 1)v(k, \mu, (1 + \kappa)/\Omega, M)} \right)} \right] \\ &\times I_{\mu-1} \left[2\mu \sqrt{\frac{\kappa(1 + \kappa)}{2\Omega} \frac{\mu + 1}{v(k, \mu, (1 + \kappa)/\Omega, M)}} \right], \end{aligned} \quad (8.65)$$

em que $v(k, a, b, M)$ e $G(x)$ são dados pelas Equações 8.54 e 8.41; e

$$\alpha_k = \beta_k \Gamma \left(\frac{\mu + 1}{2} \right). \quad (8.66)$$

8.3.5 Probabilidade de Erro de *Bit* do Esquema *M*-QuatMod com o Canal de Comunicações sujeito ao Ruído Impulsivo e Desvanecimento κ - μ

Sob ruído impulsivo e desvanecimento κ - μ , a probabilidade de erro de *bit* do esquema *M*-QuatMod é dada por

$$\begin{aligned}
 P_{e_{\eta_i(t)}} &= \sum_{k=1}^4 \frac{\alpha_k (-1)^{k+1}}{\Omega^{\frac{\mu+1}{2}}} \frac{1}{v(k, \mu, (1 + \kappa)/\Omega, M)^{\frac{\mu+1}{2}}} \\
 &\times \exp \left[kG \sqrt{\left(\frac{3\delta_g \delta_i (\mu + 1)}{(\sqrt{M} - 1)(\delta_g + \delta_i)v(k, \mu, (1 + \kappa)/\Omega, M)} \right)} \right] \\
 &\times I_{\mu-1} \left[2\mu \sqrt{\frac{\kappa(1 + \kappa)}{2\Omega} \frac{\mu + 1}{v(k, \mu, (1 + \kappa)/\Omega, M)}} \right], \quad (8.67)
 \end{aligned}$$

em que $v(k, a, b, M)$, $G(x)$ e α_k são dados, respectivamente, pelas Equações 8.54, 8.41 e 8.66.

8.3.6 Probabilidade de Erro de *Bit* do Esquema *M*-QuatMod com o Canal de Comunicações sujeito ao Ruído G²AWGN e Desvanecimento κ - μ

A PEB do esquema *M*-QuatMod com o canal de comunicações sujeito ao ruído G²AWGN e desvanecimento κ - μ , denotada por P_e , pode ser obtida a partir das Equações 8.65 e 8.67. Matematicamente, P_e é dado por

$$P_e = \alpha_p \beta p_1 p_2 P_{e_{\eta_i(t)}} + (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) P_{e_{\eta_g(t)}}. \quad (8.68)$$

8.4 Avaliação Numérica

Na Figura 8.1 são apresentadas as curvas de probabilidade de erro de *bit* (PEB) teóricas do esquema de modulação 64-QAM em um canal com desvanecimento η - μ e ruído G²AWGN, com $\delta_i = 9$ e 10 dB, $\eta = 1,0$, $\mu = 1,5$ e $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0,5$, traçadas para diferentes números de ramos L do receptor MRC. Essas curvas são corroboradas por simulações realizadas com o método de Monte Carlo, considerando 5×10^6 *bits* transmitidos.

Observa-se na Figura 8.1, quando o canal de comunicações está sujeito ao ruído G²AWGN e desvanecimento η - μ , que o aumento do número de ramos L diminui a probabilidade de erro de *bit*, P_e , e que, fixado L , as curvas de P_e pouco se alteram para valores de δ_g no intervalo 25-30 dB. Percebe-se também, na faixa de 0 a 30 dB, que $P_e \leq 10^{-3}$ é obtido somente com $L \geq 2$. As curvas apresentadas neste artigo são condizentes com as obtidas em (ALMEIDA et al., 2018), em que uma análise da técnica MRC, aplicada a canais de comunicações sujeitos aos efeitos

do desvanecimento η - μ e ruído AWGN é apresentada. Ainda sobre a Figura 8.1, observa-se também, para L fixo, que menores valores de P_e são obtidos à medida que δ_i aumenta de 9 para 10 dB, pois para uma potência de sinal fixa, menor é a potência do ruído impulsivo atuante no sistema.

Uma diferença de P_e de duas ordens de grandeza é observada na Figura 8.1, entre as curvas correspondentes a $\delta_i = 10$ dB e $L = 1$ e $\delta_i = 10$ dB e $L = 4$. Nota-se que $P_e = 10^{-2}$ é alcançada com valores de δ_g iguais a 6.6 dB e 15.5 dB para $L = 4$ e $L = 1$, respectivamente, com $\delta_i = 10$ dB. Apresentando então um ganho de $\delta_g = 8.9$ dB ao se quadruplicar o número de ramos L .

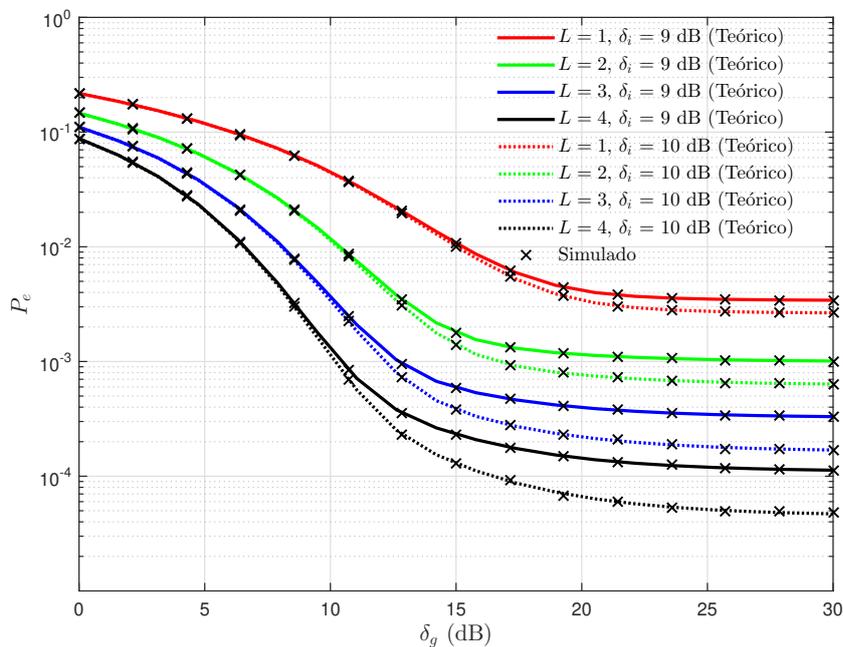


Figura 8.1 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para o parâmetro L . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 9$ e 10 dB, $\eta = 1,0$, $\mu = 1,5$ e $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0,5$.

Na Figura 8.2, curvas de PEB do esquema de modulação 64-QAM em um canal com desvanecimento η - μ e ruído G^2 AWGN, com $\delta_i = 15$ dB, $L = 2$, $\eta = 1.0$ e $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0.5$, traçadas para diferentes valores do parâmetro m , são apresentadas. Como o parâmetro η nessa distribuição é estabelecido igual a um, tem-se, como caso especial da distribuição η - μ , a distribuição de Nakagami- m , com $m = 2\mu$. Nota-se, à medida que m diminui, que maiores valores de probabilidade de erro de *bit* são observados para valores fixos de δ_g . Quando $m = 1.0$, percebe-se um caso de desvanecimento mais severo, modelado pela distribuição Rayleigh, englobada pelas distribuições de Nakagami- m e η - μ .

Na Figura 8.3, a constelação do esquema de modulação 16-QAM sob ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , sob diferentes valores do números de ramos do receptor, é apresentada. Os valores dos parâmetros adotados na simulação foram $\delta_g = 20$ dB, $\delta_i = 15$ dB, $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0,5$,

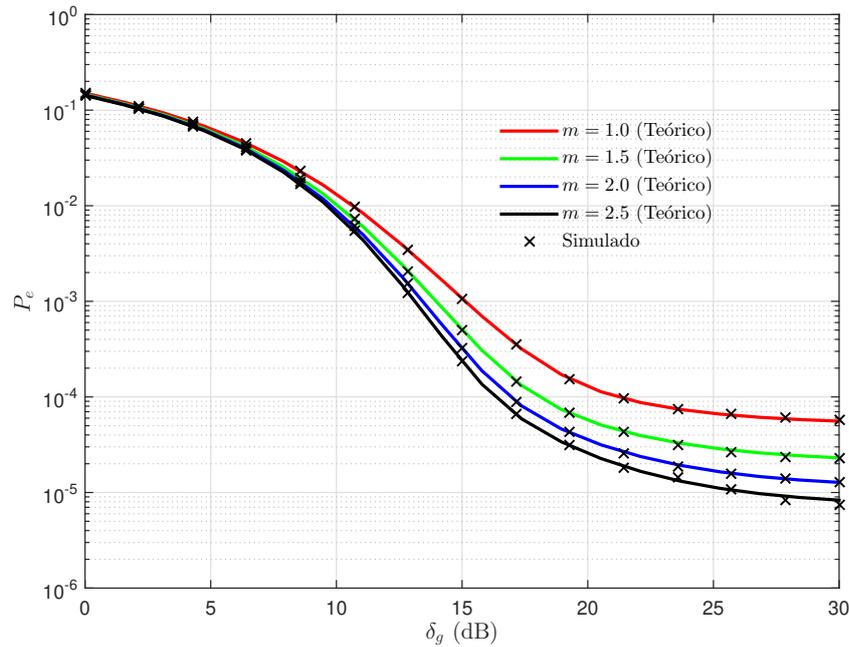


Figura 8.2 PEB do esquema de modulação 64-QAM sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para o parâmetro m . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\delta_i = 15$ dB, $L = 2$, $\eta = 1.0$ e $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0.5$.

$\eta = 1,0$ e $\mu = 0,25$, considerando 10.000 *bits* transmitidos. Como os parâmetros η e μ são estabelecidos iguais a 1,0 e 0,25, respectivamente, tem-se como caso especial da distribuição η - μ , a Gaussiana unilateral. A Figura 8.3 mostra o efeito do canal de comunicações nos símbolos transmitidos. Para δ_g e δ_i fixos, nota-se, à medida que L aumenta, que a nuvem de pontos representando os símbolos recebidos tende a ficar mais concentrada em torno do símbolo transmitido, indicando uma melhoria de qualidade e confiabilidade no processo de recepção dos sinais.

Nas Figuras 8.4 e 8.5 são mostradas, respectivamente, as curvas da probabilidade de erro de *bit* do esquema de modulação M -QuatMod sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , para quatro valores distintos da relação sinal-ruído impulsivo, δ_i , e do parâmetro M . Na geração da Figura 8.4, utilizou-se $\mu = 1,5$, $\eta = 1,3$, $M = 64$ e $\alpha_p = p_2 = p_1 = \beta = 0,5$. Por sua vez, na Figura 8.5, adotou-se $\mu = 1,3$, $\eta = 1,5$ e $\alpha_p = p_2 = p_1 = \beta = 0,5$. Nota-se, em ambas as figuras, que menores valores de PEB são obtidos à medida que δ_g aumenta. Os resultados mostrados na Figura 8.4 podem ser comparados com os descritos no trabalho de Silva *et al* (SILVA *et al*, 2018). Em (SILVA *et al*, 2018), os autores apresentaram curvas de PEB do esquema de modulação em amplitude e quadratura M -ário (M -QAM), traçadas sob os mesmos valores dos parâmetros adotados neste artigo, sem a inclusão da diversidade em polarização baseada na álgebra dos quaternions. Nota-se, ao se comparar os resultados obtidos neste e no artigo de Silva *et al*, que a técnica de diversidade fornece um ganho nos valores de PEB, para os três valores de δ_i em consideração. No entanto, uma maior complexidade associada a expressão da PEB do esquema M -QuatMod é obtida quando comparada a expressão da PEB do

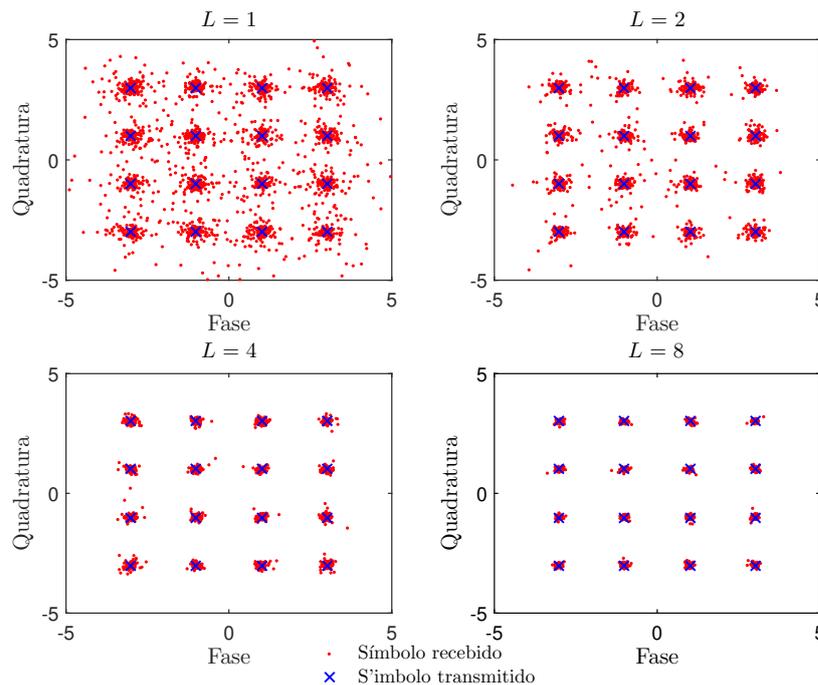


Figura 8.3 Constelação do esquema de modulação 16-QAM com o canal sujeito ao ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , para diferentes valores do número de ramos do receptor. Os valores dos parâmetros adotados na simulação foram $\delta_g = 20$ dB, $\delta_i = 15$ dB, $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0,5$, $\eta = 1,0$, $\mu = 0,25$ e 10.000 bits transmitidos.

esquema M -QAM apresentada em (SILVA *et al*, 2018). Com relação a Figura 8.5, percebe-se que as constelações mais densas possuem maiores valores de PEB para valores fixos de δ_g . Essas constelações possibilitam uma maior taxa de transmissão, porém suas regiões de decisões são menores, tornando-as mais susceptíveis aos efeitos do ruído impulsivo.

As curvas de probabilidade de erro de bit do esquema de modulação 64-QuatMod sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ são mostradas na Figura 8.6. As curvas são traçadas em função da relação sinal-ruído permanente, δ_g , para diferentes valores de δ_i , com $\mu = 0, 2$, $\kappa = 1, 5$ e $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0,5$. Nota-se que a probabilidade de erro de bit decresce com o aumento da relação sinal-ruído permanente δ_g para valores fixos da relação sinal-ruído impulsivo, δ_i . Nota-se também para $\delta_g = 30$ dB, que uma diferença de P_e de cerca de uma ordem de grandeza é observada entre as curvas correspondentes a $\delta_i = 7$ dB e $\delta_i = 14$ dB. Para as curvas correspondentes a $\delta_i = 7$ dB e $\delta_i = 20$ dB, uma maior diferença de P_e , de cerca de quatro ordens de grandeza, é notada com $\delta_g = 30$ dB.

Na Figura 8.7, curvas de PEB do esquema de modulação M -QuatMod sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ são mostradas em função da relação sinal-ruído permanente, δ_g , para diferentes valores do parâmetro M , com $\mu = 0, 2$, $\kappa = 1, 5$ e $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0,5$. Nota-se, à medida que M aumenta, que maiores valores de PEB são obtidos para valores fixos de δ_g , pois mais próximos estão os símbolos da constelação e mais propício encontra-se o receptor a cometer erros no processo de decisão.

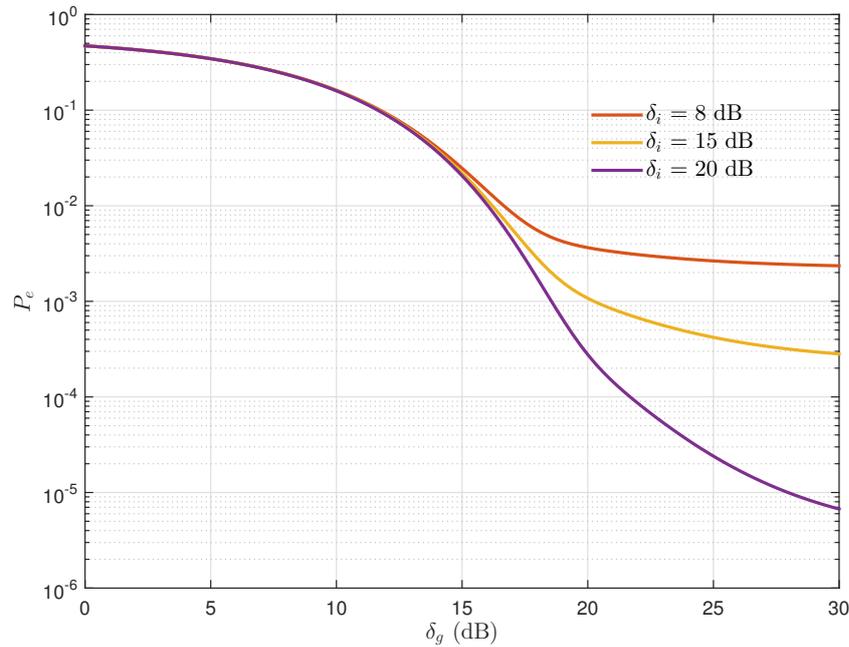


Figura 8.4 PEB do esquema de modulação 64-QuatMod sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\mu = 1, 5$, $\eta = 1, 3$, $M = 64$ e $\alpha_p = p_2 = p_1 = \beta = 0,5$.

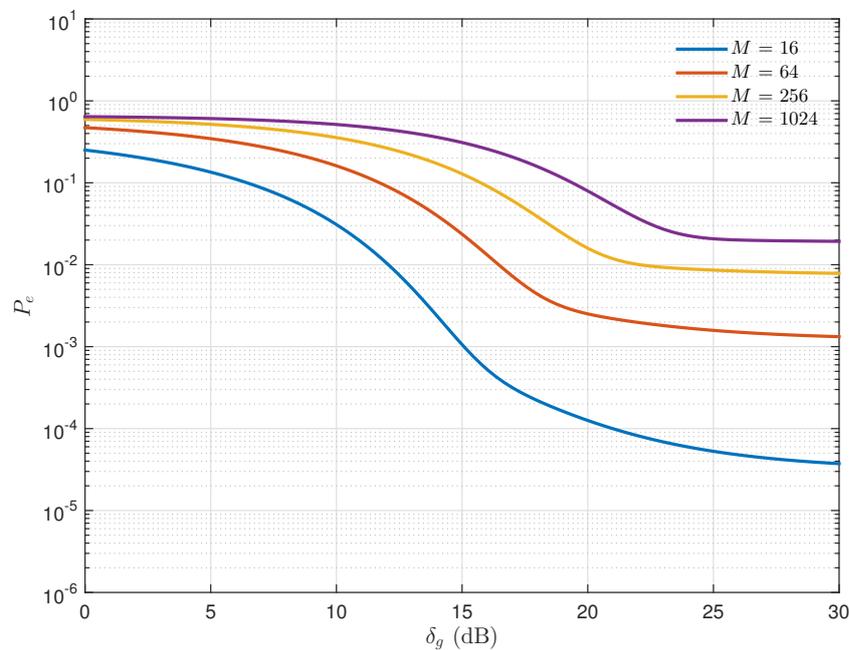


Figura 8.5 PEB para diferentes valores da ordem de modulação M sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento η - μ . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\mu = 1, 3$, $\eta = 1, 5$ e $\alpha_p = p_2 = p_1 = \beta = 0,5$.

8.5 Conclusões do Capítulo

Este capítulo apresentou expressões exatas e inéditas para PEB do esquema M -QAM e M -QuatMod sob o canal de comunicações sujeito ao ruído G^2 AWGN e desvanecimento ge-

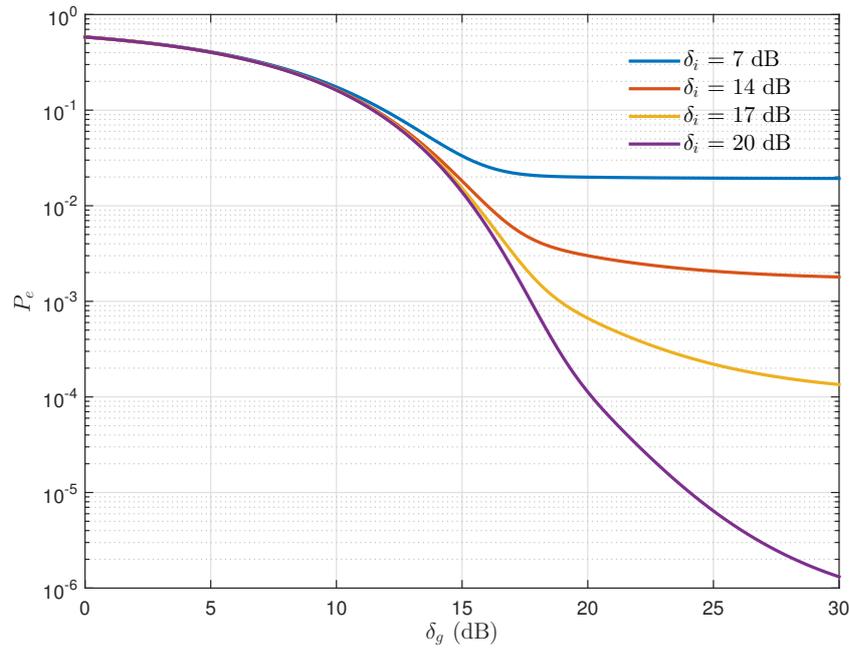


Figura 8.6 PEB do esquema de modulação 64-QuatMod sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ , com quatro valores distintos para a relação sinal-ruído impulsivo. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\mu = 0, 2$, $\kappa = 1, 5$ e $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0,5$.

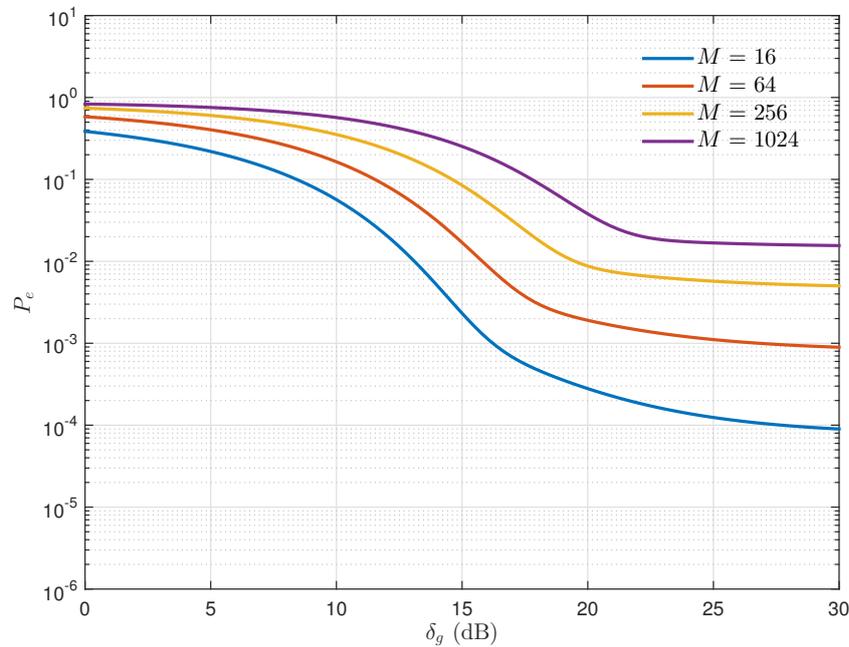


Figura 8.7 PEB para diferentes valores da ordem de modulação M sob o efeito do ruído G^2 AWGN e desvanecimento κ - μ . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\mu = 0, 2$, $\kappa = 1, 5$ e $\alpha_p = \beta = p_1 = p_2 = 0,5$.

neralizado utilizando uma técnica de diversidade espacial e em polarização, respectivamente. Para análise dos resultados, curvas de PEB em função da relação sinal-ruído permanente foram

traçadas para cada modelo analisado. No caso em que se utilizou a técnica MRC, verificou-se à medida que o número de ramos L do receptor aumenta, que menor é a PEB obtida. No caso do uso da diversidade em polarização, por meio da álgebra dos quatérnios, verificou-se que conforme a relação sinal-ruído permanente aumenta, menor é o valor da PEB do esquema *M-QuatMod*.

No próximo capítulo, é descrito um teste de hipóteses para determinar se o ruído G^2 AWGN binário ou multinível, descritos no Capítulo 2 e 6, respectivamente, está presente no sistema de comunicação. Além disso, são apresentadas duas abordagens para estimação dos parâmetros da FDP do ruído impulsivo. Os estimadores propostos no próximo capítulo observam o ruído do canal durante uma janela de tempo e fornecem as estimativas obtidas para o filtro mitigador do ruído impulsivo, descrito no Capítulo 9.

CAPÍTULO 9

Estimação dos Parâmetros do Ruído G^2 AWGN por meio dos Métodos dos Momentos e da Máxima Verossimilhança

A estimação de parâmetros é uma etapa importante em muitos sistemas de comunicações modernos porque estas estimativas podem fornecer indicadores da qualidade do enlace e podem ser usados, por exemplo, nos processos de detecção de sinais, decodificação de informações e na adaptação do transmissor às características estatísticas do enlace (KAY, 1993). Alguns esquemas de transmissão, como recepção com diversidade, codificação e modulação adaptativa, decodificação e equalização turbo, usam, por exemplo, a relação sinal-ruído estimada para melhorar a eficiência.

A maioria das técnicas de estimação da relação sinal-ruído estudadas em telecomunicações emprega o modelo clássico de sinal recebido, formado por um componente de sinal de informação afetado por desvanecimento e por um componente de ruído aditivo gaussiano branco. Esse modelo de sinal não contempla, entretanto, o efeito dos componentes ruidosos que surgem em rajadas e que atuam por intervalos de tempo de curta duração, conhecidos como ruído impulsivo, em surtos ou rajadas.

Ruídos dessa natureza são comuns, provenientes de diversas fontes e estão presentes em inúmeros ambientes externos, a exemplo dos ambientes industriais; e em ambientes internos como residências. Devido a sua natureza impulsiva, e seu comportamento não estacionário, é mais difícil analisá-lo, quando comparado ao ruído AWGN. Em ambientes industriais, por exemplo, as principais fontes geradoras de ruído com característica impulsiva são equipamentos de solda, fornos micro-ondas e outros equipamentos de comunicação sem fio, como redes WiFi e redes *Bluetooth* (ANGSKOG et al., 2010). Em residências, por exemplo, as fontes mais usuais de ruído impulsivo são eletrodomésticos (QUEIROZ et al., 2018).

Ruídos de natureza impulsiva passaram a receber atenção de muitos pesquisadores de sistemas digitais de comunicações quando testes e medições publicadas na literatura mostraram

a influência que eles podem ter nesses sistemas. Neste capítulo, um teste de hipóteses, a partir do cálculo da curtose, para atestar se o ruído impulsivo está presente no sistema de comunicação é apresentado. Além disso, duas técnicas da teoria de estimação de parâmetros para a identificação dos parâmetros que caracterizam esses componentes ruidosos impulsivos são descritas. São, respectivamente, o Método dos Momentos (MOM – *Method of Moments*) e Método da Máxima Verossimilhança, por meio do algoritmo EM (*Expectation Maximization*). Essas técnicas são comparadas em termos da raiz quadrada do erro médio quadrático normalizado e da média para cada parâmetro estimado.

9.1 Teste de Hipóteses

Os testes de hipóteses, ou testes de significância, têm por objetivo verificar, a partir de dados amostrais, a validade de certas hipóteses relativas a uma ou várias populações (URBANO, 2010). O teste de hipóteses é um dos processos mais frequentemente utilizados para a tomada de decisões estatísticas (BARBETTA; REIS; BORNIA, 2010).

Neste capítulo, é proposto um teste de hipóteses que tem como variável de decisão o parâmetro curtose da variável observada. Para esse problema, duas possíveis hipóteses podem ser formuladas:

$$\begin{cases} H_0 : \text{o ruído impulsivo não está presente no sistema;} \\ H_1 : \text{o ruído impulsivo está presente no sistema.} \end{cases} \quad (9.1)$$

A regra de decisão para aceitar ou rejeitar uma dessas duas hipóteses é baseada no cálculo da medida de curtose, que é um indicador do grau de achatamento de uma FDP, em relação ao de uma FDP gaussiana tomada como padrão, podendo ser definida como a razão entre o quarto momento central e o quadrado do segundo momento central (SHANMUGAM; CHATTAMVELLI, 2015). O cálculo desses momentos é feito a partir da expressão da FDP do ruído

$$\eta(t) = \eta_g(t) + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t). \quad (9.2)$$

Em um instante t , essa FDP pode ser escrita como

$$f_{\eta(t)}(\eta) = \frac{\alpha_p \beta p_1 p_2}{\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}\right] + \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2\sigma_g^2}\right]. \quad (9.3)$$

O objetivo do teste de hipóteses é determinar se no sinal recebido $Y(t)$, a cada intervalo de sinalização de duração T , há a presença apenas do ruído permanente gaussiano $\eta_g(t)$ ou a presença do ruído permanente adicionado à outra fonte de ruído gaussiano $\eta_i(t)$ com variância σ_i^2 diferente de σ_g^2 . Determinada a presença do ruído impulsivo no sinal $Y(t)$ pelo teste de hipóteses, o estimador realiza então a estimativa dos parâmetros da função densidade de proba-

bilidade para o modelo geral do ruído G^2 AWGN. Note que essa fase de identificação do canal pode ser realizada ou transmitindo um sinal de treinamento $X(t)$ ou sem transmitir sinal de treinamento.

Matematicamente, a curtose pode ser escrita como (SHANMUGAM; CHATTAMVELLI, 2015)

$$\text{Kurt}[X] = \frac{E[(X - E(X))^4]}{[E((X - E(X)))^2]^2}. \quad (9.4)$$

Considerando que a hipótese H_0 seja verdadeira, então o único ruído presente no sistema é o AWGN permanente. Como a média do ruído é nula, é possível calcular a curtose a partir da relação

$$\text{Kurt}[Y(t)] = \text{Kurt}[\eta(t)] = \frac{E(\eta^4)}{[E(\eta^2)]^2} = \frac{E(\eta_g^4)}{[E(\eta_g^2)]^2}. \quad (9.5)$$

O segundo momento, $E[\eta^2]$, é dado por

$$\begin{aligned} E[\eta^2] &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\eta_g}^2}} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{\eta_g}^2}} dx \\ &= \frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma_{\eta_g}^2}} \int_0^{\infty} x^2 e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{\eta_g}^2}} dx. \end{aligned} \quad (9.6)$$

Realizando a mudança de variável

$$v(x) = x^2, \quad (9.7)$$

de modo que

$$dv = 2x dx, \quad (9.8)$$

tem-se

$$E[\eta^2] = \frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma_{\eta_g}^2}} \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{v}}{2} e^{-\frac{v}{2\sigma_{\eta_g}^2}} dv. \quad (9.9)$$

Realizando novamente a mudança de variável

$$w(v) = \frac{v}{2\sigma_{\eta_g}^2}, \quad (9.10)$$

dado que

$$dv = 2\sigma_{\eta_g}^2 dw, \quad (9.11)$$

é possível reescrever $E[\eta^2]$ como

$$E[\eta^2] = \frac{2\sigma_{\eta_g}^2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} w^{\frac{3}{2}-1} e^{-w} dw = \frac{2\sigma_{\eta_g}^2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right). \quad (9.12)$$

O quarto momento, $E[\eta^4]$, é dado por

$$\begin{aligned} E[\eta^4] &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\eta_g}^2}} \int_{-\infty}^{\infty} x^4 e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{\eta_g}^2}} dx \\ &= \frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma_{\eta_g}^2}} \int_0^{\infty} x^4 e^{-\frac{x^2}{2\sigma_{\eta_g}^2}} dx. \end{aligned} \quad (9.13)$$

Utilizando as mesmas substituições que as usadas na determinação de $E[\eta^2]$ tem-se que

$$\begin{aligned} E[\eta^4] &= \frac{2}{\sqrt{2\pi\sigma_{\eta_g}^2}} \int_0^{\infty} v^2 e^{-\frac{v}{2\sigma_{\eta_g}^2}} \frac{1}{2} v^{-\frac{1}{2}} dv \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\eta_g}^2}} \int_0^{\infty} v^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{v}{2\sigma_{\eta_g}^2}} dv \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{\eta_g}^2}} \int_0^{\infty} (2\sigma_{\eta_g}^2 w)^{\frac{3}{2}} e^{-w} 2\sigma_{\eta_g}^2 dw \\ &= \frac{(2\sigma_{\eta_g}^2)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi}} (2\sigma_{\eta_g}^2)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} w^{\frac{5}{2}-1} e^{-w} dw \\ &= \frac{(2\sigma_{\eta_g}^2)^2}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{5}{2}\right). \end{aligned} \quad (9.14)$$

A curtose para o ruído AWGN permanente é então dada por

$$\text{Kurt}(\eta) = \frac{E(\eta^4)}{[E(\eta^2)]^2} = 3. \quad (9.15)$$

O problema de observar o sinal recebido $Y(t)$ durante uma janela de tempo de T_s segundos e decidir qual condição do teste de hipóteses é verdadeira, equivale a calcular a curtose amostral e verificar se o valor obtido é igual ou diferente de 3. Se houver a composição de ruído gaussiano permanente e ruído impulsivo, simultaneamente, a FDP resultante é uma mistura gaussiana. Misturas gaussianas apresentam valor de curtose e curtose amostral maior que 3 (URBANO, 2010).

9.2 Estimação dos Parâmetros do Ruído G^2 AWGN pelo Método dos Momentos (MOM)

A estimativa dos parâmetros do ruído impulsivo pode ser realizada a partir do uso do método dos momentos. Este método é baseado nos momentos teóricos e amostrais das variáveis

aleatórias envolvidas (KAY, 1993). Para o modelo geral do ruído G²AWGN, a função densidade de probabilidade de $\eta(t)$ é dada por (ARAÚJO, 2013)

$$f_{\eta(t)}(\eta) = \frac{\alpha_p \beta p_1 p_2}{\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}\right] + \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \exp\left[-\frac{\eta^2}{2\sigma_g^2}\right]. \quad (9.16)$$

O k -ésimo momento de $\eta(t)$ é dado por

$$E[\eta^k] = \frac{\alpha_p \beta p_1 p_2}{\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}} \int_{-\infty}^{\infty} \eta^k \exp\left[-\frac{\eta^2}{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}\right] d\eta + \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \eta^k \exp\left[-\frac{\eta^2}{2\sigma_g^2}\right] d\eta. \quad (9.17)$$

Realizando a mudança de variável

$$x(\eta) = \frac{\eta}{\sqrt{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}}, \quad (9.18)$$

de modo que

$$d\eta = \sqrt{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)} dx \quad (9.19)$$

e

$$x(\eta) = \frac{\eta}{\sqrt{2\sigma_g^2}} \quad (9.20)$$

dado que

$$d\eta = \sqrt{2\sigma_g^2} dx, \quad (9.21)$$

tem-se

$$\begin{aligned} E[\eta^k] &= \frac{\alpha_p \beta p_1 p_2 \sqrt{2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}}{\sqrt{2\pi(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)}} \int_{-\infty}^{\infty} x^k (2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2))^{\frac{k}{2}} \exp(-x^2) dx \\ &+ \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) \sqrt{2\sigma_g^2}}{\sqrt{2\pi\sigma_g^2}} \int_{-\infty}^{\infty} x^k (2\sigma_g^2)^{\frac{k}{2}} \exp(-x^2) dx \\ &= \frac{\alpha_p \beta p_1 p_2}{\sqrt{\pi}} (2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2))^{\frac{k}{2}} \int_{-\infty}^{\infty} x^k \exp(-x^2) dx \\ &+ (2\sigma_g^2)^{\frac{k}{2}} \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x^k \exp(-x^2) dx. \end{aligned} \quad (9.22)$$

Se k for ímpar,

$$E[\eta^k] = 0.$$

Se k for par,

$$\begin{aligned} E[\eta^k] &= \frac{\alpha_p \beta p_1 p_2}{\sqrt{\pi}} (2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2))^{\frac{k}{2}} 2 \int_0^\infty x^k \exp(-x^2) dx \\ &+ (2\sigma_g^2)^{\frac{k}{2}} \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\sqrt{\pi}} 2 \int_0^\infty x^k \exp(-x^2) dx. \end{aligned} \quad (9.23)$$

Realizando a mudança de variável

$$v(x) = x^2, \quad (9.24)$$

dado que

$$dv = 2x dx \quad (9.25)$$

e

$$dx = \frac{dv}{2x} = \frac{dv}{2\sqrt{v}} = \frac{dv}{2} v^{-\frac{1}{2}}, \quad (9.26)$$

então a Equação 9.23 pode ser escrita como

$$\begin{aligned} E[\eta^k] &= \frac{2^{\frac{k}{2}+1} \alpha_p \beta p_1 p_2}{\sqrt{\pi}} (\sigma_g^2 + \sigma_i^2)^{\frac{k}{2}} \int_0^\infty v^{\frac{k}{2}} \exp(-v) \frac{v^{-\frac{1}{2}}}{2} dv \\ &+ 2^{\frac{k}{2}+1} (\sigma_g^2)^{\frac{k}{2}} \frac{(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty v^{\frac{k}{2}} \exp(-v) \frac{v^{-\frac{1}{2}}}{2} dv. \end{aligned} \quad (9.27)$$

Definindo o k -ésimo momento amostral de $\eta(t)$ como η_k , expresso matematicamente por (KAY, 1993)

$$\eta_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \eta^k[n], \quad (9.28)$$

em que $\eta[n]$ é a n -ésima amostra de um conjunto de N amostras do ruído η , e igualando-o ao momento teórico $E[\eta^k]$, tem-se

$$\begin{aligned} \eta_k &= E[\eta^k] \\ &= \frac{2^{\frac{k}{2}+1} \alpha_p \beta p_1 p_2}{\sqrt{\pi}} (\sigma_g^2 + \sigma_i^2)^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right) + \frac{2^{\frac{k}{2}+1} (1 - \alpha_p \beta p_1 p_2)}{\sqrt{\pi}} (\sigma_g^2)^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right), \end{aligned} \quad (9.29)$$

em que $\Gamma(\cdot)$ representa a função Gama.

Para $k = 2$,

$$\begin{aligned}\eta_2 &= \frac{2\alpha_p\beta p_1 p_2}{\sqrt{\pi}}(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) + \frac{2(1 - \alpha_p\beta p_1 p_2)}{\sqrt{\pi}}(\sigma_g^2)\Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \\ &= \alpha_p\beta p_1 p_2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2) + (1 - \alpha_p\beta p_1 p_2)\sigma_g^2.\end{aligned}\quad (9.30)$$

Para $k = 4$,

$$\begin{aligned}\eta_4 &= \frac{2^2\alpha_p\beta p_1 p_2}{\sqrt{\pi}}(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)^2\Gamma\left(\frac{5}{2}\right) + \frac{2^2(1 - \alpha_p\beta p_1 p_2)}{\sqrt{\pi}}(\sigma_g^2)^2\Gamma\left(\frac{5}{2}\right) \\ &= 3\alpha_p\beta p_1 p_2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)^2 + 3(1 - \alpha_p\beta p_1 p_2)(\sigma_g^2)^2.\end{aligned}\quad (9.31)$$

Para $k = 6$,

$$\begin{aligned}\eta_6 &= \frac{2^3\alpha_p\beta p_1 p_2}{\sqrt{\pi}}(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)^3\Gamma\left(\frac{7}{2}\right) + \frac{2^3(1 - \alpha_p\beta p_1 p_2)}{\sqrt{\pi}}(\sigma_g^2)^3\Gamma\left(\frac{7}{2}\right) \\ &= 15\alpha_p\beta p_1 p_2(\sigma_g^2 + \sigma_i^2)^3 + 15(1 - \alpha_p\beta p_1 p_2)(\sigma_g^2)^3.\end{aligned}\quad (9.32)$$

Se

$$u = 2\sigma_g^2 + \sigma_i^2 \quad (9.33)$$

e

$$v = (\sigma_g^2 + \sigma_i^2)\sigma_g^2, \quad (9.34)$$

por substituição nas Equações 9.30, 9.31 e 9.32, é possível escrever

$$u = \frac{\eta_6 - 5\eta_4\eta_2}{5\eta_4 - 15\eta_2^2} \quad (9.35)$$

e

$$v = \eta_2 u - \frac{\eta_4}{3}, \quad (9.36)$$

em que η_2 , η_4 e η_6 são, respectivamente, os momentos amostrais de segunda, terceira e quarta ordem.

As equações para estimação dos parâmetros σ_g^2 e $\sigma_g^2 + \sigma_i^2$ podem ser obtidos a partir das Equações 9.33 e 9.34, dadas por

$$\sigma_g^2 = \frac{u + \sqrt{u^2 - 4v}}{2} \quad (9.37)$$

e

$$\sigma_g^2 + \sigma_i^2 = \frac{v}{\sigma_g^2}. \quad (9.38)$$

O parâmetro $\alpha_p \beta p_1 p_2$ pode ser obtido a partir da Equação 9.30, definido como

$$\alpha_p \beta p_1 p_2 = \frac{\eta_2 - \sigma_g^2}{\sigma_i^2}. \quad (9.39)$$

O estimador proposto pelo método dos momentos é não polarizado. Isto é,

$$E[\hat{\theta}] = \hat{\theta}, \quad (9.40)$$

em que $E[\cdot]$ denota o operador esperança e $\hat{\theta}$ a variável estimada. Uma avaliação estatística deste estimador é apresentada no Apêndice B.

9.3 Estimação dos Parâmetros do Ruído G^2 AWGN pelo Método de Máxima Verossimilhança

Uma segunda maneira de estimar os parâmetros da FDP que caracteriza o ruído $\eta(t)$ usa a maximização da função de verossimilhança dos parâmetros que se deseja estimar. Nessa formulação, as variáveis observadas correspondentes às amostras de ruído $\eta(t)$, denotadas nesta seção, por conveniência, por x têm ou distribuição gaussiana de média μ_1 e variância σ_1^2 ou distribuição gaussiana com média μ_2 e variância σ_2^2 .

Entretanto, não se sabe a qual distribuição essas amostras observadas pertencem. A variável que fornece essa informação está escondida, é denominada de variável latente, e pode ser denotada por z . Dada então essa variável z , pode-se escrever a distribuição de x como

$$p(x) = \sum_z p(z)p(x|z), \quad (9.41)$$

em que $p(x|z)$ representa a FDP da variável x dado que ela tenha vindo de uma das duas distribuições e $p(z)$ representa a probabilidade *a priori* de x ter vindo de uma dessas distribuições.

Para o problema do ruído impulsivo tratado neste estudo, há apenas dois componentes ruidosos se alternando. Ou apenas o ruído gaussiano permanente de média nula e variância σ_g^2 está presente ou o ruído gaussiano de média nula e variância $\sigma_g^2 + \sigma_i^2$ está presente.

A FDP de X pode então ser escrita como

$$p(x) = \sum_{k=1}^2 \pi_k \mathcal{N}(x|\mu_k, \sigma_k^2) = \sum_{k=1}^2 p(z_k) \mathcal{N}(x|\mu_k, \sigma_k^2), \quad (9.42)$$

em que $\pi_k = p(z_k)$ representa a probabilidade da variável observada ter vindo da distribuição gaussiana de média μ_k e variância σ_k^2 e corresponde à probabilidade *a priori* $p(z)$ na Equação 9.41.

A variável latente z_k pode ser escrita, nesta formulação, como uma variável que toma valor 1 com probabilidade $p(z_k = 1) = \pi_k$ quando a amostra observada vem do ruído com distribuição de probabilidade gaussiana de média μ_k e variância σ_k^2 .

Se a função de verossimilhança do vetor \mathbf{x} de N observações independentes e igualmente distribuídas é o produto das FDPs das amostras individuais $x[n]$, dado os parâmetros que se deseja estimar, então a função de log-verossimilhança é simplesmente o logaritmo natural da função de verossimilhança e pode ser escrita como

$$\ln p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2) = \sum_{n=1}^N \ln \left\{ \sum_{k=1}^2 \pi_k \mathcal{N}(x[n]|\mu_k, \sigma_k^2) \right\}, \quad (9.43)$$

em que $\boldsymbol{\pi} = [\pi_1 \ \pi_2]$, $\boldsymbol{\mu} = [\mu_1 \ \mu_2]$ e $\boldsymbol{\sigma}^2 = [\sigma_1^2 \ \sigma_2^2]$.

Uma das formas de maximizar essa função é derivando-a em relação aos parâmetros e igualando o resultado a zero. Por questões de simplicidade matemática, suponhamos que as variáveis observadas $x[n]$ tenha média diferente de zero. Derivando então 9.43 em relação a μ_k , tem-se

$$\frac{\partial \ln p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2)}{\partial \mu_k} = \sum_{n=1}^N \frac{\pi_k (x[n] - \mu_k) \mathcal{N}(x[n]|\mu_k, \sigma_k^2)}{\sigma_k^2 \sum_{l=1}^2 \pi_l \mathcal{N}(x[n]|\mu_l, \sigma_l^2)}, \quad (9.44)$$

que pode ainda ser reescrita como

$$\frac{\partial \ln p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2)}{\partial \mu_k} = \frac{1}{\sigma_k^2} \sum_{n=1}^N \frac{\pi_k \mathcal{N}(x[n]|\mu_k, \sigma_k^2)}{\sum_{l=1}^2 \pi_l \mathcal{N}(x[n]|\mu_l, \sigma_l^2)} x[n] - \frac{\mu_k}{\sigma_k^2} \sum_{n=1}^N \frac{\pi_k \mathcal{N}(x[n]|\mu_k, \sigma_k^2)}{\sum_{l=1}^2 \pi_l \mathcal{N}(x[n]|\mu_l, \sigma_l^2)}. \quad (9.45)$$

O termo

$$\gamma(z_{nk}) = p(z_k = 1|x[n]) = \frac{\pi_k \mathcal{N}(x[n]|\mu_k, \sigma_k^2)}{\sum_{l=1}^2 \pi_l \mathcal{N}(x[n]|\mu_l, \sigma_l^2)} \quad (9.46)$$

representa então a probabilidade *a posteriori* da variável latente z_k tomar valor 1 dado que a amostra $x[n]$ tenha sido observada. Em termos dessa probabilidade *a posteriori*, a estimativa da média μ_k pode ser escrita como

$$\mu_k = \frac{\sum_{n=1}^N \gamma(z_{nk}) x[n]}{\sum_{n=1}^N \gamma(z_{nk})}. \quad (9.47)$$

A estimativa do parâmetro variância σ_k^2 pode ser calculada por meio de um procedimento semelhante, derivando-se a função de log-verossimilhança em relação a σ_k^2 e igualando o resultado a zero. Assim, em termos da probabilidade *a posteriori* $\gamma(z_{nk})$, tem-se

$$\sigma_k^2 = \frac{\sum_{n=1}^N \gamma(z_{nk})(x[n] - \mu_k)^2}{\sum_{n=1}^N \gamma(z_{nk})}. \quad (9.48)$$

Para obter o parâmetro π_k é necessário o uso da técnica de multiplicadores de Lagrange, por conta da restrição

$$\sum_{l=1}^2 \pi_l = 1. \quad (9.49)$$

Definindo então a função

$$g(x[n]|\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2, \lambda) = \ln p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2) + \lambda \left(\sum_{l=1}^2 \pi_l - 1 \right), \quad (9.50)$$

derivando-a em relação aos parâmetros de $g(\mathbf{x}|\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2, \lambda)$ e igualando as equações resultantes a zero, tem-se, após a resolução do sistema de equações resultante,

$$\pi_k = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \gamma(z_{nk}). \quad (9.51)$$

Note que os parâmetros isolados nas Equações 9.47, 9.48 e 9.51 não estão em sua forma fechada porque a expressão de $\gamma(z_{nk})$ depende dos próprios parâmetros à esquerda da igualdade. Entretanto esses parâmetros podem ser calculados utilizando os últimos resultados de forma recursiva, de acordo com os seguintes passos, definidos como algoritmo EM.

9.3.1 Algoritmo EM para a Mistura Gaussiana

1. Inicialize os parâmetros μ_k , σ_k^2 e π_k e avalie o valor inicial da função de log-verossimilhança.
2. Passo E: Avalie probabilidade *a posteriori* $\gamma(z_{nk})$ usando os valores inicializados no passo 1,

$$\gamma(z_{nk}) = \frac{\pi_k \mathcal{N}(x[n]|\mu_k, \sigma_k^2)}{\sum_{l=1}^2 \pi_l \mathcal{N}(x[n]|\mu_l, \sigma_l^2)}. \quad (9.52)$$

3. Passo M: Re-estime os parâmetros usando as probabilidades *a posteriori* estabelecidas no item 2

$$\mu_k = \frac{\sum_{n=1}^N \gamma(z_{nk})x[n]}{\sum_{n=1}^N \gamma(z_{nk})}. \quad (9.53)$$

$$\sigma_k^2 = \frac{\sum_{n=1}^N \gamma(z_{nk})(x[n] - \mu_k)^2}{\sum_{n=1}^N \gamma(z_{nk})}. \quad (9.54)$$

$$\pi_k = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \gamma(z_{nk}). \quad (9.55)$$

4. Avalie a nova função de log-verossimilhança

$$\ln p(\mathbf{x}|\boldsymbol{\pi}, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma}^2) = \sum_{n=1}^N \ln \left\{ \sum_{k=1}^2 \pi_k \mathcal{N}(x[n]|\mu_k, \sigma_k^2) \right\}, \quad (9.56)$$

5. A cada iteração calcule o módulo da diferença entre a função de log-verossimilhança na iteração atual e a iteração anterior. Verifique se esse valor é maior que um limiar definido ϵ . Se for, volte para o segundo passo, usando os parâmetros calculados no último passo. Caso contrário, pare o *loop*.

9.4 Avaliação da Qualidade das Estimativas

A avaliação da qualidade das estimativas pelo método MOM ou EM é realizada por meio da Raiz Quadrada do Erro Médio ao Quadrado Normalizado (NRMSE – *Normalized Root Mean Squared Error*), definido como

$$\text{NRMSE}(\hat{\theta}) = \frac{\sqrt{\text{E}[(\hat{\theta} - \theta)^2]}}{\theta}, \quad (9.57)$$

em que $\hat{\theta}$ é a estimativa e θ é o parâmetro desejado.

9.5 Avaliação Numérica

Esta seção apresenta os resultados obtidos a partir dos estimadores baseados no MOM e no EM. É feita uma análise comparativa da qualidade de ambos os estimadores por meio da média das estimativas e da raiz quadrada do erro médio quadrático normalizado para cada parâmetro estimado. Com uso do método de Monte Carlo foram geradas variáveis aleatórias do ruído G^2 AWGN, com FDP dada pela Equação 4.1. Foram tomadas 50 estimativas para a obtenção de cada valor numérico e uma tolerância, ϵ , de 1×10^{-3} para estabelecer a convergência do EM foi considerada.

Na Figura 9.1 são apresentadas as curvas do NRMSE em função do número de amostras N , com os parâmetros σ_g^2 , σ_i^2 e $\alpha_p \beta p_1 p_2$ estimados pelo MOM e pelo algoritmo EM. As curvas são traçadas com $\sigma_g^2 = 2$, $\sigma_i^2 = 15$ e $\alpha_p \beta p_1 p_2 = 0,432$. Percebe-se, à medida que o número de amostras aumenta, que o NRMSE tende a diminuir. Verifica-se também que para um valor de N fixo, que o erro de estimação é menor com o uso do algoritmo EM, para os três

parâmetros em consideração. Isso decorre do fato de que o MOM precisa de mais amostras que o EM pra obter resultados melhores, porém o EM tem uma carga computacional maior. Efetivamente, no desenvolvimento matemático, o EM utiliza no cálculo das estimativas, além de funções elementares, a função logaritmo, que exige um maior esforço computacional na execução do algoritmo.

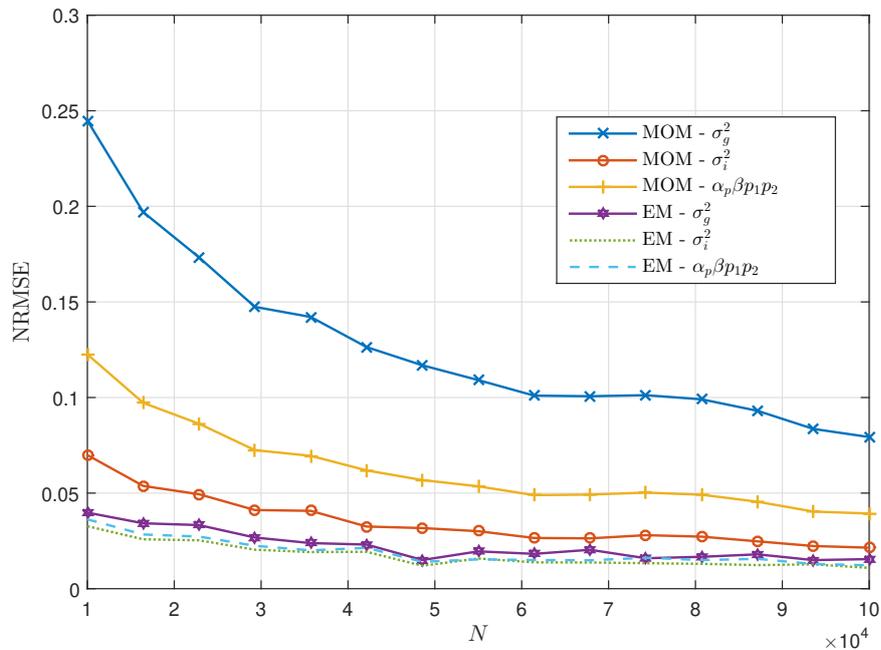


Figura 9.1 NRMSE em função do número de amostras N , com os parâmetros σ_g^2 , σ_i^2 e $\alpha_p\beta p_1 p_2$ estimados pelo método dos momentos e pelo algoritmo EM. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\sigma_g^2 = 2$, $\sigma_i^2 = 15$ e $\alpha_p\beta p_1 p_2 = 0,432$.

A Figura 9.2 mostra o comportamento médio das estimativas de $\alpha_p\hat{\beta}p_1 p_2$ em função de $\alpha_p\beta p_1 p_2$, sob diferentes métodos de estimação. A curva contínua mostrada em Figura 9.2 representa o caso ideal, no qual não há erro de estimação e os símbolos representam as estimativas $\alpha_p\hat{\beta}p_1 p_2$. As curvas são traçadas com $\sigma_g^2 = 1$, $\sigma_i^2 = 15$ e diferentes números de amostras para o MOM e o EM. É possível notar que ambos os métodos apresentam um mau desempenho na estimativa do parâmetro $\alpha_p\beta p_1 p_2$ quando este tende a zero e que as estimativas, à medida que $\alpha_p\beta p_1 p_2$ aumenta, começam a oscilar em torno do valor ideal. Percebe-se também que, diferentemente do MOM, o EM apresenta uma boa aderência à curva teórica para baixos números de amostras, como $N = 100$ e $N = 500$, por exemplo.

Na Figura 9.3 é ilustrado o comportamento médio das estimativas de $\hat{\sigma}_i^2$ em função de σ_i^2 , realizadas utilizando o MOM e o EM. Na Fig. 9.3, utilizou-se $\sigma_g^2 = 1$ e $p = 0,75$. Percebe-se ao observar a Figura 9.3, que o EM apresenta melhores resultados que o MOM, mesmo para um baixo número de amostras. Para valores de N elevado, como 1000, verifica-se que os pontos das estimativas obtidas com o EM praticamente se sobrepõem à curva teórica. Nota-se também que melhores estimativas podem ser obtidas com o MOM à medida que o valor de N aumenta.

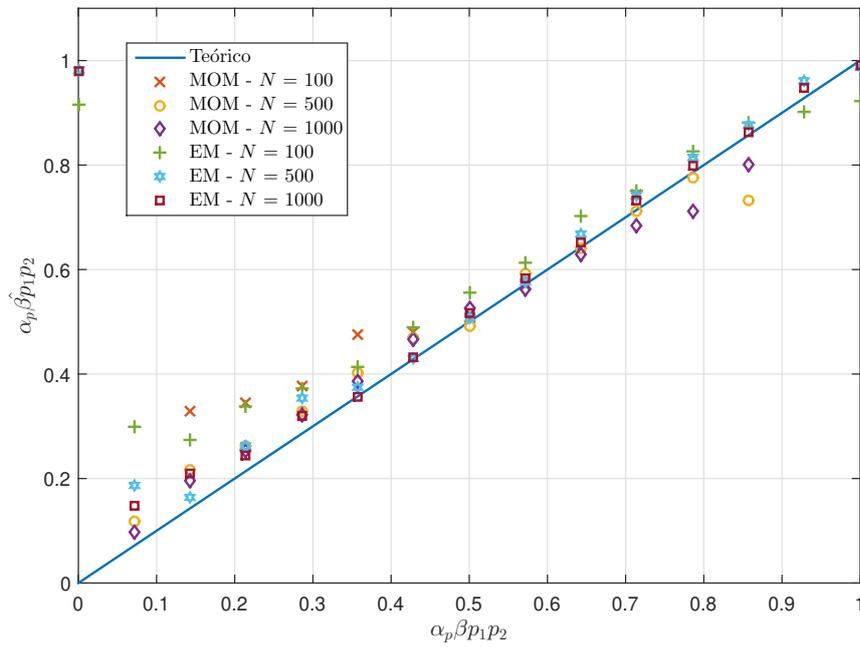


Figura 9.2 Valor médio das estimativas de $\alpha_p \beta p_1 p_2$. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\sigma_g^2 = 1$ e $\sigma_i^2 = 15$.

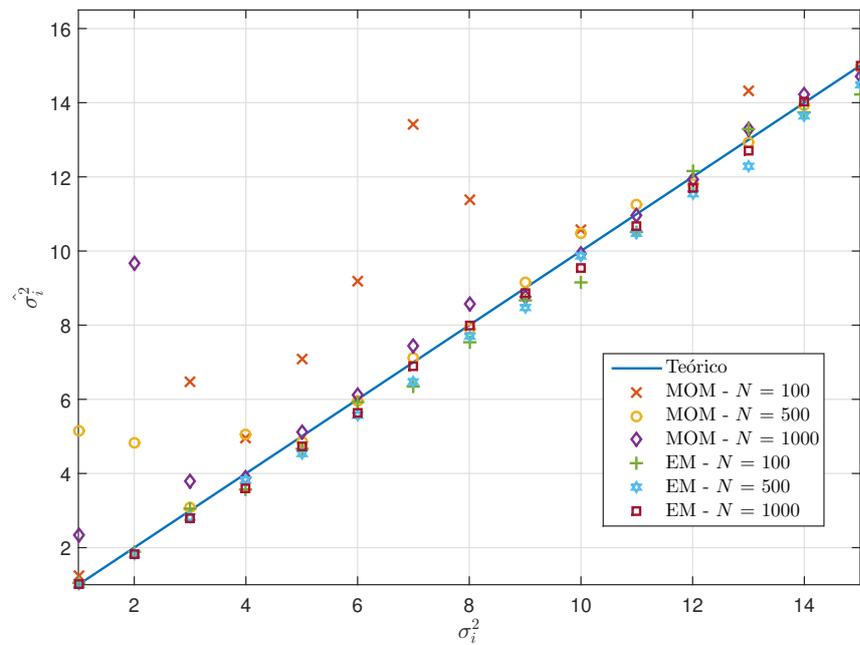


Figura 9.3 Valor médio das estimativas de σ_i^2 . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\sigma_g^2 = 1$ e $p = 0,75$.

Curvas do comportamento médio das estimativas de $\hat{\sigma}_g^2$ em função de σ_g^2 , realizadas utilizando o MOM e o EM são ilustradas na Figura 9.4, com $\sigma_i^2 = 50$ e $p = 0,75$. Mediante análise computacional, verificou-se que os estimadores MOM e EM apresentaram baixo desempenho pra um número de amostras pequeno, como $N = 100$ e $N = 500$, na estimação de σ_g^2 . Logo, foi necessário aumentar o número de amostras para analisar o comportamento médio desses estimadores. Ao observar a Figura 9.4, percebe-se que o estimador EM começa a apresentar um desempenho aceitável quando o valor de N é igual ou maior a 1000, enquanto o MOM começa a convergir apenas a partir de $N = 100000$ amostras.

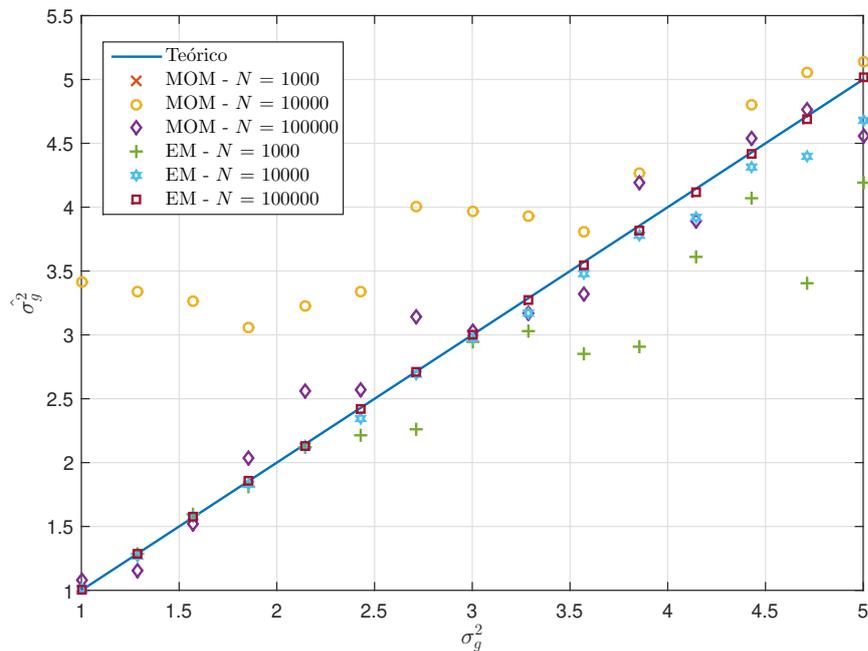


Figura 9.4 Valor médio das estimativas de σ_g^2 . Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $\sigma_i^2 = 50$ e $p = 0,75$.

9.6 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo foi apresentado um teste de hipóteses, a partir do cálculo da curtose, para determinar a presença do ruído G^2 AWGN. Além disso, duas técnicas para estimação dos parâmetros da FDP que caracteriza matematicamente o ruído impulsivo, uma baseada no método dos momentos (MOM) e outra no método de máxima verossimilhança, por meio do algoritmo EM, também foram descritas. Uma análise comparativa da qualidade de ambos os estimadores por meio da média das estimativas e da raiz quadrada do erro médio quadrático normalizado (NRMSE) para cada parâmetro estimado também foi apresentada.

Nas análises dos resultados, verificou-se que o método EM apresentou melhor desempenho, em termos de valores médios e NRMSE, que o MOM. No entanto, resultados semelhantes ao EM podem ser obtidos com o MOM, bastando considerar um número de amostras (N)

elevado. No desenvolvimento matemático, nota-se também que o MOM utiliza funções elementares na obtenção de uma estimativa enquanto o EM, além de funções elementares, utiliza a função logaritmo, que requer um maior esforço computacional na execução do algoritmo.

No Capítulo 9, uma estratégia de mitigação dos efeitos nocivos do ruído G^2 AWGN a partir da teoria de sistemas lineares ótimos é apresentada. Os coeficientes do filtro mitigador propostos no próximo capítulo necessitam dos parâmetros do ruído impulsivo estimados por uma das duas técnicas de estimação descritas neste capítulo, para eliminar os efeitos nocivos do ruído impulsivo.

CAPÍTULO 10

Mitigação do Ruído G^2 AWGN

O método convencional para a remoção do ruído impulsivo é a utilização de filtros (VASEGHI, 2008). Outras técnicas de mitigação do ruído impulsivo, como clipagem e branqueamento, são também propostas na literatura (SURAWEERA et al., 2003; ZHIDKOV, 2008). Alguns trabalhos têm tratado da aplicação destes métodos a sinais que usam a técnica de multiplexação por divisão em frequências ortogonais (OFDM). Esta técnica provê alta taxa de transmissão de dados, alta eficiência espectral e sua capacidade de mitigar os efeitos de multipercurso a torna mais adequada em aplicações sem fio (MIRZA; KABIR; SHEIKH, 2015).

Normalmente, a técnica OFDM é corrompida pelo ruído impulsivo, cujos efeitos na etapa transmissão são severos. Na literatura, diversos pesquisadores têm buscado soluções para mitigar esse tipo de ruído do sinal transmitido original e, portanto, melhorar o desempenho dos sistemas em termos de erro quadrático médio e taxa de erro de *bit*. Em (MENGI; VINCK, 2010), é evidenciado que a taxa de erro de *bit* em sistemas OFDM é melhorada pela combinação de clipagem e branqueamento. Em (HIRAKAWA et al., 2006), um algoritmo de substituição da amostra é proposto para realizar a mitigação de múltiplos ruídos impulsivos no sinal OFDM recebido. Em (KITAMURA et al., 2012), outra técnica para eliminação do ruído é apresentada, em que uma réplica do ruído impulsivo é gerada e subtraída do sinal OFDM recebido de forma iterativa, para redução do ruído impulsivo.

Em (MIRZA; KABIR; SHEIKH, 2015), um algoritmo adaptativo é utilizado para mitigação do ruído impulsivo em sistemas OFDM. Nesse artigo, o método proposto é comparado com outros algoritmos adaptativos descritos na literatura. Os parâmetros recursivos presentes no esquema proposto no artigo permitem a obtenção de baixos valores de erro quadrático médio e taxa de erro de *bit*, além de apresentar uma convergência mais rápida do que a de alguns algoritmos existentes. Outro recente trabalho de Mirza, Kabir e Sheikh é apresentado em (MIRZA; KABIR; SHEIKH, 2016), em que um método híbrido é utilizado para mitigação do ruído impulsivo. Em (MIRZA; KABIR; SHEIKH, 2016), uma técnica baseada em filtros adaptativos, juntamente com o método de clipagem é apresentada.

No trabalho de Zhidkov (ZHIDKOV, 2008), técnicas analíticas para avaliação de desempenho de receptores OFDM com três tipos populares de não linearidades sem memória, sendo elas a clipagem, o branqueamento e uma combinação destas, são apresentadas e comparadas com relação ao seu desempenho. Esse artigo, de autoria de Zhidkov, fornece uma extensão da análise descrita em (ZHIDKOV, 2006).

Dois recentes trabalhos sobre mitigação do ruído impulsivo em sistemas OFDM são descritos em (LOPES; GERAKD, 2017) e (ROZIC et al., 2018). Em (LOPES; GERAKD, 2017), uma técnica iterativa de erro quadrático médio mínimo/máximo *a posteriori*, sua derivação e conexão a trabalhos anteriores são apresentadas. Duas versões da técnica são descritas e comparadas com outros trabalhos. Em (ROZIC et al., 2018), estimadores não lineares com base em múltiplos limiares, em conjunto com a clipagem para mitigação do ruído são propostos e analisados. A abordagem proposta em (ROZIC et al., 2018) explora um novo critério heurístico para definir os limiares, além de permitir derivações analíticas em forma fechada tanto para os limites quanto para os parâmetros da clipagem associados, quando uma fonte Gaussiana é prejudicada por ruído impulsivo.

Neste capítulo, uma estratégia de eliminação dos efeitos do ruído G^2 AWGN a partir da teoria de sistemas lineares ótimos é descrita. São apresentados, para os modelos de ruído G^2 AWGN mais simples analisados, os coeficientes do filtro linear ótimo capaz de mitigar o ruído impulsivo. Além disso, são apresentados os resultados das análises de desempenho da filtragem aplicada a um sinal OFDM sujeito ao modelo geral do ruído G^2 AWGN. A análise de desempenho é quantificada em termos do erro quadrático médio em função da relação sinal-ruído impulsivo permanente sob diferentes configurações de parâmetros que caracterizam o ruído. Modelos como o ruído G^2 AWGN são usados para caracterização do ruído impulsivo em ambientes industriais e em sistemas de comunicações digitais e têm sido utilizados, principalmente, em trabalhos relacionados aos sistemas de televisão digital que usam a técnica OFDM (VASEGHI, 2008; ARAÚJO, 2013; YASUI et al., 2015).

10.1 Filtro Mitigador do Ruído Impulsivo

Se, em determinado sistema de comunicação, o sinal recebido é composto pelo sinal transmitido acrescido do ruído, tem-se, matematicamente, que

$$Y(t) = X(t) + \eta(t), \quad (10.1)$$

em que $X(t)$ representa o sinal transmitido e é caracterizado por um processo aleatório contínuo, definido em tempo contínuo e WSS, $\eta(t)$ o ruído impulsivo e $Y(t)$ o sinal recebido (HAYKIN, 2001).

A correlação entre o sinal desejado $X(t)$ e o sinal observado $Y(t)$, $R_{XY}(\tau)$, é dada por

$$\begin{aligned}
 R_{XY}(\tau) &= E[X(t)Y(t+\tau)] \\
 &= E[X(t)(X(t+\tau) + \eta(t+\tau))] \\
 &= E[X(t)X(t+\tau) + X(t)\eta(t+\tau)] \\
 &= E[X(t)X(t+\tau)] + E[X(t)\eta(t+\tau)], \tag{10.2}
 \end{aligned}$$

em que $E[\cdot]$ denota o operador valor esperado. Considerando os sinais $X(t)$ e $\eta(t)$ independentes e com média nula, tem-se que

$$R_{XY}(\tau) = R_X(\tau). \tag{10.3}$$

A autocorrelação do sinal recebido é dada por

$$\begin{aligned}
 R_Y(\tau) &= E[Y(t)Y(t+\tau)] \\
 &= E[(X(t) + \eta(t))(X(t+\tau) + \eta(t+\tau))] \\
 &= E[X(t)X(t+\tau) + X(t)\eta(t+\tau) + \eta(t)X(t+\tau) + \eta(t)\eta(t+\tau)] \\
 &= E[X(t)X(t+\tau)] + E[X(t)\eta(t+\tau)] + E[\eta(t)X(t+\tau)] + E[\eta(t)\eta(t+\tau)] \\
 &= R_X(\tau) + R_\eta(\tau). \tag{10.4}
 \end{aligned}$$

Considerando $X(t)$ e $Y(t)$ processos aleatórios com média nula, é possível obter uma estimativa $\hat{Y}(t)$ de $Y(t)$ dada por (LEON-GARCIA, 2008)

$$\begin{aligned}
 \hat{Y}(t) &= \int_{t-a}^{t+b} h(t-s)X(s)ds \\
 &= \int_{-b}^a h(s)X(t-s)ds. \tag{10.5}
 \end{aligned}$$

O filtro $h(s)$ que minimiza o erro quadrático médio $E[(Y(t) - \hat{Y}(t))^2]$ entre o sinal recebido e sua estimativa satisfaz a equação

$$R_{XY}(\tau) = \int_{-b}^a h(s)R_Y(\tau-s)ds, \quad -b \leq \tau \leq a, \tag{10.6}$$

e e_{\min} é dado por

$$e_{\min} = R_Y(0) - \int_{-b}^a h(s)R_{XY}(s)ds. \tag{10.7}$$

A hipótese para o ruído impulsivo descrita em (ARAÚJO, 2013) considera que o ruído $\eta(t)$ é causal, possibilitando reescrever a Equação 10.6 como

$$R_{XY}(\tau) = \int_0^{\infty} h(s)R_Y(\tau - s)ds, \quad \forall \tau. \quad (10.8)$$

Substituindo a expressão de $R_Y(\tau)$, tem-se

$$R_{XY}(\tau) = \int_0^{\infty} h(s)[R_X(\tau - s) + R_{\eta}(\tau - s)]ds, \quad \forall \tau. \quad (10.9)$$

A Equação 10.9 é chamada de Wiener-Hopf (LEON-GARCIA, 2008).

Amostrando os sinais em intervalos de tempo múltiplos do período de amostragem (T_s), que corresponde a uma frequência de amostragem que segue o critério de Nyquist, ou seja, $t = kT_s$, em que $k \in \mathbf{Z}_+$, é possível escrever a Equação 10.9 da seguinte maneira

$$R_{XY}[m] = \sum_{k=0}^N h[k](R_X[m - k] + R_{\eta}[m - k]), \quad m \in \{0, 1, 2, \dots, N\}. \quad (10.10)$$

Da Equação 10.3, tem-se que $R_{XY}(\tau) = R_X(\tau)$. Portanto,

$$R_X[m] = \sum_{k=0}^N h[k](R_X[m - k] + R_{\eta}[m - k]), \quad m \in \{0, 1, 2, \dots, N\}. \quad (10.11)$$

Os coeficientes $h[k]$ presentes na Equação 10.11 são determinados então a partir de um conjunto de $N + 1$ equações lineares. Em forma matricial, o vetor de coeficientes \mathbf{h} do filtro mitigador proposto pode ser escrito como

$$\mathbf{h} = \mathbf{R}_Y^{-1}\mathbf{R}_X, \quad (10.12)$$

em que

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h[0] \\ h[1] \\ \vdots \\ h[N] \end{bmatrix}, \quad (10.13)$$

$$\mathbf{R}_X = \begin{bmatrix} R_X[0] \\ R_X[1] \\ \vdots \\ R_X[N] \end{bmatrix} \quad (10.14)$$

e

$$\mathbf{R}_Y = \begin{bmatrix} R_X[0] + R_\eta[0] & R_X[-1] & \cdots & R_X[-N] \\ R_X[1] & R_X[0] + R_\eta[0] & \cdots & R_X[-N+1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_X[N] & R_X[N-1] & \cdots & R_X[0] + R_\eta[0] \end{bmatrix}. \quad (10.15)$$

Ao analisar a matriz \mathbf{R}_Y , verifica-se que somente os valores da diagonal principal da matriz \mathbf{R}_Y são dependentes dos parâmetros do ruído impulsivo. Isto ocorre porque a função de autocorrelação do ruído possui característica impulsiva, sendo determinada somente no instante em que τ é zero.

10.2 Filtro Mitigador Aplicado aos Modelos de Ruído G^2 AWGN

O modelo geral do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário com ocorrências aleatória de surtos e pulsos e com a presença do ruído permanente é dado por

$$\eta(t) = \eta_g(t) + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t), \quad (10.16)$$

em que $C_1(t)$ caracteriza os surtos ruidosos e $C_2(t)$ caracteriza a ocorrência de pulsos dentro dos surtos, respectivamente, e pertencem ao conjunto discreto $\{0,1\}$. A função $C_1(t)$ é dada por

$$C_1(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} m_k P_{R_1}(t - kT_1), \quad (10.17)$$

em que m_k é o k -ésimo símbolo do alfabeto $\{0,1\}$ com distribuição de probabilidade $p(m_k = 1) = p_1$ e $p(m_k = 0) = 1 - p_1$. O pulso $P_{R_1}(t)$ assume amplitude unitária em $0 \leq t \leq \beta T_1$, com β assumindo valores entre zero e um. O sinal $C_2(t)$ é representado por

$$C_2(t) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} m_l P_{R_2}(t - lT_2), \quad (10.18)$$

em que m_l é o l -ésimo símbolo do alfabeto $\{0,1\}$ com distribuição de probabilidade $p(m_l = 1) = p_2$ e $p(m_l = 0) = 1 - p_2$. O pulso $P_{R_2}(t)$ assume amplitude unitária em $0 \leq t \leq \alpha_p T_2$, com α_p assumindo valores entre zero e um.

O ruído total $\eta(t)$ é representado por

$$\begin{aligned} \eta(t) &= \eta_g(t) + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t) \\ &= \eta_g(t) + \left[\sum_{k=-\infty}^{\infty} m_k P_{R_1}(t - kT_1) \right] \left[\sum_{l=-\infty}^{\infty} m_l P_{R_2}(t - lT_2) \right] \eta_i(t), \end{aligned} \quad (10.19)$$

em que o termo $\eta_i(t)$ representa o modelo AWGN. Na Figura 10.1 é mostrada uma realização desse processo obtida a partir do modelo descrito.

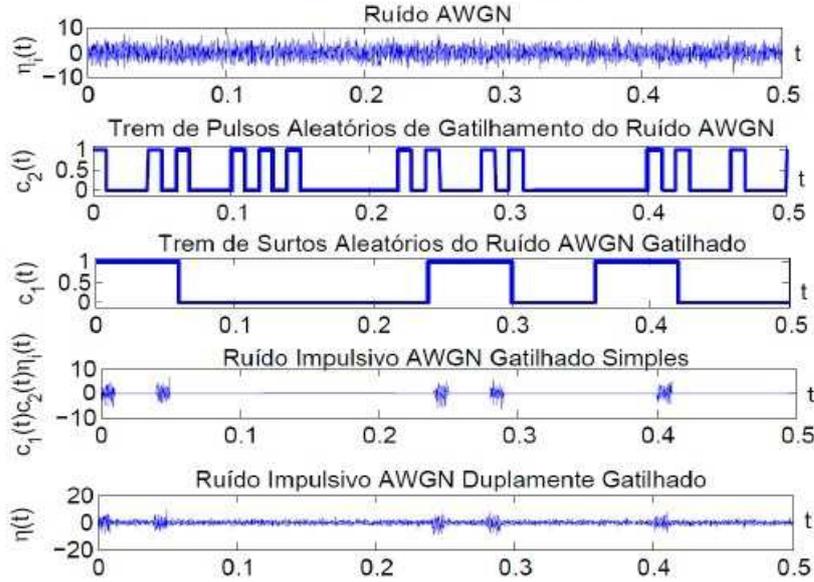


Figura 10.1 Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário com ocorrências aleatória de surtos e pulsos (extraído de (ARAÚJO, 2013)).

A autocorrelação do ruído G^2 AWGN, $R_\eta(t, \tau)$, é dada por

$$\begin{aligned}
 R_\eta(t, \tau) &= E[\eta(t)\eta(t + \tau)] \\
 &= E[\{\eta_g(t) + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t)\}\{\eta_g(t + \tau) + C_1(t + \tau)C_2(t + \tau)\eta_i(t + \tau)\}] \\
 &= E[\{\eta_g(t)\eta_g(t + \tau) + \eta_g(t)C_1(t + \tau)C_2(t + \tau)\eta_i(t + \tau) \\
 &\quad + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t)\eta_g(t + \tau) + C_1(t)C_2(t)C_1(t + \tau)C_2(t + \tau)\eta_i(t)\eta_i(t + \tau)\}] \\
 &= E[\eta_g(t)\eta_g(t + \tau)] + E[\eta_g(t)C_1(t + \tau)C_2(t + \tau)\eta_i(t + \tau)] \\
 &\quad + E[C_1(t)C_2(t)\eta_i(t)\eta_g(t + \tau)] + E[C_1(t)C_2(t)C_1(t + \tau)C_2(t + \tau)\eta_i(t)\eta_i(t + \tau)].
 \end{aligned}$$

Como $\eta_i(t)$ e $\eta_g(t)$ são independentes e têm média nula, tem-se que

$$\begin{aligned}
 R_\eta(t, \tau) &= E[\eta_g(t)\eta_g(t + \tau)] + E[C_1(t)C_2(t)C_1(t + \tau)C_2(t + \tau)\eta_i(t)\eta_i(t + \tau)] \\
 &= R_{\eta_g}(\tau) + R_{\eta_i}(\tau)E[\{C_1(t)C_1(t + \tau)\}\{C_2(t)C_2(t + \tau)\}] \\
 &= R_{\eta_g}(\tau) + R_{\eta_i}(\tau)E[C_1(t)C_1(t + \tau)]E[C_2(t)C_2(t + \tau)] \\
 &= R_{\eta_g}(\tau) + R_{\eta_i}(\tau)E\left[\sum_{k_1=-\infty}^{\infty} m_{k_1}P_{R_1}(t - k_1T_1) \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} m_{k_2}P_{R_1}(t + \tau - k_2T_2)\right] \\
 &\quad \times E\left[\sum_{l_1=-\infty}^{\infty} m_{l_1}P_{R_2}(t - l_1T_2) \sum_{l_2=-\infty}^{\infty} m_{l_2}P_{R_2}(t + \tau - l_2T_2)\right], \tag{10.20}
 \end{aligned}$$

que pode ser escrita como

$$\begin{aligned}
 R_\eta(t, \tau) = & R_{\eta_g}(\tau) + R_{\eta_i}(\tau) \left[\underbrace{\left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} E[m_k^2] P_{R_1}(t - kT_1) P_{R_1}(t + \tau - kT_1) \right\}}_{k=k_1=k_2} \right. \\
 & + \left. \underbrace{\left\{ \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} E[m_{k_1} m_{k_2}] P_{R_1}(t - k_1 T_1) P_{R_1}(t + \tau - k_2 T_1) \right\}}_{k_1 \neq k_2} \right] \\
 & \times \left[\underbrace{\left\{ \sum_{l=-\infty}^{\infty} E[m_l^2] P_{R_2}(t - lT_2) P_{R_2}(t + \tau - lT_2) \right\}}_{l=l_1=l_2} \right. \\
 & + \left. \underbrace{\left\{ \sum_{l_1=-\infty}^{\infty} \sum_{l_2=-\infty}^{\infty} E[m_{l_1} m_{l_2}] P_{R_2}(t - l_1 T_2) P_{R_2}(t + \tau - l_2 T_2) \right\}}_{l_1 \neq l_2} \right]. \quad (10.21)
 \end{aligned}$$

Sabendo que $E[m_k^2] = p$, por m_k ser uma variável de Bernoulli, tem-se que $E[m_k m_l] = p^2$. Assim,

$$\begin{aligned}
 R_\eta(t, \tau) = & R_{\eta_g}(\tau) + R_{\eta_i}(\tau) \left[p_1 \underbrace{\left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} P_{R_1}(t - kT_1) P_{R_1}(t + \tau - kT_1) \right\}}_{k=k_1=k_2} \right. \\
 & + \left. p_1^2 \underbrace{\left\{ \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} P_{R_1}(t - k_1 T_1) P_{R_1}(t + \tau - k_2 T_1) \right\}}_{k_1 \neq k_2} \right] \\
 & \times \left[p_2 \underbrace{\left\{ \sum_{l=-\infty}^{\infty} P_{R_2}(t - lT_2) P_{R_2}(t + \tau - lT_2) \right\}}_{l=l_1=l_2} \right. \\
 & + \left. p_2^2 \underbrace{\left\{ \sum_{l_1=-\infty}^{\infty} \sum_{l_2=-\infty}^{\infty} P_{R_2}(t - l_1 T_2) P_{R_2}(t + \tau - l_2 T_2) \right\}}_{l_1 \neq l_2} \right]. \quad (10.22)
 \end{aligned}$$

Substituindo as expressões de $R_{\eta_g}(\tau)$ e $R_{\eta_i}(\tau)$, tem-se

$$\begin{aligned}
R_{\eta}(t, \tau) &= \sigma_g^2 \delta(\tau) + \sigma_i^2 \delta(\tau) p_1 p_2 \underbrace{\left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} P_{R_1}^2(t - kT_1) \right\}}_{k=k_1=k_2} \underbrace{\left\{ \sum_{l=-\infty}^{\infty} P_{R_2}^2(t - lT_2) \right\}}_{l=l_1=l_2} \\
&= \sigma_g^2 \delta(\tau) + \sigma_i^2 \delta(\tau) p_1 p_2 \underbrace{\left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} P_{R_1}(t - kT_1) \right\}}_{k=k_1=k_2} \underbrace{\left\{ \sum_{l=-\infty}^{\infty} P_{R_2}(t - lT_2) \right\}}_{l=l_1=l_2} \\
&= \sigma_g^2 \delta(\tau) + \sigma_i^2 p_1 p_2 C_1(t) C_2(t) \delta(\tau) \\
&= [\sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_1 p_2 C_1(t) C_2(t)] \delta(\tau). \tag{10.23}
\end{aligned}$$

A eliminação da dependência da autocorrelação em relação ao tempo ocorre ao integrar a função $R_{\eta}(t, \tau)$ em relação a variável t . A função de autocorrelação média é dada por

$$\begin{aligned}
R_{\eta}(\tau) &= \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} R_{\eta}(t, \tau) dt \\
&= \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} [\sigma_g^2 \delta(\tau) + \sigma_i^2 \delta(\tau) p_1 p_2 C_1(t) C_2(t)] dt, \\
&= \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} [\sigma_g^2 \delta(\tau)] dt + \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} [\sigma_i^2 \delta(\tau) p_1 p_2 C_1(t) C_2(t)] dt \\
&= \frac{\sigma_g^2}{T_1} \delta(\tau) \int_0^{T_1} dt + \frac{1}{T_1} \sigma_i^2 \delta(\tau) p_1 p_2 \int_0^{T_1} C_1(t) C_2(t) dt. \tag{10.24}
\end{aligned}$$

Definindo

$$\alpha_p \beta = \int_0^{T_1} C_1(t) C_2(t) dt, \tag{10.25}$$

obtém-se

$$R_{\eta}(\tau) = [\sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_1 p_2 \alpha_p \beta] \delta(\tau). \tag{10.26}$$

É possível determinar os coeficientes $h[k]$ de um filtro linear ótimo causal a partir de um conjunto com $N + 1$ equações lineares por uma inversão matricial,

$$\mathbf{h} = \mathbf{R}_Y^{-1} \mathbf{R}_X, \tag{10.27}$$

com

$$\mathbf{R}_Y = \begin{bmatrix} R_X[0] + \sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_1 p_2 \alpha_p \beta & R_X[-1] & \cdots & R_X[-N] \\ R_X[1] & R_X[0] + \sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_1 p_2 \alpha_p \beta & \cdots & R_X[-N + 1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_X[N] & R_X[N - 1] & \cdots & R_X[0] + \sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_1 p_2 \alpha_p \beta \end{bmatrix}.$$

Percebe-se, ao analisar a matriz \mathbf{R}_Y , que a influência da autocorrelação do ruído impulsivo é adicionada à autocorrelação $R_X(\tau)$ no instante em que τ é zero. A partir do modelo geral do ruído impulsivo duplamente gatilhado apresentado na Equação 10.16, é possível obter sete modelos mais simples. Dois modelos distintos são determinados quando a componente permanente do ruído está ausente, sendo o ruído total puro; e quando a componente permanente está presente no sistema, sendo o ruído total composto. Quando $p_1 = 1$ significa que os surtos são determinísticos, $0 < p_1 < 1$ significa que os surtos são aleatórios, $p_2 = 1$ significa que os pulsos são determinísticos e $0 < p_2 < 1$ significa que os pulsos são aleatórios.

Nas subseções seguintes são apresentadas, para os sete modelos mais simples do ruído G^2 AWGN, as expressões de $\eta(t)$, $R_\eta(\tau)$ e \mathbf{R}_Y .

10.2.1 Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Puro com Ocorrências Determinísticas de Pulsos e Surtos

Esse modelo é caracterizado pela presença de uma única fonte de ruído Gaussiano $\eta_i(t)$ e com ocorrências determinística de pulsos e surtos. O ruído $\eta(t)$ é representado por

$$\eta(t) = C_1(t)C_2(t)\eta_i(t), \quad (10.28)$$

em que $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são funções auxiliares que caracterizam os surtos e pulsos, respectivamente, e $\eta_i(t)$ é o modelo AWGN. Na Figura 10.2 é apresentada uma realização desse processo obtida a partir do modelo descrito.

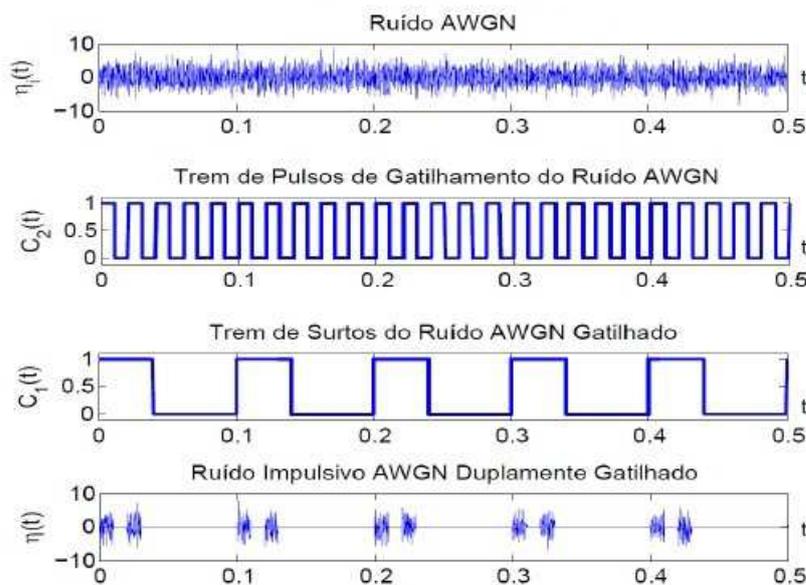


Figura 10.2 Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário puro com ocorrências determinísticas de surtos e pulsos (extraído de (ARAÚJO, 2013)).

A função de autocorrelação média para esse caso é dada por

$$R_\eta(\tau) = \sigma_i^2 \alpha_p \beta \delta(\tau) \quad (10.29)$$

e a matriz \mathbf{R}_Y é dada por

$$\mathbf{R}_Y = \begin{bmatrix} R_X[0] + \sigma_i^2 \alpha_p \beta & R_X[-1] & \cdots & R_X[-N] \\ R_X[1] & R_X[0] + \sigma_i^2 \alpha_p \beta & \cdots & R_X[-N+1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_X[N] & R_X[N-1] & \cdots & R_X[0] + \sigma_i^2 \alpha_p \beta \end{bmatrix}.$$

10.2.2 Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Puro com Ocorrência Aleatória de Pulsos e Determinística de Surtos

Esse modelo é caracterizado pela presença de uma única fonte de ruído Gaussiano $\eta_i(t)$ e com ocorrência aleatória de pulsos e determinística de surtos. O ruído $\eta(t)$ é representado por

$$\eta(t) = C_1(t)C_2(t)\eta_i(t), \quad (10.30)$$

em que $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são funções auxiliares que caracterizam os surtos e pulsos, respectivamente, e $\eta_i(t)$ é o modelo AWGN. Na Figura 10.3 é apresentada uma realização desse processo obtida a partir do modelo descrito.

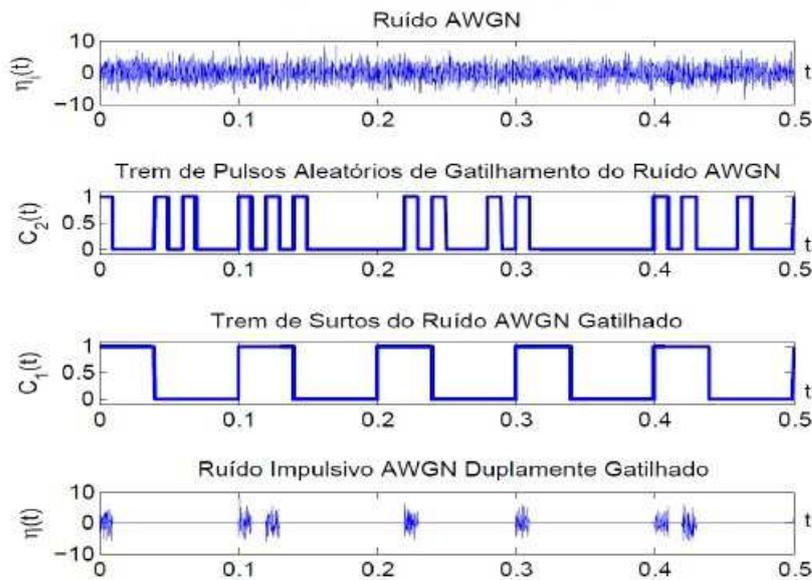


Figura 10.3 Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário puro com ocorrência aleatória de pulsos e determinística de surtos (extraído de (ARAÚJO, 2013)).

A função de autocorrelação média para esse caso é dada por

$$R_\eta(\tau) = \sigma_i^2 p_2 \alpha_p \beta \delta(\tau) \quad (10.31)$$

e a matriz \mathbf{R}_Y é dada por

$$\mathbf{R}_Y = \begin{bmatrix} R_X[0] + \sigma_i^2 p_2 \alpha_p \beta & R_X[-1] & \cdots & R_X[-N] \\ R_X[1] & R_X[0] + \sigma_i^2 p_2 \alpha_p \beta & \cdots & R_X[-N + 1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_X[N] & R_X[N - 1] & \cdots & R_X[0] + \sigma_i^2 p_2 \alpha_p \beta \end{bmatrix}.$$

10.2.3 Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Puro com Ocorrência Determinística de Pulsos e Aleatória de Surtos

Esse modelo é caracterizado pela presença de uma única fonte de ruído Gaussiano $\eta_i(t)$ com ocorrência determinística de pulsos e aleatória de surtos. O ruído $\eta(t)$ é representado por

$$\eta(t) = C_1(t)C_2(t)\eta_i(t), \quad (10.32)$$

em que $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são funções auxiliares que caracterizam os surtos e pulsos, respectivamente, e $\eta_i(t)$ é o modelo AWGN. Na Figura 10.4 é mostrada uma realização desse processo obtida a partir do modelo descrito.

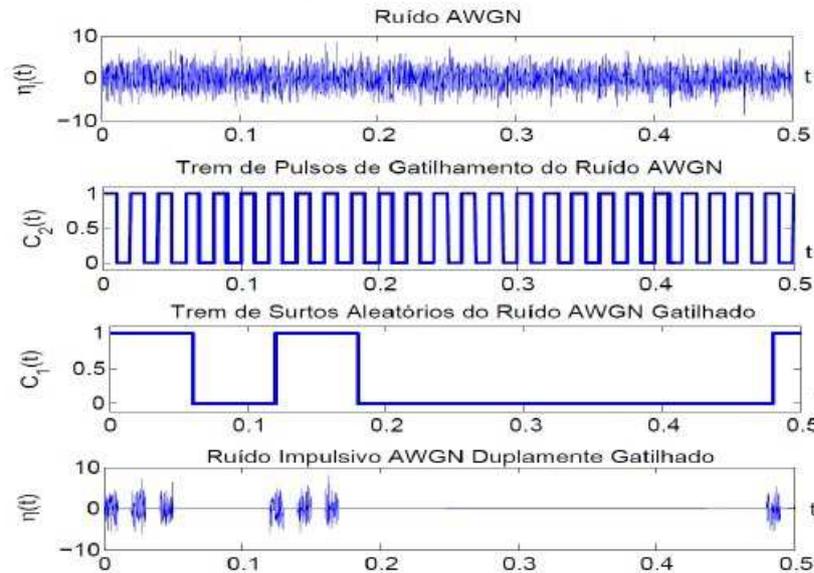


Figura 10.4 Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário puro com ocorrência determinística de pulsos e aleatória de surtos (extraído de (ARAÚJO, 2013)).

A função de autocorrelação média para esse caso é dada por

$$R_\eta(\tau) = \sigma_i^2 p_1 \alpha_p \beta \delta(\tau) \quad (10.33)$$

e a matriz \mathbf{R}_Y é dada por

$$\mathbf{R}_Y = \begin{bmatrix} R_X[0] + \sigma_i^2 p_1 \alpha_p \beta & R_X[-1] & \cdots & R_X[-N] \\ R_X[1] & R_X[0] + \sigma_i^2 p_1 \alpha_p \beta & \cdots & R_X[-N + 1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_X[N] & R_X[N - 1] & \cdots & R_X[0] + \sigma_i^2 p_1 \alpha_p \beta \end{bmatrix}.$$

10.2.4 Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Puro com Ocorrências Aleatórias de Pulsos e Surtos

Esse modelo é caracterizado pela presença de uma única fonte de ruído Gaussiano $\eta_i(t)$ com ocorrências aleatória de pulsos e surtos. O ruído $\eta(t)$ é representado por

$$\eta(t) = C_1(t)C_2(t)\eta_i(t), \quad (10.34)$$

em que $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são funções auxiliares que caracterizam os surtos e pulsos, respectivamente, e $\eta_i(t)$ é o modelo AWGN. Na Figura 10.5 é mostrada uma realização desse processo obtida a partir do modelo descrito.

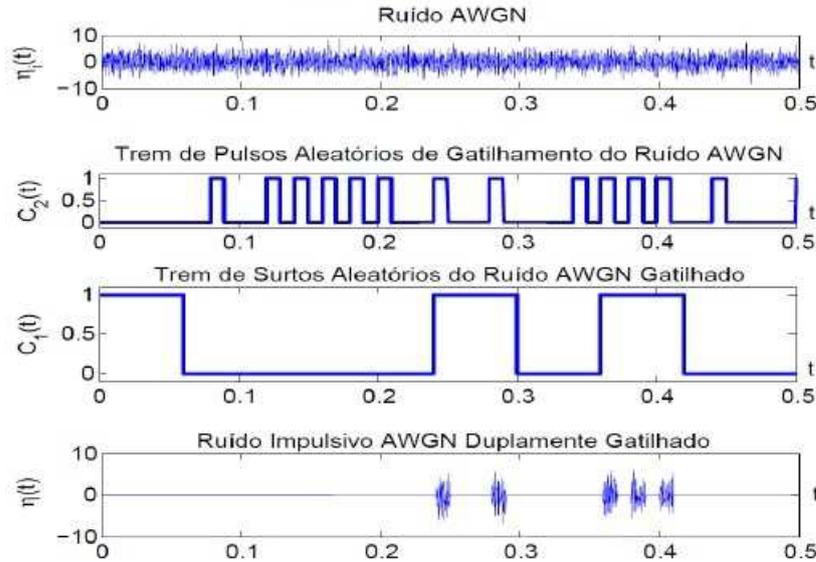


Figura 10.5 Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário puro com ocorrências aleatórias de pulsos e surtos (extraído de (ARAÚJO, 2013)).

A função de autocorrelação média para esse caso é dada por

$$R_\eta(\tau) = \sigma_i^2 p_1 p_2 \alpha_p \beta \delta(\tau) \quad (10.35)$$

e a matriz \mathbf{R}_Y é dada por

$$\mathbf{R}_Y = \begin{bmatrix} R_X[0] + \sigma_i^2 p_1 p_2 \alpha_p \beta & R_X[-1] & \cdots & R_X[-N] \\ R_X[1] & R_X[0] + \sigma_i^2 p_1 p_2 \alpha_p \beta & \cdots & R_X[-N+1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_X[N] & R_X[N-1] & \cdots & R_X[0] + \sigma_i^2 p_1 p_2 \alpha_p \beta \end{bmatrix}.$$

10.2.5 Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Composto com Ocorrências Determinística de Pulsos e Surtos

Esse modelo é caracterizado pela presença de duas fontes de ruído Gaussiano, uma permanente $\eta_g(t)$, denominada ruído de fundo, e a outra intermitente $\eta_i(t)$ com ocorrência determinística dos pulsos e dos surtos. O ruído $\eta(t)$ é representado por

$$\eta(t) = \eta_g(t) + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t), \quad (10.36)$$

em que $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são funções auxiliares que caracterizam os surtos e pulsos, respectivamente, e $\eta_i(t)$ é o modelo AWGN. Na Figura 10.6 é apresentada uma realização desse processo obtida a partir do modelo descrito.

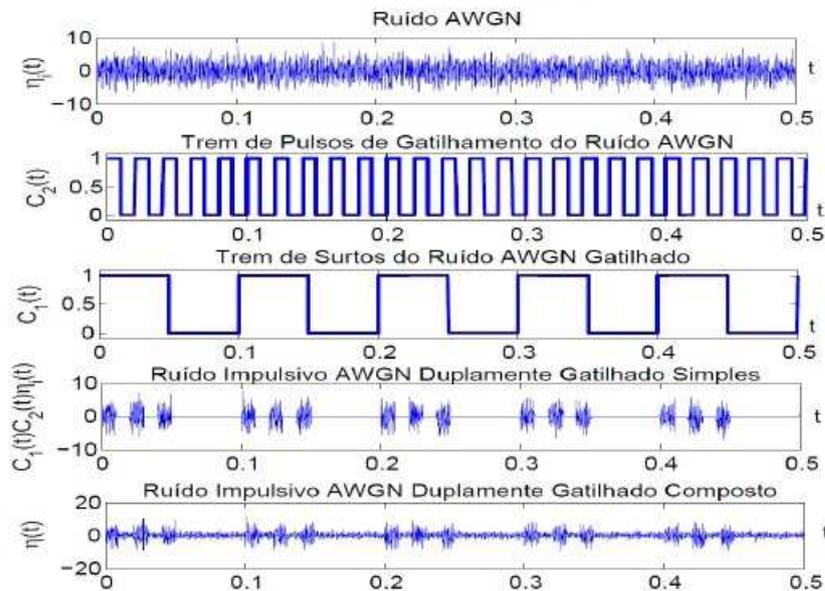


Figura 10.6 Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário composto com ocorrências determinística de pulsos e surtos (extraído de (ARAÚJO, 2013)).

A função de autocorrelação média para esse caso é dada por

$$R_\eta(\tau) = [\sigma_g^2 + \sigma_i^2 \alpha_p \beta] \delta(\tau) \quad (10.37)$$

e a matriz \mathbf{R}_Y é dada por

$$\mathbf{R}_Y = \begin{bmatrix} R_X[0] + \sigma_g^2 + \sigma_i^2 \alpha_p \beta & R_X[-1] & \cdots & R_X[-N] \\ R_X[1] & R_X[0] + \sigma_g^2 + \sigma_i^2 \alpha_p \beta & \cdots & R_X[-N+1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_X[N] & R_X[N-1] & \cdots & R_X[0] + \sigma_g^2 + \sigma_i^2 \alpha_p \beta \end{bmatrix}.$$

10.2.6 Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Composto com Ocorrência Aleatória de Pulsos e Determinística de Surtos

Esse modelo é caracterizado pela presença de duas fontes de ruído Gaussiano, uma permanente $\eta_g(t)$, denominada ruído de fundo, e a outra intermitente $\eta_i(t)$ com ocorrência aleatória dos pulsos e determinística dos surtos. O ruído $\eta(t)$ é representado por

$$\eta(t) = \eta_g(t) + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t), \quad (10.38)$$

em que $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são funções auxiliares que caracterizam os surtos e pulsos, respectivamente, e $\eta_i(t)$ é o modelo AWGN. Na Figura 10.7 é ilustrada uma realização desse processo obtida a partir do modelo descrito.

A função de autocorrelação média para esse caso é dada por

$$R_\eta(\tau) = [\sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_2 \alpha_p \beta] \delta(\tau) \quad (10.39)$$

e a matriz \mathbf{R}_Y é dada por

$$\mathbf{R}_Y = \begin{bmatrix} R_X[0] + \sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_2 \alpha_p \beta & R_X[-1] & \cdots & R_X[-N] \\ R_X[1] & R_X[0] + \sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_2 \alpha_p \beta & \cdots & R_X[-N+1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_X[N] & R_X[N-1] & \cdots & R_X[0] + \sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_2 \alpha_p \beta \end{bmatrix}.$$

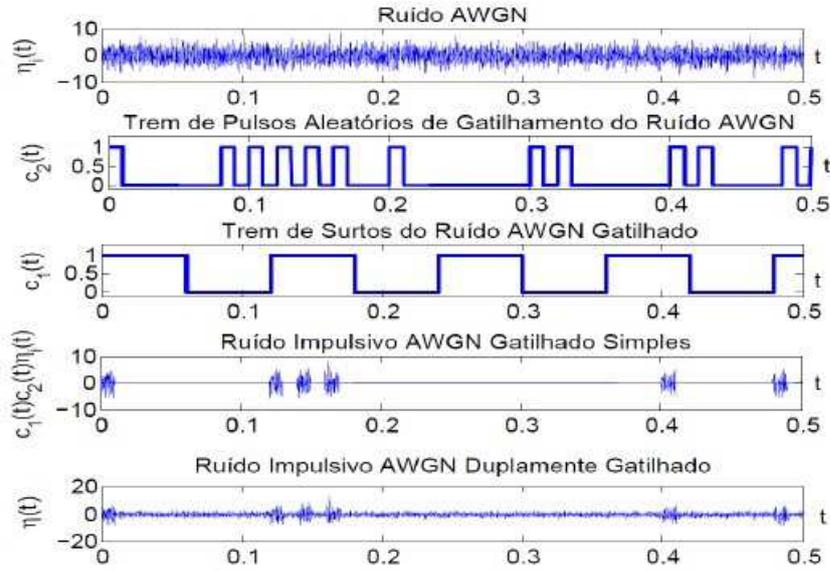


Figura 10.7 Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário composto com ocorrência aleatória de pulsos e determinística de surtos (extraído de (ARAÚJO, 2013)).

10.2.7 Ruído Aditivo Gaussiano Branco Duplamente Gatilhado Binário Composto com Ocorrência Aleatória de Surtos e Determinística de Pulsos

Este modelo é caracterizado pela presença de duas fontes de ruído Gaussiano, uma permanente $\eta_g(t)$, denominada ruído de fundo, e a outra intermitente $\eta_i(t)$ com ocorrência aleatória de surtos e determinística de pulsos. O ruído $\eta(t)$ é representado por

$$\eta(t) = \eta_g(t) + C_1(t)C_2(t)\eta_i(t), \quad (10.40)$$

em que $C_1(t)$ e $C_2(t)$ são funções auxiliares que caracterizam os surtos e pulsos, respectivamente, e $\eta_i(t)$ é o modelo AWGN. Na Figura 10.8 é mostrada uma realização desse processo obtida a partir do modelo descrito.

A função de autocorrelação média para esse caso é dada por

$$R_\eta(\tau) = [\sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_1 \alpha_p \beta] \delta(\tau) \quad (10.41)$$

e a matriz \mathbf{R}_Y é dada por

$$\mathbf{R}_Y = \begin{bmatrix} R_X[0] + \sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_1 \alpha_p \beta & R_X[-1] & \cdots & R_X[-N] \\ R_X[1] & R_X[0] + \sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_1 \alpha_p \beta & \cdots & R_X[-N+1] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_X[N] & R_X[N-1] & \cdots & R_X[0] + \sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_1 \alpha_p \beta \end{bmatrix}.$$

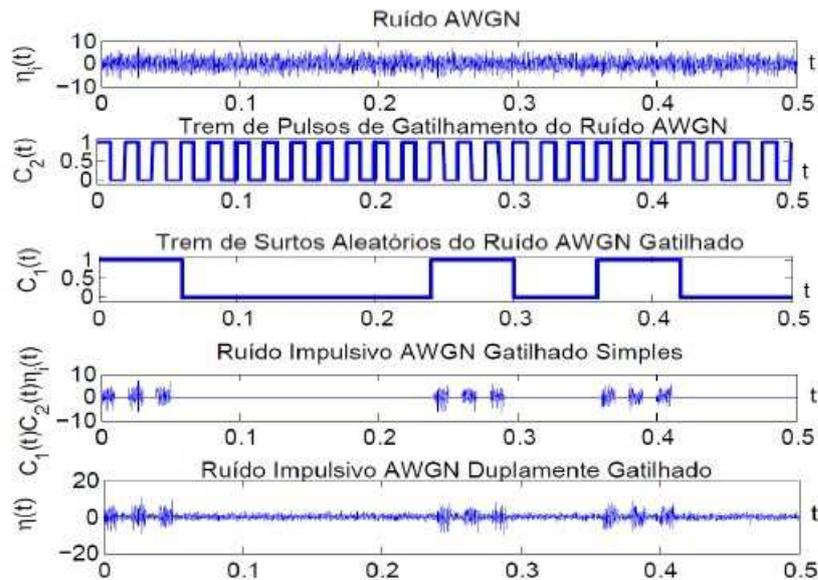


Figura 10.8 Função amostra do ruído aditivo Gaussiano branco duplamente gatilhado binário composto com ocorrência determinística de pulsos e aleatória de surtos (extraído de (ARAÚJO, 2013)).

10.3 Filtragem de Wiener Aplicada a um Sinal OFDM sujeito ao Ruído G^2 AWGN

10.3.1 Função de Autocorrelação do Sinal OFDM

A expressão normalizada para um sinal OFDM é dada pelo somatório de N_s subportadoras, representada no tempo discreto por

$$X(n) = \frac{1}{\sqrt{N_s}} \sum_{k=1}^{N_s} m_k \exp\left(j \frac{2\pi nk}{N_s}\right), \quad (10.42)$$

em que m_k é o k -ésimo símbolo da constelação M -QAM.

A autocorrelação para esse sinal nos instantes n_1 e n_2 , representada por $R_X(n_1, n_2)$, é dada por

$$\begin{aligned}
R_X(n_1, n_2) &= E[X(n_1)X^*(n_2)] \\
&= E \left[\frac{1}{\sqrt{N_s}} \sum_{k=1}^{N_s} m_k \exp \left(j \frac{2\pi n_1 k}{N_s} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{N_s}} \sum_{p=1}^{N_s} m_p^* \exp \left(-j \frac{2\pi n_2 p}{N_s} \right) \right] \\
&= \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{p=1}^{N_s} E \left[m_k m_p^* \exp \left(j \frac{2\pi}{N_s} (n_1 k - n_2 p) \right) \right] \\
&= \frac{1}{N_s} \underbrace{\sum_{k=1}^{N_s} E[m_k^2] \exp \left(j \frac{2\pi k}{N_s} (n_1 - n_2) \right)}_{k=p} \\
&\quad + \frac{1}{N_s} \underbrace{\sum_{k=1}^{N_s} \sum_{p=1}^{N_s} E[m_k m_p^*] \exp \left(j \frac{2\pi}{N_s} (n_1 k - n_2 p) \right)}_{k \neq p}. \tag{10.43}
\end{aligned}$$

Como a constelação considerada é simétrica e formada por símbolos independentes, pode-se reescrever a Equação 10.43 como

$$R_X(n_1, n_2) = \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} E[m_k^2] \exp \left(j \frac{2\pi k}{N_s} (n_1 - n_2) \right). \tag{10.44}$$

Assumindo que a energia média dos símbolos M -QAM é dada por

$$E[m_k^2] = \sigma_M^2, \tag{10.45}$$

tem-se

$$R_X(n_1, n_2) = \frac{\sigma_M^2}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \exp \left(j \frac{2\pi}{N_s} k (n_1 - n_2) \right). \tag{10.46}$$

Tratando o termo do somatório como uma progressão geométrica com N_s termos, pode-se reescrever a função de autocorrelação do sinal OFDM como

$$\begin{aligned}
R_X(n_1, n_2) &= \frac{\sigma_M^2}{N_s} \left[\frac{\exp \left(j \frac{2\pi}{N_s} (n_1 - n_2) \right) (1 - \exp (j 2\pi (n_1 - n_2)))}{1 - \exp \left(j \frac{2\pi}{N_s} (n_1 - n_2) \right)} \right] \\
&= \sigma_M^2 \exp \left(j \frac{\pi (n_1 - n_2) (1 + N_s)}{N_s} \right) \cdot \frac{\text{sinc}(n_1 - n_2)}{\text{sinc} \left(\frac{n_1 - n_2}{N_s} \right)} \\
&= \sigma_M^2 \delta(n_1 - n_2), \tag{10.47}
\end{aligned}$$

em que $\delta(\cdot)$ é a função impulso e $\text{sinc}(x) = \frac{\text{sen}(\pi x)}{\pi x}$.

10.3.2 Avaliação Numérica

Para a análise numérica da estratégia de mitigação proposta é considerado que o sinal transmitido é um sinal OFDM, dado pela Equação 10.42 e com função de autocorrelação dada pela Equação 10.47. Na simulação, um conjunto de amostras do sinal $X(n)$ foram geradas e adicionadas ao ruído impulsivo com diferentes valores dos parâmetros α_p e β . Os valores utilizados para N_s e M foram, respectivamente, 1024 e 64.

Na Figura 10.9 é mostrado o erro quadrático médio $E[e^2]$ em função da relação sinal-ruído permanente δ_g , entre o sinal recebido e sua estimativa obtida, para o modelo do ruído G²AWGN com ocorrências aleatória de surtos e pulsos, considerando

$$R_\eta(k) = [\sigma_g^2 + \sigma_i^2 p_1 p_2 \alpha_p \beta] \delta(k)$$

e cinco diferentes valores de α_p e β . O número de amostras usadas para o cálculo das estimativas dos parâmetros do ruído impulsivo foi 10^4 . O vetor de coeficientes \mathbf{h} para esse caso é dado por

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{1}{\delta_g} + \frac{p_1 p_2 \alpha_p \beta}{\delta_i} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 + \frac{1}{\delta_g} + \frac{p_1 p_2 \alpha_p \beta}{\delta_i} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 + \frac{1}{\delta_g} + \frac{p_1 p_2 \alpha_p \beta}{\delta_i} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (10.48)$$

em que δ_g e δ_i são, respectivamente, a relação sinal-ruído permanente e a relação sinal-ruído impulsivo por *bit*. Os coeficientes do filtro mitigador proposto necessitam dos parâmetros do ruído impulsivo estimados pelo método dos momentos ou pelo método de máxima verossimilhança, por meio do algoritmo EM. O estimador observa o ruído do canal durante uma janela de tempo e fornece as estimativas obtidas para o filtro de mitigação.

Ao observar a Figura 10.9, percebe-se que o aumento das durações de surtos (β) ou pulsos (α_p) em um evento impulsivo ocasiona um pior desempenho do estimador, resultando em maiores valores de erro. Isso ocorre porque o aumento desses parâmetros implica em um acréscimo no tempo que o ruído impulsivo está presente no sistema. A convergência do erro é obtida para valores de $\delta_g > 18$ dB.

10.4 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo foi apresentada uma estratégia de mitigação dos efeitos nocivos do ruído G²AWGN a partir da teoria de sistemas lineares ótimos. A partir do modelo geral do ruído G²AWGN, sete modelos mais simples foram descritos. Para cada modelo analisado, foram apresentados o vetor de coeficientes \mathbf{h} do filtro linear ótimo capaz de eliminar a interferência causada pelo ruído impulsivo.

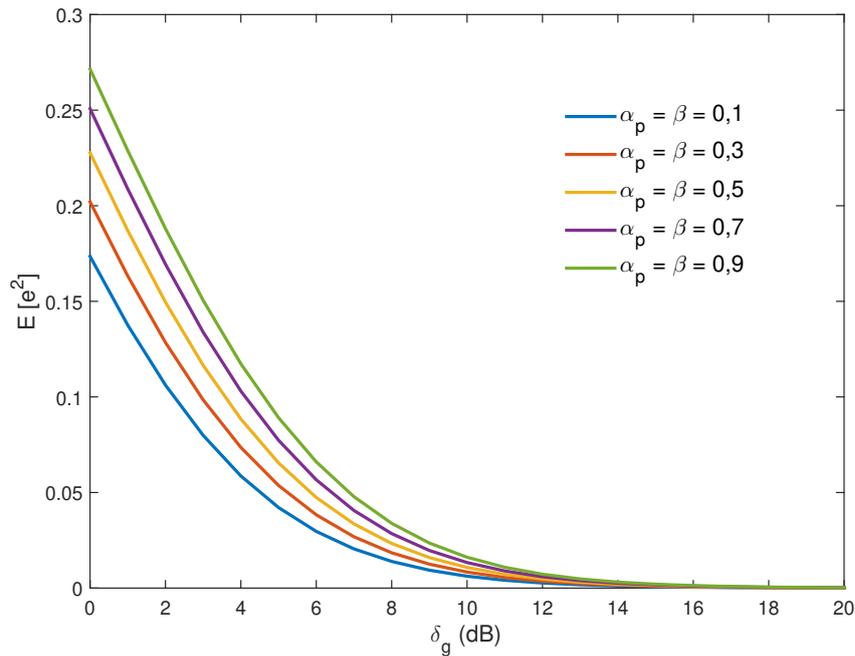


Figura 10.9 Erro quadrático médio $E[e^2]$ em função de δ_g entre o sinal recebido e sua estimativa. Os valores dos parâmetros adotados na geração desta figura foram $N_s = 1024$ e $M = 64$.

Análises numéricas da estratégia de mitigação também foram propostas neste capítulo. O modelo considerou a transmissão de um sinal OFDM. Para este modelo de sinal, verificou-se que o filtro apresentado conseguiu minimizar a interferência causada pelo ruído G^2 AWGN. Percebeu-se também que o aumento das durações de surtos ou pulsos em um evento impulsivo implicam um pior desempenho do estimador, resultando em um maior valor de erro quadrático médio.

No próximo capítulo, são apresentadas as conclusões dos resultados obtidos até aqui e sugestões de trabalhos futuros relativos à pesquisa.

CAPÍTULO 11

Conclusões

Esta tese apresenta um estudo da transmissão de sinais modulados digitalmente em sistemas de comunicações sem fio. Dessa análise, avaliações de desempenho das transmissões de sinais em diversos ambientes *indoor* e *outdoor* sob a influência do modelo de ruído G^2 AWGN e diferentes tipos de desvanecimento, como o η - μ , κ - μ e α - μ , foram realizadas por meio do parâmetro probabilidade de erro de *bit* (PEB), P_e . Nas análises de desempenho do receptor, expressões exatas e inéditas para o cálculo da PEB do esquema de modulação em amplitude e quadratura M -ário (M -QAM) para cada modelo de ruído e desvanecimento apresentado foram obtidas. Variações dessas expressões, considerando que a ocorrência do ruído impulsivo é realizada por um processo aleatório $C(t)$, controlado por um processo de Poisson (processo telegráfico) ou de Markov, foram também apresentadas.

Nos resultados obtidos para cada modelo analisado, percebeu-se que algumas curvas de PEB apresentaram um comportamento assintótico, tendendo a um valor constante com o aumento da relação sinal-ruído permanente. Isso ocorre porque quando a potência do ruído permanente diminui em relação à potência do sinal, o componente do ruído impulsivo continua afetando o desempenho do receptor. Com relação a diferentes valores de probabilidades de ocorrências e durações de pulsos e surtos em um evento impulsivo, verificou-se que à medida que esses valores aumentam, maior é a PEB obtida. Isso ocorre porque o aumento desses parâmetros implica uma maior probabilidade e duração de o ruído impulsivo estar presente no sistema. Comportamento similar é observado nas curvas de PEB em função de relação sinal-ruído permanente conforme o número médio de transições dos estados zero para um aumenta. Em relação aos efeitos do aumento da ordem da constelação, verificou-se que o desempenho do receptor piorou com o aumento da ordem M pois mais próximos na constelação encontram-se os símbolos e o receptor está mais susceptível a cometer erros no processo de decisão.

Uma variação dos modelos apresentados anteriormente foi também realizada nesta tese utilizando cadeias de Markov para modelagem do canal de comunicações sem fio. Nesse novo estudo, o sinal recebido considerado foi afetado por desvanecimento η - μ ou κ - μ e ruído G^2 AWGN. Em cada modelo analisado, a alternância entre os dois tipos de desvanecimento foi

caracterizada de forma aleatória, como transições entre dois estados em uma cadeia de Markov com suas respectivas probabilidades. A escolha da cadeia de Markov foi por ter parecido aos autores a ferramenta matemática mais apropriada para modelar essas alternâncias súbitas do perfil estatístico do desvanecimento.

Além disso, um teste de hipóteses para detectar a presença do ruído impulsivo e duas técnicas para estimar os parâmetros da função densidade de probabilidade (FDP) que caracteriza o ruído G^2 AWGN foram apresentadas. A primeira técnica de estimação consistiu no uso do método dos momentos (MOM) e a segunda no uso do método da máxima verossimilhança, por meio do algoritmo EM. Uma análise comparativa da qualidade de ambas as técnicas foi realizada por meio da média das estimativas e da raiz quadrada do erro médio quadrático normalizado para cada parâmetro estimado. Percebeu-se, a partir das análises realizadas, que o método EM apresentou melhores resultados na estimação e convergência que o MOM, mesmo para um número de amostras pequeno. Em contrapartida, uma maior complexidade foi associada ao método EM. Os estimadores apresentados neste estudo têm a função de observar o ruído do canal durante uma janela de tempo e fornecer os valores estimados para os filtros mitigadores do ruído impulsivo, também propostos nesta tese.

Dois técnicas de diversidade, uma espacial, denominada recepção com combinação por razão máxima (MRC), e outra de polarização, por meio do uso da álgebra dos quatérnios foram também utilizadas com o objetivo de diminuir as PEB e tornar a transmissão menos susceptível aos efeitos do modelo de ruído impulsivo e desvanecimento considerados neste estudo. Expressões de PEB inéditas e exatas, com a inclusão destas técnicas, foram também apresentadas e analisadas nesta tese.

Também foi apresentada uma estratégia de mitigação dos efeitos do ruído G^2 AWGN a partir da teoria de sistemas lineares ótimos. Simulações da estratégia de mitigação proposta foram realizadas para um modelo de sinal OFDM, com o objetivo de verificar o desempenho dos filtros apresentados. Foi verificado que o filtro ótimo projetado conseguiu minimizar a ação do ruído G^2 AWGN. Percebeu-se também que quanto maior o valor dos parâmetros do ruído impulsivo, no que diz respeito às durações de pulsos e surtos, pior é o desempenho do estimador, resultando em um maior valor de erro quadrático médio.

11.1 Artigos Publicados e Submetidos

1. H. S. Silva, M. S. de Alencar, W. J. L. de Queiroz e R. A. Coelho. *Mitigação do Ruído Impulsivo Gaussiano Gatilhado Binário*. Encontro Anual do Iecom em Comunicações, Redes e Criptografia (Encom), Fortaleza – CE, Outubro, 2016.
2. H. S. Silva, M. S. de Alencar, W. J. L. de Queiroz e R. A. Coelho. *Estratégia de Mitigação do Ruído Impulsivo Gaussiano Gatilhado e Duplamente Gatilhado em Sistemas de*

- Comunicações Digitais*. Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT), São Pedro – SP, Setembro, 2017.
3. H. S. Silva, M. S. de Alencar, W. J. L. de Queiroz, D. B. T Almeida e F. Madeiro. *Bit Error Probability of M-QAM Subject to Impulsive Noise and Rayleigh Fading*. Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT), Campina Grande – PB, Setembro, 2018.
 4. H. S. Silva, W. J. L. de Queiroz, D. B. T Almeida, H. F. dos S. Sousa e G. Xavier. *Estimativa dos Parâmetros do Ruído Impulsivo Gerado Laboratorialmente Utilizando o Método dos Momentos*. Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT), Campina Grande – PB, Setembro, 2018.
 5. H. S. Silva, W. J. L. de Queiroz e J. C. C. Vieira. *Aplicação do Teste de Aderência de Ajuste de Curva de Kolmogorov-Smirnov à Estimação de SNR em um Modelo de Sinal Recebido sob Desvanecimento Nakagami*. Simpósio Brasileiro de Telecomunicações (SBrT), Campina Grande – PB, Setembro, 2018.
 6. H. S. Silva, M. S. de Alencar, W. J. L. de Queiroz, R. D. Gomes, D. B. T Almeida e J. C. C. Vieira. *Estimação dos Parâmetros do Ruído Impulsivo por meio do Método dos Momentos e do Método da Máxima Verossimilhança*. Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica (SBMO) e o Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo (CBMag), Santa Rita do Sapucaí – MG, Agosto, 2018.
 7. H. S. Silva, M. S. de Alencar, W. J. L. de Queiroz, D. B. T Almeida and F. Madeiro. *Closed-Form Expression for the Bit Error Probability of the M-QAM for a Channel Subjected to Impulsive Noise and Nakagami Fading*. *Wireless Communication and Mobile Computing*, Vol. 2018, October 2018.
 8. H. S. Silva, M. S. de Alencar, W. J. L. de Queiroz, R. A. Coelho and F. Madeiro. *Bit Error Probability of M-QAM Under Impulsive Noise and Fading Modeled by Markov Chains*. *Radioengineering*, Vol. 27, No. 4, December 2018.

11.2 Trabalhos Futuros

São apontadas as seguintes propostas para a continuação da pesquisa:

1. Obter expressões para avaliação da PEB do esquema M -QAM com o canal de comunicações sob os efeitos do ruído G^2 AWGN binário ou multinível e desvanecimento η - μ , κ - μ ou α - μ usando técnicas de diversidade em modulação e cooperativa.
2. Determinar expressões exatas e inéditas para avaliação da PEB do esquema θ -QAM M -ária com o canal de comunicações sob os efeitos do ruído G^2 AWGN binário ou multinível e desvanecimento η - μ , κ - μ ou α - μ usando cadeias de Markov.

3. Avaliar a PEB na saída do filtro de mitigação, modelado por um sistema linear.
4. Investigar e aplicar outras técnicas de mitigação do ruído impulsivo ao modelo de canal de comunicações apresentado nesta tese.
5. Realizar testes experimentais em indústrias para validar os modelos de canais apresentados neste trabalho.
6. Uso de sensoriamento espectral nos modelos de canais apresentados nesta tese.

APÊNDICE A

Avaliação Estatística do Estimador Proposto pelo Método dos Momentos

Para verificar a eficiência do estimador proposto pelo método dos momentos é necessário calcular a variância de cada estimativa e analisar se ela diminui à medida que o número de amostras aumenta. A variância de cada estimativa é dada por (KAY, 1993)

$$\text{var}(\hat{\theta}) = \frac{\partial g}{\partial \mathbf{T}} \Big|_{\mathbf{T}=\vec{\mu}}^T \mathbf{C}_T \frac{\partial g}{\partial \mathbf{T}} \Big|_{\mathbf{T}=\vec{\mu}}, \quad (\text{A.1})$$

em que \mathbf{C}_T é a matriz de covariância de \mathbf{T} , $\mathbf{T} = [T_1 T_2 \cdots T_r]^T$ é o vetor de momentos amostrais de $\eta(t)$, $\vec{\mu} = [\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_r]$ é vetor dos valores médios dos momentos amostrais, $\hat{\theta}$ é a variável estimada e $g(\cdot)$ é a função em termos da qual o estimador é escrito.

Dada as Equações

$$\begin{cases} \eta_2 &= \alpha_p \beta p_1 p_2 \sigma_i^2 + \sigma_g^2 \\ \eta_4 &= 3\alpha_p \beta p_1 p_2 (\sigma_g^2 + \sigma_i^2)^2 + 3(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) (\sigma_g^2)^2 \\ \eta_6 &= 15\alpha_p \beta p_1 p_2 (\sigma_g^2 + \sigma_i^2)^3 + 15(1 - \alpha_p \beta p_1 p_2) (\sigma_g^2)^3 \end{cases}$$

e definindo

$$\begin{cases} x &= \sigma_g^2 \\ y &= \sigma_i^2 \\ z &= p \\ w &= \alpha_p \beta \end{cases}$$

é possível reescrevê-las como

$$\begin{cases} \eta_2 &= zwy + x \\ \eta_4 &= 3zw(x + y)^2 + 3(1 - zw)x^2 \\ \eta_6 &= 15zw(x + y)^3 + 15(1 - zw)x^3 \end{cases}$$

Se

$$zw = a \quad (\text{A.2})$$

e

$$(1 - zw) = b, \quad (\text{A.3})$$

tem-se

$$\begin{cases} \eta_2 = ay + x \\ \frac{\eta_4}{3} = a(x + y)^2 + bx^2 \\ \frac{\eta_6}{15} = a(x + y)^3 + bx^3 \end{cases}$$

Isolando a variável x na primeira equação do sistema acima e substituindo-a na segunda equação, é possível estimar o valor dos parâmetros σ_g^2 e σ_i^2 a partir das seguintes expressões

$$\hat{\sigma}_g^2 = n_2 - a \sqrt{\frac{3n_2^2 - n_4}{3(a^2 - a)}} = x \quad (\text{A.4})$$

e

$$\hat{\sigma}_i^2 = \sqrt{\frac{3n_2^2 - n_4}{3(a^2 - a)}} = y. \quad (\text{A.5})$$

Substituindo as expressões de x e y na terceira equação do sistema é possível estimar o valor da constante $a = \alpha_{pp}$ a partir da seguinte equação

$$\frac{\eta_6}{15} = a \left[n_2 - \sqrt{C_1 \cdot \frac{a-1}{a}} \right]^3 + (1-a) \left[n_2 - \sqrt{C_1 \cdot \frac{a}{a-1}} \right]^3, \quad (\text{A.6})$$

em que

$$C_1 = \frac{3n_2^2 - n_4}{3}.$$

Ao analisar a Equação A.6, percebe-se que a variável a é função dos momentos amostrais η_2 , η_4 e η_6 , logo pode-se escrever

$$a = f(\eta_2, \eta_4, \eta_6). \quad (\text{A.7})$$

Fazendo

$$T_1 = \eta_2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \eta^2[n], \quad (\text{A.8})$$

$$T_2 = \eta_4 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \eta^4[n], \quad (\text{A.9})$$

$$T_3 = \eta_6 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \eta^6[n], \quad (\text{A.10})$$

e substituindo a por $f(T_1, T_2, T_3)$ nas Equações A.4, A.5 e A.6, tem-se respectivamente

$$\begin{aligned} x(T_1, T_2, T_3) &= T_1 - \frac{1}{\sqrt{3}} (f^2(T_1, T_2, T_3)(3T_1^2 - T_2))^{1/2} \\ &\quad \times (f^2(T_1, T_2, T_3) - f(T_1, T_2, T_3))^{-1/2}, \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$y(T_1, T_2, T_3) = \frac{1}{\sqrt{3}} (3T_1^2 - T_2)^{1/2} (f^2(T_1, T_2, T_3) - f(T_1, T_2, T_3))^{-1/2} \quad (\text{A.12})$$

e

$$\begin{aligned} \frac{T_3}{15} &= f(T_1, T_2, T_3) \left[T_1 - \left(\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)} \right)^{1/2} \right]^3 \\ &\quad + (1 - f(T_1, T_2, T_3)) \left[T_1 - \left(\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3))}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)} \right)^{1/2} \right]^3. \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Tomando a derivada parcial da Equação A.11 em relação a T_1 , T_2 e T_3 , tem-se respectivamente

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) &= 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \left[-\frac{1}{2} (f^2(T_1, T_2, T_3)(3T_1^2 - T_2))^{1/2} (f^2(T_1, T_2, T_3) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - f(T_1, T_2, T_3))^{-3/2} \left(2f(T_1, T_2, T_3) \frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) - \frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[(f(T_1, T_2, T_3))^{-2} (3T_1^2 - T_2)^{-1/2} \frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) + 6T_1 f^2(T_1, T_2, T_3) \right] \right. \\ &\quad \left. \times (f^2(T_1, T_2, T_3) - f(T_1, T_2, T_3))^{-1/2} \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) &= -\frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \left[-\frac{1}{2} (f^2(T_1, T_2, T_3)(3T_1^2 - T_2))^{1/2} (f^2(T_1, T_2, T_3) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - f(T_1, T_2, T_3))^{-3/2} \left(2f(T_1, T_2, T_3) \frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) - \frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) \right) \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[(3T_1^2 - T_2)^{1/2} \frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) - f^2(T_1, T_2, T_3) \right] \right. \\ &\quad \left. \times (f^2(T_1, T_2, T_3) - f(T_1, T_2, T_3))^{-1/2} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) = & -\frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \left[-\frac{1}{2}(f^2(T_1, T_2, T_3)(3T_1^2 - T_2))^{1/2}(f^2(T_1, T_2, T_3) \right. \right. \\ & - f(T_1, T_2, T_3))^{-3/2} \left(2f(T_1, T_2, T_3) \frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) - \frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) \right) \left. \right] \\ & + \left[(3T_1^2 - T_2)^{1/2} \frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) \right] [f^2(T_1, T_2, T_3) - f(T_1, T_2, T_3)]^{-1/2} \left. \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

Derivando parcialmente a Equação A.12 em relação a T_1 , T_2 e T_3 , tem-se respectivamente

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) = & \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \left[\left(-\frac{1}{2}(3T_1^2 - T_2)^{1/2}(f^2(T_1, T_2, T_3) - f(T_1, T_2, T_3))^{-3/2} \right) \right. \right. \\ & \times \left(2f(T_1, T_2, T_3) \frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) - \frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) \right) \left. \right] \\ & + \left[3T_1 (f^2(T_1, T_2, T_3) - f(T_1, T_2, T_3))^{-1/2} (3T_1^2 - T_2)^{-1/2} \right] \left. \right\}, \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) = & \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \left[\left(-\frac{1}{2}(3T_1^2 - T_2)^{1/2}(f^2(T_1, T_2, T_3) - f(T_1, T_2, T_3))^{-3/2} \right) \right. \right. \\ & \times \left(2f(T_1, T_2, T_3) \frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) - \frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) \right) \left. \right] \\ & + \left[-\frac{1}{2} (f^2(T_1, T_2, T_3) - f(T_1, T_2, T_3))^{-1/2} (3T_1^2 - T_2)^{-1/2} \right] \left. \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) = & \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\left(-\frac{1}{2}(3T_1^2 - T_2)^{1/2}(f^2(T_1, T_2, T_3) - f(T_1, T_2, T_3))^{-3/2} \right) \right. \\ & \times \left(2f(T_1, T_2, T_3) \frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) - \frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) \right) \left. \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Derivando parcialmente a Equação A.13 em relação a T_1 , T_2 e T_3 , tem-se respectivamente

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^3 \\
&+ 3f(T_1, T_2, T_3) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^2 \\
&\times \left[1 - \frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)} \right]^{-1/2} \right] \\
&\times \left\{ \left[\left(6T_1(f(T_1, T_2, T_3) - 1) + (3T_1^2 - T_2) \frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) \right) (3f(T_1, T_2, T_3)) \right] \right. \\
&- \left. \left[(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1) \left(3 \frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) \right) \right] \right\} \times \frac{1}{9f^2(T_1, T_2, T_3)} \\
&- \frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3))}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^3 \\
&+ 3(1 - f(T_1, T_2, T_3)) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3))}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^2 \\
&\times \left[1 - \frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3))}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)} \right]^{-1/2} \right] \\
&\times \left\{ \left[\left(6T_1 f(T_1, T_2, T_3) + (3T_1^2 - T_2) \frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) \right) (3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)) \right] \right. \\
&- \left. \left[(3T_1^2 - T_2) f(T_1, T_2, T_3) \left(3 \frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) \right) \right] \right\} \times \frac{1}{9(f(T_1, T_2, T_3) - 1)^2}, \quad (\text{A.20})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^3 \\
&+ 3f(T_1, T_2, T_3) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^2 \\
&\times \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)} \right]^{-1/2} \right] \\
&\times \left\{ \left[\left(-(f(T_1, T_2, T_3) - 1) + (3T_1^2 - T_2) \frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) \right) (3f(T_1, T_2, T_3)) \right] \right. \\
&- \left. \left[(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1) \left(3 \frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) \right) \right] \right\} \times \frac{1}{9f^2(T_1, T_2, T_3)} \\
&- \frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3))}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^3 \\
&+ 3(1 - f(T_1, T_2, T_3)) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3))}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^2 \\
&\times \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3))}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)} \right]^{-1/2} \right] \\
&\times \left\{ \left[\left(-f(T_1, T_2, T_3) + (3T_1^2 - T_2) \frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) \right) (3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)) \right] \right. \\
&- \left. \left[(3T_1^2 - T_2)f(T_1, T_2, T_3) \left(3 \frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) \right) \right] \right\} \times \frac{1}{9(f(T_1, T_2, T_3) - 1)^2} \quad (\text{A.21})
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
\frac{1}{15} &= \frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^3 \\
&+ 3f(T_1, T_2, T_3) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^2 \\
&\times \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)} \right]^{-1/2} \right] \\
&\times \left\{ \left[\left((3T_1^2 - T_2) \frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) \right) (3f(T_1, T_2, T_3)) \right] \right. \\
&- \left. \left[(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1) \left(3 \frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) \right) \right] \right\} \times \frac{1}{9f^2(T_1, T_2, T_3)} \\
&- \frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3))}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^3 \\
&+ 3(1 - f(T_1, T_2, T_3)) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3))}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^2 \\
&\times \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3))}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)} \right]^{-1/2} \right] \\
&\times \left\{ \left[\left((3T_1^2 - T_2) \frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) \right) (3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)) \right] \right. \\
&- \left. \left[(3T_1^2 - T_2)f(T_1, T_2, T_3) \left(3 \frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) \right) \right] \right\} \times \frac{1}{9(f(T_1, T_2, T_3) - 1)^2}. \quad (\text{A.22})
\end{aligned}$$

Isolando os termos que dependem somente das derivadas, $\frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3)$, $\frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3)$ e $\frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3)$, nas Equações A.20, A.21 e A.22 tem-se

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial T_1}(T_1, T_2, T_3) = & \left\{ 6T_1 f(T_1, T_2, T_3) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)f(T_1, T_2, T_3)}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^2 \right. \\
& \times \left[1 - \frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)f(T_1, T_2, T_3)}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)} \right]^{-1/2} \right] \\
& - 6T_1(f(T_1, T_2, T_3) - 1) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^2 \\
& \times \left[1 - \frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)} \right]^{-1/2} \right] \left. \right\} \\
& \times \left\{ \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^3 - \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)f(T_1, T_2, T_3)}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^3 \right. \\
& + \frac{(3T_1^2 - T_2)}{f(T_1, T_2, T_3)} \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^2 \\
& \times \left[1 - \frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)} \right]^{-1/2} \right] \\
& + \frac{(3T_1^2 - T_2)}{f(T_1, T_2, T_3) - 1} \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3))}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^2 \\
& \times \left. \left[1 - \frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)f(T_1, T_2, T_3)}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)} \right]^{-1/2} \right] \right\}^{-1}, \tag{A.23}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial T_2}(T_1, T_2, T_3) = & \left\{ (f(T_1, T_2, T_3) - 1) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^2 \right. \\
& \times \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)} \right]^{-1/2} \right] \\
& - f(T_1, T_2, T_3) \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)f(T_1, T_2, T_3)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^2 \\
& \times \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)} \right]^{-1/2} \right] \left. \right\} \\
& \times \left\{ \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^3 - \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)f(T_1, T_2, T_3)}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^3 \right. \\
& + \frac{(3T_1^2 - T_2)}{f(T_1, T_2, T_3)} \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^2 \\
& \times \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)} \right]^{-1/2} \right] \\
& + \frac{(3T_1^2 - T_2)}{f(T_1, T_2, T_3) - 1} \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3))}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^2 \\
& \times \left. \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)f(T_1, T_2, T_3)}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)} \right]^{-1/2} \right] \right\}^{-1} \tag{A.24}
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f}{\partial T_3}(T_1, T_2, T_3) = & \left\{ \frac{1}{15} \right\} \left\{ \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^3 \right. \\
& - \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)f(T_1, T_2, T_3)}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^3 \\
& + \frac{(3T_1^2 - T_2)}{f(T_1, T_2, T_3)} \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)}} \right]^2 \\
& \times \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}{3f(T_1, T_2, T_3)} \right]^{-1/2} \right] \\
& + \frac{(3T_1^2 - T_2)}{f(T_1, T_2, T_3) - 1} \left[T_1 - \sqrt{\frac{(3T_1^2 - T_2)(f(T_1, T_2, T_3)}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)}} \right]^2 \\
& \left. \times \left[-\frac{1}{2} \left[\frac{(3T_1^2 - T_2)f(T_1, T_2, T_3)}{3(f(T_1, T_2, T_3) - 1)} \right]^{-1/2} \right] \right\}^{-1}. \tag{A.25}
\end{aligned}$$

Os termos apresentados nas Equações A.23, A.24 e A.25 são necessários para calcular as derivadas parciais das variáveis x e y em relação a T_1 , T_2 e T_3 , conforme apresentado nas Equações A.20, A.21 e A.22.

Considerando $\hat{\theta} = \hat{\sigma}_g^2$ na Equação A.1, tem-se que a variância da estimativa $\hat{\sigma}_g^2$ é dada por

$$\text{var}(\hat{\sigma}_g^2) = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial T_1} \\ \frac{\partial x}{\partial T_2} \\ \frac{\partial x}{\partial T_3} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \text{cov}(T_1, T_1) & \text{cov}(T_1, T_2) & \text{cov}(T_1, T_3) \\ \text{cov}(T_2, T_1) & \text{cov}(T_2, T_2) & \text{cov}(T_2, T_3) \\ \text{cov}(T_3, T_1) & \text{cov}(T_3, T_2) & \text{cov}(T_3, T_3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial T_1} \\ \frac{\partial x}{\partial T_2} \\ \frac{\partial x}{\partial T_3} \end{pmatrix}. \tag{A.26}$$

Para $\hat{\theta} = \hat{\sigma}_i^2$, a variância da estimativa $\hat{\sigma}_i^2$ é dada por

$$\text{var}(\hat{\sigma}_i^2) = \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial T_1} \\ \frac{\partial y}{\partial T_2} \\ \frac{\partial y}{\partial T_3} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \text{cov}(T_1, T_1) & \text{cov}(T_1, T_2) & \text{cov}(T_1, T_3) \\ \text{cov}(T_2, T_1) & \text{cov}(T_2, T_2) & \text{cov}(T_2, T_3) \\ \text{cov}(T_3, T_1) & \text{cov}(T_3, T_2) & \text{cov}(T_3, T_3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial y}{\partial T_1} \\ \frac{\partial y}{\partial T_2} \\ \frac{\partial y}{\partial T_3} \end{pmatrix}. \tag{A.27}$$

Por fim, a variância da estimativa $\hat{\alpha}p$ é dada por

$$\text{var}(\hat{\alpha}p) = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial T_1} \\ \frac{\partial f}{\partial T_2} \\ \frac{\partial f}{\partial T_3} \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \text{cov}(T_1, T_1) & \text{cov}(T_1, T_2) & \text{cov}(T_1, T_3) \\ \text{cov}(T_2, T_1) & \text{cov}(T_2, T_2) & \text{cov}(T_2, T_3) \\ \text{cov}(T_3, T_1) & \text{cov}(T_3, T_2) & \text{cov}(T_3, T_3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial T_1} \\ \frac{\partial f}{\partial T_2} \\ \frac{\partial f}{\partial T_3} \end{pmatrix}. \tag{A.28}$$

As covariâncias, necessárias para o cálculo das variâncias nas Equações A.26-A.28, são dadas por

$$\text{cov}(T_1, T_1) = \frac{1}{N} (E[\eta^4] - E^2[\eta^2]), \quad (\text{A.29})$$

$$\text{cov}(T_1, T_2) = \frac{1}{N} (E[\eta^6] - E[\eta^2]E[\eta^4]), \quad (\text{A.30})$$

$$\text{cov}(T_1, T_3) = \frac{1}{N} (E[\eta^8] - E[\eta^2]E[\eta^6]), \quad (\text{A.31})$$

$$\text{cov}(T_2, T_1) = \text{cov}(T_1, T_2), \quad (\text{A.32})$$

$$\text{cov}(T_2, T_2) = \frac{1}{N} (E[\eta^8] - E^2[\eta^4]), \quad (\text{A.33})$$

$$\text{cov}(T_2, T_3) = \frac{1}{N} (E[\eta^{10}] - E[\eta^4]E[\eta^6]), \quad (\text{A.34})$$

$$\text{cov}(T_3, T_1) = \text{cov}(T_1, T_3), \quad (\text{A.35})$$

$$\text{cov}(T_3, T_2) = \text{cov}(T_2, T_3), \quad (\text{A.36})$$

e

$$\text{cov}(T_3, T_3) = \frac{1}{N} (E[\eta^{12}] - E^2[\eta^6]). \quad (\text{A.37})$$

Referências Bibliográficas

AGRAWAL, P. et al. Long Term Channel Characterization for Energy Efficient Transmission in Industrial Environments. *IEEE Transactions on Communications*, v. 62, n. 8, p. 3004–3014, August 2014.

AHAMED, I.; VIJAY, M. Comparison of Different Diversity Techniques in MIMO Antennas. In: *International Conference on Communication and Electronics Systems (ICCES)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 47–50.

AHN, K. S. Performance Analysis of MIMO-MRC System in the Presence of Multiple Interferers and Noise over Rayleigh Fading Channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 8, n. 7, p. 3727–3735, July 2009.

ALMEHMADI, F. S.; BADARNEH, O. S. Performance Analysis of Outage Probability and Error Rate of Square M-QAM in Mobile Wireless Communication Systems over Generalized α - μ Fading Channels with non-Gaussian Noise. *China Communications*, v. 15, n. 1, p. 62–71, January 2018.

ALMEIDA, D. B. T. et al. BEP do Esquema M-QAM sob Ruído AWGN e Desvanecimento η - μ para Sistemas SISO e para o Receptor MRC. In: *XXXVI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais (SBrT)*. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–5.

ALTINEL, D.; KURT, G. K. Finite-state Markov Channel Based Modeling of RF Energy Harvesting Systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 1, n. 99, p. 1–13, September 2017.

AMZUCU, D. M.; LI, H.; FLEDDERUS, E. Indoor Radio Propagation and Interference in 2.4 GHz Wireless Sensor Networks: Measurements and Analysis. *Wireless Personal Communications*, v. 76, n. 2, p. 245–269, 2014.

ANGSKOG, P. et al. Sources of Disturbances on Wireless Communication in Industrial and Factory Environments. *Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility*, 2010.

ARAÚJO, E. da R. *Estudo do Ruído Impulsivo Gaussiano Gatilhado para Sistemas de Modulação Digital*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, Campina Grande, Brasil, 2013.

ARAÚJO, E. R.; QUEIROZ, W. J. L.; ALENCAR, M. S. Ruído Impulsivo Gaussiano Gatilhado por um Processo de Markov e sua Aplicação em Sistemas de Comunicação Digital. In: *XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–9.

- ARAÚJO, E. R. et al. On Gated Gaussian Impulsive Noise in M -QAM with Optimum Receivers. *Journal of Communications and Information Systems*, v. 30, n. 1, p. 10–20, March 2015.
- ARAÚJO, E. R.; QUEIROZ, W. J. L. de; ALENCAR, M. S. de. Analysis of the Burst Gated Impulsive Noise Effect in Optimum Receivers. *V International Workshop on Telecommunications – IWT*, May 2013.
- ARAÚJO, E. R.; QUEIROZ, W. J. L. de; ALENCAR, M. S. de. Analysis of the Gated Impulsive Noise in Optimum Receivers. *V International Workshop on Telecommunications – IWT*, May 2013.
- BABICH, F.; LOMBARDI, G. A Markov Model for the Mobile Propagation Channel. *IEEE Transactions on Communications*, v. 49, n. 1, p. 63–73, January 2000.
- BADARNEH, O. S.; ALMEHMADI, F. S. Performance of Multihop Wireless Networks in α - μ Fading Channels Perturbed by an Additive Generalized Gaussian Noise. *IEEE Communications Letters*, v. 20, n. 5, p. 986–989, May 2016.
- BADARNEH, O. S.; KADOCH, M.; ATAWI, I. E. A Unified Approach to Analyze the Average Bit Error Probability in Generalized Fading Channels with Additive White Generalized Gaussian Noise. In: *International Conference on Computing, Networking and Communications (ICNC)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–5.
- BARBETTA, P. A.; REIS, M. M.; BORNIA, A. C. *Estatística para Cursos de Engenharia e Informática*. 3. ed. [S.l.]: Editora Atlas, 2010.
- BLACKARD, K. L.; RAPPAPORT, T. S.; BOSTIAN, C. W. Measurements and Models of Radio Frequency Impulsive Noise for Indoor Wireless Communications. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, v. 11, n. 7, p. 991–1001, September 1993.
- CARDOSO, J. V. M. et al. On the Performance of the Energy Detector Subject to Impulsive Noise in κ - μ , α - μ and η - μ Fading Channels. *Tsinghua Science and Technology*, v. 22, p. 360–367, August 2017.
- CARLOS, J. C.; SOUSA, D. A.; MOTA, J. C. M. Modelagem de Sistema de Comunicação com Modulação Digital Baseada em Quatérnios. In: *XXXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais (SBrT)*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1–5.
- CHAN, M.; DONALDSON, R. Amplitude, Width, and Interarrival Distributions for Noise Impulses on Intrabuilding Power Line Communication Networks. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 31, n. 3, p. 320–323, April 1989.
- CHEFFENA, M. Industrial Wireless Sensor Networks: Channel Modeling and Performance Evaluation. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, v. 2012, n. 297, p. 1–8, December 2012.
- CHEFFENA, M. Propagation Channel Characteristics of Industrial Wireless Sensor Networks. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, v. 58, n. 1, p. 66–73, February 2016.
- CHO, K.; YOON, D. On the General BER Expression of one- and two-dimensional Amplitude Modulations. *IEEE Transactions on Communications*, v. 50, n. 7, p. 1074–1080, May 2002.

- CHUNG, W.; YAO, K. Modified Hidden Semi-Markov Model for Modelling the Flat Fading Channel. *IEEE Transactions on Communications*, v. 57, n. 6, p. 1806–1814, June 2009.
- COHEN, L. The History of Noise [on the 100th anniversary of its birth]. *IEEE Signal Processing Magazine*, v. 22, n. 6, p. 20–45, 2005.
- COLL, J. F. *Channel Characterization and Wireless Communication Performance in Industrial Environments*. Tese (Doctoral Thesis) — University of Gavle, Stockholm, Sweden, 2014.
- CRAIG, J. W. A New, Simple and Exact Result for Calculating the Probability of Error for Two-dimensional Signal Constellations. In: *IEEE Military Communication Conference*. [S.l.: s.n.], 1991. v. 2, p. 571–575.
- DAS, P.; SUBADAR, R. Performance Analysis of QAM for M-MRC Receiver over TWDP Fading Channels. In: *8th International Conference on Computing, Communication and Networking Technologies (ICCCNT)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1–5.
- DIETRICH, F. A.; UTSCHICK, W. Maximum Ratio Combining of Correlated Rayleigh Fading Channels with Imperfect Channel Knowledge. *IEEE Communications Letters*, v. 7, n. 9, p. 419–421, September 2003.
- ERMOLOVA, N. Y. Moment Generating Functions of the Generalized η - μ and κ - μ Distributions and Their Applications to Performance Evaluations of Communication Systems. *IEEE Communications Letters*, v. 12, n. 7, p. 502–504, July 2008.
- FARHADI, G.; BEAULIEU, N. C. Performance Analysis of Convolutional Codes over Fading Channels with Maximum Ratio Combining Diversity. In: *IEEE International Conference on Communications*. [S.l.: s.n.], 2006. v. 11, p. 5166–5171.
- FOSCHINI, G. J.; GANS, M. J. On Limits of Wireless Communications in a Fading Environment when Using Multiple Antennas. *Wireless Personal Communications*, v. 6, p. 311–335, March 1998.
- GHOSH, M. Analysis of the Effect of Impulse Noise on Multicarrier and Single Carrier QAM Systems. *IEEE Transaction Communication*, v. 44, n. 2, p. 145–147, February 1996.
- GOLDSMITH, A. *Wireless Communications*. 1st. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2005.
- GOMES, R. D. *Estimação de Qualidade de Enlace e Alocação Dinâmica de Canais em Redes de Sensores sem Fio Industriais*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande – UFCG, Campina Grande, Brasil, 2017.
- GRADSHTEYN, I. S.; RYZHIK, I. M. *Table of integral, series and products*. 1. ed. [S.l.]: Cambridge: Academic, 1979.
- GRADSHTEYN, I. S.; RYZHIK, I. M. *Table of integrals, series and products*. 7th. ed. New York: Academic Express, 2007.
- GU, J.-F.; WU, K. Quaternion Modulation for Dual-Polarized Antennas. *IEEE Communications Letters*, v. 21, n. 2, p. 286–289, September 2017.
- GUNGOR, V. C.; HANCKE, G. P. Industrial Wireless Sensor Networks: Challenges, Design Principles, and Technical Approaches. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 10, p. 4258–4265, October 2009.

- HAYKIN, S. *Communication Systems*. 4th. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2001.
- HENAREJOS, P.; PÉREZ-NEIRA, A. I. Dual Polarized Modulation and Reception for Next Generation Mobile Satellite Communications. *IEEE Transactions on Communications*, v. 63, n. 10, p. 3803–3812, October 2015.
- HIRAKAWA, T. et al. Improving Influence of Impulse Noise to OFDM Signal by Recovering Time Domain Samples. In: *Digest of Technical Papers International Conference on Consumer Electronics*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 327–328.
- JANA, N. D. M. R. et al. Outage Performance of L -MRC Diversity Scheme over Equally Correlated η - μ Fading Channels. In: *International Conference on Communications and Signal Processing (ICCSP)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1412–1416.
- JANG, W. M. Quantifying Performance in Fading Channels Using the Sampling Property of a Delta Function. *IEEE Communications Letters*, v. 15, n. 3, p. 266–268, March 2011.
- JOHNSON, J. Thermal Agitation of Electricity in Conductors. *Physical Review*, v. 32, n. 1, p. 97–109, 1928.
- JOHNSON, J. Electronic Noise, the First Two Decades. *IEEE Spectrum*, IEEE, v. 8, n. 1, p. 42–46, 1971.
- KAHN, L. Statistical Analysis of the UWB Channel in an Industrial Environment. In: *IRE (correspondence)*. [S.l.: s.n.], 1954. v. 42, p. 1074.
- KAREDAL, J. et al. Statistical Analysis of the UWB Channel in an Industrial Environment. In: *IEEE Vehicular Technology Conference*. [S.l.: s.n.], 2004. v. 1, p. 81–85.
- KAY, S. M. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*. 1st. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1993.
- KIM, D.; INGRAM, M. A.; SMITH, W. W. Small-Scale Fading for an Indoor Wireless Channel with Modulated Backscatter. In: *IEEE Vehicular Technology Conference*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 3, p. 1616–1620.
- KITAMURA, T. et al. The Impulsive Noise Reduction Using it's Replica Signal Under Class-A Impulsive Channel. In: *15th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 463–467.
- KORN, I. M -ary CPFSK-DPD with L -diversity Maximum Ratio Combining in Rician Fast-fading Channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 45, n. 4, p. 613–621, 1996.
- KUMAR, P.; SAHU, P. R. Analysis of M -PSK With MRC Receiver Over κ - μ Fading Channels With Outdated CSI. *IEEE Wireless Communications Letters*, v. 3, n. 6, p. 557–560, December 2014.
- LAGO-FERNANDEZ, J.; SALTER, J. *Modelling Impulsive Interference in DVB-T*. [S.l.], 2004.
- LANDA, I. et al. Impulsive Noise Characterization and its Effect on Digital Audio Quality. In: *IEEE International Symposium on Broadband Multimedia Systems and Broadcasting (BMSB)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–3.

- LEON-GARCIA, A. *Probability, Statistics, and Random Processes for Electrical Engineering*. 3. ed. [S.l.]: Pearson Books, 2008.
- LI, W.; ZHANG, H.; GULLIVER, T. A. Capacity and error probability for maximal ratio combining reception over correlated nakagami fading channels. *Wireless Personal Communications*, v. 37, n. 1, p. 73–89, April 2006.
- LIU, X. et al. Finite-state Markov Channel Based Modeling of RF Energy Harvesting Systems. *Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, v. 2, p. 2256–2260, May 2017.
- LIU, X. et al. Wireless Channel Modeling and Performance Analysis Based on Markov Chain. In: *29th Chinese Control And Decision Conference (CCDC)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 2256–2260.
- LOPES, P. A. C.; GERAKD, J. A. B. Iterative MMSE/MAP Impulsive Noise Reduction for OFDM. *Digital Signal Processing*, v. 69, p. 252–258, October 2017.
- LOPES, W. T. A.; ALENCAR, M. S. QPSK Detection Schemes for Rayleigh Fading Channels. *Proceedings of the IEEE International Telecommunications Symposium (ITS'02)*, September 2002.
- LOPES, W. T. A.; MADEIRO, F.; ALENCAR, M. S. Closed-Form Expression for the Bit Error Probability of Rectangular QAM Subject to Rayleigh Fading. *Proceedings of the IEEE 66th Vehicular Technology Conference*, October 2007.
- LOW, K. S.; WIN, W. N. N.; ER, M. J. Wireless Sensor Networks for Industrial Environments. In: *International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce (CIMCA-IAWTIC'06)*. [S.l.: s.n.], 2005. v. 2, p. 271–276.
- LUTZ, E. et al. The Land Mobile Satellite Communication Channel-Recording, Statistics, and Channel Codel. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 40, n. 2, p. 375–386, May 1991.
- MAGABLEH, A. M.; MATALGAH, M. M. Moment Generating Function of the Generalized α - μ Distribution with Applications. *IEEE Communications Letters*, v. 13, n. 6, p. 411–413, June 2009.
- MATHUR, A. et al. Performance Analysis of a Dual-Hop Wireless-Power Line Mixed Cooperative System. *IEEE Access*, v. 6, p. 34380–34392, July 2018.
- MEI, Z. et al. Error Probability Analysis of M -QAM on Rayleigh Fading Channels with Impulsive Noise. In: *IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC)*. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–5.
- MENGI, A.; VINCK, A. J. H. Successive Impulsive Noise Suppression in OFDM. In: *ISPLC2010*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 33–37.
- MESLEH, R. Y. et al. Spatial Modulation. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 57, n. 4, p. 2228–2241, 2008.
- MEYEN, S. P.; TWEEDIE, R. L. *Markov Chains and Stochastic Stability*. 1st. ed. [S.l.]: Springer, 2005.

- MIDDLETON, D. On the Theory of Random Noise. Phenomenological Models I. *Journal of Applied Physics*, v. 22, n. 9, p. 1143–1152, May 1951.
- MIDDLETON, D. Statistical-Physical Models of Urban Radio-Noise Environments-Part I: Foundations. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, EMC-14, n. 2, p. 38–56, May 1972.
- MIDDLETON, D. Statistical-Physical Models of Electromagnetic Interference. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, EMC-19, n. 2, p. 106–127, August 1977.
- MIDDLETON, D. Procedures for Determining the Parameters of the First-Order Canonical Models of Class A and Class B Electromagnetic Interference. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, EMC-21, n. 3, p. 190–208, August 1979.
- MIRZA, A.; KABIR, S.; SHEIKH, S. Reduction of Impulsive Noise in OFDM Systems using Adaptive Algorithms. In: *IEEE International Conference on Signal & Image Processing (ICSIP 2015)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1434–1438.
- MIRZA, A.; KABIR, S.; SHEIKH, S. Reduction of Impulsive Noise in OFDM Systems Using a Hybrid Method. In: *International Journal of Signal Processing Systems*. [S.l.: s.n.], 2016. v. 2, n. 3, p. 226–230.
- MITIC, D. et al. An Overview and Analysis of BER for Three Diversity Techniques in Wireless Communication Systems. *Yugoslav Journal of Operations Research*, v. 25, n. 2, p. 251–269, January 2015.
- NAKAGAMI, M. The m -Distribution – A General Formula of Intensity Distribution of Rapid Fading. September 1960.
- OLOFSSON, T.; AHLÉN, A.; GIDLUND, M. Modeling of the Fading Statistics of Wireless Sensor Network Channels in Industrial Environments. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 64, n. 12, p. 3021–3034, June 2016.
- PATIL, P.; MUCHHAL, N.; MISHRA, R. S. BER Reduction in Wireless System Using Spatial Diversity with MRC and Linear Average Filter. In: *International Conference on Industrial and Information Systems (ICIIS)*. [S.l.: s.n.], 2014.
- PHONG, D. N. et al. Evolving the Best Known Approximation to the Q Function. In: *Proceedings of the 14th annual conference on Genetic and evolutionary computation (GECCO '12)*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 807–814.
- PIGHI, R. et al. Fundamental Performance Limits of Communications Systems Impaired by Impulse Noise. *IEEE Transactions on Communications*, v. 57, n. 1, p. 171–182, January 2009.
- PIMENTEL, T. H. F. C.; LISBOA, L. Finite-state Markov Modeling of Correlated Rician-fading Channels. *IEEE Transactions on Communications*, v. 53, n. 5, p. 1491–1501, September 2004.
- QUEIROZ, W. J. L. de et al. Bit Error Probability of M -QAM and $I \times J$ -QAM Modulation Schemes in Nakagami Fading. *IEEE International Microwave and Optoelectronics*, p. 807–811, September 2007.

- QUEIROZ, W. J. L. de et al. An Alternative Method to Compute the Bit Error Probability of Modulation Schemes Subject to Nakagami- m Fading. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, p. 1–12, September 2010.
- QUEIROZ, W. J. L. de et al. On the Performance of M -QAM for Nakagami Channels Subject to Gated Noise. *Teltelecommunication Systems*, v. 58, n. 1, May 2018.
- ROZIC, N. et al. Multiple-Threshold Estimators for Impulsive Noise Suppression in Multicarrier Communications. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 66, n. 6, p. 1619–1633, March 2018.
- RUI, X.; YU, Y. Symbol Error Rate of MIMO MRC Systems over Time-Varying Fading Channels. *Wireless Personal Communications*, v. 56, n. 4, p. 669–674, February 2011.
- SALAHAT, E.; HAKAM, A. Novel Unified Expressions for Error Rates and Ergodic Channel Capacity Analysis over Generalized Fading Subject to AWGGN. In: *2014 IEEE Global Communications Conference*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 3976–3982.
- SALAHAT, E.; HAKAM, A. Performance Analysis of α - η - μ and α - κ - μ Generalized Mobile Fading Channels. In: *European Wireless 2014; 20th European Wireless Conference*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6.
- SALAHAT, E.; SALEH, H. Novel Average Bit Error Rate Analysis of Generalized Fading Channels Subject to Additive White Generalized Gaussian Noise. In: *IEEE Global Conference on Signal and Information Processing (GlobalSIP)*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1107–1111.
- SANCHEZ, M. G.; CUINAS, I.; ALEJOS, A. V. Interference and Impairments in Radio Communication Systems due to Industrial Shot Noise. In: *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*. [S.l.: s.n.], 2007. p. 1849–1854.
- SANCHEZ, M. G. et al. Impulsive Noise Measurements and Characterization in a UHF Digital TV Channel. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 41, n. 2, p. 124–136, May 1999.
- SANCHEZ-SALAS, D. A.; CUEVAS-RUIZ, J. L. n -states Channel Model using Markov Chains. *Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference (CERMA 2007)*, p. 342–347, September 2007.
- SCHMITT, L. et al. Maximum Ratio Combining of Correlated Diversity Branches with Imperfect Channel State Information and Colored Noise. In: *IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*. [S.l.: s.n.], 2004. p. 859–863.
- SCHOTTKY, W. Uber Spontane Stromschwankungen in Verschiedenen Elektrizitätsleitern. *Annalen der Physik*, v. 362, n. 23, p. 541–567, 1918.
- SCHWARZ, R. . *Tolerance to Noise Tests for DTV Receivers With R&S SFU-K41, -K42 and -K43. Part 1: Impulsive Noise*. [S.l.], 2007.
- SEXTON, D. et al. Radio Channel Quality in Industrial Wireless Sensor Networks. In: *Sensors for Industry Conference*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 88–94.
- SHANMUGAM, R.; CHATTAMVELLI, R. *Statistics for Scientists and Engineers*. 1st. ed. [S.l.]: John Wiley and Sons, 2015.

- SHAYESTEH, M. G. Exact Symbol and Bit Error Probabilities of Linearly Modulated Signals with Maximum Ratio Combining Diversity in Frequency Nonselective Rician and Rayleigh Fading Channels. *IET Communications*, v. 5, n. 1, p. 12–26, January 2011.
- SHHAB, L. M. H. et al. Impact of Impulsive Noise on Millimeter Wave Cellular Systems Performance. In: *10th UK-Europe-China Workshop on Millimetre Waves and Terahertz Technologies (UCMMT)*. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1–4.
- SHONGWE, T.; VINCK, A. J. H.; FERREIRA, H. C. The Effects of Periodic Impulsive Noise on OFDM. In: *IEEE International Symposium on Powerline Communications and its Applications*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 29–31.
- SILVA, C. R. C. M. da. *Soluções Generalizada para Técnicas de Diversidade-Combinação*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP, Campinas, Brasil, 2001.
- SOURY, H.; YILMAZ, F.; ALOUINI, M. S. Average Bit Error Probability of Binary Coherent Signaling over Generalized Fading Channels Subject to Additive White Generalized Gaussian Noise. *IEEE Communications Letters*, v. 16, n. 6, p. 785–789, June 2012.
- SOURY, H.; YILMAZ, F.; ALOUINI, M. S. Error Rates of M -PAM and M -QAM in Generalized Fading and Generalized Gaussian Noise Environments. *IEEE Communications Letters*, v. 17, n. 10, p. 1932–1935, October 2013.
- STENUMGAARD, P. et al. Challenges and Conditions for Wireless Machine-to-Machine Communications in Industrial Environments. *IEEE Communications Magazine*, v. 51, n. 6, p. 187–192, 2013.
- SURAWEERA, H. A. et al. Analysis of Impulse Noise Mitigation Techniques for Digital Television Systems. In: *Proc. 8th International OFDM Workshop*. [S.l.: s.n.], 2003. p. 172–176.
- TANG, L. et al. Channel Characterization and Link Quality Assessment of IEEE 802.15.4-Compliant Radio for Factory Environments. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 3, n. 2, p. 99–110, May 2007.
- TANGHE, E. et al. The Industrial Indoor Channel: Large-Scale and Temporal Fading at 900, 2400, and 5200 MHz. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, v. 7, n. 7, p. 2740–2751, July 2008.
- TAROKH, V.; SESHADRI, N.; CALDERBANK, A. R. Space-time Codes for High Data Rate Wireless Communication: Performance Criterion and Code Construction. *IEEE Transactions on Information Theory*, v. 44, n. 2, p. 744–765, March 1998.
- TIWARI, K.; SAINI, D. S. SER Improvisation of MIMO-MRC System over Weibull-Gamma Fading Channel. In: *2015 International Conference on Signal Processing and Communication (ICSC)*. [S.l.: s.n.], 2015. p. 70–73.
- TSIHRINTZIS, G. A.; NIKIAS, C. L. Performance of Optimum and Suboptimum Receivers in the Presence of Impulsive Noise Modeled as an Alpha-Stable Process. *IEEE Transactions on Communications*, v. 43, n. 234, p. 904–914, August 1995.

- TURIN, G. L. The Characteristic Function of Hermitian Quadratic Forms in Complex Normal Variables. *Biometrika*, v. 47, n. 1/2, p. 199–201, 1960.
- URBANO, J. *Estatística: Uma Nova Abordagem*. 1st. ed. [S.l.]: Editora Ciência Moderna LTDA, 2010.
- VASEGHI, V. S. *Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction*. 1st. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008.
- VU, H. V. et al. Estimating Shannon and Constrained Capacities of Bernoulli-Gaussian Impulsive Noise Channels in Rayleigh Fading. *IEEE Transactions on Communications*, v. 62, n. 6, p. 1845–1856, June 2014.
- VUCETIC, B.; DU, J. Channel Modeling and Simulation in Satellite Mobile Communication Systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 10, n. 8, p. 1209–1218, October 1992.
- WATTEYNE, T. et al. Mitigating Multipath Fading through Channel Hopping in Wireless Sensor Networks. In: . [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–5.
- WILLIG, A.; MATHEUS, K.; WOLISZ, A. Wireless Technology in Industrial Networks. *Proceedings of the IEEE*, v. 93, n. 6, p. 1130–1151, June 2005.
- WINTERS, J. H.; SALZ, J.; GITLIN, R. D. The Impact of Antenna Diversity on the Capacity of Wireless Communication Systems. *IEEE Transactions on Communications*, v. 42, n. 234, p. 1740–1751, April 1994.
- WYSOCKI, B. J.; WYSOCKI, T. A.; SEBERRY, J. Modeling Dual Polarization Wireless Fading Channels Using Quaternions. In: *Mobile Future, 2006 and the Symposium on Trends in Communications. SympoTIC'06. Joint IST Workshop on*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 68–71.
- YACOUB, M. D. The α - μ Distribution: A Physical Fading Model for the Stacy Distribution. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 56, n. 1, p. 27–34, January 2007.
- YACOUB, M. D. The κ - μ and the η - μ Distribution. *IEEE Antenas and Propagation Magazine*, v. 49, n. 1, p. 68–81, June 2007.
- YANG, P. et al. Design Guidelines for Spatial Modulation. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, v. 17, n. 1, p. 6–26, May 2015.
- YASUI, H. et al. Reducing Impulsive Noise in OFDM Transmission Using Higher Order Modulation. *IEEE International Conference on Consumer Electronics (ICCE)*, v. 1, n. 1, p. 422–423, May 2015.
- ZHANG, Q.; KASSAM, S. Finite-state Markov Model for Rayleigh Fading Channels. *IEEE Transactions on Communications*, v. 47, n. 11, p. 1688–1692, November 1999.
- ZHIDKOV, S. V. Performance Analysis and Optimization of OFDM Receiver with Blanking Nonlinearity in Impulsive Noise Environment. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, v. 55, n. 1, p. 234–242, January 2006.
- ZHIDKOV, S. V. Analysis and Comparison of Several Simple Impulsive Noise Mitigation Schemes for OFDM Receivers. *IEEE Transactions on Communications*, v. 56, n. 1, p. 5–9, January 2008.

ZIMMERMANN, M.; DOSTERT, K. Analysis and Modeling of Impulsive Noise in Broadband Powerline Communications. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, v. 44, n. 1, p. 250–258, February 2002.

ZOGAKIS, T. N. et al. Impulse Noise Mitigation Strategies for Multicarrier Modulation. *IEEE International Conference on Communications, 1993. ICC '93 Geneva. Technical Program, Conference Record*, v. 2, n. 4, p. 784–788, May 1993.