



Universidade Federal de Campina Grande
Centro de Engenharia Elétrica e Informática
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Metodologia Nebulosa Robusta para Estimação da Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos

Autor: Carlos Cesar Teixeira Ferreira
Mestre em Engenharia Elétrica - UFMA

Orientador: Prof. Dr. Ginalber Luiz de Oliveira Serra
ICAT/DEE/IFMA

Orientador: Prof. Dr. Benemar Alencar de Souza

Área de Concentração: *Processamento da Informação*

Sub-Área: *Instrumentação e Controle*

Campina Grande-PB
27 de Maio de 2013

Carlos Cesar Teixeira Ferreira

Metodologia Nebulosa Robusta para Estimação da Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos

Tese de Doutorado apresentada à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Processamento da Informação. Sub-área: Instrumentação e Controle.

Orientador: Prof. Dr. Ginalber Luiz de Oliveira Serra
(IFMA)

Orientador: Prof. Dr. Benemar Alencar de Souza
(UFCG)

Campina Grande-PB
27 de Maio de 2013

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA DA ÁREA DE ENGENHARIA - BAE - UFCG
Metodologia Nebulosa Robusta para Estimacão da Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos
Incertos

F149u Ferreira, Carlos Cesar Teixeira
Metodologia Nebulosa Robusta para Estimacão da Resposta em
Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos/
Carlos Cesar Teixeira Ferreira. – Campina Grande, PB:
[s.n.], 2013.

Orientadores: Ginalber Luiz de Oliveira Serra;
Benemar Alencar de Souza.
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Campina Grande.

1. Sistemas dinâmicos incertos. 2. Sistemas nebulosos Takagi-Sugeno (TS).
3. Resposta em frequência nebulosa. 4. Algoritmo de agrupamento nebuloso.
5. Identificaco nebulosa. 6. Controle robusto.
Título

Título em Inglês: Fuzzy Robust Methodology for Frequency Response
Estimation of Uncertain Dynamic Systems
Palavras-chave em Inglês: Uncertain dynamic systems, Takagi-Sugeno (TS) fuzzy systems,
Fuzzy frequency response, Fuzzy clustering algorithm, Fuzzy
identification, Robust control.
rea de concentrao: Processamento da Informaco
Sub-rea: Instrumentaco e Controle
Titulao: Doutor em Engenharia Elétrica
Banca Examinadora: Antnio Marcus Nogueira Lima, Gilmar Barreto,
Péricles Rezende Barros, Sandra Aparecida Sandri.
Data da defesa: 27 / 05 / 2013

Carlos Cesar Teixeira Ferreira

Metodologia Nebulosa Robusta para Estimação da Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos

Tese de Doutorado apresentada à Coordenação dos Cursos de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Campina Grande como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Processamento da Informação. Sub-área: Instrumentação e Controle.

Aprovação em / / 2013.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Ginalber Luiz de Oliveira Serra - IFMA

Prof. Dr. Benemar Alencar de Souza - UFCG

Prof. Dr. Antônio Marcus Nogueira Lima - UFCG

Prof. Dr. Péricles Rezende Barros - UFCG

Prof. Dr. Gilmar Barreto - UNICAMP

Prof. Dr. Sandra Aparecida Sandri - INPE

Campina Grande-PB
27 de Maio de 2013

Resumo

Nesta tese, uma metodologia nebulosa robusta para estimação da resposta em frequência de sistemas dinâmicos incertos, baseada em dados experimentais, é apresentada. A tese trata basicamente de dois aspectos fundamentais: modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos; projeto e implementação de controladores robustos para sistemas dinâmicos incertos, baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, considerada como a principal contribuição deste trabalho. A modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos é realizada através da identificação de sistemas e de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS), os quais permitem o seccionamento do sistema dinâmico incerto em sub-modelos lineares e a concatenação desses sub-modelos numa única estrutura de inferência nebulosa Takagi-Sugeno (TS). Para a obtenção da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), utiliza-se um algoritmo de agrupamento nebuloso para gerar automaticamente o espaço do antecedente e um algoritmo de mínimos quadrados para estimar os parâmetros dos sub-modelos lineares no espaço do consequente. A partir da modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos, apresenta-se uma formulação para a obtenção da resposta em frequência de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS) e um *Teorema*, no qual se demonstra que a representação gráfica da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* é uma família de respostas em frequências, de módulo e de fase, no domínio da frequência. Como consequência do *Teorema*, se define a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* como uma região (faixa) nos gráficos de Bode de módulo e fase, obtida pelos sub-modelos no espaço do consequente e baseada nas regiões de operação no espaço do antecedente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS). Resultados experimentais obtidos através do projeto e da implementação, numa plataforma de controle em tempo real, de controladores robustos para sistemas dinâmicos incertos, baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, demonstram a eficiência da metodologia na análise e/ou no projeto de controladores robustos aplicados a sistemas dinâmicos reais.

Palavras-chave: Sistemas dinâmicos incertos, sistemas nebulosos Takagi-Sugeno (TS), algoritmo de agrupamento nebuloso, identificação nebulosa, Resposta em Frequência Nebulosa (RFN), controle robusto.

Abstract

In this thesis, a robust fuzzy methodology for frequency response estimation of uncertain dynamic systems, based on experimental data, is presented. The thesis deals with two fundamental aspects: fuzzy modeling of uncertain dynamic systems and design, and implementation of robust controllers for uncertain dynamic systems, based on the *Fuzzy Frequency Response (FFR)*, considered as the main contribution of this work. The fuzzy modeling of uncertain dynamic systems is performed by identification systems and Takagi-Sugeno (TS) fuzzy dynamic models, which allow the isolation of the uncertain dynamic system in linear sub-models and the concatenation of these sub-models into a single Takagi-Sugeno (TS) fuzzy inference structure. To obtain the rules base of Takagi-Sugeno (TS) fuzzy dynamic model, a fuzzy clustering algorithm to automatically generate the antecedent space and least squares algorithm to estimate the parameters of the linear sub-models the consequent space were used. From fuzzy modeling of uncertain dynamic systems a formulation for obtaining the frequency response of Takagi-Sugeno (TS) fuzzy dynamic models is presented as well as a Theorem, which shows that the graphical representation of the *Fuzzy Frequency Response (FFR)* is a family of frequency responses, of magnitude and phase, in the frequency domain. As a consequence of this Theorem, the *Fuzzy Frequency Response (FFR)* is defined as a region (bound) in Bode's magnitude and phase graphs, obtained by the sub-models in the consequent space and based on the operation regions in the antecedent space of Takagi-Sugeno (TS) fuzzy dynamic model rules base. Experimental results obtained through the design and implementation of robust controllers for uncertain dynamic systems, based on the *Fuzzy Frequency Response (FFR)*, in a control real-time platform, demonstrate the efficiency of the methodology in the analysis and/or design of robust controllers applied to the real dynamic systems.

Keywords: Uncertain dynamic systems, Takagi-Sugeno (TS) fuzzy systems, fuzzy clustering algorithm, fuzzy identification, Fuzzy Frequency Response (FFR), Robust control.

Agradecimentos

A Deus, Mestre dos mestres, por me privilegiar de um espírito de sabedoria e ciência.

Ao meu orientador Prof Dr. Ginalber Luiz de Oliveira Serra, pela amizade, confiança e orientação segura.

Ao meu orientador Prof. Dr. Benemar Alencar de Souza, pela orientação, incentivo e consideração.

Aos demais companheiros da pós-graduação, pelas críticas e sugestões.

A minha família pelo apoio durante esta jornada.

Ao IFMA e a UFCG, pela parceria firmada.

À CAPES e à FAPEMA, pelo apoio financeiro.

*A minha mãe, Maria Vitória
Ao meu pai, em memória, Eurico Ferreira
A minha esposa, Crisliene Martins Ferreira
Aos meus filhos Carlos Arthur e Severino Neto
A minha tia, em memória, Maria Benedita
A minha avó, Alina Ferreira
Ao meu irmão, Paulo Cesar Bogir
As minhas cunhadas, Cleidimar Mendes e Isabelle Martins
Ao meu cunhado, Cristiano Martins
Aos meus sobrinhos, Danilo Mendes Bogir e Gabriel Monteiro
A minha sogra e sogro, Verônica e Severino Martins
A minha madrinha, Nicedéia
A todos os meus familiares
Aos meus amigos professores do IFMA.*

Sumário

| | |
|--|------------|
| Lista de Figuras | xii |
| Lista de Tabelas | xv |
| Lista de Símbolos | xvi |
| Trabalhos Publicados Pelo Autor | xix |
| 1 Introdução | 1 |
| 1.1 Motivação e Relevância | 5 |
| 1.1.1 Por que Aplicação em Sistemas Dinâmicos Incertos? | 5 |
| 1.1.2 Por que a Utilização de Sistemas Nebulosos? | 5 |
| 1.1.3 Por que Resposta em Frequência Nebulosa? | 6 |
| 1.1.4 Por que Metodologia Robusta? | 6 |
| 1.2 Objetivos | 6 |
| 1.2.1 Objetivo Geral | 6 |
| 1.2.2 Objetivos Específicos | 7 |
| 1.3 Contribuições | 7 |
| 1.4 Considerações Iniciais sobre os Sistemas Nebulosos | 8 |
| 1.4.1 Sistema de Inferência Nebuloso | 10 |
| 1.4.2 Modelo Dinâmico Nebuloso Mamdani ou Linguístico | 12 |
| 1.4.3 Modelo Dinâmico Nebuloso Takagi-Sugeno | 13 |
| 1.4.4 Combinação Convexa | 14 |
| 1.5 Organização da Tese | 16 |
| 2 Sistemas Dinâmicos Incertos | 18 |
| 2.1 Incertezas Não-Estruturadas ou Não-Paramétricas | 19 |
| 2.1.1 Incerteza Não-Estruturada Aditiva ou Perturbação Dinâmica Aditiva | 19 |
| 2.1.2 Incerteza Não-Estruturada Multiplicativa ou Perturbação Dinâmica Multi- plicativa | 20 |
| 2.1.3 Exemplo da Representação de Incerteza Não-Estruturada | 21 |
| 2.2 Incertezas Estruturadas ou Paramétricas | 23 |
| 2.2.1 Exemplo da Representação de Incertezas Estruturadas | 25 |
| 2.3 Conclusões | 25 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 3 | Identificação de Sistemas e Modelos Dinâmicos Nebulosos Takagi-Sugeno (TS) | 26 |
| 3.1 | Introdução | 26 |
| 3.2 | Identificação de Sistemas | 27 |
| 3.2.1 | Motivação para a Identificação de Sistemas | 28 |
| 3.2.2 | Métodos para a Identificação de Sistemas | 28 |
| 3.3 | Procedimentos Básicos para a Identificação Nebulosa de Sistemas | 28 |
| 3.4 | Otimização do Modelo Dinâmico Nebuloso Takagi-Sugeno (TS) Identificado via Algoritmo Genético (AG) | 48 |
| 3.4.1 | Introdução | 48 |
| 3.4.2 | Funcionamento | 48 |
| 3.4.3 | Características | 50 |
| 3.4.4 | Indivíduo ou Cromossomo | 51 |
| 3.4.5 | Função Custo | 53 |
| 3.4.6 | Operadores Genéticos | 53 |
| 3.5 | Conclusões | 56 |
| 4 | Resposta em Frequência Nebulosa | 57 |
| 4.1 | Introdução | 57 |
| 4.2 | Resposta em Frequência de Modelos Dinâmicos Nebulosos Takagi-Sugeno (TS) | 59 |
| 4.2.1 | Resposta em Frequência de Sistemas Lineares | 59 |
| 4.2.2 | Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos | 59 |
| 4.2.3 | Resposta em Frequência de Modelos Dinâmicos Nebulosos Takagi-Sugeno (TS) | 61 |
| 4.3 | Resposta em Frequência Nebulosa (RFN) | 68 |
| 4.3.1 | Resposta em Frequência Nebulosa (RFN): Definição | 74 |
| 4.3.2 | Resposta em Frequência Nebulosa (RFN): Análise | 75 |
| 4.4 | Fluxograma para Obtenção da Resposta em Frequência do Modelo Dinâmico Nebuloso Takagi-Sugeno (TS) e da Resposta em Frequência Nebulosa (RFN) | 76 |
| 4.5 | Exemplo Computacional | 77 |
| 4.5.1 | Formulação do Problema: Sistema Dinâmico Incerto | 77 |
| 4.5.2 | Modelo Dinâmico Nebuloso TS do Sistema Dinâmico Incerto | 77 |
| 4.5.3 | Resposta em Frequência do Modelo Dinâmico Nebuloso Takagi-Sugeno (TS) e Resposta em Frequência Nebulosa (RFN) | 80 |
| 4.6 | Conclusões | 81 |
| 5 | Projeto de Controle Robusto Baseado na Resposta em Frequência Nebulosa: Estudo de Caso para um Processo Térmico | 82 |
| 5.1 | Processo Térmico | 84 |
| 5.2 | Sensor de Temperatura LM35 | 84 |
| 5.3 | Sistema CompactRIO | 85 |
| 5.3.1 | Controladora/chassi | 85 |
| 5.3.2 | Módulos de E/S | 85 |
| 5.3.3 | Software LabVIEW™ | 86 |
| 5.4 | Circuito Atuador Baseado no CI TCA785 | 87 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5.5 | Projeto de Controle Robusto Baseado na Resposta em Frequência Nebulosa | 88 |
| 5.5.1 | Modelagem Nebulosa do Processo Térmico a partir de Dados Experimentais | 89 |
| 5.5.2 | Resposta em Frequência do Modelo Dinâmico Nebuloso Takagi-Sugeno (TS) Otimizado e Resposta em Frequência Nebulosa (RFN) para o Processo Térmico | 102 |
| 5.5.3 | Projeto de Controle Robusto do Processo Térmico Baseado na Resposta em Frequência Nebulosa (RFN) | 104 |
| 5.6 | Conclusões | 118 |
| 6 | Considerações Finais | 119 |
| 6.1 | Conclusões | 119 |
| 6.2 | Propostas Futuras | 122 |
| | Referências bibliográficas | 123 |
| A | Conceitos Básicos da Teoria de Conjuntos Nebulosos | 136 |
| A.1 | Conjuntos Nebulosos | 136 |
| A.1.1 | Fundamentos | 136 |
| A.1.2 | Variáveis linguísticas | 137 |
| A.1.3 | Funções de Pertinência | 139 |
| A.1.4 | Definições e Operações Básicas | 140 |
| A.1.5 | Propriedades | 143 |
| A.1.6 | Relações Nebulosas | 144 |
| A.1.7 | Composição de relações | 145 |
| A.1.8 | Proposições Nebulosas | 148 |
| A.2 | Lógica Nebulosa | 150 |
| A.2.1 | Lógica Tradicional e Inferência | 150 |
| A.2.2 | Lógica Nebulosa | 154 |
| A.2.3 | Exemplo: | 155 |
| B | Análise de estabilidade relativa | 161 |
| B.1 | Introdução | 161 |
| B.2 | Margens de Ganho e Fase | 161 |
| C | Janelas do LabVIEW™ Utilizadas na Construção do Supervisório | 164 |

Lista de Figuras

| | | |
|------|---|----|
| 1.1 | Áreas do conhecimento para desenvolvimento da tese. | 1 |
| 1.2 | Estrutura geral de um sistema de inferência nebuloso. | 10 |
| 1.3 | Exemplo de uma variável linguística (temperatura) com três termos linguísticos. | 11 |
| 1.4 | Modelo dinâmico nebuloso: um modelo TS pode ser considerado como um mapeamento do espaço do antecedente para o consequente. | 15 |
| 1.5 | Etapas para o desenvolvimento da tese. | 16 |
| 2.1 | Diagrama de blocos caracterizando sinais de perturbação. | 18 |
| 2.2 | Diagrama de blocos do modelo da planta com incerteza não-estruturada aditiva. | 20 |
| 2.3 | Diagrama de blocos do modelo da planta com incerteza não-estruturada multiplicativa. | 21 |
| 2.4 | Arranjo de um motor de corrente contínua (CC). | 21 |
| 2.5 | Gráfico de Bode do módulo das perturbações dinâmicas aditiva, $\Delta_a(z)$, e multiplicativa, $\Delta_m(z)$, do motor de corrente contínua (CC). | 23 |
| 2.6 | Diagrama de blocos do modelo da planta com incerteza não-estruturada multiplicativa. | 24 |
| 2.7 | Resposta em frequência do sistema dinâmico com incerteza paramétrica ν | 25 |
| 3.1 | Procedimentos básicos para a identificação nebulosa de sistemas. | 29 |
| 3.2 | Diagrama de blocos do modelo paralelo. | 45 |
| 3.3 | Processo de otimização da função de custo. | 45 |
| 3.4 | Fluxograma da estrutura de funcionamento de um algoritmo genético contínuo. | 49 |
| 4.1 | Diagrama de blocos para obtenção da resposta em frequência de sistemas lineares. | 59 |
| 4.2 | Diagrama de blocos para obtenção da resposta em frequência de sistemas dinâmicos incertos. | 59 |
| 4.3 | Diagrama de blocos para obtenção da resposta em frequência do modelo nebuloso TS. | 61 |
| 4.4 | Procedimento para obtenção da Função de Resposta em Frequência (FRF) do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) a partir de Dados de Entrada/Saída. | 65 |
| 4.5 | Função de transferência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS). | 68 |
| 4.6 | Descrição funcional da variável linguística $\tilde{\nu}$: termos linguísticos, universo de discurso e grau de pertinência. | 69 |
| 4.7 | Ativação somente da regra 1. | 71 |
| 4.8 | Ativação somente da regra 2. | 71 |
| 4.9 | Ativação somente da regra l | 72 |
| 4.10 | Ativação de regras na região intermediária. | 73 |

| | | |
|------|--|-----|
| 4.11 | Resposta em Frequência Nebulosa: mapeamento do espaço do consequente para a região no domínio da frequência. | 74 |
| 4.12 | Fluxograma para obtenção da resposta em frequência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) e da <i>Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)</i> | 76 |
| 4.13 | Conjuntos nebulosos do parâmetro incerto (ν). | 77 |
| 4.14 | Entrada ruidosa utilizada para validar o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS). | 79 |
| 4.15 | Variação sinusoidal do parâmetro incerto ν | 80 |
| 4.16 | Validação do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS). | 80 |
| 4.17 | Resposta em frequência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) e <i>Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)</i> | 81 |
| 5.1 | Plataforma de controle em tempo real. | 83 |
| 5.2 | Diagrama esquemático da plataforma de controle em tempo real. | 83 |
| 5.3 | Croqui do processo térmico. | 84 |
| 5.4 | Módulos NI 9215, 9219 e 9263 da controladora cRIO-9073. | 86 |
| 5.5 | Detalhe das entradas dos canais do Módulo NI 9219 da controladora cRIO-9073. | 86 |
| 5.6 | Diagrama elétrico para variação do ângulo de disparo do TRIAC TIC226D, utilizando o TCA 785. | 88 |
| 5.7 | Dados para identificação do modelo nebuloso TS: (a) Entrada $u(k)$: tensão RMS (volts) aplicada ao processo térmico. (b) Saída $y(k)$: temperatura ($^{\circ}C$) medida no processo térmico. | 89 |
| 5.8 | Desempenho do algoritmo de agrupamento nebuloso FCM. | 90 |
| 5.9 | Funções de pertinência para o conjunto de dados de saída do processo térmico. | 91 |
| 5.10 | Dados para validação do modelo dinâmico nebuloso TS: (a) Entrada $u(k)$: tensão RMS (volts) aplicada ao processo térmico. (b) Validação do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS). | 93 |
| 5.11 | Otimização do modelo dinâmico nebuloso TS identificado via AG. (a) Desempenho do AG: diversidade (linha pontilhada) com $\varepsilon = [0.15; 0.165]$ e melhor indivíduo (linha contínua) com $\varepsilon = 0.0740$. (b) Funções de pertinência: modelo dinâmico nebuloso TS identificado (linha contínua) e modelo dinâmico nebuloso TS otimizado (linha pontilhada). (c) Resposta temporal do processo térmico: saída real (linha contínua), saída identificada (linha pontilhada-ponto) e saída otimizada (linha pontilhada). (d) Característica estática: característica estática do processo térmico (o), característica estática do modelo identificado (linha pontilhada-ponto) e característica estática do modelo otimizado (linha pontilhada). | 98 |
| 5.12 | Função de correlação cruzada amostral. | 101 |
| 5.13 | Resposta em frequência do modelo dinâmico nebuloso TS otimizado e <i>Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)</i> para o processo térmico. Resposta em frequência do processo térmico. | 103 |
| 5.14 | Desempenho do controlador PID digital clássico robusto, obtido a partir da metodologia proposta. (a) Rastreamento do sinal de referência do controlador PID digital clássico, baseado na <i>Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)</i> . (b) Ação de controle para o controlador PID digital clássico. | 110 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.15 | Estratégia CPD: o controlador nebuloso é uma combinação de sub-controladores PID digitais, $G_c^j(z) \mid [j=1,2,\dots,l]$ | 111 |
| 5.16 | Desempenho do controlador PID digital nebuloso robusto obtido a partir da metodologia proposta. (a) Rastreamento do sinal de referência do controlador PID digital nebuloso, baseado na <i>Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)</i> . (b) Ação de controle para o controlador PID digital nebuloso. (c) Funções de pertinência $[F^1]^{I_1}$ e $[F^2]^{I_2}$ em tempo real, ponderando cada sub-controlador PID na atuação sobre o processo térmico. | 114 |
| 5.17 | Desempenho dos controladores PID digital clássico e nebuloso robustos, obtidos a partir da metodologia proposta. (a) Rastreamento do sinal de referência (set point) para o controlador PID digital clássico, baseado na <i>Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)</i> (linha contínua) e rastreamento do sinal de referência (set point) para o controlador PID digital nebuloso, baseado na <i>Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)</i> (linha pontilhada). (b) Ações de controle para o controlador PID digital clássico (linha contínua) e para o controlador PID digital nebuloso (linha pontilhada). (c) Funções de pertinência $[F^1]^{I_1}$ e $[F^2]^{I_2}$ em tempo real, ponderando cada sub-controlador PID na atuação sobre o processo térmico. | 115 |
| 5.18 | Análise de estabilidade baseada nas especificações de robustez de margens de ganho e de fase. (a)-(b) Margens de ganho e de fase obtidas com o controlador PID digital clássico robusto, baseado na <i>RFN</i> (linha contínua); Margens de ganho e de fase obtidas com o controlador PID digital nebuloso robusto baseado na <i>RFN</i> (linha pontilhada). | 116 |
| 5.19 | Resposta ao degrau do processo térmico. | 117 |
| 5.20 | Desempenho do controlador PID digital Ziegler-Nichols. (a) Rastreamento do sinal de referência (set point) para o controlador PID digital Ziegler-Nichols. (b) Ação de controle para o controlador PID digital Ziegler-Nichols. | 118 |
| 6.1 | Comportamento do sistema dinâmico incerto $\dot{x}(t) + \nu \sin[x(t)] = r(t)$: (a) estável; (b) instável. | 120 |
| 6.2 | Análise comparativa entre a metodologia proposta na tese para obtenção da <i>Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)</i> e o método proposto por A. Klimke, 2006 em [79]. | 122 |
| A.1 | Funções de pertinência para a variável temperatura. | 138 |
| A.2 | Funções de pertinência para a variável estatura. | 139 |
| C.1 | Painel Frontal do LabVIEW™ | 164 |
| C.2 | Diagrama de blocos do LabVIEW™ | 165 |
| C.3 | Tela do sistema supervisor. | 166 |
| C.4 | Tela de implementação de experimentos no LabVIEW™. | 167 |

Lista de Tabelas

| | | |
|------|--|-----|
| 5.1 | Base de Dados do Experimento para Identificação. | 89 |
| 5.2 | Centros dos Agrupamentos Nebulosos. | 90 |
| 5.3 | Parâmetros do AG para otimização do modelo dinâmico nebuloso TS identificado. | 97 |
| 5.4 | Intensificadores obtidos pelo AG. | 99 |
| 5.5 | Compensações de ganhos DC's obtidos pelo AG. | 99 |
| 5.6 | Especificações de robustez obtidas a partir da <i>Resposta em frequência Nebulosa (RFN)</i> do processo térmico. | 103 |
| 5.7 | Parâmetros do AG para obtenção dos ganhos do controlador PID digital clássico robusto, baseado na <i>Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)</i> | 109 |
| 5.8 | Relação entre as margens de ganho e de fase especificadas e os ganhos do controlador PID digital clássico robusto, baseado na <i>Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)</i> . As grandezas mg_c_{esp} e mf_c_{esp} são as margens de ganho e fase especificadas, respectivamente. As grandezas mg_c^* e mf_c^* são as margens de ganho e de fase obtidas pelo algoritmo genético (AG) para o sistema de controle, respectivamente. As grandezas α , β e δ são os ganhos do controlador PID digital associado ao sub-modelo $W_o^1(z)$ | 109 |
| 5.9 | Especificações de desempenho do controlador PID digital clássico robusto baseado na <i>Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)</i> | 110 |
| 5.10 | Relação entre as margens de ganho e de fase especificadas e os ganhos dos sub-controladores PID digitais, que serão utilizados no projeto do controlador PID digital nebuloso robusto, baseado na <i>Resposta em frequência Nebulosa (RFN)</i> . As grandezas mg_n_{esp} e mf_n_{esp} são as margens de ganho e de fase especificadas, respectivamente. As grandezas mg_n^* e mf_n^* são as margens de ganho e de fase obtidas pelo algoritmo genético (AG) para o sistema de controle, respectivamente. As grandezas α , β e δ são os ganhos dos sub-controladores PID digitais associados a cada sub-modelo $W_o^i(z)$ | 113 |
| 5.11 | Especificações de desempenho do controlador PID digital nebuloso robusto baseado na <i>Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)</i> | 113 |
| 5.12 | Ganhos do controlador PID Ziegler-Nichols. | 118 |
| A.1 | Tabelas verdade para cinco operações fundamentais de lógica. | 151 |
| A.2 | Provas de equivalências. | 152 |
| A.3 | Equivalências entre lógica, teoria dos conjuntos e álgebra booleana. | 153 |
| A.4 | Validação das equivalências da Tab.A.2. | 153 |

Lista de Símbolos

| | |
|--------------------------------|---|
| $H_r(z)$ | - Função de transferência de sistema dinâmico real |
| $H_o(z)$ | - Função de transferência de sistema dinâmico nominal |
| $H(z, \nu)$ | - Função de transferência do sistema dinâmico incerto com incerteza paramétrica |
| $\Delta_a(z)$ | - Incerteza não-estruturada aditiva ou perturbação aditiva |
| $\Delta_m(z)$ | - Incerteza não-estruturada multiplicativa ou perturbação multiplicativa |
| $U(z)$ | - Entrada determinística do sistema dinâmico incerto |
| $Y(z)$ | - Saída do sistema dinâmico incerto |
| $Y(z, \nu)$ | - Saída do sistema dinâmico incerto com incerteza paramétrica |
| ω | - Frequência |
| δ_a | - Limite para o módulo da incerteza não-estruturada aditiva |
| δ_m | - Limite para o módulo da incerteza não-estruturada multiplicativa |
| $H_{lenta}(z)$ | - Dinâmica lenta do motor de corrente contínua |
| $H_{rápida}(z)$ | - Dinâmica rápida do motor de corrente contínua |
| g | - Ganho constante do motor de corrente contínua |
| τ | - Constante de tempo |
| $a_*(\nu), b_*(\nu)$ | - Parâmetros variantes da função de transferência do sistema dinâmico incerto com incerteza paramétrica |
| n, m | - Ordens do denominador e numerador de funções de transferências |
| V | - Conjunto compacto |
| d^{\max} | - Limite máximo para variação de variável de escalonamento |
| $R^{(i)}$ | - Regra SE-ENTÃO |
| l | - Número total de regras |
| $f_i(\tilde{x})$ | - Expressão dinâmica funcional |
| F | - Conjunto nebuloso |
| $h_i(\cdot)$ | - Grau de ativação |
| p | - Número de partições do universo de discurso |
| \mathfrak{R} | - Conjunto dos números reais |
| $\mathcal{U}_{\tilde{x}}$ | - Universo de discurso da variável linguística |
| \tilde{x} | - Variável linguística |
| $y(\tilde{x}, \gamma)$ | - Saída do modelo dinâmico nebuloso |
| $\mu_F^i(\cdot), \mu^i(\cdot)$ | - Grau de pertinência, função de pertinência |
| $\gamma_i(\cdot)$ | - Grau de ativação normalizado |
| $\nu(t)$ | - Variável de escalonamento variante no tempo |
| ξ | - Coeficientes de combinação convexa linear |
| z | - Variável complexa |
| T_s | - Intervalo ou período de amostragem |
| G_* | - Ganhos multiplicador |
| I_* | - Intensificador |
| α, β, δ | - Ganhos do controlador PID digital |

Operadores

- * - Norma-T
- \bigvee - Norma-S
- \circ - Composição max-min ou max-produto
- \bigcup - Composição de regras
- X^T - Transposta da matriz X

Siglas

- AG - Algoritmo Genético
- CC - Corrente Contínua
- CPD - Compensação Paralela Distribuída
- DFT - Transformada Discreta de Fourier
- E/S - Entrada/Saída
- FCC - Função de Correlação Cruzada
- FCM - *Fuzzy C-Means*
- FPGA - *Field-Programmable Gate Array*
- FRF - Função de Resposta em Frequência
- GND - Terra
- LabVIEW - *Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*
- NI - *National Instruments*
- RFN - Resposta em Frequência Nebulosa
- SISO - *Single-Input Single-Output*
- MISO - *Multiple-Input Single-Output*
- MIMO - *Multiple-Input Multiple-Output*
- PID - Proporcional-Integral-Derivativo
- TS - Takagi-Sugeno

Trabalhos Publicados Pelo Autor

Artigos Completos Publicados em Periódicos (Qualis A_1)

1. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Methodology for Frequency Response Estimation of Uncertain Dynamic Systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol.22, p.959-980, 2012.
2. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response: Proposal and Application for Uncertain Dynamic Systems. *International Journal Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol.24, p.1186-1194, 2011.

Artigos Completos Aceitos em Periódicos (Qualis A_1)

1. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. A Novel Methodology for Fuzzy Frequency Response Estimation of Uncertain Dynamic Systems. *Fuzzy Sets and Systems*. No prelo.

Capítulo de Livro Publicado

1. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response for Stochastic Linear Parameter Varying Dynamic Systems. In: MYERS, Chris. (Ed.). *Stochastic Control*, Croatia: Sciyo, 2010. p.217-234.

Artigos Completos Publicados em Conferências

1. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. An Approach for Fuzzy Frequency Response Estimation of Flexible Robot Arm From Experimental Data. In: *IEEE International Conference on Industrial Technology (IEEE ICIT)*, Kos Island, Greece, marc. 2012.
2. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Method For Frequency Response Estimation of Aerospace Structures From Experimental Data. In: *7th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (IEEE ICIEA)*, Singapore, jul. 2012.

3. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response Estimation: a case study for the pH neutralization process. In: *IEEE World Congress on Computational Intelligence (IEEE WCCI)*, Brisbane, Australia, jun. 2012.
4. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Estimação de Incertezas Dinâmicas na Vibração de Estruturas Mecânicas via Resposta em Frequência Nebulosa. In: *7º Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM)*, São Luís-MA, Brasil, jul. 2012.
5. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Metodologia Fuzzy para Estimação da Resposta em Frequência a partir de Dados Experimentais: um estudo de caso para o Processo de Neutralização de pH. In: *XIX Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, Campina Grande-PB, Brasil, set. 2012.
6. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O.; SANTOS, R.J.M. Controle Ótimo Nebuloso com Alocação de Pólos para Sistemas Dinâmicos Não-lineares no Espaço de Estados. In: *XIX Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, Campina Grande-PB, Brasil, set. 2012.
7. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response Estimation From Experimental Data: Definition and Application in Mechanical Structures of Aircraft and Aerospace Vehicles. In: *9th IEEE International Conference on Control & Automation (IEEE ICCA)*, Santiago, Chile, p. 1225-1230, dez. 2011.
8. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response for Complex Dynamic Systems. In: *IEEE Multi-Conference on Systems and Control (IEEE MSC)*, Yokohama, Japan, p. 464-469, out. 2012.
9. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response: Definition and Analysis for Complex Dynamic Systems. In: *IEEE World Congress on Computational Intelligence (IEEE WCCI)*, Barcelona, Spain, p. 1-8, set. 2010.
10. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response Estimation of Nonlinear Dynamic Systems. In: *49th IEEE Conference on Decision and Control (IEEE CDC)*, Atlanta, Georgia-USA, dez. 2010.
11. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Estimação da Resposta em Frequência Nebulosa para Sistemas Dinâmicos Não-lineares. In: *XVIII Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, Bonito-MS, Brasil, set. 2010.
12. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Estimação da Resposta em Frequência Nebulosa para Sistemas Dinâmicos Incertos. In: *XVIII Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, Bonito-MS, Brasil, set. 2010.
13. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response for Uncertain Dynamic Systems. In: *7th IFAC International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (IFAC ICINCO)*, Funchal, Madeira, Portugal, jun. 2010.

14. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Methodology for Frequency Response Estimation of Non-linear Dynamic Systems. In: *IEEE International Symposium on Industrial Electronics (IEEE-ISIE)*, Bari, Italy, jun. 2010.
15. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O.; SANTOS, R.J.M. Modelagem Nebulosa Takagi-Sugeno no Espaço de Estados: Estudo de Caso Aplicado a um Manipulador Robótico. In: *Congresso Brasileiro de Sistemas Fuzzy (CBSF)*, Sorocaba-SP, Brasil, nov. 2010.
16. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O.; SANTOS, R.J.M. Formulation, Analysis and Validation of Takagi-Sugeno Fuzzy Modeling For Robotic Manipulators. In: *World Academy of Science, Engineering and Technology*, Yokohama, Japan, vol.70, p.130-135, out. 2010.
17. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O.; SILVA, J.A. Development Method for a Robust PID Fuzzy Controller of LPV Systems. In: *IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZY-IEEE)*, Jeju Island, Korea, p.826-830, agos. 2009.
18. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Parallel Distributed Compensation Based Robust Fuzzy Control. In: *IEEE Symposium on Industrial Electronics & Applications (IEEE ISIEA)*, Kuala Lumpur, Malaysia, p. 795-800, agos. 2009.
19. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Análise e Projeto de Controle Nebuloso Robusto Para Sistemas Não-Lineares com Atraso. In: *IX Congresso Brasileiro de Redes Neurais/Inteligência Computacional (CBRN)*, Ouro Preto-MG, Brasil, out. 2009.
20. FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Takagi-Sugeno Fuzzy Control Method for Nonlinear Systems. In: *IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation (IEEE CIRA)*, Daejeon, Korea, agos. 2009.

Capítulo 1

Introdução

A tese intitulada *Metodologia Nebulosa Robusta para a Estimação da Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos* trata dos seguintes aspectos fundamentais: modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos; projeto e implementação de controladores robustos para sistemas dinâmicos incertos, baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, considerada como a principal contribuição deste trabalho. Nesse sentido, esta tese contempla diferentes áreas do conhecimento, conforme mostra o diagrama da Fig. 1.1.

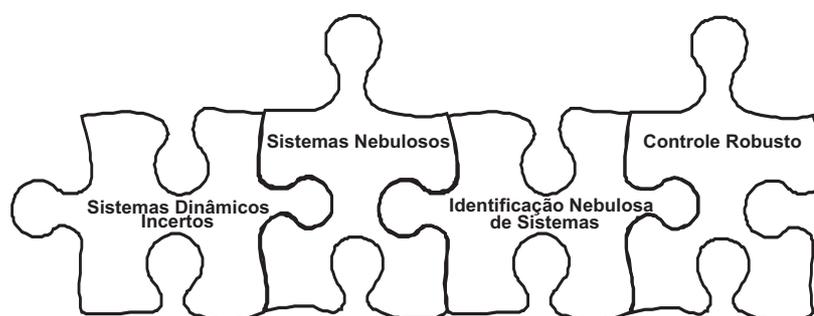


Fig. 1.1: Áreas do conhecimento para desenvolvimento da tese.

Sistemas Dinâmicos Incertos. A análise e o estudo de sistemas dinâmicos incertos surgem do fato de que o mundo real é complexo para ser descrito precisamente. Portanto, torna-se conveniente representá-lo por meio de um modelo matemático determinístico (modelo nominal), juntamente com as incertezas em torno deste. Essas incertezas são provenientes de variações paramétricas, dinâmicas não modeladas, atrasos puros de tempo, não-linearidades, dentre outras [39]. A caracterização da incerteza, através da diferença entre o sistema dinâmico real e o modelo matemático determinístico (modelo nominal) que o representa, é denominada como perturbação dinâmica [64]. Um outro tipo de caracterização de incertezas são os sinais de perturbação, os quais influenciam a entrada e/ou a saída do sistema dinâmico real.

Várias pesquisas sobre a análise e/ou projeto de controladores aplicadas a sistemas dinâmicos incertos vêm sendo desenvolvidas e, até hoje, têm atraído considerável atenção da comunidade científica, acadêmica e industrial. Em Chang-Chun Hua [24], o projeto de controladores para uma classe de sistemas incertos com parâmetros desconhecidos do atuador é abordado. Neste trabalho, os sistemas com atrasos múltiplos de tempo e não-linearidades (sendo as não-linearidades limitadas por funções não lineares com coeficientes desconhecidos) são considerados. Os parâmetros do atuador são variantes no tempo e seus limites são também desconhecidos. Para lidar com o problema de parâmetros desconhecidos do atuador, o sistema é decomposto em dois subsistemas. Para o sistema resultante, é desenvolvida uma tolerância correspondente para o método de projeto do controlador com a ajuda de função *Nussbaum*. Pela construção do funcional de *Lyapunov*, é provada a estabilidade assintótica do sistema em malha fechada e simulações são realizadas num reator químico para demonstrar a eficácia do método proposto. Em Gwo-Ruey Yu [135], um método de projeto de controle robusto para um pêndulo invertido, considerando incertezas no modelo e restrições de saída via Otimização Enxame de Partícula (Particle Swarm Optimization - PSO) e controle nebuloso Takagi-Sugeno (TS), é abordado. Neste trabalho, o modelo nebuloso TS primeiramente é estabelecido para o pêndulo invertido e, a partir do conceito de compensação paralela distribuída em paralelo, condições de estabilidade LMI são propostas para garantir estabilidade global ao sistema de controle nebuloso TS via PSO. Controladores nebulosos TS baseados na otimização Particle Swarm são projetados de forma que o pêndulo invertido seja robusto contra as incertezas no modelo e sob restrições na saída. Exemplos demonstram a eficácia do projeto. Em Jie Zhang [141], uma estrutura de controle adaptativo não-linear para uma classe de sistemas dinâmicos incertos não-lineares variantes com o tempo que garante limites fundamentais ao sistema em malha fechada é proposta. Leis de controle com realimentação de estado e leis de controle com realimentação de saída são desenvolvidas e, através da análise da função de *Lyapunov*, é mostrada a eficiência da proposta. Outras pesquisas interessantes sobre a análise e/ou projeto de controladores aplicadas a sistemas dinâmicos incertos podem ser vistas em [117], [22], [63], [134].

Sistemas Nebulosos. Em muitos casos, um único modelo linear não é capaz de representar adequadamente um sistema complexo. Uma das possíveis razões é a presença das perturbações dinâmicas e/ou dos sinais de perturbação, os quais podem inviabilizar a obtenção de um conjunto único de parâmetros que garantam a um determinado modelo uma representação fiel do sistema de interesse. Nestes casos, um procedimento é a incorporação de incertezas associadas ao modelo. Uma abordagem interessante e apropriada para a incorporação de incertezas na modelagem de sistemas dinâmicos incertos é a utilização de sistemas nebulosos ('fuzzy'). Essa abordagem, denominada modelagem nebulosa, é apresentada nesta tese como uma solução para tratar com problemas complexos, tais como a modelagem de sistemas dinâmicos incertos, tendo em vista as dificuldades encontradas pelas

técnicas clássicas.

Os seres humanos são capazes de lidar com processos bastante complexos, baseados em informações imprecisas ou aproximadas. A estratégia adotada pelos operadores humanos é também de natureza imprecisa e geralmente possível de ser expressa em termos linguísticos. A *Teoria de Conjuntos Nebulosos* e os *Conceitos de Lógica Nebulosa* podem ser utilizados para traduzir em termos matemáticos a informação imprecisa expressa por um conjunto de regras linguísticas. Se um operador humano for capaz de articular sua estratégia de ação como um conjunto de regras da forma SE-ENTÃO, um algoritmo passível de ser implementado em computador pode ser construído. O resultado é um sistema de inferência baseado em regras, no qual a *Teoria de Conjuntos Nebulosos* e *Lógica Nebulosa* fornecem o ferramental matemático para se lidar com as tais regras linguísticas. No apêndice A, apresentam-se as definições básicas e os conceitos fundamentais de *Conjuntos Nebulosos* e de *Lógica Nebulosa*, assim como algumas definições e operações que permitem abordar os mecanismos de inferência, utilizados nesta tese.

As primeiras aplicações bem sucedidas dos sistemas nebulosos situaram-se na área de controle. A seguir, apresentam-se exemplos de indústrias que vêm investindo na utilização de sistemas nebulosos [83].

- Desde 1988, a empresa japonesa *Hitachi* modificou o sistema de controle convencional do metrô de Sendai para um sistema de controle nebuloso. Com isso, a empresa reduziu erros durante a aceleração e a frenagem do metrô em 70%.
- Em 1989, a *Mitsubishi* lança os condicionadores de ar nebulosos. Enquanto os condicionadores de ar convencionais utilizam controladores do tipo liga/desliga, a máquina da *Mitsubishi* usa um sistema de controle baseado em regras. Como resultado, a máquina da *Mitsubishi* opera muito mais suave do que as máquinas convencionais, evitando mudanças abruptas de estado, garantido assim temperaturas ambientes muito mais consistentes e menos consumo de energia.
- A indústria automobilística também tem se aproveitado da teoria de sistemas nebulosos. Desde 1997, a Nissan desenvolveu um sistema anti-bloqueio de travagem, que detecta a velocidade das rodas e as condições da estrada, compara com um padrão de condução e um controlador nebuloso ABS determina a ação de frenagem, com controle de derrapagem [133].
- A *Fujitec* e *Toshiba* implementam um esquema nebuloso para avaliação de tráfego de passageiros para determinar tempo de parada. Isso ajuda a reduzir o tempo de espera e melhora a eficiência e confiabilidade do sistema. A patente para esse tipo de sistema foi emitida em 1998.

Contudo, desde então, tem-se verificado uma utilização crescente de sistemas nebulosos em outros campos, como por exemplo, previsão de séries temporais, otimização, modelagem e controle de sistemas dinâmicos [14], [111], [150], [140], [123], [92], [41].

Identificação Nebulosa de Sistemas. A evolução do conhecimento científico, ao longo dos séculos, vem se baseando em leis matemáticas que descrevem os fenômenos físicos observados na natureza. Através de modelos matemáticos, pode-se prever o comportamento de um sistema, possibilitando simulá-lo sob diversas condições de operação. A partir desses modelos, é possível alterar o desempenho do sistema em malha fechada, ajustando controladores. O modelo matemático de um sistema pode ser calculado, partindo-se das leis físicas que regem sua dinâmica. Entretanto, para sistemas muito complexos, como os sistemas dinâmicos incertos, a modelagem convencional do processo normalmente torna-se inviável, já que as relações entre as diversas grandezas físicas envolvidas não são totalmente conhecidas e, conseqüentemente, não se pode determinar um modelo com a precisão necessária. É nesse contexto que surge a identificação nebulosa de sistemas, exatamente como uma ferramenta alternativa, e mais prática, para a obtenção de modelos matemáticos numéricos [128], [65], [90], [73].

Pode-se destacar dois tipos de modelos nebulosos: os modelos nebulosos linguísticos ou Mamdani e os modelos nebulosos Takagi-Sugeno (TS). O primeiro descreve um dado sistema por meio de regras linguísticas do tipo SE-ENTÃO, com proposição nebulosa no antecedente, assim como no conseqüente. O segundo também descreve um dado sistema por meio de regras linguísticas do tipo SE-ENTÃO, com proposição nebulosa no antecedente; porém o seu conseqüente é uma expressão dinâmica funcional das variáveis linguísticas do antecedente. Nesta tese o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) é utilizado para a modelagem matemática de sistemas dinâmicos incertos a partir de dados experimentais. Para obtenção da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), um algoritmo de agrupamento nebuloso é usado para gerar automaticamente o espaço do antecedente e um algoritmo de mínimos quadrados é utilizado para estimar os parâmetros dos sub-modelos lineares no espaço do conseqüente, conforme será visto no capítulo 3.

Controle Robusto. Modelos capazes de incorporar incertezas em sua estrutura são a base da teoria de controle denominada de controle robusto. Atualmente, entre as várias estratégias mais bem sucedidas, na busca por alta eficiência dos processos complexos, destacam-se as estratégias de controle robustos [20], [130], [72], [52], [53], [54], [55]. A robustez é uma característica desejável dos sistemas de controle por pelo menos duas razões. A primeira deve ser a preocupação permanente de todo projetista que os sistemas de controle funcionem satisfatoriamente, ainda que as condições de operação sejam distintas daquelas consideradas no modelo. Na segunda, as condições de robustez podem ser utilizadas com o objetivo de se adotar um modelo de projeto intencionalmente simplificado, não só para facilitar a análise, como também por seu impacto sobre a complexidade do controlador resultante.

Um dos propósitos desta tese é apresentar uma metodologia de projeto, baseada na *Resposta em Frequência Nebulosa* de sistemas dinâmicos incertos, que permita a determinação de controladores,

a ser localizado no ramo direto da malha de controle, de maneira que sejam atingidos requisitos de estabilidade, ou seja, o controlador deverá ser tal que toda a classe de sistemas reais resulte estável. Os critérios de estabilidade robusta, baseada nas especificações da margem de ganho e margem de fase, obtidas a partir da *Resposta em Frequência Nebulosa*, são os critérios utilizados nesta tese para a determinação de controladores robustos. Detalhes sobre a análise de estabilidade relativa e as definições das margens de ganho e fase podem ser vistos no apêndice B.

1.1 Motivação e Relevância

Nesta seção, apresentam-se as principais motivações e relevâncias que levaram a desenvolver esta tese, intitulada *Metodologia Nebulosa Robusta para Estimação da Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos*. De forma simplificada, utiliza-se a estratégia de se fazer questionamentos sobre as áreas em destaque no desenvolvimento da tese e as respectivas respostas a estes questionamentos evidenciarão as motivações e relevâncias.

1.1.1 Por que Aplicação em Sistemas Dinâmicos Incertos?

Todo modelo matemático é, na realidade, uma aproximação de um sistema físico real. Diante dessa limitação do modelo matemático, há regimes dinâmicos de operação do sistema físico real que não são representados por ele. Tais regimes não modelados podem ser caracterizados como dinâmicas incertas ou, simplesmente, incertezas. Todavia, o modelo matemático também pode apresentar outros tipos de incertezas, provenientes de: ruídos, retardos não incluídos no modelo, linearizações, variações paramétricas do sistema físico real, dentre outros. Considerando que, grande parte dos processos industriais, ao serem modelados, apresentam algum tipo de incerteza; e, ainda, considerando a importância em analisar e/ou projetar controladores para sistemas físicos realísticos, surge o interesse em trabalhar com os sistemas dinâmicos incertos nesta tese.

1.1.2 Por que a Utilização de Sistemas Nebulosos?

Técnicas de inteligência computacional, mais especificamente sistemas nebulosos, são consideradas ferramentas poderosas para solução de problemas com alto grau de complexidade. Por definição, os sistemas nebulosos ou sistemas baseados em regras podem decompor um sistema dinâmico complexo, como o sistema dinâmico incerto, em vários sub-modelos e concatená-los numa única estrutura, de forma a representar satisfatoriamente a dinâmica do sistema original. Diante do exposto, propõe-se a trabalhar com o sistema nebuloso Takagi-Sugeno (TS) nesta tese, considerado como ferramenta apropriada para representar as incertezas do sistema dinâmico incerto de forma eficiente.

1.1.3 Por que Resposta em Frequência Nebulosa?

Os métodos clássicos de resposta em frequência, desenvolvidos durante o período de 1930 – 1940 por Harry Nyquist, Hendrik Bode, Nathaniel B. Nichols, e muitos outros, estão entre as técnicas mais usuais disponíveis para a análise e projeto de sistemas de controle. Contudo, tais métodos clássicos não conseguem explorar as incertezas inerentes aos sistemas físicos reais em suas respostas em frequência. Uma vez que os sistemas nebulosos Takagi-Sugeno (TS) são capazes de concatenar, em uma única estrutura, os diversos sub-modelos, obtidos a partir do sistema dinâmico incerto, surge a motivação em verificar a resposta em regime permanente de um sistema nebuloso Takagi-Sugeno (TS), de maneira que a resposta em frequência nebulosa compreenda a resposta em frequência do sistema dinâmico incerto.

1.1.4 Por que Metodologia Robusta?

O projeto de sistemas de controle precisos, na presença de incertezas, requer que o projetista procure sistemas robustos, que garanta estabilidade e desempenho do sistema, mesmo com as incertezas intrínsecas ao modelo da planta. Daí vem a motivação em se desenvolver uma metodologia para desenvolvimento de projetos, de maneira a apresentar baixa sensibilidade às incertezas, seja estável sobre uma faixa de variação de parâmetros e atenda a um bom desempenho, segundo as especificações de projeto.

A metodologia proposta tem como um de seus principais objetivos estimar a resposta em regime estacionário de modelos nebulosos Takagi-Sugeno (TS) a entradas senoidais. Com esse procedimento, pretende-se estimar também as incertezas intrínsecas ao sistema, o que garantirá que projetos de controle desenvolvidos, a partir de tal metodologia, apresentem características robustas.

1.2 Objetivos

Apresentam-se, nesta seção, os objetivos gerais e específicos desta tese.

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desta tese é desenvolver uma metodologia nebulosa robusta para a estimação da resposta em frequência de sistemas dinâmicos incertos, de forma que essa metodologia possa ser utilizada como ferramenta na análise e/ou no projeto de controladores robustos.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Representar os sistemas dinâmicos incertos, baseados no modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS);
- Demonstrar, através de um *Teorema*, que a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* é uma família de respostas em frequências, de módulo e de fase, no domínio da frequência.
- Desenvolver formulação matemática para análise do comportamento da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* nas baixas e altas frequências;
- Aplicar algoritmo de agrupamento nebuloso sobre dados experimentais de entrada-saída de sistemas dinâmicos incertos, com o intuito de explorar a similaridade entre eles, além de gerar automaticamente o espaço do antecedente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS);
- Estimar parâmetros de funções de transferência dos sub-modelos lineares no espaço do consequente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), via método dos mínimos quadrados, em função de regiões de operação definidas por algoritmo de agrupamento nebuloso;
- Determinar modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS), a partir de dados experimentais medidos de sistemas dinâmicos incertos, de modo a representar eficientemente os sistemas dinâmicos incertos;
- Validar modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS);
- Aplicar a metodologia proposta em sistemas típicos reais;
- Desenvolver estratégias de controle robusto para sistemas dinâmicos incertos, baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*;
- Implantar estratégias de controle robusto, baseadas na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, numa plataforma de controle em tempo real.

1.3 Contribuições

Nesta tese, uma *Metodologia Nebulosa Robusta para Estimação da Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos* é apresentada, cujas principais contribuições são enumeradas a seguir:

1. Desenvolvimento de ferramenta no Matlab/Simulink para simulação de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS);
2. Proposta de um *Teorema* no qual se demonstra que a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* é uma família de respostas em frequências, de módulo e de fase, no domínio da frequência.
3. Definição e análise da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*;
4. Estimação de parâmetros das funções de transferência dos sub-modelos lineares no espaço do consequente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), via método dos mínimos quadrados;
5. Estimação da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* de sistemas dinâmicos incertos a partir de dados experimentais;
6. Implementação de estratégias de controle robusto, baseadas na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, numa plataforma de controle em tempo real.

A seguir, na secção 1.4, com o intuito de embasar a *Metodologia Nebulosa Robusta para a Estimação da Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos* proposta nesta tese, são trazidas algumas considerações iniciais sobre os sistemas nebulosos. Primeiramente, uma introdução sobre os sistemas nebulosos é apresentada. Posteriormente, descreve-se a estrutura geral de um sistema de inferência nebuloso. Por fim, destacam-se, dependendo da estrutura particular da proposição do consequente, dois tipos de modelos nebulosos: o modelo nebuloso Mamdani ou Linguístico e o modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS). Nesta tese, utiliza-se o modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS) para a modelagem de sistemas dinâmicos incertos a partir de dados experimentais, conforme será visto no capítulo 3; e, posteriormente, para a obtenção da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, capítulo 4, considerada como principal contribuição deste trabalho.

1.4 Considerações Iniciais sobre os Sistemas Nebulosos

A teoria de sistemas nebulosos foi proposta por Lofti A. Zedeh [137] [138], como uma forma de processar informação vaga, imprecisa ou linguística e, desde 1970, apresenta crescente aplicação industrial. Ela estabelece a base para representar o conhecimento e desenvolver os mecanismos essenciais para inferir decisões sobre as ações apropriadas que devem ser tomadas em um problema real. Segundo Wang [148], existem na literatura dois tipos de justificativa para a utilização da teoria de sistemas nebulosos:

- O mundo real é muito complexo para ser descrito precisamente; portanto, aproximações (ou *fuzzificações*) devem ser introduzidas com o intuito de se obter modelos razoáveis;
- À medida que se avança para a era da informação, o conhecimento humano se torna cada vez mais importante. Desse modo, precisa-se de uma teoria que possa formular o conhecimento humano, de uma forma sistemática, bem como incrementar esse conhecimento em sistemas de engenharia.

Para alcançar essa combinação, a questão chave é como transformar a base de conhecimento humano em uma formulação matemática. Essencialmente, o que um sistema nebuloso realiza é essa transformação. Por exemplo, ainda que se saiba o modelo exato de um sistema térmico de aquecimento, pode-se descrever o seu comportamento da seguinte forma: "Se aplicarmos mais tensão elétrica no sistema térmico **Então** a temperatura do sistema aumenta", onde os termos 'mais' e 'aumenta' são considerados termos linguísticos que, embora não sejam precisos, são informações importantes a respeito do sistema térmico de aquecimento. De fato, para muitos problemas de modelagem e/ou controle, um especialista pode determinar um conjunto de regras eficientes, partindo de descrições linguísticas do sistema dinâmico. Os modelos matemáticos clássicos não podem incorporar as descrições linguísticas diretamente em suas formulações. Contudo, os sistemas nebulosos são ferramentas poderosas para atingir esse objetivo, visto que a estrutura lógica das regras facilita o entendimento e a análise do problema em questão de forma qualitativa. As pesquisas sobre sistemas nebulosos desenvolveram-se em duas direções principais. A primeira é a abordagem linguística ou qualitativa, em que o sistema nebuloso é construído a partir de uma coleção de regras (preposições). Já a segunda configura-se numa abordagem quantitativa e está relacionada à teoria de sistemas clássica e moderna. A combinação de informações qualitativa e quantitativa, que constitui a principal motivação para o uso de sistemas inteligentes, deu origem a várias contribuições sobre modelagem, estabilidade, controle adaptativo e controle robusto [18], [71], [116], [22], [75], [21], [88], [23], [68], [50], [51].

Os conceitos da teoria dos conjuntos nebulosos e lógica nebulosa podem ser empregados na modelagem de sistemas dinâmicos de várias formas, como por exemplo: em sistemas nebulosos baseados em regras [138], modelos nebulosos de regressão linear [127], ou modelos nebulosos utilizando estruturas celulares [124]. Em sequência, na subseção 1.4.1, mostra-se a estrutura geral de um sistema de inferência nebuloso que pode ser usado em aplicações de modelagem e controle. Posteriormente, nas subseções 1.4.2 e 1.4.3, são detalhados o modelo dinâmico nebuloso Mamdani e o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno, sendo este último, o modelo utilizado na tese para a modelagem de sistemas dinâmicos incertos; uma vez que o seu consequente é uma expressão dinâmica funcional das variáveis linguísticas do antecedente. As funções do consequente são tipicamente escolhidas como partes de

uma função parametrizada adequada, cuja estrutura mantém-se igual em todas as regras e apenas os parâmetros variam. O modelo global é composto como uma concatenação dos modelos locais e pode ser visto como uma aproximação por partes suavizada.

1.4.1 Sistema de Inferência Nebuloso

A Fig. 1.2 descreve a estrutura geral de um sistema de inferência nebuloso. Esse sistema de inferência mapeia entradas *crisp* - oriundas de um conjunto de dados resultante de medições ou observações experimentais - em saídas *crisp*; e dispõe, basicamente, de quatro componentes: fuzificador, base de conhecimento, máquina de inferência e defuzificador.

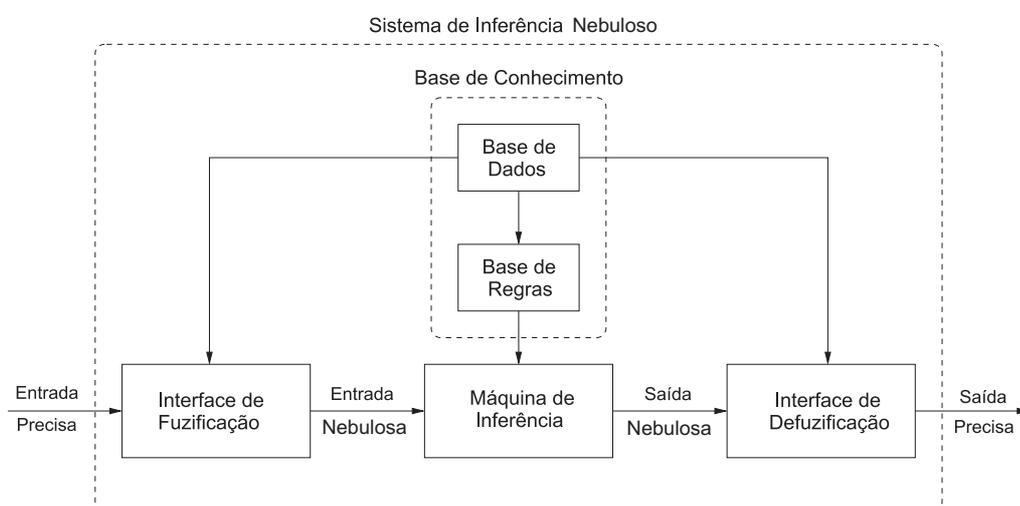


Fig. 1.2: Estrutura geral de um sistema de inferência nebuloso.

Uma vez que as regras tenham sido estabelecidas, o sistema de inferência nebuloso mapeia as entradas em saídas precisas, $y = f(u)$, em que u e y são a entrada e a saída do sistema de inferência nebuloso, respectivamente, e f corresponde à representação quantitativa deste mapeamento. A base de conhecimento é constituída pela base de dados e pela base de regras, de maneira a caracterizar o funcionamento completo do sistema de inferência nebuloso. Na base de dados, estão armazenadas as variáveis linguísticas, as definições dos respectivos universos de discurso e as funções de pertinência, caracterizando os termos linguísticos utilizados para cada variável linguística. A Fig. 1.3 mostra um exemplo para o caso de uma variável linguística "temperatura", com três termos linguísticos "baixo", "médio" e "alto". A variável base é a temperatura dada nas apropriadas unidades físicas.

Na base de regras, estão as declarações linguísticas do tipo SE-ENTÃO, definidas por um especialista ou extraídas de dados numéricos que constituem aspecto fundamental ao desempenho do sistema de inferência nebuloso.

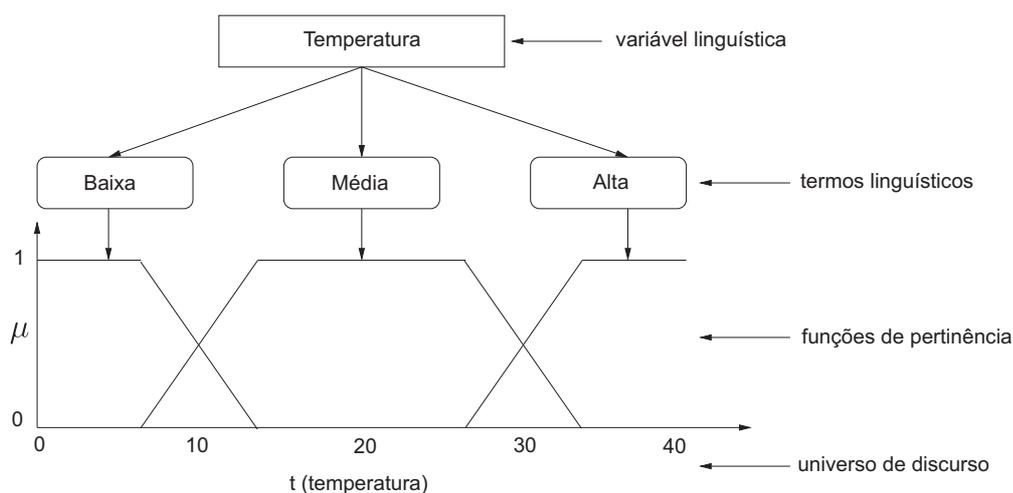


Fig. 1.3: Exemplo de uma variável linguística (temperatura) com três termos linguísticos.

A interface de fuzificação ou fuzificador mapeia os números precisos da entrada em conjuntos nebulosos para ativação das regras relevantes em uma dada aplicação. A máquina de inferência mapeia os conjuntos nebulosos da entrada em conjuntos nebulosos na saída, de acordo com as características da base de dados e da base de regras, combinando as regras que foram ativadas.

A interface de defuzificação ou defuzificador mapeia os conjuntos nebulosos na saída em números precisos, os quais podem corresponder a ações de controle em um sistema dinâmico ou à predição da sua saída num instante de tempo futuro. As relações entre as variáveis são representadas por meio de regras com a seguinte forma geral: **SE** antecedente **ENTÃO** conseqüente. O antecedente consiste em uma proposição nebulosa do tipo " \tilde{x} é F ", onde \tilde{x} é uma variável linguística e F é um conjunto nebuloso definido como termo linguístico.

Esta tese foca somente os sistemas nebulosos baseados em regras, isto é, sistemas cujas relações entre variáveis são representadas por meio de base de regras nebulosas **SE-ENTÃO**, da forma:

SE proposição do antecedente **ENTÃO** proposição do conseqüente.

Dependendo da estrutura particular da proposição do conseqüente, destacam-se dois tipos de modelos nebulosos:

- Modelo nebuloso Mamdani ou Linguístico [138], [98], no qual tanto o antecedente quanto o conseqüente são proposições nebulosas;
- Modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS) [125], em que o conseqüente é uma expressão dinâmica funcional das variáveis linguísticas do antecedente, em vez de uma proposição nebulosa.

A seguir, detalham-se os modelos nebulosos Mamdani e Takagi-Sugeno (TS), sendo este último o modelo nebuloso utilizado nesta tese.

1.4.2 Modelo Dinâmico Nebuloso Mamdani ou Linguístico

O modelo dinâmico nebuloso Mamdani (também conhecido como modelo dinâmico nebuloso linguístico), proposto por E. H. Mandani [98], como modo de capturar o conhecimento qualitativo em uma determinada aplicação, apresenta tanto no antecedente quanto no conseqüente proposições nebulosas. A forma geral da i $^{\text{ésima}}$ regra **SE-ENTÃO**, em que l representa o número de regras, é dada por [113]

$$R^{(i)} : \text{SE } \tilde{x}_1 \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_1}\}}^i |_{\tilde{x}_1} \text{ E } \dots \text{ E } \tilde{x}_n \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_n}\}}^i |_{\tilde{x}_n} \\ \text{ENTÃO } \tilde{y} \text{ é } G_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{y}}\}}^i |_{\tilde{y}} \quad (1.1)$$

Para cada regra i $^{\text{ésima}}$, onde l é o número de regras, o vetor $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n]^T \in \mathfrak{R}^n$, onde T representa o operador para matriz transposta, contém as variáveis linguísticas do antecedente que representam a entrada do sistema nebuloso e \tilde{y} é a variável linguística do conseqüente que representa a saída do sistema nebuloso, cada uma definida em seu respectivo universo de discurso $\mathcal{U}_{\tilde{x}_1}, \dots, \mathcal{U}_{\tilde{x}_n}$ e \mathcal{Y} . Os conjuntos nebulosos $F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_1}\}}^i |_{\tilde{x}_1}, F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_2}\}}^i |_{\tilde{x}_2}, \dots, F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_n}\}}^i |_{\tilde{x}_n}$ e $G_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{y}}\}}^i |_{\tilde{y}}$ são os valores (termos) linguísticos do antecedente e do conseqüente, ou seja, $F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_t}\}}^i |_{\tilde{x}_t} \in \{F_1^i |_{\tilde{x}_t}, F_2^i |_{\tilde{x}_t}, \dots, F_{p_{\tilde{x}_t}}^i |_{\tilde{x}_t}\}^{t=1,2,\dots,n}$ e $G_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{y}}\}}^i |_{\tilde{y}} \in \{G_1^i |_{\tilde{y}}, G_2^i |_{\tilde{y}}, \dots, G_{p_{\tilde{y}}}^i |_{\tilde{y}}\}$, onde $p_{\tilde{x}_t}$ e $p_{\tilde{y}}$ são os números de partições dos universos de discurso associado as variáveis linguísticas \tilde{x}_t e \tilde{y} , respectivamente. A variável \tilde{x}_t pertence ao conjunto nebuloso $F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_t}\}}^i |_{\tilde{x}_t}$ com um valor $\mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_t}\}}^i |_{\tilde{x}_t}}^i$ definido por uma função de pertinência $\mu_{\tilde{x}_t}^i : \mathfrak{R} \rightarrow [0, 1]$, onde $\mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_t}\}}^i |_{\tilde{x}_t}}^i \in \{\mu_{F_1^i |_{\tilde{x}_t}}^i, \mu_{F_2^i |_{\tilde{x}_t}}^i, \dots, \mu_{F_{p_{\tilde{x}_t}}^i |_{\tilde{x}_t}}^i}\}$. A variável \tilde{y} pertence ao conjunto nebuloso $G_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{y}}\}}^i |_{\tilde{y}}$ com um valor $\mu_{G_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{y}}\}}^i |_{\tilde{y}}}^i$ definido por uma função de pertinência $\mu_{\tilde{y}}^i : \mathfrak{R} \rightarrow [0, 1]$, com $\mu_{G_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{y}}\}}^i |_{\tilde{y}}}^i \in \{\mu_{G_1^i |_{\tilde{y}}}^i, \mu_{G_2^i |_{\tilde{y}}}^i, \dots, \mu_{G_{p_{\tilde{y}}}^i |_{\tilde{y}}}^i}\}$.

Cada regra é interpretada por uma implicação nebulosa

$$R^{(i)} : \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_1}\}}^i |_{\tilde{x}_1}}^i \star \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_2}\}}^i |_{\tilde{x}_2}}^i \star \dots \star \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_n}\}}^i |_{\tilde{x}_n}}^i \rightarrow \mu_{G_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{y}}\}}^i |_{\tilde{y}}}^i \quad (1.2)$$

onde \star é uma norma-T [148], $\mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_1}\}}^i |_{\tilde{x}_1}}^i \star \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_2}\}}^i |_{\tilde{x}_2}}^i \star \dots \star \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_n}\}}^i |_{\tilde{x}_n}}^i$ é a relação nebulosa das entradas linguísticas entre si, sobre os universos de discurso $\mathcal{U}_{\tilde{x}_1} \times \mathcal{U}_{\tilde{x}_2} \times \dots \times \mathcal{U}_{\tilde{x}_n}$, e $\mu_{G_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{y}}\}}^i |_{\tilde{y}}}^i$ é a saída definida sobre o universo de discurso \mathcal{Y} . O conjunto dessas implicações corresponde a uma

única relação nebulosa em $\mathcal{U}_{\tilde{x}_1} \times \mathcal{U}_{\tilde{x}_2} \times \dots \times \mathcal{U}_{\tilde{x}_n} \times \mathcal{Y}$ da forma

$$R : \bigvee_{i=1}^l \left[\mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_1}\}}|\tilde{x}_1}^i \star \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_2}\}}|\tilde{x}_2}^i \star \dots \star \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_n}\}}|\tilde{x}_n}^i \star \mu_{G_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{y}}}\}}|\tilde{y}}^i \right] \quad (1.3)$$

onde \bigvee é uma norma-S [148]. Dessa forma, a saída nebulosa é

$$G(\tilde{y}) = R \circ \left(\mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_1}\}}|\tilde{x}_1^*}^i \star \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_2}\}}|\tilde{x}_2^*}^i \star \dots \star \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_n}\}}|\tilde{x}_n^*}^i \right) \quad (1.4)$$

onde \circ é um operador de composição baseada em inferência que pode ser do tipo max-min ou max-produto, e \tilde{x}_t^* é algum ponto em $\mathcal{U}_{\tilde{x}_t}$. De acordo com a Eq. (1.4), o modelo dinâmico nebuloso Mamdani representa sistemas MISO diretamente e sistemas MIMO de r saídas por um conjunto de r bases de sub-regras MIMO R_{MIMO}^j $|^{[j=1,2,\dots,l]}$ acopladas, ou seja

$$G(\tilde{y}) = R_{MIMO} \circ \left(\mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_1}\}}|\tilde{x}_1^*}^i \star \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_2}\}}|\tilde{x}_2^*}^i \star \dots \star \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_n}\}}|\tilde{x}_n^*}^i \right) \quad (1.5)$$

com $G(\tilde{y}) = [G(\tilde{y}_1), \dots, G(\tilde{y}_r)]^T$ e

$$R_{MIMO} : \bigcup_{m=1}^r \bigvee_{i=1}^l \left[\mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_1}\}}|\tilde{x}_1^*}^i \star \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_2}\}}|\tilde{x}_2^*}^i \star \dots \star \mu_{F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_n}\}}|\tilde{x}_n^*}^i \star \mu_{G_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{y}_m}\}}|\tilde{y}_m}^i \right] \quad (1.6)$$

onde o operador \bigcup representa a coleção de todas as relações nebulosas R_{MISO}^j associada a cada saída \tilde{y}_m .

1.4.3 Modelo Dinâmico Nebuloso Takagi-Sugeno

O modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), originalmente proposto por Takagi & Sugeno em [125], apresenta no conseqüente uma expressão dinâmica funcional das variáveis linguísticas do antecedente. A i $|^{[i=1,2,\dots,l]}$ -ésima regra, em que l representa o número de regras, é dada por [113]

$$R^{(i)} : SE \tilde{x}_1 \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_1}\}}^i|\tilde{x}_1 \text{ E } \dots \text{ E } \tilde{x}_n \text{ é } F_{\{1,2,\dots,p_{\tilde{x}_n}\}}^i|\tilde{x}_n \\ \text{ENTÃO } y_i = f_i(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (1.7)$$

onde o número total de regras é $l = p_{\tilde{x}_1} \times \dots \times p_{\tilde{x}_n}$. O vetor $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n]^T \in \mathfrak{R}^n$ contém as variáveis linguísticas do antecedente, onde T representa o operador para matriz transposta. Cada variável linguística tem seu próprio universo de discurso $\mathcal{U}_{\tilde{x}_1}, \dots, \mathcal{U}_{\tilde{x}_n}$, particionado por conjuntos nebulosos, representando seus termos linguísticos, respectivamente. Na i -ésima regra, a variável $\tilde{x}_{\{1,2,\dots,n\}}$ pertence ao conjunto nebuloso $F_{\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i$ com um grau de pertinência $\mu_{F_{\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i}^i$ definido por uma função de pertinência $\mu_{\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i : \mathfrak{R} \rightarrow [0, 1]$, com $\mu_{F_{\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i}^i \in \{\mu_{F_1|\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i, \mu_{F_2|\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i, \dots, \mu_{F_{p|\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i}^i\}$, onde $p_{\{\tilde{x}_1,\dots,\tilde{x}_n\}}^i$ é o número de partições do universo de discurso associado à variável linguística $\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n$.

A saída do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), dada por

$$y(\tilde{\mathbf{x}}, \gamma) = \sum_{i=1}^l \gamma^i(\tilde{\mathbf{x}}) f^i(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (1.8)$$

é uma combinação convexa, conforme definida na Subseção 1.4.4, das expressões dinâmicas funcionais $f^i(\tilde{\mathbf{x}})$.

1.4.4 Combinação Convexa

A combinação convexa é definida como uma combinação linear de pontos (que podem ser vetores, escalares, ou mais genericamente pontos em um espaço afim), em que todos os coeficientes são não-negativos e a soma resulta em 1. Todas as possíveis combinações convexas estarão no interior da casca convexa dos pontos dados. De fato, a coleção de todas as combinações convexas de pontos no conjunto constitui a casca convexa. Mais formalmente, dado um número finito de pontos f^1, f^2, \dots, f^l em um espaço vetorial real, uma combinação convexa desses pontos é um ponto da forma

$$\gamma^1 f^1 + \gamma^2 f^2 + \dots + \gamma^l f^l \quad (1.9)$$

onde o número real γ^i satisfaz $\gamma^i \geq 0$ and $\gamma^1 + \gamma^2 + \dots + \gamma^l = 1$. No modelo dinâmico nebuloso TS, o grau de ativação $h^i(\tilde{x})$, para a regra i , é dada por

$$h^i(\tilde{x}) = \mu_{F_{\{\tilde{x}_1\}}^i}^i \star \mu_{F_{\{\tilde{x}_2\}}^i}^i \star \dots \star \mu_{F_{\{\tilde{x}_n\}}^i}^i \quad (1.10)$$

onde \star é qualquer norma-T [148]. O grau de ativação normalizado é dado por:

$$\gamma^i(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{h^i(\tilde{\mathbf{x}})}{\sum_{r=1}^l h^r(\tilde{\mathbf{x}})}. \quad (1.11)$$

Esta normalização implica em

$$\sum_{k=1}^l \gamma^i(\tilde{\mathbf{x}}) = 1. \quad (1.12)$$

De acordo com a definição de Combinação Convexa (Subseção 1.4.4), as Eqs. (1.10)-(1.12) demonstram que a saída do modelo nebuloso TS é uma Combinação Convexa das expressões dinâmicas funcionais $f^i(\tilde{\mathbf{x}})$, como exigido na Eq. (1.8). Em outras palavras, pode ser observado que o sistema dinâmico nebuloso TS, que representa qualquer sistema dinâmico incerto, pode ser considerado como uma classe de sistemas, onde $\gamma^i(\tilde{\mathbf{x}})$ denota uma decomposição de variáveis linguísticas $[\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n]^T \in \mathfrak{R}^n$ para uma região geométrica politópica no espaço do consequente, baseado nas expressões funcionais $f^i(\tilde{\mathbf{x}})$. Para o caso bidimensional, sem perda de generalidade, a região convexa, gerada pelo modelo nebuloso TS, é ilustrada na Fig. 1.4.

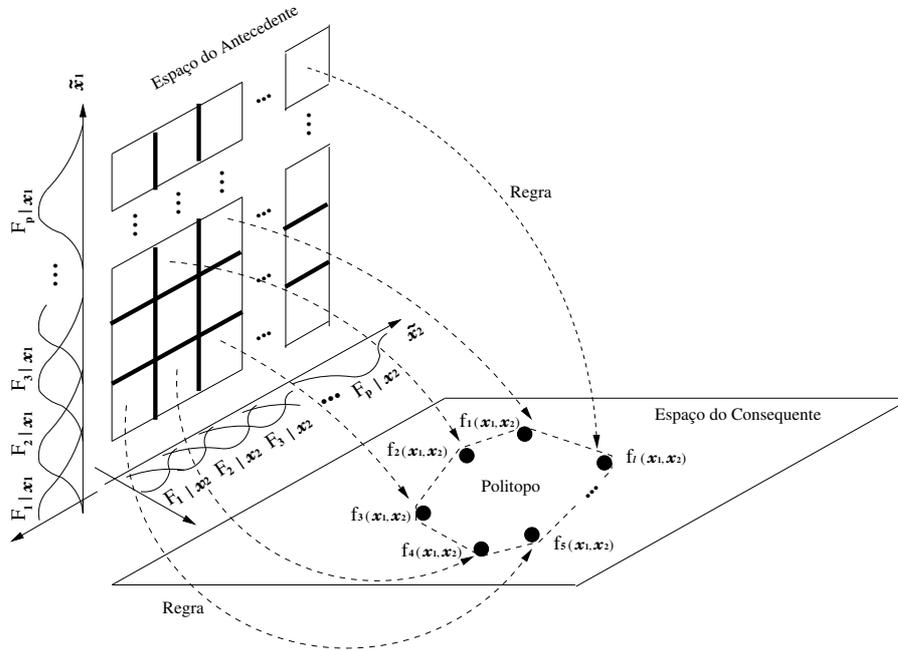


Fig. 1.4: Modelo dinâmico nebuloso: um modelo TS pode ser considerado como um mapeamento do espaço do antecedente para o consequente.

1.5 Organização da Tese

A tese intitulada *Metodologia Nebulosa Robusta para a Estimação da Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos* está dividida em 6 capítulos, trazendo todas as informações necessárias para a modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos e para o desenvolvimento e a implementação de controladores robustos, baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* de tais sistemas. A Fig. 1.5 apresenta, de forma gráfica, um resumo de todas as etapas desenvolvidas na tese.

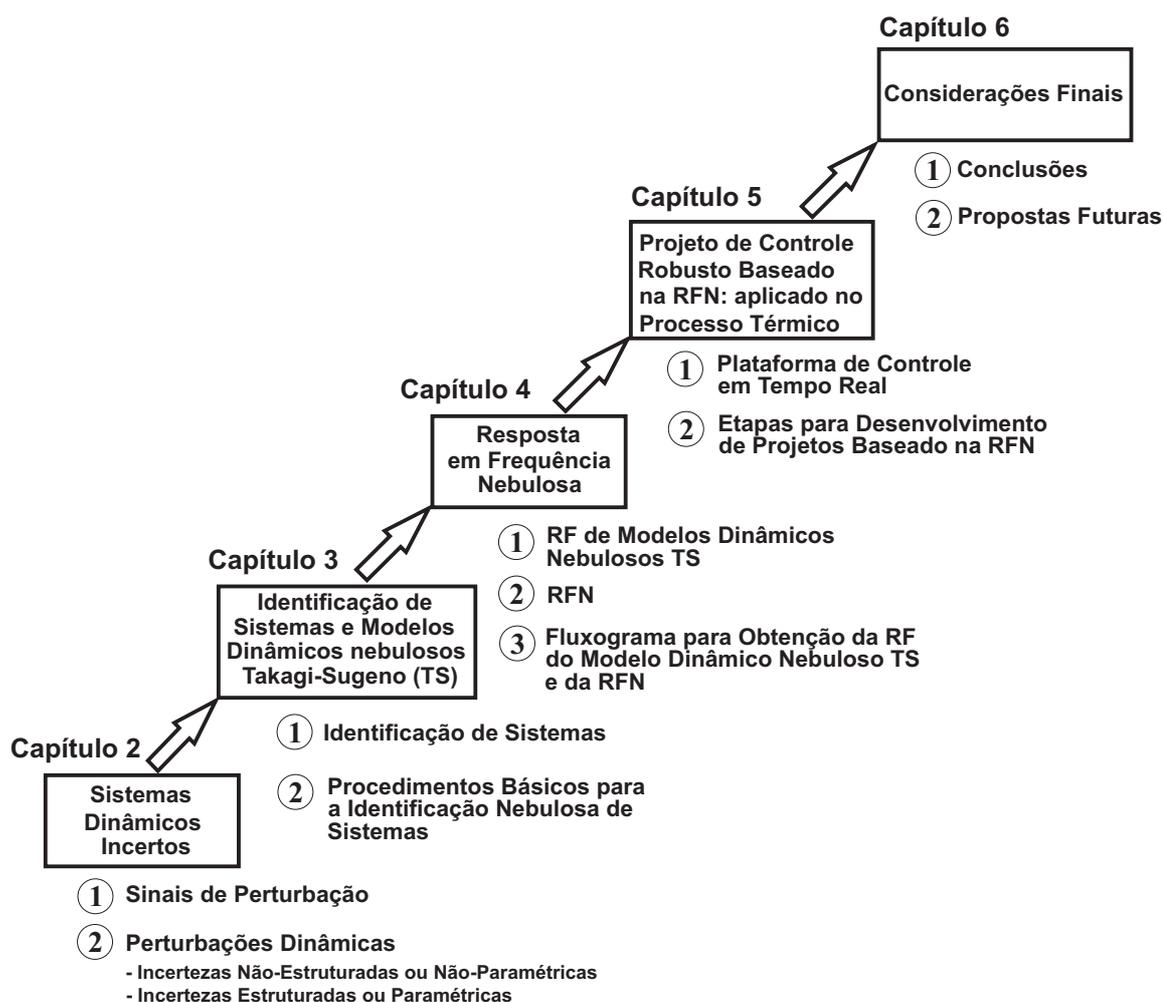


Fig. 1.5: Etapas para o desenvolvimento da tese.

- O capítulo 2 aborda, de forma concisa, um estudo básico dos sistemas dinâmicos incertos, sobre os quais se desenvolve toda a metodologia proposta na tese. Na oportunidade, classificam-se as incertezas em duas categorias: sinais de perturbação e perturbações dinâmicas; e enfatiza-se que as incertezas são inevitáveis em qualquer projeto de controle para sistemas reais. Neste

capítulo, destacam-se as perturbações dinâmicas, sendo descritos dois tipos de incertezas: as não-estruturadas ou não-paramétricas e as estruturadas ou paramétricas.

- O capítulo 3 trata da identificação de sistemas e modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS), tendo como principal objetivo a modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos. Para atingir esse objetivo, mostra-se um procedimento básico para a identificação nebulosa de sistemas dinâmicos incertos, composto das seguintes etapas: experimento, seleção da estrutura do modelo (nessa etapa, apresenta-se uma estrutura de modelo linear, formulada com base no sistema de inferência nebuloso Takagi-Sugeno (TS)), estimação do espaço do antecedente através de um algoritmo de agrupamento nebuloso, estimação do espaço do consequente através de um algoritmo de mínimos quadrados e validação do modelo. Por fim, desenvolve-se um procedimento de otimização via algoritmo genético (AG), no intuito de melhorar a representação do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado.
- O capítulo 4 traz uma formulação para a obtenção da resposta em frequência de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS) e um *Teorema*, no qual se demonstra que a representação gráfica da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* é uma família de respostas em frequências, de módulo e de fase, no domínio da frequência. Como consequência do *Teorema*, definiu-se a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* como uma região (faixa) nos gráficos de Bode de módulo e fase, definida pelos sub-modelos no espaço do consequente e baseada nas regiões de operação no espaço do antecedente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS). Um procedimento é proposto, para obtenção da resposta em frequência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) e da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, o qual integra a identificação nebulosa de sistemas dinâmicos incertos, vista no capítulo 3.
- O capítulo 5 mostra o desenvolvimento e a implementação de estratégias de controle robusto para controle de temperatura de um processo térmico baseada na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, tendo como critério de projeto as especificações de robustez de margens de ganho e de fase obtidas sobre essa *Resposta*. Desenvolvem-se dois tipos de projetos de controladores robustos para o processo térmico: projeto de controle PID digital clássico, baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*; e projeto de controle PID digital nebuloso, baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*. Comparam-se os desempenhos dos projetos de controle robustos, baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* com um projeto de controle clássico Ziegler Nichols. Apresenta-se a plataforma de controle em tempo real, utilizada para a implementação das estratégias de controle supracitadas.
- O capítulo 6 expõe as considerações finais sobre a tese, apresentando conclusões e propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Sistemas Dinâmicos Incertos

As incertezas são inevitáveis num projeto de controle para sistemas reais. Basicamente, tais incertezas podem ser classificadas em duas categorias: sinais de perturbação e perturbações dinâmicas. A primeira caracteriza perturbações na entrada e na saída do sistema dinâmico real, como, por exemplo, ruídos advindos de sensores e atuadores, conforme mostra o diagrama de blocos da Fig. 2.1.

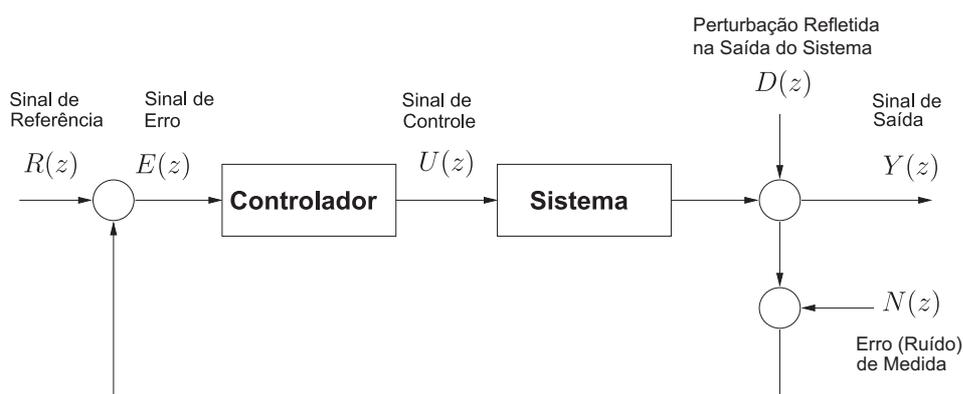


Fig. 2.1: Diagrama de blocos caracterizando sinais de perturbação.

A segunda representa a discrepância entre o sistema dinâmico real e o modelo matemático que o representa. Um modelo matemático é sempre uma aproximação do sistema dinâmico real. As fontes típicas de discrepância incluem dinâmicas não-modeladas (geralmente em altas frequências), não-linearidades negligenciadas na modelagem, atrasos puro de tempo, efeitos da redução na ordem de modelos, variações paramétricas devido às mudanças ambientais, entre outros. Esses erros de modelagem podem afetar negativamente a estabilidade e o desempenho de um sistema de controle. Neste capítulo, descrevem-se as principais perturbações dinâmicas através de dois tipos de incertezas: as não-estruturadas ou não-paramétricas e as estruturadas ou paramétricas.

2.1 Incertezas Não-Estruturadas ou Não-Paramétricas

Muitas perturbações dinâmicas podem ocorrer em diferentes partes de um sistema dinâmico real. Entretanto, essas perturbações podem ser aglomeradas em um único bloco de perturbação, $\Delta(z)$, o qual pode ser representado por uma de função de transferência para sistemas lineares e invariantes no tempo. Essa representação de incerteza é denominada de incerteza não-estruturada ou não-paramétrica, podendo ser modelada de duas formas: aditiva e multiplicativa.

2.1.1 Incerteza Não-Estruturada Aditiva ou Perturbação Dinâmica Aditiva

A incerteza não-estruturada aditiva ou perturbação dinâmica aditiva representa o erro absoluto entre a dinâmica do sistema real e o sistema nominal.

Suponha que $H_r(z)$ e $H_o(z)$ estejam relacionadas por

$$H_r(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = H_o(z) + \Delta_a(z) \quad (2.1)$$

Onde:

- $H_r(z)$ é a função de transferência do sistema dinâmico real;
- $H_o(z)$ é a função de transferência do sistema dinâmico nominal;
- $U(z)$ e $Y(z)$ é a entrada e a saída do sistema dinâmico real, respectivamente;
- $\Delta_a(z)$ é a incerteza não-estruturada aditiva ou perturbação aditiva do sistema dinâmico;
- z é uma variável complexa.

A partir da Eq. (2.1), a incerteza não-estruturada aditiva ou erro absoluto é dada por

$$\Delta_a(z) = H_r(z) - H_o(z). \quad (2.2)$$

onde $\Delta_a(z)$ varia sobre o conjunto de funções de transferências satisfazendo

$$|\Delta_a(e^{j\omega T_s})| \leq \delta_a(\omega), \quad \forall(\omega) \geq 0 \quad (2.3)$$

e $\delta_a(\omega)$ satisfaz

$$\delta_a(\omega) \geq |H_r(e^{j\omega T_s}) - H_o(e^{j\omega T_s})|, \quad \forall(\omega) \geq 0 \quad (2.4)$$

A Fig. 2.2 mostra uma representação em diagrama de blocos do modelo da planta com incerteza não-estruturada aditiva.

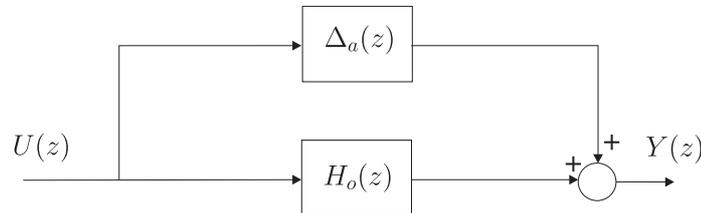


Fig. 2.2: Diagrama de blocos do modelo da planta com incerteza não-estruturada aditiva.

2.1.2 Incerteza Não-Estruturada Multiplicativa ou Perturbação Dinâmica Multiplicativa

A incerteza não-estruturada multiplicativa ou perturbação dinâmica multiplicativa representa o erro relativo no modelo da planta. Dessa forma, a partir da Eq. (2.2), tem-se

$$\Delta_m(z) = \frac{\Delta_a(z)}{H_o(z)} = \frac{H_r(z) - H_o(z)}{H_o(z)} \quad (2.5)$$

Assim, $H_r(z)$ e $H_o(z)$ estão relacionados por

$$H_r(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = H_o(z) [1 + \Delta_m(z)], \quad (2.6)$$

onde $\Delta_m(z)$ é qualquer função de transferência estável, satisfazendo

$$|\Delta_m(e^{j\omega T_s})| \leq \delta_m(\omega), \quad \forall(\omega) \geq 0 \quad (2.7)$$

e $\delta_m(\omega)$ satisfaz

$$\delta_m(\omega) \geq \left| \frac{H_r(e^{j\omega T_s}) - H_o(e^{j\omega T_s})}{H_o(e^{j\omega T_s})} \right|, \quad \forall(\omega) \geq 0 \quad (2.8)$$

A Fig. 2.3 mostra uma representação em diagrama de blocos do modelo da planta com incerteza não-estruturada multiplicativa.

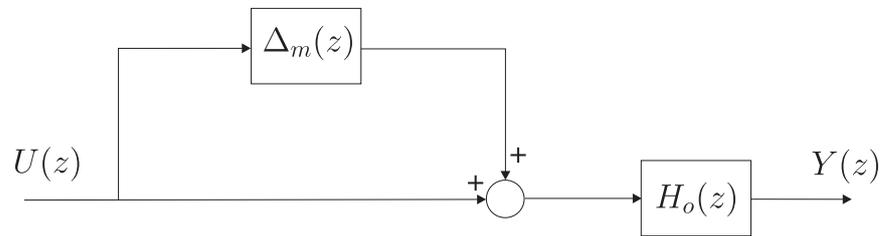


Fig. 2.3: Diagrama de blocos do modelo da planta com incerteza não-estruturada multiplicativa.

2.1.3 Exemplo da Representação de Incerteza Não-Estruturada

Considere o arranjo de um motor de corrente contínua (CC), mostrado na Fig. 2.4.

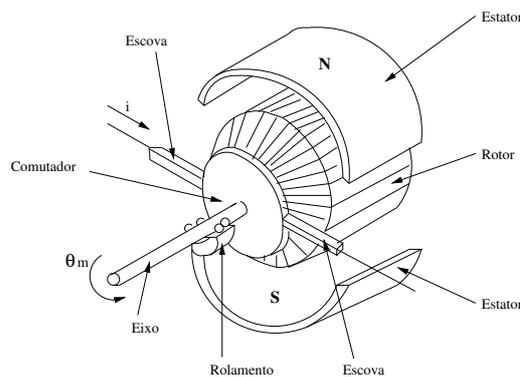


Fig. 2.4: Arranjo de um motor de corrente contínua (CC).

Para esse arranjo, pode-se representar a dinâmica real do motor de corrente contínua (CC), constituída de dinâmica lenta, $H_{lenta}(z)$, e dinâmica rápida, $H_{rápida}(z)$, de acordo com a Eq. (2.9)

$$H_r(z) = gH_{lenta}(z)H_{rápida}(z) \quad (2.9)$$

Onde:

- g - é o ganho constante do motor de corrente contínua;
- $H_{lenta}(z) = \frac{T_s(z+1)}{2\tau(z-1) + T_s(z+1)}$ - é a dinâmica lenta do motor de corrente contínua;

- $H_{rápida}(z) = \frac{T_s(z+1)}{2\alpha\tau(z-1) + T_s(z+1)}$, com $0 \leq \alpha \leq 1$, - é a dinâmica rápida do motor de corrente contínua;
- τ - é a constante de tempo do motor de corrente contínua;
- T_s - é o intervalo ou período de amostragem.

A partir da Eq. (2.9), para fins de projeto, é razoável considerar apenas a dinâmica lenta do motor de corrente contínua e desprezar a sua dinâmica rápida. Assim, considera-se a dinâmica rápida como uma perturbação. Dessa forma, a dinâmica nominal do motor de corrente contínua (CC) resulta em

$$H_o(z) = gH_{lenta}(z) \quad (2.10)$$

A partir da Eq. (2.2), a perturbação dinâmica aditiva ou incerteza não-estruturada aditiva, $\Delta_a(s)$, do motor de corrente contínua (CC) será

$$\begin{aligned} \Delta_a(z) &= H_r(z) - H_o(z) \\ &= gH_{lenta}(z)H_{rápida}(z) - gH_{lenta}(z) \\ &= gH_{lenta}(z)(H_{rápida}(z) - 1) \end{aligned} \quad (2.11)$$

Considerando $\tau = 1$ e $g = 1$, a partir da Eq. (2.11), tem-se:

$$\Delta_a(z) = \frac{-2\alpha T_s(z-1)(z+1)}{4\alpha(z-1)^2 + 2T_s(1+\alpha)(z-1)(z+1) + T_s^2(z+1)^2} \quad (2.12)$$

Da mesma forma, a partir da Eq. (2.5), a perturbação dinâmica multiplicativa ou incerteza não-estruturada multiplicativa, $\Delta_m(z)$, do motor de corrente contínua (CC) será

$$\begin{aligned} \Delta_m(z) &= \frac{H_r(z) - gH_{lenta}(z)}{gH_{lenta}(z)} \\ &= \frac{gH_{lenta}(z)H_{rápida}(z) - gH_{lenta}(z)}{gH_{lenta}(z)} \\ &= H_{rápida}(z) - 1 \end{aligned} \quad (2.13)$$

Também, considerando $\tau = 1$ e $g = 1$, a partir da Eq. (2.13), tem-se:

$$\Delta_m(z) = \frac{-2\alpha T_s(z-1)}{2\alpha T_s(z-1) + T_s(z+1)} \quad (2.14)$$

Na Fig. 2.5, apresentam-se os gráficos de Bode do módulo das perturbações dinâmicas aditiva, $\Delta_a(z)$, e multiplicativa, $\Delta_m(z)$, respectivamente, onde se considera $T_s = 10\mu s$ e $\alpha = 0,001$. Na Fig. 2.5, a diferença entre as representações das duas perturbações é clara: embora o módulo do erro absoluto seja pequeno, o módulo do erro relativo é grande na faixa das altas frequências, em comparação com a planta nominal.

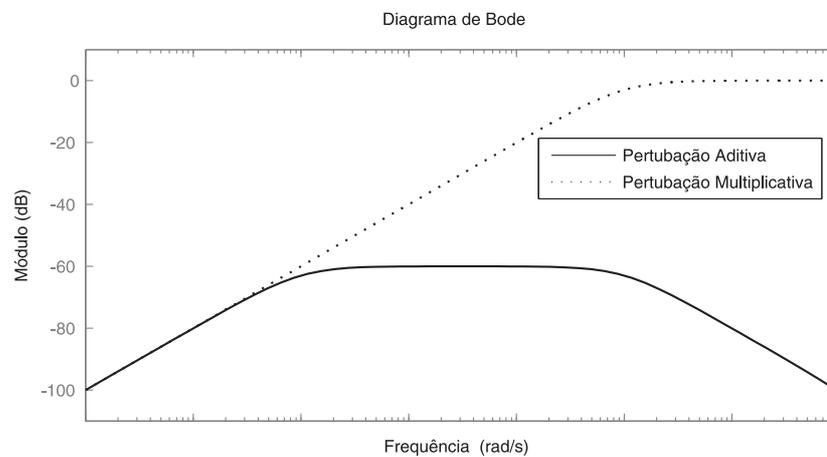


Fig. 2.5: Gráfico de Bode do módulo das perturbações dinâmicas aditiva, $\Delta_a(z)$, e multiplicativa, $\Delta_m(z)$, do motor de corrente contínua (CC).

2.2 Incertezas Estruturadas ou Paramétricas

As representações de perturbações dinâmicas ou incertezas não-estruturadas (aditiva e multiplicativa), apresentadas na Seção 2.1, são úteis para descrever dinâmicas não-modeladas ou negligenciadas do sistema dinâmico real. Essas incertezas ocorrem geralmente em altas frequências, como visto no exemplo do motor de corrente contínua (CC) da Subseção 2.1.3. No entanto, muitas perturbações dinâmicas, intrínsecas em sistemas de controle industrial, podem ser causadas pela descrição imprecisa das características de componentes, oriundas de: desgaste dos componentes da planta, mudanças de pontos de operação, entre outros. Tais perturbações, também denominadas de incertezas estruturadas ou incertezas paramétricas, afetam o desempenho dos sistemas dinâmicos reais em baixas frequências e podem ser representadas por variações de parâmetros sobre uma faixa de valores.

Suponha o sistema dinâmico incerto com incerteza paramétrica, $H(z, \nu)$, dado por

$$H(z, \nu) = \frac{Y(z, \nu)}{U(z)} = \frac{b_0(\nu) + b_1(\nu)z^{-1} + \dots + b_n(\nu)z^{-n}}{1 + a_1(\nu)z^{-1} + a_2(\nu)z^{-2} + \dots + a_m(\nu)z^{-m}} \quad (2.15)$$

Onde:

- $H(z, \nu)$ é a função de transferência do sistema dinâmico incerto com incerteza paramétrica;
- $U(z)$ e $Y(z, \nu)$ é a entrada e a saída do sistema dinâmico incerto com incerteza paramétrica, respectivamente;
- $a_*(\nu)$ e $b_*(\nu)$ são os parâmetros variantes da função de transferência do sistema dinâmico incerto com incerteza paramétrica;
- $\nu(t)$ é a variável de escalonamento variante no tempo;
- n e m são as ordens do numerador e denominador da função de transferência do sistema dinâmico incerto com incerteza paramétrica, respectivamente;
- z é uma variável complexa;

A variável de escalonamento ν pertence a um conjunto compacto $\nu \in V$, com sua variação limitada por $|\dot{\nu}| \leq d^{\max}$, com $d^{\max} \geq 0$. A Fig. 2.6 mostra uma representação em diagrama de blocos do modelo da planta com incerteza paramétrica.

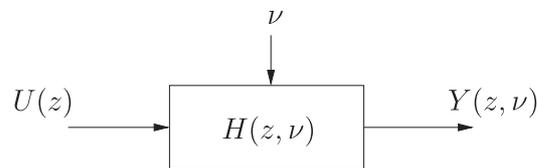


Fig. 2.6: Diagrama de blocos do modelo da planta com incerteza não-estruturada multiplicativa.

A seguir, destacam-se alguns exemplos de incertezas estruturadas ou incertezas paramétricas (tolerância) de parâmetros físicos concretos:

- Os componentes elétricos como resistores ou capacitores são sempre afetados com tolerâncias, por exemplo, 2% para um resistor padrão;
- Em sistemas com acoplamento magnético, o entreferro nominal é um parâmetro importante que é afetado por tolerâncias de fabricação e pelo crescimento térmico quando a máquina está funcionando.
- A permeabilidade relativa μ_r de um material magnético geralmente não é conhecida com precisão.

2.2.1 Exemplo da Representação de Incertezas Estruturadas

Considere a função de transferência do sistema dinâmico incerto com incerteza paramétrica dada por

$$H(z, \nu) = \frac{0.0375z + 0.0375}{(\nu + 0.0075)z + (0.0075 - \nu)} \quad (2.16)$$

onde $\nu \in [0.2; 1]$ representa a incerteza paramétrica. Como resultado da variação paramétrica sobre o sistema dinâmico incerto, tem-se uma família de modelos descrevendo o comportamento da planta sobre várias condições de operação, conforme mostrado na Fig. 2.7.

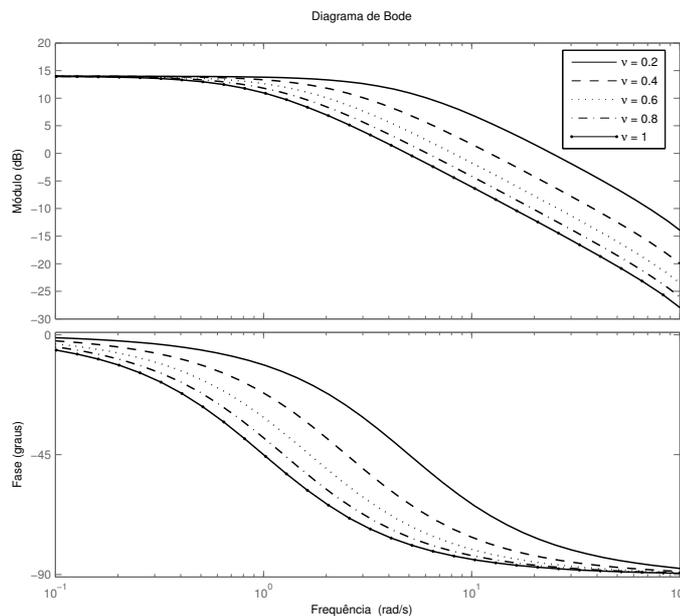


Fig. 2.7: Resposta em frequência do sistema dinâmico com incerteza paramétrica ν .

2.3 Conclusões

Neste capítulo, foram apresentados os conceitos essenciais sobre os sistemas dinâmicos incertos, tendo como finalidade a compreensão de suas particularidades para a modelagem nebulosa e, posteriormente, para o desenvolvimento de projetos de controladores robustos para esses sistemas, baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*. Basicamente, classificou-se as incertezas, consideradas inevitáveis em qualquer projeto de controle para sistemas dinâmicos reais, em duas categorias: sinais de perturbação e perturbações dinâmicas. Para as perturbações dinâmicas, que representam a diferença entre o sistema dinâmico real e o sistema dinâmico nominal, descreveu-se as incertezas como: incerteza não-estruturada ou não-paramétrica e incerteza estruturada ou paramétrica.

Capítulo 3

Identificação de Sistemas e Modelos Dinâmicos Nebulosos Takagi-Sugeno (TS)

O desenvolvimento de modelos matemáticos para sistemas complexos, tais como os sistemas dinâmicos incertos, é um tema central discutido em diversas áreas da engenharia e da ciência. Muitos sistemas não são passíveis a abordagens de modelagem convencionais, devido à falta de precisão, comportamento fortemente não-linear, elevado grau de incerteza, características variantes no tempo, etc. Exemplos desses sistemas podem ser encontrados em processos industriais, engenharia aeroespacial, engenharia (bio)química, como também na ecologia ou até mesmo em áreas sociais ou financeiras. Este capítulo tem como principal objetivo a modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos, através de técnicas de identificação de sistemas e da utilização de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS). Dessa forma, para atingir esse objetivo, a idéia é seguir os procedimentos clássicos para a identificação de sistemas e, quando possível, utilizar os modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS) dentro desse procedimento. Pretende-se, ao final da modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos, desenvolver uma formulação para a obtenção da resposta em frequência de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS) e, posteriormente, definir a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* (Capítulo 4), a qual será utilizada no projeto de controladores robustos para sistemas dinâmicos incertos (Capítulo 5), tendo como critério de projeto as especificações de robustez das margens de ganho e de fase, obtidas a partir de tal Resposta.

3.1 Introdução

Para que se possa estudar, compreender e controlar sistemas, deve-se possuir um modelo matemático que os represente com boa fidelidade. Para tanto, uma análise das relações entre as variáveis do sistema se faz necessária. A modelagem matemática é a área do conhecimento que estuda técnicas

para o desenvolvimento e implementação de modelos matemáticos de sistemas reais, entre as quais três classes podem ser citadas: as modelagens caixa branca, caixa cinza e caixa preta.

Na modelagem caixa branca, também conhecida como modelagem pela física ou natureza do processo, ou ainda modelagem fenomenológica ou conceitual, o modelo é obtido partindo-se do equacionamento dos fenômenos envolvidos. Isso demanda grande conhecimento acerca do sistema a ser modelado, além de bastante tempo, fatores esses que tornam essa classe de técnicas pouco viável na maioria dos casos. Tais modelos não são realísticos porque, mesmo sabendo-se com exatidão as equações que regem a dinâmica do processo, sempre existirão parâmetros que têm seus valores modificados com o passar do tempo, como a temperatura, atrito, etc.

Na modelagem caixa cinza, ocorre que, quando se tem algum conhecimento a priori sobre o sistema, ele é utilizado, de modo que se tem um processo intermediário entre as modelagens caixa branca e caixa preta. As dificuldades com esse procedimento são várias: primeiramente, nem sempre há informação a priori que possa ser utilizada. Em segundo lugar, mesmo quando há tal conhecimento, a maneira de se utilizá-lo não é óbvia. Enfim, a modelagem caixa cinza é uma técnica de utilização pouco simples.

Já as técnicas de modelagem caixa preta ou modelagem empírica, também denominadas identificação de sistemas, não exigem grande conhecimento acerca do equacionamento do sistema. Pertence a uma família de estrutura de modelos com uma flexibilidade adequada e hábil em aproximar uma grande classe de relações entrada/saída. Em outras palavras, o modelo caixa-preta é uma estrutura padrão que pode ser utilizada para aproximar uma grande variedade de sistemas. Assim, a identificação de sistemas surge como uma ferramenta alternativa, e mais prática, para a obtenção de modelos matemáticos numéricos, cobrindo assuntos desde a regressão linear até conceitos mais elaborados relacionados a modelos dinâmicos nebulosos [128], [65], [90], [73].

3.2 Identificação de Sistemas

Como dito anteriormente, para sistemas muito complexos, como os sistemas dinâmicos incertos, a modelagem baseada na física do processo normalmente torna-se inviável, já que não se conhecem todas as relações entre as diversas variáveis e também todas as grandezas físicas envolvidas. Na identificação de sistemas, o modelo matemático é construído a partir da resposta a uma entrada conhecida. Esta resposta é obtida através de dados de entrada e saída do sistema, sendo realizadas medições destas variáveis simultaneamente a uma taxa de amostragem constante. Os modelos matemáticos obtidos através deste processo conseguem reproduzir características dinâmicas e estáticas do sistema original.

3.2.1 Motivação para a Identificação de Sistemas

A motivação básica para a identificação de sistemas é simples: suponha que estejam disponíveis os sinais de entrada, $u(k)$, e de saída, $y(k)$, de um sistema real qualquer; a identificação de sistemas se propõe a obter um modelo matemático que explique, pelo menos em parte e de forma aproximada, a relação de causa e efeito presente nos dados.

3.2.2 Métodos para a Identificação de Sistemas

Os métodos desenvolvidos para a identificação de sistemas podem ser divididos em três grupos [96]: métodos paramétricos, não-paramétricos, e no domínio da frequência. Os métodos paramétricos partem de estruturas matemáticas parametrizadas para descrever o comportamento dinâmico do sistema original. Os parâmetros dessas estruturas são estimados, usando-se algoritmos de estimação de parâmetros a partir dos dados medidos [96]. Nos métodos não-paramétricos, o comportamento dos sistemas dinâmicos é determinado através de funções de correlação calculadas sobre os dados disponíveis. Já a identificação de sistemas no domínio da frequência é obtida através da transformada de Fourier [70] dos dados de entrada e saída, resultando na resposta em frequência do sistema original. Nesta tese, trabalha-se com métodos paramétricos para a modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos.

A identificação de sistemas baseada em métodos paramétricos foi inicialmente utilizada na obtenção de modelos lineares para os sistemas em estudo [17]. Os sistemas físicos, no entanto, são complexos, apresentando geralmente incertezas e não-linearidades, de forma que modelos lineares são limitados para reproduzir todas as suas características. Em geral, modelos lineares de sistemas dinâmicos descrevem o comportamento dos sistemas, assumindo linearidade em uma determinada faixa de operação limitada. Mesmo assim, modelos lineares foram e são largamente utilizados, principalmente devido à facilidade com que são obtidos.

Com o advento da teoria de sistemas dinâmicos incertos, surge interesse pela identificação de modelos incertos. Com essa nova necessidade, vem a busca de representações para as equações matemáticas que descreveram as dinâmicas dos sistemas incertos, assim como o desenvolvimento de algoritmos de estimação de parâmetros e de técnicas de validação para tais modelos.

3.3 Procedimentos Básicos para a Identificação Nebulosa de Sistemas

O fluxograma da Fig. 3.1 mostra os procedimentos básicos para a identificação nebulosa de um sistema dinâmico incerto. Segundo o fluxograma apresentado na Fig. 3.1, as principais etapas são:

experimento, seleção da estrutura do modelo, estimação do espaço do antecedente, estimação do espaço do conseqüente e validação do modelo. A seguir, detalha-se cada uma das etapas, assim como a relação entre elas para a resolução do problema de identificação nebulosa de sistemas dinâmicos incertos.

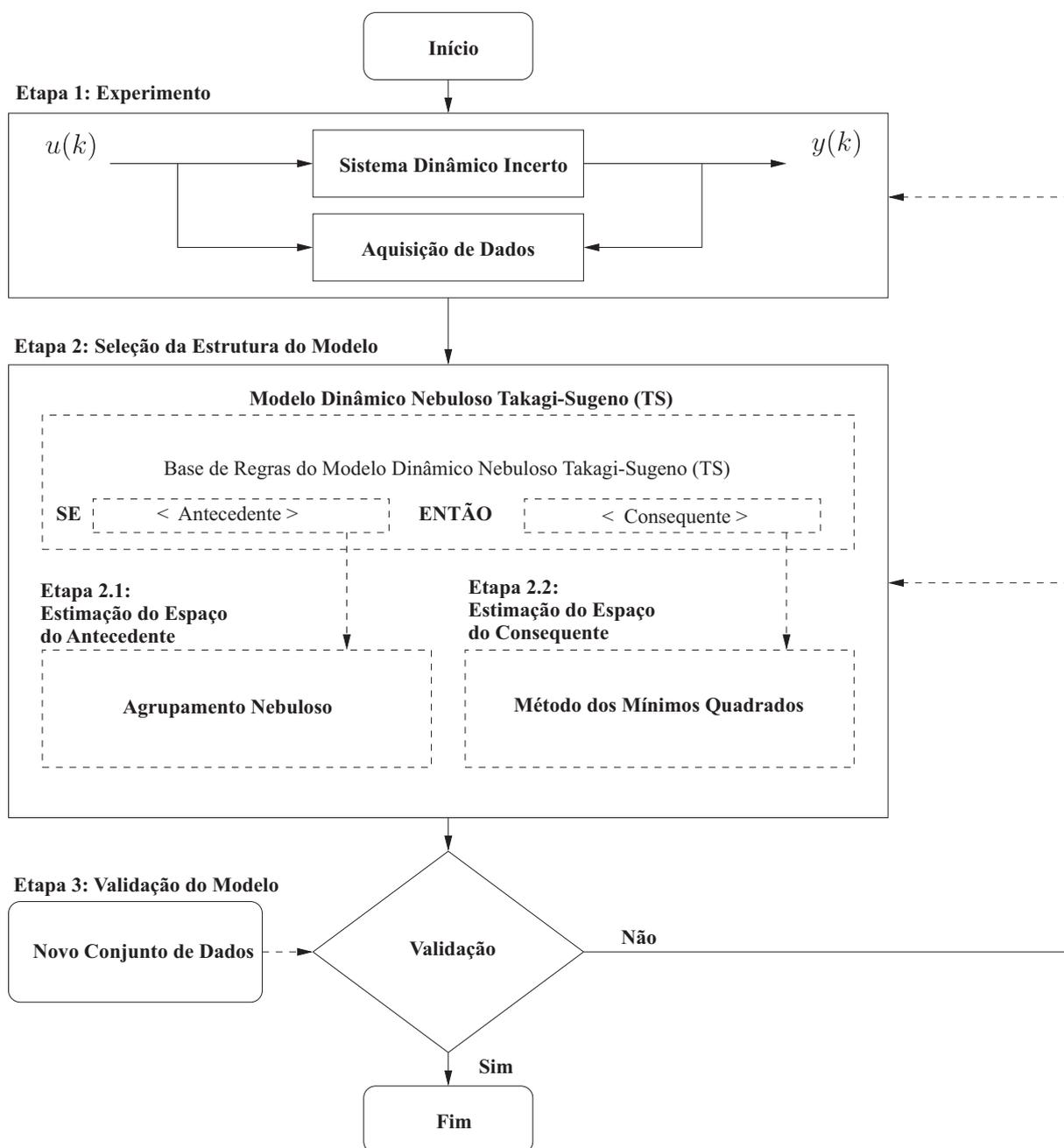


Fig. 3.1: Procedimentos básicos para a identificação nebulosa de sistemas.

Etapa 1: Experimento

De acordo com o fluxograma mostrado na Fig. 3.1, o primeiro passo para a identificação nebulosa de sistemas é a realização do experimento, o qual consiste em perturbar o sistema a fim de se obter uma representação do mesmo. Para isso, aplica-se um sinal de entrada conhecido, $u(k)$, tal como um degrau, uma soma de senóides, um ruído branco, um sinal pseudo-aleatório ou um sinal binário sobre o sistema dinâmico. Uma vez aplicada a excitação definida ao sistema, são medidas as respostas do sistema ou saídas, $y(k)$, no decorrer do tempo. Com base nessas entradas e saídas, busca-se uma função matemática a qual se dá o nome de modelo, que correlaciona as entradas às saídas. A finalidade do experimento é gerar um conjunto de dados que descreva o comportamento do sistema dinâmico em toda a faixa de operação [82] [119].

Considerando-se um sistema dinâmico incerto com uma entrada e uma saída, isto é, um sistema SISO, o conjunto de dados de entrada, u , e saída, y , agrupados na forma

$$Z^N = [y, u] \quad (3.1)$$

é usado para construir o modelo.

Os principais passos para a realização do experimento são: escolha da taxa de amostragem, sinais de excitação, tamanho do conjunto de dados e pré-processamento dos dados para modelagem.

- **Escolha da Taxa de Amostragem**

A leitura dos sinais de entrada e saída é realizada por equipamentos digitais conectados ao processo, enquanto o sinal de excitação é aplicado. Essa leitura deve ser realizada em intervalos de tempo constantes, definido pelo projetista. Esse intervalo é chamado de período ou tempo de amostragem e é definido como o tempo decorrido entre a leitura de duas amostras. Por outro lado, a frequência de amostragem é a quantidade de amostras do sinal coletadas em um determinado espaço de tempo, sendo definida como o inverso do período de amostragem.

Para que os dados coletados conttenham as características dinâmicas desejadas do sinal original, de acordo com o teorema de Shannon, a taxa de amostragem deverá ser, no mínimo, o dobro da componente da maior frequência de interesse do sinal a ser amostrado. Na prática, a taxa de amostragem é normalmente escolhida entre 5 e 10 vezes maior que a maior frequência de interesse contida nos dados, e não apenas 2 vezes maior (chamada de frequência de Nyquist), como exigido pelo teorema de Shannon [3].

Com a disponibilidade de equipamentos digitais de alta performance, normalmente é feita uma super-amostragem dos dados. Dessa forma, deverá ser definida pelo projetista uma taxa de deci-

mação, isto é, de eliminação de amostras, de forma a evitar mal condicionamento durante a estimação dos parâmetros do modelo [3].

- **Sinais de Excitação**

Segundo Aguirre [3], o sinal de excitação ideal é aquele que possui ordem suficientemente alta para excitar um número elevado de frequências dominantes da planta, ou seja, possui um amplo espectro de potência na faixa de frequências desejadas. Em outras palavras, as características dinâmicas e estáticas que não forem excitadas não aparecerão nos dados e, o que não estiver nos dados, não será identificado.

Quando se utilizam técnicas de identificação com estruturas lineares, é importante verificar se essa característica pode ser aplicada em toda a faixa de operação da planta. Caso seja confirmado que o processo tenha comportamento não-linear, uma saída é considerar faixas de operação menores que podem ser linearizadas. Consequentemente, se foram criadas n novas faixas de operação, cada uma delas deverá ser considerada como um processo diferente e n experimentos de identificação deverão ser realizados.

O sinal de excitação escolhido deverá provocar variações no processo que permitam a coleta de dados para identificar um modelo que seja capaz de reproduzir as características dinâmicas e estáticas necessárias para a aplicação desejada.

O sinal degrau é um estímulo que fornece uma resposta de fácil análise por engenheiros e operadores do sistema. É o sinal mais frequentemente usado para identificação de sistemas. O estímulo é definido como um sinal com dois estados, ativo e inativo, e pode ser descrito através da Eq. 3.2, sendo u_0 a amplitude da perturbação que se deseja aplicar ao sistema.

$$U(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ u_0 & t \geq 0 \end{cases} \quad (3.2)$$

Normalmente esse sinal é feito na forma de uma onda quadrada, que consiste em dois degraus consecutivos, de sentidos opostos e mesma amplitude, ou ainda tendo o segundo uma amplitude duas vezes maior que o primeiro; porém em sentido oposto, como descrito na Eq. 3.3, sendo t_0 o tempo de mudança do sinal. Esse tipo de sinal é geralmente utilizado para explorar de forma simétrica a região de operação do sistema e buscar não linearidades, devido à sua natureza trinária.

$$U(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ u_0 & 0 < t < t_0 \\ -u_0 & t \geq t_0 \end{cases} \quad (3.3)$$

Ressalte-se que o sinal degrau concentra energia nas baixas frequências, e, conseqüentemente, os modelos obtidos, utilizando apenas este tipo de excitação, possuem uma distorção na distribuição de incertezas, sendo mais precisos nesta região. Outra característica relevante desse sinal é que a resposta dele resulta em um modelo não paramétrico muito utilizado, com o nome intuitivo de Modelo Resposta ao Degrau, que é equivalente em termos de informação ao Modelo de Resposta ao Impulso (FIR).

Sinais aleatórios ou brancos são comumente escolhidos porque seu espectro de potência está uniformemente distribuído numa ampla faixa de frequências. Porém, sinais aleatórios não são necessariamente fáceis de serem gerados e utilizados. Uma classe de sinais largamente utilizada, e que possui características semelhantes, são os chamados sinais pseudo-aleatórios. Dentre estes, os sinais binários são bastante utilizados, pois são fáceis de serem gerados.

Na busca por sinais de excitação ótimos para identificação, vários estudos foram realizados. Lindqvist [95] concluiu que um sinal de entrada ótimo para identificação, com objetivos de projetar controladores robustos, é aquele que excita suficientemente bem todas as dinâmicas (pólos) da planta. Como os pólos da planta não estão disponíveis a priori, uma alternativa proposta por Jansson [77] consiste em, primeiramente, obter uma estimativa dos pólos da planta usando um sinal aleatório, para, em seguida, projetar um sinal de entrada com energia concentrada em torno das frequências de polo aproximadas. Em Fernandes [56], é mostrado o procedimento de projeto de sinais de excitação para o caso citado acima.

• Tamanho do Conjunto de Dados

O comprimento dos dados é a quantidade de amostras que deverá ser coletada durante o experimento de identificação. Quando multiplicado pelo período de amostragem, determina a duração total do experimento. A duração do experimento deverá ser longa o suficiente para que o sinal de entrada consiga excitar todas as frequências de interesse. Contudo, uma dificuldade para determinar o comprimento ótimo dos dados é que o modelo real do processo é desconhecido a priori. Dessa forma, a determinação do comprimento dos dados fica a critério do projetista. Por outro lado, a duração do experimento deverá ser minimizada com o objetivo de reduzir variações indesejadas no processo e o tempo de engenharia necessário para acompanhar o experimento.

• Pré-processamento dos Dados para Modelagem

É o procedimento utilizado para extrair as informações mais importantes dos dados experimentais, de maneira que um modelo seja adequadamente identificado para uma dada aplicação. Dentre as técnicas mais utilizadas, têm-se: filtragem e remoção de sinais espúrios. A filtragem, geralmente realizada por meio de um filtro de pré-amostragem analógico, é utilizada para remover sinais de ruído e efeitos dinâmicos desnecessários. Já a remoção de sinais espúrios pode ser realizada pela substituição, por valores interpolados, do sinal corrompido.

Etapa 2: Seleção da Estrutura do Modelo

Na modelagem matemática, uma importante etapa é a escolha da estrutura do modelo, a qual pode ser apresentada na forma de entrada e saída ou na forma de espaço de estados. Tal estrutura deverá representar o comportamento de um sistema dinâmico. A idéia é, a partir dos dados experimentais, extrair-se o máximo de informações que possa levar a uma estrutura de modelo adequada ou, a partir de uma estrutura de modelo candidata, verificar-se a sua eficiência na representação do regime dinâmico nominal.

A Etapa 2 dos procedimentos básicos para a identificação nebulosa de um sistema dinâmico incerto, de acordo com o fluxograma apresentado na Fig. 3.1, tem por finalidade apresentar algumas estruturas clássicas de modelos lineares, disponíveis para a identificação de sistemas lineares; bem como estender essas estruturas para uma formulação de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS), utilizada nesta tese para a modelagem de sistemas dinâmicos incertos.

Estruturas de Modelos Lineares

O uso de representações lineares é vantajoso, porque existe um grande volume de ferramentas de análise e síntese estruturadas sobre a teoria de sistemas lineares. Outra vantagem é a simplicidade das estruturas lineares, facilitando a visualização e elaboração de algoritmos computacionais.

As representações discretas lineares invariantes no tempo (LTI), com uma entrada e uma saída (SISO), podem ser descritas por:

$$S : y(k) = G_o(q)u(k) + d(k) = G_o(q)u(k) + H_o(q)e(k) \quad (3.4)$$

sendo $G_o(q)$ e $H_o(q)$ funções de transferência racionais discretas; $G_o(q)$ é estritamente própria e $H_o(q)$ estável, própria e constituída por polinômios mônicos (definido como $H_o(q) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} h_k q^{-k}$); q representa o operador de atraso no domínio discreto [$q^{-1}u(k) = u(k-1)$]; y é a saída do sistema; u é a entrada de controle e d é o distúrbio que entra no processo, considerado quasi-estacionário, modelado como a saída de um modelo $d(k) = H_o(k)e(k)$, sendo $e(k)$ um ruído branco de média zero e variância σ_e^2 .

As funções de transferência $G_o(q)$ e $H_o(q)$ podem ser parametrizadas em termos de frações de polinômios em q . Dessa forma, a Eq. (3.4) pode ser reescrita como em Aguirre [3].

$$A(q)y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}e(k) \quad (3.5)$$

e os polinômios são definidos da seguinte forma

$$\begin{aligned}
 A(q) &= 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{na}q^{-na} \\
 B(q) &= b_1q^{-1} + \dots + b_{nb}q^{-nb} \\
 C(q) &= 1 + c_1q^{-1} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \\
 D(q) &= 1 + d_1q^{-1} + \dots + d_{nd}q^{-nd} \\
 F(q) &= 1 + f_1q^{-1} + \dots + f_{nf}q^{-nf}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

A partir da Eq. (3.6) podem ser definidas estruturas diferentes, bastando considerar algum(ns) polinômio(s) igual(is) a 1.

Normalmente, na identificação de sistemas lineares, são utilizadas estruturas representadas por funções de transferências discretas parametrizadas em termos de frações de polinômios racionais, conforme mostra a Eq. (3.6). Vários métodos de determinação da estrutura do modelo foram desenvolvidos por Aguirre [2], [3], Ljung [89], Mendes e Billings [99], Gooijer [60]. No entanto, dependendo do conhecimento prévio do sistema real, alguns fatores poderão indicar uma estrutura a ser escolhida, como por exemplo, a maneira como o sistema é afetado pelo ruído. A seguir apresentam-se algumas estruturas clássicas de modelos lineares.

Modelo ARX (AutoRegressive with eXogenous inputs)

A representação do modelo auto-regressivo com entradas externas é mostrada abaixo:

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + e(k) \tag{3.7}$$

é determinado a partir da Eq. (3.5), fazendo os polinômios $C(q) = D(q) = F(q) = 1$.

Expandindo a Eq. (3.7), utilizando os polinômios, conforme a Eq. (3.6), obtém-se a seguinte expressão para o caso SISO:

$$y(k) = a_1y(k-1) + \dots + a_{na}y(k-n_a) = b_1u(k-1) + \dots + b_{nb}u(k-n_b) + e(k) \tag{3.8}$$

ou

$$y(k) = - \sum_{i=1}^{n_a} a_i y(k-i) + \sum_{i=1}^{n_b} b_i u(k-i) + e(k) \quad (3.9)$$

sendo:

- $y(k-i)$ = saída nos i instantes anteriores,
- $u(k-i)$ = entradas nos i instantes anteriores,
- $e(k)$ = erro residual,
- n_a = número de coeficientes de $A(q)$,
- n_b = número de coeficientes de $B(q)$.

Nessa estrutura, a estimativa do próximo valor da saída é feita utilizando valores dos termos $-\sum_{i=1}^{n_a} a_i y(k-i)$, que correspondem às saídas passadas, chamada parte auto-regressiva (AR), e a contribuição das entradas do processo, $\sum_{i=1}^{n_b} b_i u(k-i)$, chamada de parte exógena (X). O ruído e , adicionado à saída, não é branco, uma vez que é modelado por um filtro auto-regressivo. O modelo ARX pertence à classe de modelos de erro na equação. Pelo fato dessa estrutura ser linear nos parâmetros (cada parâmetro aparece como um termo constante ou multiplicando um outro termo que não contém um outro parâmetro), reduz-se consideravelmente o custo computacional para a obtenção dos parâmetros do modelo, sem a necessidade de métodos iterativos. Essa representação é utilizada quando tanto a entrada quanto o distúrbio são afetados da mesma forma pelo sistema, através do filtro auto-regressivo $\frac{1}{A(q)}$.

Modelo ARMAX (AutoRegressive Moving Average with eXogenous inputs)

O modelo auto-regressivo com média móvel e entradas externas possui a representação mostrada abaixo:

$$A(q)y(k) = B(q)u(k) + C(q)e(k) \quad (3.10)$$

é determinado a partir da Eq. (3.5), fazendo os polinômios $D(q) = F(q) = 1$.

Nessa estrutura, a dinâmica do distúrbio é representada de forma independente da dinâmica do processo, através da inclusão do polinômio $C(q)$. Essa representação também pertence à classe de modelos de erro na equação.

Modelo OE (Output Error)

O modelo erro na saída, cuja expressão é mostrada abaixo:

$$y(k) = \frac{B(q)}{F(q)}u(k) + e(k) \quad (3.11)$$

é determinado a partir da Eq. (3.5), fazendo os polinômios $A(q) = C(q) = D(q) = 1$.

Nessa estrutura, o modelo descreve somente a dinâmica do sistema. Nenhum modelo do distúrbio é considerado, ou seja, o ruído adicionado à saída é branco.

Modelo FIR (Finite Impulse Response)

A representação do modelo resposta ao impulso finita, mostrada abaixo:

$$y(k) = B(q)u(k) + e(k) \quad (3.12)$$

é determinada a partir da Eq. (3.5), fazendo os polinômios $A(q) = C(q) = D(q) = F(q) = 1$.

Essa estrutura corresponde ao somatório de convolução entre a resposta ao impulso de um sistema e um sinal de entrada. O ruído adicionado à saída é branco.

Estrutura de Modelo Dinâmico Nebuloso Takagi-Sugeno (TS)

A seleção da estrutura do modelo na modelagem matemática se torna uma etapa ainda mais importante no caso de sistemas dinâmicos incertos, devido à grande diversidade de incertezas inerentes aos sistemas reais. Assim, a estrutura escolhida deve ser suficientemente complexa para representar uma grande classe de incertezas possíveis, sem que isso torne inviável sua manipulação matemática. Uma representação apropriada para a modelagem de sistemas dinâmicos incertos são os modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno, pois permitem o seccionamento do sistema dinâmico incerto em vários sub-modelos lineares, baseados em diversos regimes de operação, e a concatenação desses sub-modelos lineares numa única estrutura de modelo dinâmico nebuloso [40], [42]. Nesse sentido, o objetivo aqui é apresentar uma estrutura de modelo linear que pode ser formulada com base no sis-

tema de inferência nebuloso Takagi-Sugeno (TS). Nesta tese, a estrutura de modelo linear escolhida é o Modelo Nebuloso ARX, conforme descrito a seguir.

Modelo Nebuloso ARX

Em termos de regras, o modelo é dado por

$$R^{(i)} : SE \tilde{y}_{(k-1)} \text{ é } F_1^i E \dots E \tilde{y}_{(k-n_b)} \text{ é } F_{n_b}^i E \dots E \tilde{u}_{(k-1)} \text{ é } G_1^i E \dots E \tilde{u}_{(k-n_a)} \text{ é } G_{n_a}^i$$

$$\text{ENTÃO } \hat{y}^i(k) = - \sum_{i=1}^{n_a} \hat{a}_i y(k-i) + \sum_{i=1}^{n_b} \hat{b}_i u(k-i) \quad (3.13)$$

onde \hat{a}_i e \hat{b}_i são os parâmetros do consequente a serem determinados.

A saída do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) é

$$\tilde{y}(k) = \sum_{i=1}^l \gamma^i(k) \hat{y}^i(k) \quad (3.14)$$

onde $\gamma^i(k)$ é o grau de ativação normalizado da i -ésima regra, definido por

$$\gamma^i(k) = \frac{h^i(k)}{\sum_{r=1}^l h^r(k)}. \quad (3.15)$$

com $h^i(k) = \mu_{F_1^i}^i \star \mu_{F_2^i}^i \star \dots \star \mu_{F_{n_b}^i}^i$ o grau de ativação da i -ésima regra e \star qualquer norma-T. Esta normalização implica em

$$\sum_{k=1}^l \gamma^i(k) = 1. \quad (3.16)$$

Etapa 2.1: Estimação do Espaço do Antecedente

Na Etapa 2.1, um algoritmo de agrupamento nebuloso é utilizado para gerar automaticamente o espaço do antecedente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), facilitando, assim, a obtenção dos sub-modelos no espaço do consequente.

Agrupamento Nebuloso

Nesta subetapa, os conceitos básicos sobre agrupamento nebuloso são apresentados, destacando-se o algoritmo de agrupamento nebuloso FCM (*Fuzzy C-Means*), o qual é utilizado, neste trabalho, para gerar automaticamente o espaço do antecedente, além de identificar os sub-modelos do espaço do consequente da base de regras do modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS).

Recentemente, vários trabalhos despontam na comunidade científica, utilizando agrupamentos nebulosos, como por exemplo [90], [73], [94], [67], [152], [34]. O agrupamento nebuloso é um método numérico para classificação de um conjunto de dados experimentais a partir da similaridade entre eles [30],[78]. Dessa forma, nesta tese, o algoritmo de agrupamento nebuloso FCM é usado como uma ferramenta para obtenção de partições dos dados experimentais de entrada e/ou saída do sistema dinâmico incerto, de maneira que, durante a modelagem, sejam realizadas transições graduais, e não abruptas, dos subconjuntos nebulosos no espaço do antecedente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS).

Agrupamento Nebuloso FCM (*Fuzzy C-Means*)

O algoritmo de agrupamento nebuloso *C-Means* (FCM) é um método de agrupamento que permite que uma parte dos dados pertença a dois ou mais grupos. Esse método foi desenvolvido por Dunn em 1974 [31], melhorado por Bezdek em 1981 [13], sendo frequentemente utilizado em reconhecimento de padrões.

O funcional nebuloso *C-Means* é formulado por:

$$J(Z, U, W) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m \| z_k - v_i \|_A^2 \quad (3.17)$$

onde

$$U = [\mu_{ik}] \in M_{fc} \quad (3.18)$$

é uma matriz de partição nebulosa de Z

$$V = [v_1, v_2, \dots, v_c], v_i \in \mathfrak{R}^n \quad (3.19)$$

é um vetor de protótipos de grupos (centros) a ser determinada,

$$D_{ikA}^2 = \| z_k - v_i \|_A^2 = (z_k - v_i)^T A (z_k - v_i) \quad (3.20)$$

é uma norma quadrada da distância do produto-interno, e

$$m \in [1, \infty) \quad (3.21)$$

é um parâmetro que determina a nebulização ('fuzificação') dos grupos resultantes. O valor da função de custo na Eq.(3.17) é uma medida da variância total de z_k a v_i . A minimização do funcional *C-Means* na Eq. (3.17) representa um problema de otimização não linear que pode ser resolvido através da utilização de uma variedade de métodos, incluindo a minimização iterativa, algoritmos genéticos, entre outros. O método mais popular é uma iteração simples *Picard*, através das condições de primeira ordem para os pontos estacionários da Eq.(3.17), conhecida com algoritmo nebuloso *C-Means* (FCM). Os pontos estacionários da função objetivo na Eq.(3.17), podem ser encontrados ao lado da restrição para J , por meio de multiplicadores de Lagrange:

$$\bar{J}(Z, U, V, \lambda) = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m D_{ikA}^2 + \sum_{k=1}^N \lambda_k \left[\sum_{i=1}^c \mu_{ik} - 1 \right] \quad (3.22)$$

e definindo os gradientes de \bar{J} com respeito U , V e λ até zero. Pode ser mostrado que se $D_{ikA}^2 > 0$, $\forall i, k$ e $m > 1$, então $(U, V) \in M_{fc} \times \mathfrak{R}^{n \times c}$ pode minimizar a Eq. (3.17) somente se

$$\mu_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m-1)}}, \quad 1 \leq i \leq c, \quad i \leq k \leq N, \quad (3.23)$$

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m z_k}{\sum_{k=1}^N (\mu_{ik})^m}, \quad 1 \leq i \leq c \quad (3.24)$$

O algoritmo nebuloso *C-Means* (FCM) é composto pelos seguintes passos:

Dado o conjunto de dados (Z), escolha: o número de grupos ($1 < c < N$), o expoente de ponderação ($m > 1$), a tolerância de terminação ($\epsilon > 0$) e a matriz norma de indução (A). Inicialize a matriz de partição aleatoriamente, tal que $U^{(0)} \in M_{fc}$.

Repita para $l = 1, 2, \dots$

Passo 1: Calcule os protótipos de grupos:
$$v_i^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^N \left(\mu_{ik}^{(l-1)} \right)^{m z_k}}{\sum_{k=1}^N \left(\mu_{ik}^{(l-1)} \right)^m}, \quad 1 \leq i \leq c.$$

Step 2: Calcule as distâncias: $D_{ikA}^2 = (z_k - v_i^{(l)})^T A (z_k - v_i^{(l)}), \quad 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N.$

Step 3: Atualize a matriz de partição:

Se $D_{ikA} > 0$ Para $1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq N,$
$$\mu_{ik}^{(l)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c (D_{ikA}/D_{jkA})^{2/(m-1)}},$$

Caso contrário: $\mu_{ik}^{(l)} = 0$ **Se $D_{ikA} > 0,$ e $\mu_{ik}^{(l)} \in [0, 1]$ com $\sum_{i=1}^c \mu_{ik}^{(l)} = 1.$**

até $\|U^{(l)} - U^{(l-1)}\| < \epsilon.$

Etapa 2.2: Estimação do Espaço do Consequente

Na Etapa 2.2, realiza-se a estimação dos parâmetros dos sub-modelos no espaço do consequente do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) a partir de dados experimentais. Existem várias formas para realizar tal estimação dos parâmetros. Um método largamente utilizado para essa tarefa é o algoritmo de mínimos quadrados [10], utilizado nesta tese, conforme descrito a seguir.

Considere a função de transferência, $\hat{W}^i(z)$, para o caso mais geral, como um sub-modelo no espaço consequente de um sistema de inferência nebuloso (TS), dada por

$$\hat{W}^i(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0^i + b_1^i z^{-1} + \dots + b_n^i z^{-n}}{1 + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2} + \dots + a_m^i z^{-m}}, \quad (3.25)$$

onde:

- $U(z)$ e $Y(z)$ representa os sinais de entrada e saída do sub-modelo, respectivamente;
- z é uma variável complexa e;
- a_*^i e b_*^i são os parâmetros do sub-modelo;
- n e m são as ordens do numerador e do denominador de $\hat{W}^i(z)$, respectivamente.

A partir da Eq. (3.25), tem-se:

$$[1 + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2} + \dots + a_m^i z^{-m}]Y(z) = [b_0^i + b_1^i z^{-1} + \dots + b_n^i z^{-n}]U(z), \quad (3.26)$$

e, fazendo a Transformada-z inversa, resulta na equação a diferenças:

$$y(k) + a_1^i y(k-1) + a_2^i y(k-2) + \dots + a_m^i y(k-m) = b_0^i u(k) + b_1^i u(k-1) + \dots + b_n^i u(k-n) \quad (3.27)$$

assim,

$$y(k) = b_0^i u(k) + b_1^i u(k-1) + \dots + b_n^i u(k-n) - a_1^i y(k-1) - a_2^i y(k-2) - \dots - a_m^i y(k-m) \quad (3.28)$$

Na forma matricial

$$y(k) = \begin{bmatrix} u(k) & u(k-1) & \dots & u(k-n) & -y(k-1) & -y(k-2) & \dots & -y(k-m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0^i \\ b_1^i \\ \vdots \\ b_n^i \\ a_1^i \\ a_2^i \\ \vdots \\ a_m^i \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

A partir da Eq (3.29), a matriz

$$\mathbf{X}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} u(k) & u(k-1) & \dots & u(k-n) & -y(k-1) & -y(k-2) & \dots & -y(k-m) \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

é chamada de matriz de regressores. O modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) é dado por

$$\mathbf{Y}(\mathbf{k}) = \sum_{i=1}^l \gamma^i(k) \left[b_0^i u(k) + b_1^i u(k-1) + \dots + b_n^i u(k-n) - a_1^i y(k-1) - a_2^i y(k-2) - \dots - a_m^i y(k-m) \right] \quad (3.31)$$

ou

$$\mathbf{Y}(\mathbf{k}) = \gamma^1(k) \begin{bmatrix} u(k) & u(k-1) & \dots & u(k-n) & -y(k-1) & -y(k-2) & \dots & -y(k-m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0^1 \\ b_1^1 \\ \vdots \\ b_n^1 \\ a_1^1 \\ a_2^1 \\ \vdots \\ a_m^1 \end{bmatrix} + \dots$$

$$+\gamma^l(k) \begin{bmatrix} u(k) & u(k-1) & \dots & u(k-n) & -y(k-1) & -y(k-2) & \dots & -y(k-m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0^l \\ b_1^l \\ \vdots \\ b_n^l \\ a_1^l \\ a_2^l \\ \vdots \\ a_m^l \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$\mathbf{Y}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}(\mathbf{0}) \\ \mathbf{Y}(\mathbf{1}) \\ \vdots \\ \mathbf{Y}(\mathbf{N}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma^1(0) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma^2(1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \gamma^l(N) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(0) & u(-1) & \dots & u(-n) \\ u(1) & u(0) & \dots & u(1-n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ u(N) & u(N-1) & \dots & u(N-n) \end{bmatrix} \\ + \dots + \begin{bmatrix} -y(-1) & -y(-2) & \dots & -y(-m) \\ -y(0) & -y(-1) & \dots & -y(1-m) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -y(N-1) & -y(N-2) & \dots & -y(N-m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0^1 \\ \vdots \\ b_n^1 \\ a_1^1 \\ \vdots \\ a_m^1 \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} \gamma^1(0) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma^2(1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \gamma^l(N) \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} u(0) & u(-1) & \dots & u(-n) & -y(-1) & -y(-2) & \dots & -y(-m) \\ u(1) & u(0) & \dots & u(1-n) & -y(0) & -y(-1) & \dots & -y(1-m) \\ \vdots & \vdots \\ u(N) & u(N-1) & \dots & u(N-n) & -y(N-1) & -y(N-2) & \dots & -y(N-m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0^l \\ \vdots \\ b_n^l \\ a_1^l \\ \vdots \\ a_m^l \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

onde:

$$\Gamma^i = \begin{bmatrix} \gamma^1(0) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma^2(1) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \gamma^l(N) \end{bmatrix} : \text{é a matriz de ponderação.}$$

$$\mathbf{X}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} u(0) & u(-1) & \dots & u(-n) & -y(-1) & -y(-2) & \dots & -y(-m) \\ u(1) & u(0) & \dots & u(1-n) & -y(0) & -y(-1) & \dots & -y(1-m) \\ \vdots & \vdots \\ u(N) & u(N-1) & \dots & u(N-n) & -y(N-1) & -y(N-2) & \dots & -y(N-m) \end{bmatrix} :$$

é a matriz de regressores.

$$\mathbf{Y}(\mathbf{k}) = \begin{bmatrix} Y(0) \\ Y(1) \\ \vdots \\ Y(N) \end{bmatrix} : \text{é o vetor de saída.}$$

$$\Theta^i = \begin{bmatrix} b_0^i \\ \vdots \\ b_n^i \\ a_1^i \\ \vdots \\ a_m^i \end{bmatrix} : \text{é o vetor de parâmetros.}$$

A matriz de regressores estendida é dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{Xe}^1 &= \Gamma^1 \mathbf{X} \\ \mathbf{Xe}^2 &= \Gamma^2 \mathbf{X} \\ &\vdots \\ \mathbf{Xe}^l &= \Gamma^l \mathbf{X} \end{aligned} \tag{3.34}$$

Estimação dos Parâmetros

Considere o diagrama de blocos contendo um modelo paralelo, composto pelo sistema dinâmico e o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), conforme mostra a Fig. 3.2.

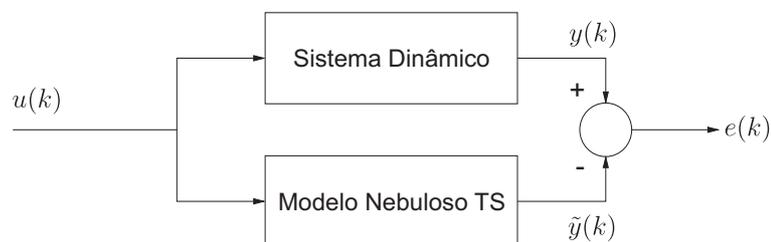


Fig. 3.2: Diagrama de blocos do modelo paralelo.

Supondo que o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) está sujeito às mesmas entradas aplicadas ao sistema dinâmico, então o erro de saída, $e(k)$, dado pela Eq. (3.35), representa a diferença entre a saída do sistema dinâmico e a saída do modelo dinâmico nebuloso TS.

$$e(k) = y(k) - \tilde{y}(k) \quad (3.35)$$

O objetivo aqui é fazer essa diferença tão próxima de zero quanto possível, tanto em média quanto em variância, através da otimização da função de custo, conforme mostra a Fig. 3.3, expressa pelo erro médio quadrático (EMQ), dado pela Eq. (3.35).

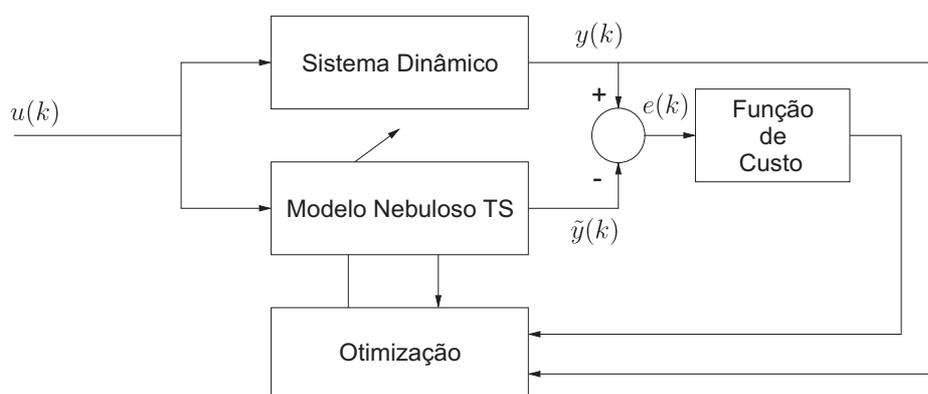


Fig. 3.3: Processo de otimização da função de custo.

$$EMQ = \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} e(k)^2 = \sum_{k=1}^N \frac{1}{2} [y(k) - \tilde{y}(k)]^2 \quad (3.36)$$

A estimação dos parâmetros dos sub-modelos no espaço do consequente do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), a partir de dados experimentais, está relacionada as variáveis de entrada e saída, às estruturas do antecedente e do consequente da base de regras e às funções de pertinência associadas às variáveis linguísticas. Como a estrutura dos sub-modelos inseridos no espaço do consequente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso é linear, utiliza-se o algoritmo de mínimos quadrados para a estimação. Dessa forma, o vetor de parâmetros dos sub-modelos no espaço do consequente pode ser obtido por:

$$\begin{aligned}\Theta^1 &= (\mathbf{X}^{1T} \Gamma^1 \mathbf{X}^1)^{-1} \mathbf{X}^{1T} \Gamma^1 \mathbf{Y}(\mathbf{k}) \\ \Theta^2 &= (\mathbf{X}^{2T} \Gamma^2 \mathbf{X}^2)^{-1} \mathbf{X}^{2T} \Gamma^2 \mathbf{Y}(\mathbf{k}) \\ &\vdots \\ \Theta^l &= (\mathbf{X}^{lT} \Gamma^l \mathbf{X}^l)^{-1} \mathbf{X}^{lT} \Gamma^l \mathbf{Y}(\mathbf{k})\end{aligned}\tag{3.37}$$

Etapa 3: Validação do Modelo

A etapa de validação é responsável por demonstrar o quanto o modelo está próximo de representar o sistema real. Nessa etapa, não se deve utilizar dados que serviram para definir o modelo [3]. No caso da identificação concluída, não é o bastante ter-se descoberto um modelo nominal. Deve-se também ter uma medida de sua confiabilidade. A validação do modelo é o processo de examinar o modelo, avaliar sua qualidade e possivelmente de rejeitar seu uso para a finalidade desejada.

A validação do modelo tem ao menos três objetivos diferentes:

- Decidir se o modelo é adequado para a aplicação pretendida;
- Decidir o quão distante do verdadeiro sistema está o modelo;
- Decidir se o modelo e os dados são consistentes com as suposições inicialmente realizadas a respeito do modelo de estrutura.

Tais objetivos se sobrepõem em parte, mas é ainda possível se delinear algumas técnicas básicas de abordagem do problema:

a-) A manobra mais pragmática para se decidir se um modelo é adequado é testando se ele é capaz de reproduzir dados de validação (dados que não foram usados para estimar o modelo) na simulação ou na predição. Uma simples inspeção visual dos resultados pode dizer se o ajuste foi bom o suficiente.

b-) Determinar limites do erro - a que distância estão o sistema verdadeiro e o modelo um do outro. Se for adotado um ajuste probabilístico e se houver a suposição de que o sistema verdadeiro deve ser encontrado dentro da estrutura escolhida, o problema transforma-se numa questão de verificar o quanto os distúrbios estocásticos podem afetar o modelo. A matriz de covariância da distribuição assintótica é usada classicamente para o cálculo dos limites de erro nesses casos.

c-) Testar se os dados e o modelo são consistentes com as suposições feitas sobre a estrutura do modelo, sendo isso uma tarefa direta.

São assim computados os resíduos $e(k) = y(k) - \tilde{y}(k)$, calculados a partir do modelo e de um conjunto de dados de validação.

Deve-se verificar se:

- $\|e(k)\| \leq C$ no caso determinístico, ou
- $e(k)$ e $u(k - \tau)$ são variáveis aleatórias independentes, no caso probabilístico. Esse teste é um dos chamados testes de análise de resíduo da teoria das probabilidades.

Um aspecto muito importante das etapas de validação dos sistemas identificados é como lidar com a validação de sistemas não modelados. A identificação tipo caixa-preta não nos permite utilizar a medida das distâncias entre dois conjuntos de dados; um, devido ao sistema modelado; e o outro, devido ao sistema identificado. Nesse caso em particular, a validação deve ser feita submetendo-se o sistema identificado ao mesmo conjunto de entradas utilizadas no processo de identificação, e medindo-se a distância entre as saídas.

De qualquer forma, um modelo matemático é apenas uma descrição aproximada do processo real. A identificação estará sempre sujeita a uma série de erros nessa aproximação, que podem ser de dois tipos:

- Erros devidos a entradas não medidas, ou erros aleatórios, ou erros de variância, e
- Erros devido à modelagem excessivamente simples da estrutura.

A validação do modelo dependerá, portanto, de um processo eficiente de se medir a distância entre o sistema real e o modelo identificado, ou realizar tal medida indiretamente através da medida das saídas devida à mesma entrada, para ambos.

3.4 Otimização do Modelo Dinâmico Nebuloso Takagi-Sugeno (TS) Identificado via Algoritmo Genético (AG)

No intuito de melhorar o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) na representação de sistemas dinâmicos incertos, submete-se o modelo dinâmico nebuloso (TS) identificado, a um procedimento de otimização via algoritmos genéticos (AG). A seguir apresentam-se os principais conceitos sobre algoritmos genéticos e a adequação desses conceitos na resolução do problema de otimização do modelo dinâmico nebuloso (TS) identificado.

3.4.1 Introdução

Os algoritmos genéticos usam conceitos provenientes do princípio de seleção natural para abordar uma série ampla de problemas, em especial de otimização. Robustos, genéricos e facilmente adaptáveis, consistem em uma técnica amplamente estudada, utilizada em diversas áreas do conhecimento e que vem se destacando na comunidade científica [9], [19], [7], [4], [58]. Esses algoritmos podem ser representados basicamente em duas configurações: binária ou contínua. Nesta tese, utilizam-se os algoritmos genéticos (AG's) contínuos. O AG contínuo é também conhecido como AG de valor real em muitas referências. Neste trabalho, usa-se o termo contínuo, em vez de valor real, para evitar confusão entre os números reais e complexos. Na realidade, os AG's contínuos são muito semelhantes aos AG's binários. A principal diferença entre eles é que, no caso contínuo, as variáveis não são mais representadas por bits de zeros e uns, mas através de pontos flutuantes. No entanto, esse simples fato acrescenta algumas mudanças na aplicação da técnica, as quais devem ser cuidadosamente consideradas.

3.4.2 Funcionamento

Inspirado na maneira como o darwinismo explica o processo de evolução das espécies, John Holland, 1975 [69], decompôs o funcionamento dos algoritmos genéticos (AG's) nas etapas de inicialização, avaliação, seleção, cruzamento, mutação, atualização e finalização, conforme mostra o fluxograma da estrutura de funcionamento da Fig 3.4.

Basicamente, o que um algoritmo genético faz é criar uma população de possíveis respostas para o problema a ser tratado (inicialização) para depois submetê-la ao processo de evolução, constituído pelas seguintes etapas:

- **Avaliação:** avalia-se a aptidão das soluções (indivíduos da população) - é feita uma análise para que se estabeleça quão bem elas respondem ao problema proposto;

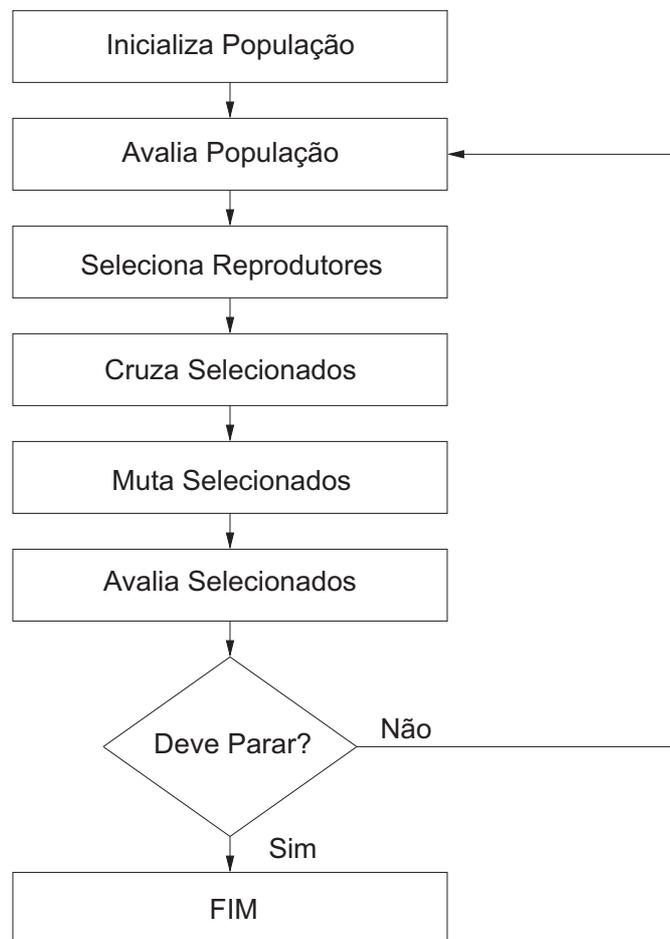


Fig. 3.4: Fluxograma da estrutura de funcionamento de um algoritmo genético contínuo.

- Seleção: indivíduos são selecionados para a reprodução. A probabilidade de uma dada solução i ser selecionada é proporcional à sua aptidão;
- Cruzamento: características das soluções escolhidas são recombinadas, gerando novos indivíduos;
- Mutação: características dos indivíduos resultantes do processo de reprodução são alteradas, acrescentando, assim, variedade à população;
- Atualização: os indivíduos criados nessa geração são inseridos na população;
- Finalização: verifica se as condições de encerramento da evolução foram atingidas, retornando para a etapa de avaliação em caso negativo e encerrando a execução em caso positivo.

3.4.3 Características

Por causa da maneira particular como os AGs operam, neles se destacam as seguintes características:

- **Busca codificada:** Segundo Pérez 2000, [6] "os AGs não trabalham sobre o domínio do problema, mas sim sobre representações de seus elementos". Tal fator impõe ao seu uso uma restrição: para resolver um problema é necessário que o conjunto de soluções viáveis para este possa ser de alguma forma codificado em uma população de indivíduos;
- **Generalidade:** Os algoritmos genéticos simulam a natureza em um de seus mais fortes atributos: a adaptabilidade. Visto que a representação e a avaliação das possíveis soluções são as únicas partes (de um considerável conjunto de operações utilizadas em seu funcionamento) que obrigatoriamente requisitam conhecimento dependente do domínio do problema abordado [149], basta a alteração delas para portá-los para outros casos. A preocupação de um programador de AGs não é então de que forma chegar a uma solução, mas sim com o que ela deveria se parecer;
- **Paralelismo explícito:** o alto grau de paralelismo intrínseco aos AGs pode ser facilmente verificado se considerarmos o fato de que cada indivíduo da população existe como um ente isolado e é avaliado de forma independente. Se na natureza todo processo de seleção ocorre de forma concorrente, nos AGs essa característica se repete. Os modelos de ilha, descritos por Costa Jr e Galib W. M. [25], [147], foram criados para explorar tal característica;
- **Busca estocástica:** ao contrário de outros métodos de busca de valores ótimos, os algoritmos genéticos não apresentam um comportamento determinístico [59], [101]. Não seria correto, no entanto, afirmar que tal busca se dá de forma completamente aleatória - as probabilidades de aplicação dos operadores genéticos fazem com que estes operem de forma previsível estatisticamente, apesar de não permitirem que se determine com exatidão absoluta o comportamento do sistema;
- **Busca cega:** de acordo com Geyer-Schultz e Pérez [59], [6], um algoritmo genético tradicional opera, ignorando o significado das estruturas que manipula e qual a melhor maneira de trabalhar com elas. Tal característica lhe confere o atributo de não se valer de conhecimento específico ao domínio do problema, o que lhe traz generalidade por um lado, contudo uma tendência a uma menor eficiência por outro;
- **Eficiência mediana:** por constituir um método de busca cega, um algoritmo genético tradicional tende a apresentar um desempenho menos adequado que alguns tipos de busca heurística orien-

tadas ao problema. Para resolver tal desvantagem, a tática mais utilizada é a hibridização [27], [59], em que heurísticas provenientes de outras técnicas são incorporadas;

- Paralelismo implícito: a partir do teorema dos esquemas de Holland, tem-se que, ao fazer uma busca por populações, a evolução de um algoritmo genético tende a favorecer indivíduos que compartilhem determinadas características. Sendo assim, é capaz de avaliar implicitamente determinadas combinações ou esquemas como mais ou menos desejáveis, efetuando o que se chama de uma busca por hiperplanos, de natureza paralela [61];
- Facilidade no uso de restrições: ao contrário de muitos outros métodos de busca, os AGs facilitam a codificação de problemas com diversos tipos de restrição, mesmo que elas apresentem graus diferentes de importância [11]. Nesse caso, se dois indivíduos violam restrições, é considerado mais apto aquele que viola as mais flexíveis (*soft constraints*) em detrimento do que viola as mais graves (*hard constraints*).

3.4.4 Indivíduo ou Cromossomo

O indivíduo, genoma ou cromossomo é a unidade fundamental de um algoritmo genético (AG): ele codifica possíveis soluções para o problema a ser tratado, e é através de sua manipulação (pelo processo de evolução) que respostas são encontradas.

Representação do Indivíduo

A escolha de representação para o indivíduo é a etapa mais importante para o desenvolvimento de um AG, visto que tal representação será a principal responsável para o desempenho do algoritmo.

Nesta tese, inicia-se o processo de desenvolvimento do AG, definindo a estrutura de um indivíduo ou cromossomo. Esse indivíduo é uma matriz contendo valores das variáveis ou genes a serem otimizados. Trabalha-se com ganhos, G_i , que serão multiplicados aos respectivos sub-modelos identificados, $W^i(z)$, no espaço do consequente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS); e com intensificadores, I_i , os quais serão aplicados às funções de pertinência identificadas, F^i , obtidas pelo algoritmo de agrupamento nebuloso FCM, como sendo as variáveis ou genes a otimizar.

Intensificadores

No caso das variáveis ou genes a otimizar relacionadas às funções de pertinência identificadas, F^i , usam-se intensificadores, com o auxílio dos operadores de concentração, $Con [F^i(x)]$, e dilatação, $Dil [F^i(x)]$, sobre as funções de pertinências identificadas. Tais intensificadores permitem alterar

o grau de nebulosidade (incerteza) no procedimento de otimização do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado.

Operador de Concentração: por concentração é entendida a operação de tornar as funções de pertinência mais concentradas em torno de um ponto, a partir do universo de discurso, com maior grau de pertinência. Ela é estabelecida pelo seguinte operador

$$Con [F^i(x)] = F^C(x) = F^I(x) \quad \text{com } I > 1. \quad (3.38)$$

Operador de Dilatação: por dilatação é entendida a operação de tornar as funções de pertinência mais afastadas em torno de um ponto, a partir do universo de discurso, com maior grau de pertinência. Tem efeito oposto ao operador concentração, sendo obtida pela modificação da função de pertinência da seguinte forma

$$Dil [F^i(x)] = F^D(x) = F^I(x) \quad \text{com } 0 < I < 1. \quad (3.39)$$

De forma genérica, se o indivíduo tem $Nvar$ variáveis ou genes (problema de otimização N -dimensional), dado por $p_1, p_2, \dots, p_{Nvar}$, então o indivíduo é escrito como uma matriz linha com $1 \times Nvar$ elementos de modo que

$$indivíduo = [p_1, p_2, \dots, p_{Nvar}] \quad (3.40)$$

Adaptando-se o caso genérico, Eq. 3.40, ao problema de otimização do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado, proposto neste trabalho, tem-se a seguinte representação para o indivíduo:

$$indivíduo = [G1, G2, \dots, Gi, I1, I2, \dots, Ii] \Big|_{[i=1,2,\dots,l]} \quad (3.41)$$

sendo as variáveis ou genes representados como números de ponto flutuante.

3.4.5 Função Custo

Cada indivíduo tem um custo, definido pela avaliação das variáveis ou genes a otimizar $[G1, G2, \dots, Gi, I1, I2, \dots, Ii]$ $^{[i=1,2,\dots,l]}$ na função custo f .

$$custo = f(individuo) = f(G1, G2, \dots, Gi, I1, I2, \dots, Ii) \Big|^{[i=1,2,\dots,l]} \quad (3.42)$$

Nesta tese considera-se como função custo para o desenvolvimento do algoritmo genético (AG) o erro relativo médio, ε , para avaliar quão próximo o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado está do sistema dinâmico incerto. Assim:

$$\varepsilon = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{y(k) - \tilde{y}(k)}{\tilde{y}(k)} \quad (3.43)$$

onde:

- ε - representa o erro relativo médio;
- N - representa o número de pontos utilizados na identificação do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS);
- $y(k)$ - representa a saída do sistema dinâmico incerto;
- $\tilde{y}(k)$ - representa a saída do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado.

3.4.6 Operadores Genéticos

Inicialização

A inicialização básica de um algoritmo genético clássico se resume à síntese de uma população inicial, sobre a qual serão aplicadas as ações dos passos subsequentes do processo.

Tipicamente se faz uso de funções aleatórias para gerar os indivíduos, sendo este um recurso simples que visa a fornecer maior "biodiversidade", fundamental para garantir uma boa abrangência do espaço de busca. Nesta tese, inicia-se o AG, definindo-se uma população inicial de N_{pop} indivíduos. Cada linha da matriz da população inicial é formada pela matriz de indivíduos $1 \times N_{var}$ de valores contínuos. Assim, dada uma população inicial de N_{pop} indivíduos, a matriz completa de valores aleatórios $N_{pop} \times N_{var}$ é gerada por

$$pop = rand(N_{pop}, N_{var}) \quad (3.44)$$

Avaliação

Nesta etapa, o primeiro passo da seleção em si é dado: cada indivíduo da população é avaliado para que seja determinado o seu grau de adaptação. Na realidade, este é, em conjunto com a escolha da representação, o ponto do algoritmo mais dependente do problema em si. Desse modo, é necessário que o AG seja capaz de responder sobre quão boa uma resposta é para o problema proposto. Neste trabalho a avaliação é realizada por meio da minimização do erro relativo médio, ou seja

$$\min \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{y(k) - \tilde{y}(k)}{\tilde{y}(k)}$$

s.a $\min \leq Gi \leq \max$ e $0 < Ii \leq \max$ com $i = 1, 2, \dots, l$. (3.45)

Seleção

A seleção é a responsável pela perpetuação de boas características na espécie. É no estágio de seleção que os indivíduos são escolhidos para posterior cruzamento. Nesta tese, para a seleção é efetuado um sorteio no qual os indivíduos mais aptos possuem maior probabilidade de se reproduzirem.

Reprodução

Uma vez selecionados os indivíduos, estes passam com uma probabilidade pré-estabelecida pelo processo de cruzamento (crossover), em que partes das variáveis (genes) a otimizar dos pais são combinadas para geração de filhos.

Pareamento (mating)

Alguns dos principais métodos de escolha dos pares de reprodutores são, segundo GEYER-SCHULTZ, 1997 [59]:

- Escolha aleatória: os pares de indivíduos que devem se reproduzir são escolhidos ao acaso;
- Inbreeding: parentes são combinados;
- Line breeding: um indivíduo de alta performance é cruzado com uma sub-população de indivíduos e os filhos são selecionados como pais;
- Outbreeding: indivíduos que codificam fenótipos diferentes são combinados;
- Self-fertilization: o indivíduo é combinado consigo mesmo;

- Positive assortive mating: indivíduos semelhantes são combinados;
- Negative assortive mating: indivíduos diferentes são combinados.

Nesta tese, optou-se pelo método da escolha aleatória para a determinação dos pares de reprodutores.

Operadores de Cruzamento

Neste trabalho, o valor da variável de um novo filho, p_{filho} , é obtido da combinação de dois valores de descendentes correspondentes, conforme Eq. 3.46,

$$p_{filho} = \beta p_{ma} + (1 - \beta) p_{pa} \quad (3.46)$$

onde:

- β - número aleatório no intervalo $[0, 1]$;
- p_{ma} - n -ésima variável no indivíduo mãe;
- p_{pa} - n -ésima variável no indivíduo pai.

A variável do segundo descendente é apenas o complemento da primeira, isto é, obtida pela substituição de β por $1 - \beta$.

Mutação

A mutação opera sobre os indivíduos resultantes do processo de cruzamento e com uma probabilidade pré-determinada efetua algum tipo de alteração em sua estrutura. A importância desse operador reside no fato de que, uma vez bem escolhido seu modo de atuar garante que diversas alternativas serão exploradas, mantendo assim um nível mínimo de abrangência na busca.

Nesta tese, utiliza-se o operador de mutação por troca (*swap mutation*) para realizar a mutação sobre os indivíduos. Nesse caso, são sorteados n pares de genes, e os elementos do par trocam de valor entre si.

Atualização

Neste ponto, os indivíduos resultantes do processo de cruzamento e mutação são inseridos na população, segundo a política adotada pelo AG. Na forma mais tradicional deste (chamada corriqueira-

mente de algoritmo genético simples), a população mantém um tamanho fixo e os indivíduos são criados em mesmo número que seus antecessores e os substituem por completo.

Finalização

A finalização não envolve o uso de nenhum operador genético: ela simplesmente é composta de um teste que dá fim ao processo de evolução caso o AG tenha chegado a algum ponto pré-estabelecido de parada. Os critérios para a parada podem ser vários, desde o número de gerações já criadas até o grau de convergência da atual população (por convergência entende-se o grau de proximidade dos valores da avaliação de cada indivíduo da população). Nesta tese, opta-se pelo número de gerações como critério de parada.

Para uma leitura mais minuciosa sobre os algoritmos genéticos (AG's), indicam-se as seguintes referências: MELANIE, M., 1999 [100], HAUPT, R. L, 2004 [66] e POPA, R., 2012 [110].

3.5 Conclusões

Neste capítulo, apresentou-se um dos objetivos desta tese: a modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos, através de técnicas de identificação de sistemas e da utilização de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS). Para isso, mostrou-se um procedimento básico para a identificação nebulosa de sistemas dinâmicos incertos, composto das seguintes etapas: experimento, seleção da estrutura do modelo (estrutura de modelo nebuloso Takagi-Sugeno), estimação do espaço do antecedente através de um algoritmo de agrupamento nebuloso, estimação do espaço do consequente através de um algoritmo de mínimos quadrados e validação do modelo. Para finalizar, desenvolveu-se um procedimento de otimização via algoritmo genético (AG), com o intuito de melhorar a representação do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado.

Capítulo 4

Resposta em Frequência Nebulosa

Os métodos de resposta em frequência foram desenvolvidos durante o período de 1930 – 1940 por Harry Nyquist (1889 – 1976) [106], Hendrik Bode (1905 – 1982) [16], Nathaniel B. Nichols (1914 – 1997) [76], e muitos outros. Desde então, a resposta em frequência é um método clássico para a obtenção de modelos de sistemas lineares e invariantes no tempo, além de ser uma técnica amplamente utilizada tanto para o projeto quanto para análise de sistemas de controle. Pelo termo resposta em frequência, entende-se a resposta em regime estacionário de um sistema quando submetido a uma entrada senoidal. Nos métodos clássicos de resposta em frequência, varia-se a frequência do sinal de entrada em uma faixa de interesse e estuda-se a resposta em frequência resultante.

Inspirando-se na definição clássica de resposta em frequência, este capítulo apresenta uma formulação para a obtenção da resposta em frequência de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS) e um *Teorema*, no qual se demonstra que a representação gráfica da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* é uma família de respostas em frequências, de módulo e de fase, no domínio da frequência. Como consequência do *Teorema* definiu-se a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* como uma região (faixa) nos gráficos de Bode de módulo e fase, considerada como a principal contribuição dessa tese [32], [33], [34], [35], [36], [37], [38].

4.1 Introdução

Atualmente o projeto de sistemas de controle é dirigido por um grande número de exigências, tais como: exigências ambientais, custo mínimo de energia, demanda por sistemas robustos e tolerantes a falhas, entre outras. Nesse contexto, a análise e síntese de compensadores estão completamente relacionadas entre si. Na análise, as características ou comportamento dinâmico do sistema de controle são determinadas. Na síntese, os compensadores são obtidos para atender as características desejadas do sistema de controle com base em certos critérios de estabilidade e desempenho. Geralmente, tais critérios de desempenho podem envolver rejeição a perturbações e ruídos de medida, eliminação de erros em regime permanente, sensibilidade a mudanças paramétricas na planta, etc. Um estudo mais detalhado sobre esses critérios de estabilidade e desempenho podem ser vistos em [57] [132] [122].

A aplicação de sinais testes na entrada de sistemas é uma forma de analisar o comportamento de sistemas dinâmicos reais. Muitos sinais testes estão disponíveis; no entanto, um sinal simples e usual é a forma de onda senoidal, devido à saída do sistema, quando aplicado a uma entrada senoidal, ser também uma onda senoidal, porém com amplitude e fase diferentes para uma dada frequência. Essa análise de resposta em frequência descreve como um sistema dinâmico responde à entrada senoidal em uma faixa de frequências e tem sido largamente utilizada na academia e na indústria, sendo considerada essencial para a teoria de controle robusto [114], [115], [126].

Os sistemas de controle industriais são muitas vezes projetados pelo uso de métodos de resposta em frequência. Muitas técnicas estão disponíveis não só para o projeto, como também para análise de tais sistemas [84], [105]. O critério da estabilidade de Nyquist, por exemplo, permite investigar tanto a estabilidade absoluta quanto a estabilidade relativa de sistemas lineares de malha fechada, a partir de um conhecimento de suas características de resposta em frequência em malha aberta [120]. Ao usar esse critério de estabilidade, não se tem que determinar as raízes da equação característica. Essa é uma vantagem da técnica de resposta em frequência. Um outro proveito dessa técnica é que os testes da resposta em frequência são, em geral, simples e podem ser feitos precisamente pelo uso de geradores de sinais senoidais prontamente disponíveis, bem como de equipamentos de medida precisos.

Muitas vezes as funções de transferência de componentes complicados podem ser determinadas experimentalmente pelos testes da resposta em frequência. Além disso, sistemas dinâmicos incertos ou sistemas que são deficientemente conhecidos podem ser manipuladas pelos métodos de resposta em frequência [85], [1], [12], [146]. De certa forma, a maioria das plantas na indústria apresentam severas incertezas, surgidas por algumas razões, a saber: pobre conhecimento do processo, não-linearidades, ruído externo ou interno desconhecido, influência do meio, parâmetros variantes com o tempo, mudança nas condições de operação, erros de medição, entre outras. Tais incertezas não seguem nenhuma das distribuições de probabilidade conhecidas e são frequentemente quantificadas em termos de faixas. Os métodos clássicos de resposta em frequência não exploram essas faixas para análise e projeto de controle de sistemas dinâmicos incertos. Uma vez que os sistemas dinâmicos nebulosos são apontados, nesta tese, como uma ferramenta apropriada e eficientemente para a modelagem de sistemas dinâmicos incertos, este capítulo propõe uma abordagem para a determinação da resposta em frequência de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS) e para a obtenção da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, com a finalidade de superar a limitação encontrada pelos sistemas clássicos em explorar as incertezas inerentes aos sistemas incertos, durante a obtenção de suas respostas em frequência [43], [44], [45], [46], [47], [48], [49].

4.2 Resposta em Frequência de Modelos Dinâmicos Nebulosos Takagi-Sugeno (TS)

Nesta seção, apresenta-se um procedimento para a obtenção da resposta em frequência de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS), os quais, como visto no capítulo 3, podem representar eficientemente os sistemas dinâmicos incertos. Esse procedimento não necessita de teste de convergência, condições de simetria ímpar, convolução, modulação e filtragens especiais. O procedimento baseia-se nos conceitos e propriedades da Função de Resposta em Frequência (FRF), obtida a partir da Transformada Discreta de Fourier (TDF) dos dados experimentais de entrada/saída do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS). Inicialmente apresenta-se, de forma resumida, a formulação clássica da resposta em frequência de sistemas lineares. Em seguida, estende-se o formalismo clássico da resposta em frequência de sistemas lineares para os sistemas dinâmicos incertos, através dos conceitos de função descritiva. Por fim, desenvolve-se um formalismo para a obtenção da resposta em frequência de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS).

4.2.1 Resposta em Frequência de Sistemas Lineares

Um sistema linear submetido a um sinal de entrada senoidal, de frequência ω , apresenta na sua saída um sinal também senoidal, de mesma frequência, porém de amplitude e fase diferentes, conforme mostra o diagrama de blocos da Fig. 4.1.

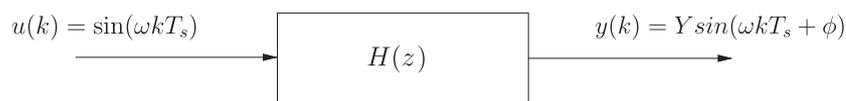


Fig. 4.1: Diagrama de blocos para obtenção da resposta em frequência de sistemas lineares.

onde: T_s é o intervalo de amostragem, ω é a frequência da senoide, $Y = |H(e^{j\omega T_s})|$ e $\phi = \arg [H(e^{j\omega T_s})]$

4.2.2 Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos

Considere o diagrama de blocos do sistema dinâmico incerto, segundo mostra a Fig. 4.2

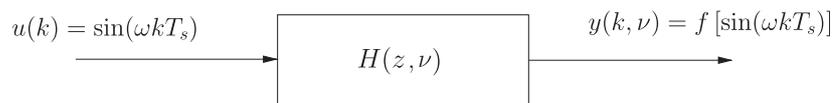


Fig. 4.2: Diagrama de blocos para obtenção da resposta em frequência de sistemas dinâmicos incertos.

Supondo que a entrada do sistema dinâmico incerto é uma senoide de amplitude unitária do tipo

$$u(k) = \sin(\omega k T_s) \quad (4.1)$$

onde T_s é o intervalo de amostragem e ω é a frequência da senoide.

A resposta do sistema dinâmico incerto a essa excitação senoidal será também periódica, mas não necessariamente senoidal. Entretanto, essa resposta pode ser obtida através de uma função descritiva [118], [8], [62], aproximando o sistema dinâmico incerto de um sistema linear. Dessa forma, a saída do sistema dinâmico incerto é uma soma de senóides obtidas por uma série de Fourier

$$y(t) = Y_o + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \sin(\omega_n T + \phi_n) \quad (4.2)$$

ou pela função discreta de Fourier

$$F(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} f(k) e^{-j2\pi\omega \frac{k}{N}} \quad (4.3)$$

Utilizando apenas a componente fundamental da série tem-se a seguinte aproximação

$$y(t) \cong Y_1 \sin(\omega_1 T + \phi_1) \quad (4.4)$$

conhecida como balanço harmônico. Essa aproximação geralmente é válida, pois as componentes harmônicas têm amplitudes decrescentes com a frequência, e os sistemas físicos em geral apresentam características passa-baixas que atenuam ainda mais essas componentes. A função resultante

$$N(X, \omega) = \frac{Y_1}{X} \angle \phi_1 \quad (4.5)$$

é chamada de função descritiva e pode ser obtida por métodos analíticos (para sistemas mais simples), ou através da Transformada Discreta de Fourier ou por meio de uma versão computacional eficiente, a Transformada Rápida de Fourier (FFT - Fast Fourier Transform). A notação $N(X, \omega)$ simboliza que os valores dessa função variam tanto com a frequência (ω) de excitação, como com a intensidade (X) da entrada do sistema.

4.2.3 Resposta em Frequência de Modelos Dinâmicos Nebulosos Takagi-Sugeno (TS)

Agora, a partir do diagrama de blocos da Fig. 4.3, considere o sistema dinâmico incerto, a sua decomposição em sub-modelos lineares e invariantes no tempo e a concatenação desses sub-modelos numa única estrutura de modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), obtida através da combinação convexa dos sub-modelos lineares e invariantes no tempo.

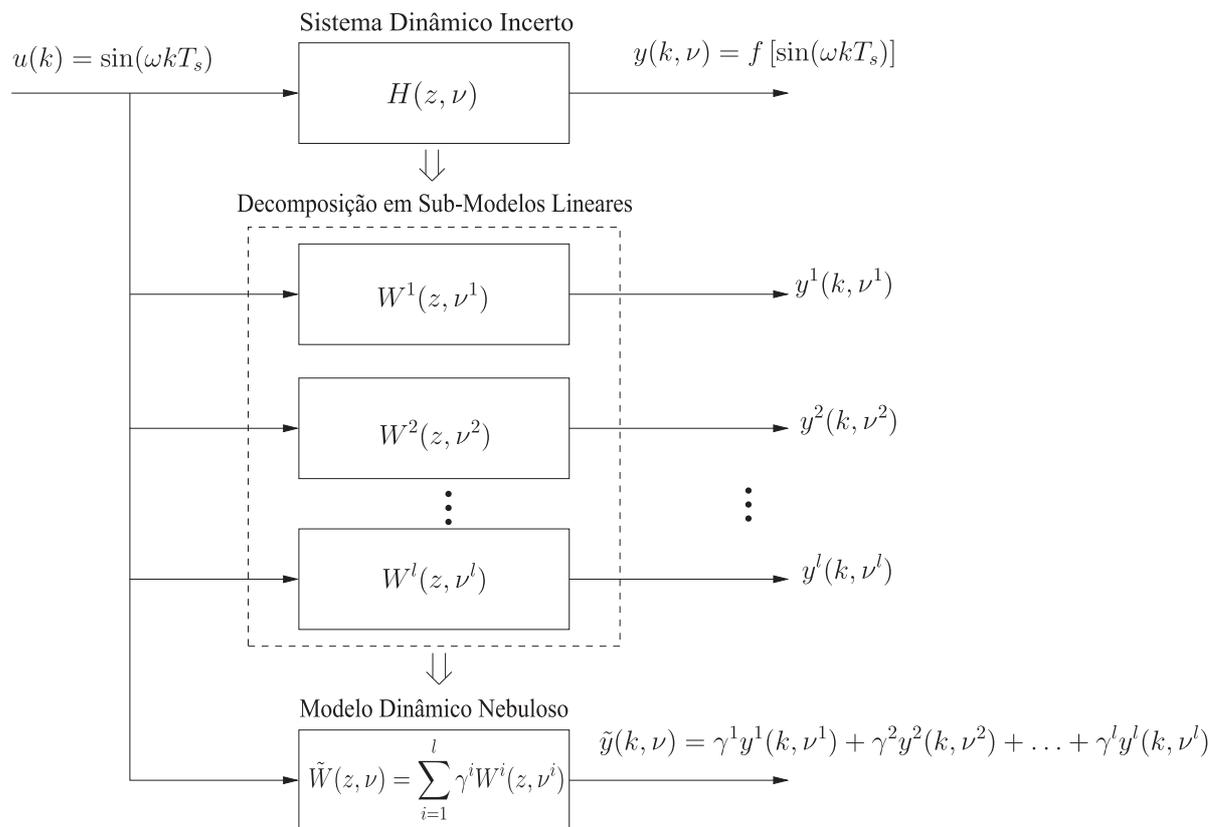


Fig. 4.3: Diagrama de blocos para obtenção da resposta em frequência do modelo nebuloso TS.

Supondo que a entrada do sistema dinâmico incerto, dos sub-modelos lineares e invariantes no tempo, e do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) é uma senoide de amplitude unitária do tipo

$$u(k) = \sin(\omega k T_s) \quad (4.6)$$

onde T_s é o intervalo de amostragem e ω é a frequência da senoide.

A partir da formulação de Euler [107], dada por

$$e^{j\omega k T_s} = \cos(\omega k T_s) + j \sin(\omega k T_s) \quad (4.7)$$

pode-se reescrever a entrada senoidal, de frequência ω , dos sub-modelos lineares e invariantes no tempo, e do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) como segue

$$u(k) = \sin(\omega k T_s) = \frac{e^{j\omega k T_s} - e^{-j\omega k T_s}}{2j} \quad (4.8)$$

onde $j = \sqrt{-1}$, T_s é o intervalo de amostragem e ω é a frequência da senoide.

A saída correspondente a cada sub-modelo linear é dada por

$$y^i(k, \nu^i) = \sum_{\tau=0}^{\infty} Y_{\tau}^i u(k - \tau) \quad (4.9)$$

onde $i = 1, 2, \dots, l$, é um índice que caracteriza o sub-modelo linear no espaço do consequente da i -ésima regra do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), ν^i é o i -ésimo ponto de operação específico, $u(k - \tau) = 0$ para todos os valores de $k - \tau < 0$ e a condição inicial é assumida ser zero.

A Eq. (4.9) mostra que a contribuição para a saída em um sub-modelo linear, $W^i(z, \nu^i)$, no tempo k para uma entrada aplicada no tempo k e entradas anteriores $k - 1, k - 2, \dots$ são ponderadas pela sequência de resposta ao pulso (parâmetros de Markov). Substituindo a Eq. (4.8) na Eq. (4.9), resulta

$$\begin{aligned} y^i(k, \nu^i) &= \sum_{\tau=0}^{\infty} Y_{\tau}^i \sin[\omega(k - \tau)T_s] \\ y^i(k, \nu^i) &= \frac{1}{2j} \sum_{\tau=0}^{\infty} Y_{\tau}^i [e^{j\omega(k-\tau)T_s} - e^{-j\omega(k-\tau)T_s}] \\ y^i(k, \nu^i) &= \frac{e^{j\omega k T_s}}{2j} \sum_{\tau=0}^{\infty} Y_{\tau}^i e^{-j\omega\tau T_s} - \frac{e^{-j\omega k T_s}}{2j} \sum_{\tau=0}^{\infty} Y_{\tau}^i e^{j\omega\tau T_s} \end{aligned} \quad (4.10)$$

A partir da definição de Função de Resposta em Frequência (FRF) [82], em que

$$W(z) = \sum_{\tau=0}^{\infty} Y_{\tau} e^{-j\omega\tau T_s} = \sum_{\tau=0}^{\infty} Y_{\tau} z^{-\tau}, \quad z = e^{j\omega T_s} \quad (4.11)$$

e aplicando-se a Eq. (4.11) na Eq. (4.10), resulta em

$$\begin{aligned} y^i(k, \nu^i) &= \frac{e^{j\omega k T_s}}{2j} W^i(z, \nu^i) - \frac{e^{-j\omega k T_s}}{2j} W^{i*}(z, \nu^i) \\ y^i(k, \nu^i) &= \text{Imag} [W^i(z, \nu^i)] \cos(\omega k T_s) + \text{Real} [W^i(z, \nu^i)] \sin(\omega k T_s) \\ y^i(k, \nu^i) &= |W^i(z, \nu^i)| \sin [\omega k T_s + \phi^i(\nu^i)] \end{aligned} \quad (4.12)$$

em que "*" significa complexo conjugado e ainda

$$|W^i(z, \nu^i)| = \sqrt{(\text{Real} [W^i(z, \nu^i)])^2 + (\text{Imag} [W^i(z, \nu^i)])^2} \quad (4.13)$$

$$\phi^i(\nu^i) = \arg [W^i(z, \nu^i)] = \tan^{-1} \frac{\text{Imag} [W^i(z, \nu^i)]}{\text{Real} [W^i(z, \nu^i)]} \quad (4.14)$$

A função complexa

$$W^i(z, \nu^i) = W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i), \quad -\pi \leq \omega T_s \leq \pi \quad (4.15)$$

é a função de transferência no tempo discreto de cada sub-modelo linear, $W^i(z, \nu^i) \mid_{i=1, \dots, l}$, calculada no ponto $z = e^{j\omega T_s}$.

A Eq. (4.12) revela que a saída em regime permanente de cada sub-modelo linear, $W^i(z, \nu^i)$, para uma entrada senoidal, é também uma senoide de mesma frequência ω , mas com amplitude modificada pelo valor absoluto de $W^i(z, \nu^i)$ e defasada de $\arg[W^i(z, \nu^i)]$ radianos.

Portanto, a saída em regime permanente do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), quando aplicada uma entrada senoidal, de frequência ω , resulta em uma combinação das saídas dos sub-modelos lineares e invariantes no tempo, ou seja

$$\begin{aligned}
\tilde{y}(k, \nu) &= \sum_{i=1}^l \gamma^i y^i(k, \nu^i) \\
\tilde{y}(k, \nu) &= \gamma^1 y^1(k, \nu^1) + \gamma^2 y^2(k, \nu^2) + \dots + \gamma^l y^l(k, \nu^l) \\
\tilde{y}(k, \nu) &= \gamma^1 |W^1(z, \nu^1)| \sin[\omega k T_s + \phi^1(\nu^1)] + \gamma^2 |W^2(z, \nu^2)| \sin[\omega k T_s + \phi^2(\nu^2)] + \\
&\quad \dots + \gamma^l |W^l(z, \nu^l)| \sin[\omega k T_s + \phi^l(\nu^l)] \\
\tilde{y}(k, \nu) &= \gamma^1 |W^1(z, \nu^1)| \{ \sin(\omega k T_s) \cos[\phi^1(\nu^1)] + \sin[\phi^1(\nu^1)] \cos(\omega k T_s) \} + \\
&\quad + \gamma^2 |W^2(z, \nu^2)| \{ \sin(\omega k T_s) \cos[\phi^2(\nu^2)] + \sin[\phi^2(\nu^2)] \cos(\omega k T_s) \} + \\
&\quad + \dots + \gamma^l |W^l(z, \nu^l)| \{ \sin(\omega k T_s) \cos[\phi^l(\nu^l)] + \sin[\phi^l(\nu^l)] \cos(\omega k T_s) \} \\
\tilde{y}(k, \nu) &= \{ \gamma^1 |W^1(z, \nu^1)| \cos[\phi^1(\nu^1)] + \gamma^2 |W^2(z, \nu^2)| \cos[\phi^2(\nu^2)] + \\
&\quad \dots + \gamma^l |W^l(z, \nu^l)| \cos[\phi^l(\nu^l)] \} \sin(\omega k T_s) + \{ \gamma^1 |W^1(z, \nu^1)| \sin[\phi^1(\nu^1)] + \\
&\quad + \gamma^2 |W^2(z, \nu^2)| \sin[\phi^2(\nu^2)] + \dots + \gamma^l |W^l(z, \nu^l)| \sin[\phi^l(\nu^l)] \} \cos(\omega k T_s) \\
\tilde{y}(k, \nu) &= \\
&= \left\{ \sum_{i=1}^l \gamma^i |W^i(z, \nu^i)| \cos[\phi^i(\nu^i)] \right\} \sin(\omega k T_s) + \left\{ \sum_{i=1}^l \gamma^i |W^i(z, \nu^i)| \sin[\phi^i(\nu^i)] \right\} \cos(\omega k T_s) \\
\tilde{y}(k, \nu) &= A \sin(\omega k T_s + \theta) \tag{4.16}
\end{aligned}$$

Em que:

$$\begin{aligned}
\bullet A &= \sqrt{\left\{ \sum_{i=1}^l \gamma^i |W^i(z, \nu^i)| \cos[\phi^i(\nu^i)] \right\}^2 + \left\{ \sum_{i=1}^l \gamma^i |W^i(z, \nu^i)| \sin[\phi^i(\nu^i)] \right\}^2} \\
\bullet \theta &= \arctan \frac{- \left\{ \sum_{i=1}^l \gamma^i |W^i(z, \nu^i)| \sin[\phi^i(\nu^i)] \right\}}{\left\{ \sum_{i=1}^l \gamma^i |W^i(z, \nu^i)| \cos[\phi^i(\nu^i)] \right\}}
\end{aligned}$$

Função de Resposta em Frequência do Modelo Dinâmico Nebuloso Takagi-Sugeno (TS) a partir de Dados de Entrada/Saída

A função de resposta de frequência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), $\tilde{W}(z, \nu)$, em diferentes frequências, pode ser determinada a partir dos sinais amostrados de entrada $u(k)$ e de saída $\tilde{y}(k, \nu)$ e do cálculo da decomposição de suas séries de Fourier [82]. A Fig. 4.4 mostra um procedimento para a obtenção da Função de Resposta em Frequência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) a partir da Transformada Discreta de Fourier dos dados de entrada/saída.

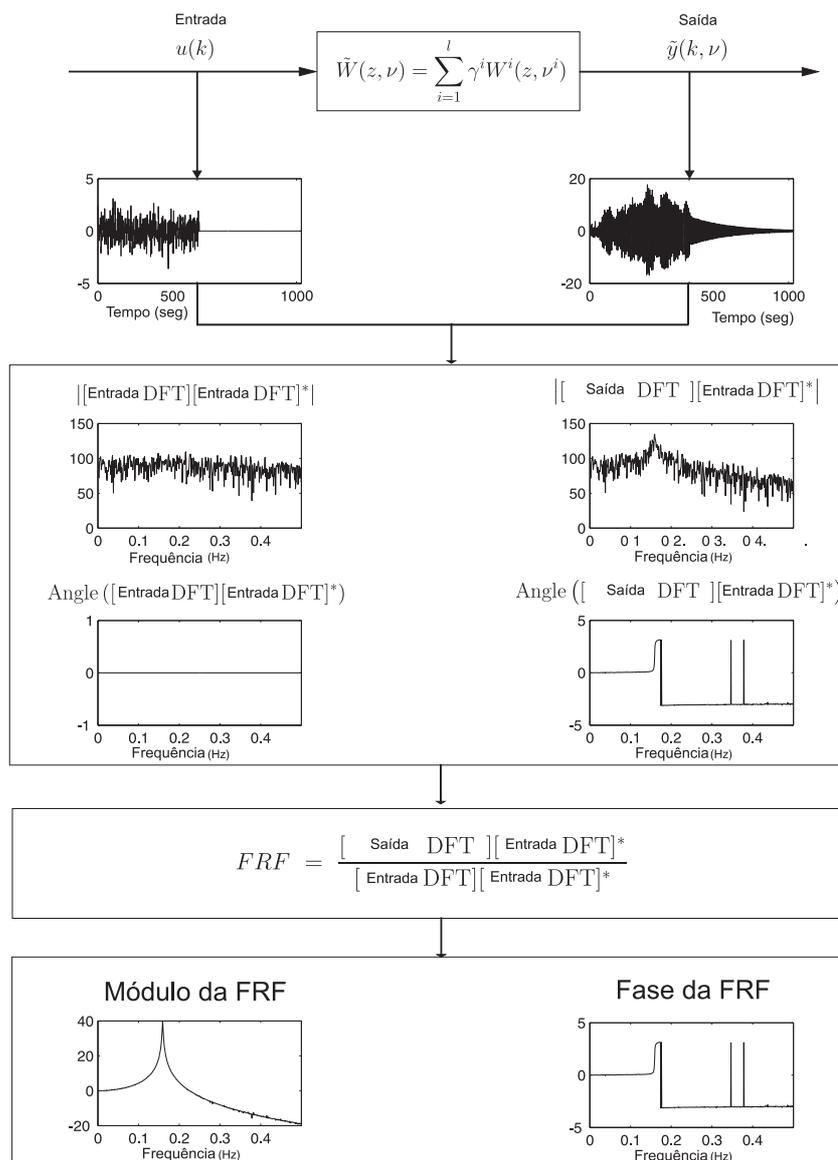


Fig. 4.4: Procedimento para obtenção da Função de Resposta em Frequência (FRF) do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) a partir de Dados de Entrada/Saída.

A Transformada Discreta de Fourier (DFT) do sinal de entrada amostrado, $u(\tau)$, ($\tau = 0, 2, \dots, L-1$) é dada por:

$$u(k) = \frac{1}{L} \sum_{\tau=0}^{L-1} u(\tau) e^{-j(\frac{2\pi k}{L})\tau} \quad (4.17)$$

onde L é o número total de pontos amostrados. Uma vez que a sequência $u(\tau)$ é real, a seguinte equação deve ser satisfeita:

$$u(-k) = u^*(k) \quad (4.18)$$

onde "*" significa complexo conjugado. Dessa forma, o complexo conjugado da Transformada Discreta de Fourier (DFT) do sinal de entrada amostrado aplicado ao modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), $u(\tau)$, é dado por

$$u^*(k) = \frac{1}{L} \sum_{\sigma=0}^{L-1} u^T(\sigma) e^{j(\frac{2\pi k}{L})\sigma} \quad (4.19)$$

A Transformada Discreta de Fourier (DFT) do sinal de saída amostrado referente ao modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), $\tilde{y}(\tau, \nu)$, é dada por

$$\tilde{y}(k, \nu) = \frac{1}{L} \sum_{\tau=0}^{L-1} \tilde{y}(\tau, \nu) e^{-j(\frac{2\pi k}{L})\tau} \quad (4.20)$$

A partir da Transformada Discreta de Fourier de Entrada/Saída do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), a Função de Resposta em Frequência (FRF) pode ser calculada por

$$\tilde{W}(z, \nu) = \frac{\tilde{y}(k, \nu) u^*(k)}{u(k) u^*(k)} \quad (4.21)$$

ou

$$\tilde{W}(z, \nu) = \frac{\frac{1}{L^2} \sum_{\tau=0}^{L-1} \sum_{\sigma=0}^{L-1} \tilde{y}(\tau, \nu) u^T(\sigma) e^{-j(\frac{2\pi k}{L})(\tau-\sigma)}}{\frac{1}{L^2} \sum_{\tau=0}^{L-1} \sum_{\sigma=0}^{L-1} u(\tau) u^T(\sigma) e^{-j(\frac{2\pi k}{L})(\tau-\sigma)}} \quad (4.22)$$

Na Eq. (4.22), a Função de Resposta em Frequência (FRF) do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), a partir de dados experimentais de entrada/saída, em termos de seu módulo e fase, é dada por

$$\left| \tilde{W}(z, \nu) \right| = \frac{\left| \frac{1}{L^2} \sum_{\tau=0}^{L-1} \sum_{\sigma=0}^{L-1} \tilde{y}(\tau, \nu) u^T(\sigma) e^{-j(\frac{2\pi k}{L})(\tau-\sigma)} \right|}{\left| \frac{1}{L^2} \sum_{\tau=0}^{L-1} \sum_{\sigma=0}^{L-1} u(\tau) u^T(\sigma) e^{-j(\frac{2\pi k}{L})(\tau-\sigma)} \right|} \quad (4.23)$$

e

$$\angle \tilde{W}(z, \nu) = \arctan \frac{\text{Imag} \left\{ \frac{\frac{1}{L^2} \sum_{\tau=0}^{L-1} \sum_{\sigma=0}^{L-1} \tilde{y}(\tau, \nu) u^T(\sigma) e^{-j(\frac{2\pi k}{L})(\tau-\sigma)}}{\frac{1}{L^2} \sum_{\tau=0}^{L-1} \sum_{\sigma=0}^{L-1} u(\tau) u^T(\sigma) e^{-j(\frac{2\pi k}{L})(\tau-\sigma)}} \right\}}{\text{Real} \left\{ \frac{\frac{1}{L^2} \sum_{\tau=0}^{L-1} \sum_{\sigma=0}^{L-1} \tilde{y}(\tau, \nu) u^T(\sigma) e^{-j(\frac{2\pi k}{L})(\tau-\sigma)}}{\frac{1}{L^2} \sum_{\tau=0}^{L-1} \sum_{\sigma=0}^{L-1} u(\tau) u^T(\sigma) e^{-j(\frac{2\pi k}{L})(\tau-\sigma)}} \right\}} \quad (4.24)$$

4.3 Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)

Como visto na seção 4.2, a saída em regime permanente de um modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), quando aplicado ao referido modelo uma entrada senoidal, de frequência ω , é uma combinação das saídas senoidais dos diversos sub-modelos lineares e invariantes no tempo, obtidos a partir da decomposição do sistema dinâmico incerto em regiões de operação, de mesma frequência ω , com amplitude modificada pelo valor absoluto de $W^i(z, \nu^i)$ e defasada de $\arg[W^i(z, \nu^i)]$ radianos, com $z = e^{j\omega T_s}$.

Considere agora o diagrama de blocos da função de transferência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), mostrado na Fig. 4.5.

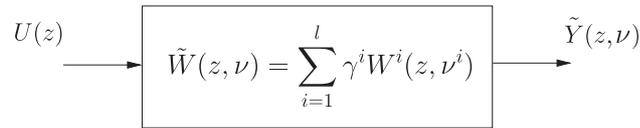


Fig. 4.5: Função de transferência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS).

Para este modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), tem-se:

$$\tilde{Y}(z, \nu) = \left[\sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(z, \nu^i) \right] U(z). \quad (4.25)$$

Considerando-se a função de transferência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), como um número complexo, obtém-se

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \quad (4.26)$$

Para um dado ω , resulta:

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| \sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right| e^{j\phi^i(\nu^i)[\omega T_s]} = \left| \sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right| \angle \phi^i(\nu^i)[\omega T_s] \quad (4.27)$$

ou

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| \sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right| \angle \arctan \left[\sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right]. \quad (4.28)$$

Como resultado da consideração da função de transferência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) como um número complexo, propõe-se o seguinte *Teorema* [33]:

Teorema 4.3.1:

Considere a função de transferência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno, Eq. (4.26), que representa um dado sistema dinâmico incerto SISO, como uma combinação convexa de sub-modelos lineares, estáveis e invariantes no tempo. Então, uma vez que a função de resposta em frequência de cada sub-modelo linear

$$W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) = W^i(z, \nu^i) \Big|_{z=e^{j\omega T_s}} \quad (4.29)$$

é dada por $\log |W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i)|$ e $\arg [W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i)]$, com $\omega \in [0, +\infty]$, logo a Resposta em Frequência Nebulosa (RFN) é determinada, graficamente, por uma família de respostas em frequência, a partir desses sub-modelos no espaço do consequente.

Prova:

Considerando-se que $\tilde{\nu}$ é a variável linguística do parâmetro incerto ν , pode-se representá-la por termos linguísticos, como mostrado na Fig. 4.10.

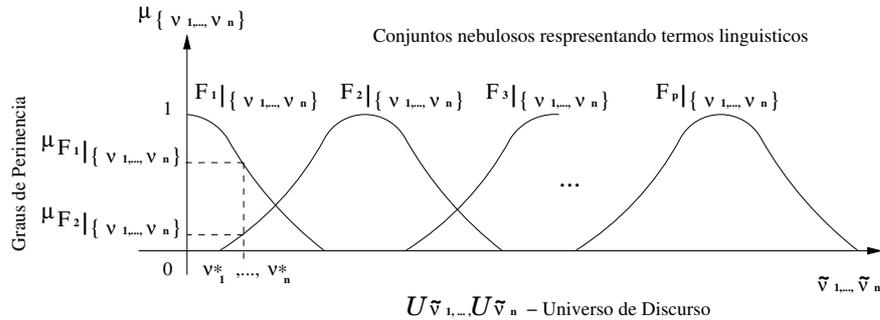


Fig. 4.6: Descrição funcional da variável linguística $\tilde{\nu}$: termos linguísticos, universo de discurso e grau de pertinência.

Uma vez que o seu universo de discurso é conhecido, os graus de ativação $h^i(\tilde{\nu}) \Big|_{i=1,2,\dots,l}$ são também incertos, pois dependem do sistema dinâmico:

$$h^i(\tilde{\nu}) = \mu_{F_{\tilde{\nu}_1^*}}^i \star \mu_{F_{\tilde{\nu}_2^*}}^i \star \dots \star \mu_{F_{\tilde{\nu}_n^*}}^i \quad (4.30)$$

onde $\tilde{\nu}_{\{1,2,\dots,n\}}^* \in U_{\tilde{\nu}_{\{1,2,\dots,n\}}}$, respectivamente, e \star é um operador lógico nebuloso.

Os graus de ativação normalizados, $\gamma^i(\tilde{\nu})|^{i=1,2,\dots,l}$, são também incertos. Dessa forma:

$$\gamma^i(\tilde{\nu}) = \frac{h^i(\tilde{\nu})}{\sum_{r=1}^l h^r(\tilde{\nu})}. \quad (4.31)$$

Essa normalização implica

$$\sum_{k=1}^l \gamma^k(\tilde{\nu}) = 1. \quad (4.32)$$

Seja $F(z)$ um espaço vetorial com grau l e $f^1(z), f^2(z), \dots, f^l(z)$ funções de transferências que pertencem a este espaço vetorial. Uma função de transferência $f(z) \in F(z)$ deve ser uma combinação convexa linear dos vetores $f^1(z), f^2(z), \dots, f^l(z)$:

$$f(z) = \xi^1 f^1(z) + \xi^2 f^2(z) + \dots + \xi^l f^l(z), \quad (4.33)$$

onde $\xi^{1,2,\dots,l}$ são os coeficientes da combinação convexa linear. Se os coeficientes da combinação convexa linear são normalizados, $\left(\sum_{i=1}^l \xi^i = 1\right)$, o espaço vetorial apresenta uma decomposição das funções de transferência $[f^1(z), f^2(z), \dots, f^l(z)]$ em uma forma geométrica politópica do espaço vetorial $F(z)$. Os pontos da forma geométrica politópica são definidos pelas funções de transferência $[f^1(z), f^2(z), \dots, f^l(z)]$. O modelo dinâmico nebuloso TS atende a essa propriedade politópica, pois a soma dos graus de ativação normalizado é igual a 1, conforme demonstrado na Eq. (1.12). Para definir os pontos dessa forma geométrica politópica nebulosa, cada regra do modelo dinâmico nebuloso TS deve ser ativada individualmente. Essa condição é conhecida como condição de contorno. Consequentemente, têm-se os seguintes aspectos de análise:

1º Caso: Ativação das Regras nas Regiões de Contorno:

Dependo do ponto de operação, $\tilde{\nu}_{\{1,2,\dots,n\}}^* \in U_{\tilde{\nu}_{\{1,2,\dots,n\}}}$, quando uma única regra é ativada, apenas um único sub-modelo é ativado, ou seja,

Se somente a regra 1 é ativada, tem-se $\gamma^1 = 1, \gamma^2 = 0, \gamma^3 = 0, \dots, \gamma^l = 0$, e

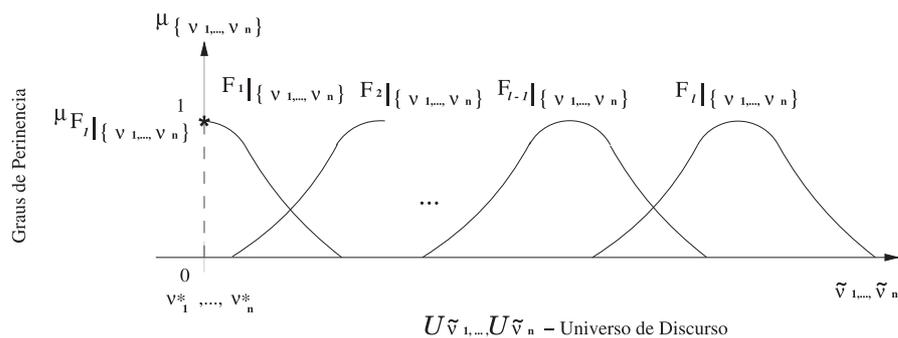


Fig. 4.7: Ativação somente da regra 1.

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| \sum_{i=1}^l \gamma^i(\tilde{\nu}) W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right| \left/ \arctan \left[\sum_{i=1}^l \gamma^i(\tilde{\nu}) W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right] \right., \quad (4.34)$$

ou

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| 1W^1(e^{j\omega T_s}, \nu^1) + 0W^2(e^{j\omega T_s}, \nu^2) + \dots + 0W^l(e^{j\omega T_s}, \nu^l) \right| \left/ \arctan \left[1W^1(e^{j\omega T_s}, \nu^1) + 0W^2(e^{j\omega T_s}, \nu^2) + \dots + 0W^l(e^{j\omega T_s}, \nu^l) \right] \right., \quad (4.35)$$

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| W^1(e^{j\omega T_s}, \nu^1) \right| \left/ \arctan \left[W^1(e^{j\omega T_s}, \nu^1) \right] \right|. \quad (4.36)$$

Se somente a regra 2 é ativada, tem-se $\gamma^1 = 0, \gamma^2 = 1, \gamma^3 = 0, \dots, \gamma^l = 0$, e

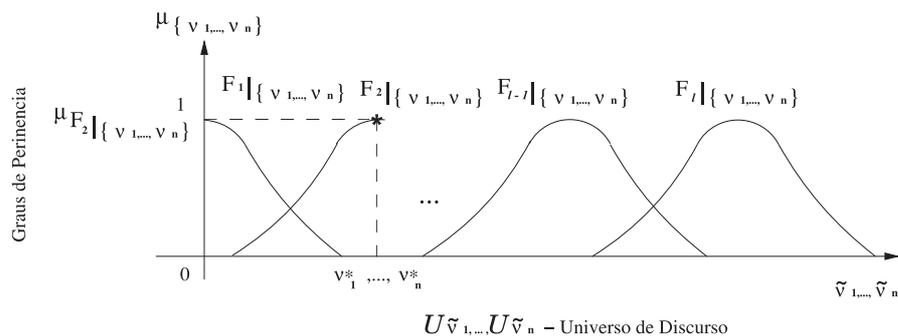


Fig. 4.8: Ativação somente da regra 2.

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| \sum_{i=1}^l \gamma^i(\tilde{\nu}) W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right| \left/ \arctan \left[\sum_{i=1}^l \gamma^i(\tilde{\nu}) W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right] \right., \quad (4.37)$$

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| 0W^1(e^{j\omega T_s}, \nu^1) + 1W^2(e^{j\omega T_s}, \nu^2) + \dots + 0W^l(e^{j\omega T_s}, \nu^l) \right| \left/ \arctan \left[0W^1(e^{j\omega T_s}, \nu^1) + 1W^2(e^{j\omega T_s}, \nu^2) + \dots + 0W^l(e^{j\omega T_s}, \nu^l) \right] \right., \quad (4.38)$$

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| W^2(e^{j\omega T_s}, \nu^2) \right| \left/ \arctan \left[W^2(e^{j\omega T_s}, \nu^2) \right] \right.. \quad (4.39)$$

Se somente a regra l é ativada, tem-se $\gamma^1 = 0, \gamma^2 = 0, \gamma^3 = 0, \dots, \gamma^l = 1$, e

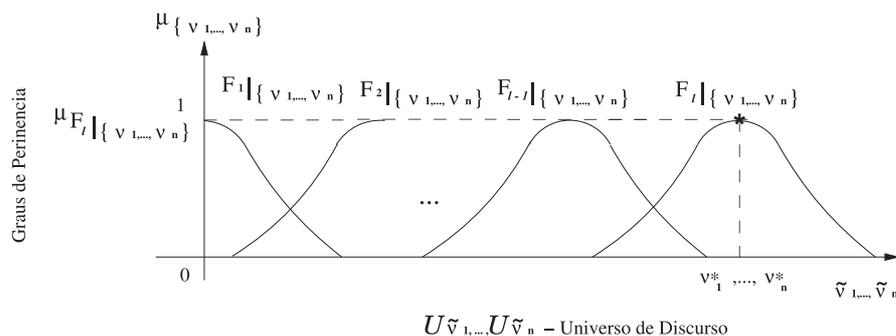


Fig. 4.9: Ativação somente da regra l .

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| \sum_{i=1}^l \gamma^i(\tilde{\nu}) W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right| \left/ \arctan \left[\sum_{i=1}^l \gamma^i(\tilde{\nu}) W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right] \right., \quad (4.40)$$

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| 0W^1(e^{j\omega T_s}, \nu^1) + 0W^2(e^{j\omega T_s}, \nu^2) + \dots + 1W^l(e^{j\omega T_s}, \nu^l) \right| \left/ \arctan \left[0W^1(e^{j\omega T_s}, \nu^1) + 0W^2(e^{j\omega T_s}, \nu^2) + \dots + 1W^l(e^{j\omega T_s}, \nu^l) \right] \right., \quad (4.41)$$

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| W^l(e^{j\omega T_s}, \nu^l) \right| \left/ \arctan \left[W^l(e^{j\omega T_s}, \nu^l) \right] \right.. \quad (4.42)$$

2º Caso: Ativação das Regras nas Regiões Intermediárias:

Dependendo do ponto de operação, $\tilde{\nu}_{\{1,2,\dots,n\}}^* \in U_{\tilde{\nu}_{\{1,2,\dots,n\}}}$, nas regiões intermediárias, duas regras são ativadas, havendo uma combinação linear de dois sub-modelos, ou seja,

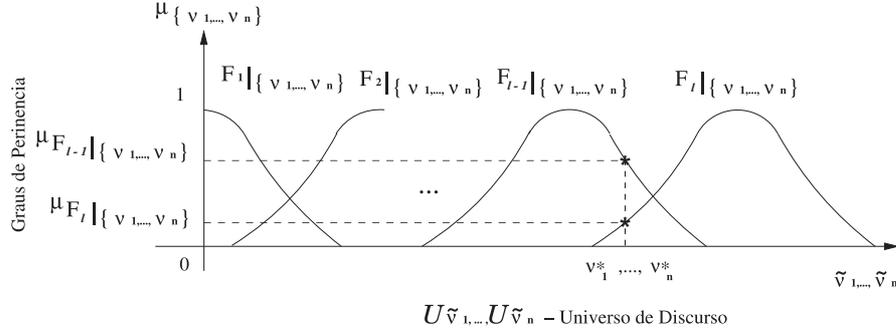


Fig. 4.10: Ativação de regras na região intermediária.

Se a regra $(l - 1)$ e a regra l são ativadas, tem-se $\gamma^1 = 0, \gamma^2 = 0, \dots, 0 < \gamma^{(l-1)} < 1, 0 < \gamma^l < 1$, e

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| \sum_{i=1}^l \gamma^i(\tilde{\nu}) W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right| / \arctan \left[\sum_{i=1}^l \gamma^i(\tilde{\nu}) W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right], \quad (4.43)$$

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left| 0W^1(e^{j\omega T_s}, \nu^1) + \dots + \gamma^{(l-1)}W^{(l-1)}(e^{j\omega T_s}, \nu^{l-1}) + \gamma^l W^l(e^{j\omega T_s}, \nu^l) \right| / \arctan \left[0W^1(e^{j\omega T_s}, \nu^1) + \dots + \gamma^{(l-1)}W^{(l-1)}(e^{j\omega T_s}, \nu^{l-1}) + \gamma^l W^l(e^{j\omega T_s}, \nu^l) \right] \quad (4.44)$$

$$\tilde{W}(e^{j\omega T_s}, \nu) = \left[\gamma^{(l-1)} |W^{(l-1)}(e^{j\omega T_s}, \nu^{l-1})| + \gamma^l |W^l(e^{j\omega T_s}, \nu^l)| \right] / \arctan \left[\gamma^{(l-1)} |W^{(l-1)}(e^{j\omega T_s}, \nu^{l-1})| + \gamma^l |W^l(e^{j\omega T_s}, \nu^l)| \right]. \quad (4.45)$$

Logo, a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* é uma família de respostas em frequência obtida pelos sub-modelos no espaço do consequente, em cada ponto de operação, bem como a combinação destes sub-modelos nas regiões intermediárias a tais pontos de operação.

□

4.3.1 Resposta em Frequência Nebulosa (RFN): Definição

A partir do *Teorema 4.3.1* proposto, pode-se definir a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* como uma região (faixa) no domínio da frequência, definida pelos sub-modelos no espaço do consequente e baseada nas regiões de operação no espaço do antecedente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS). Sob certas circunstâncias, a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* converge a um contorno no domínio da frequência, definido por uma superfície baseada nos graus de ativação. A Fig. 4.11 apresenta a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* para o caso bidimensional, sem perda de generalidade.

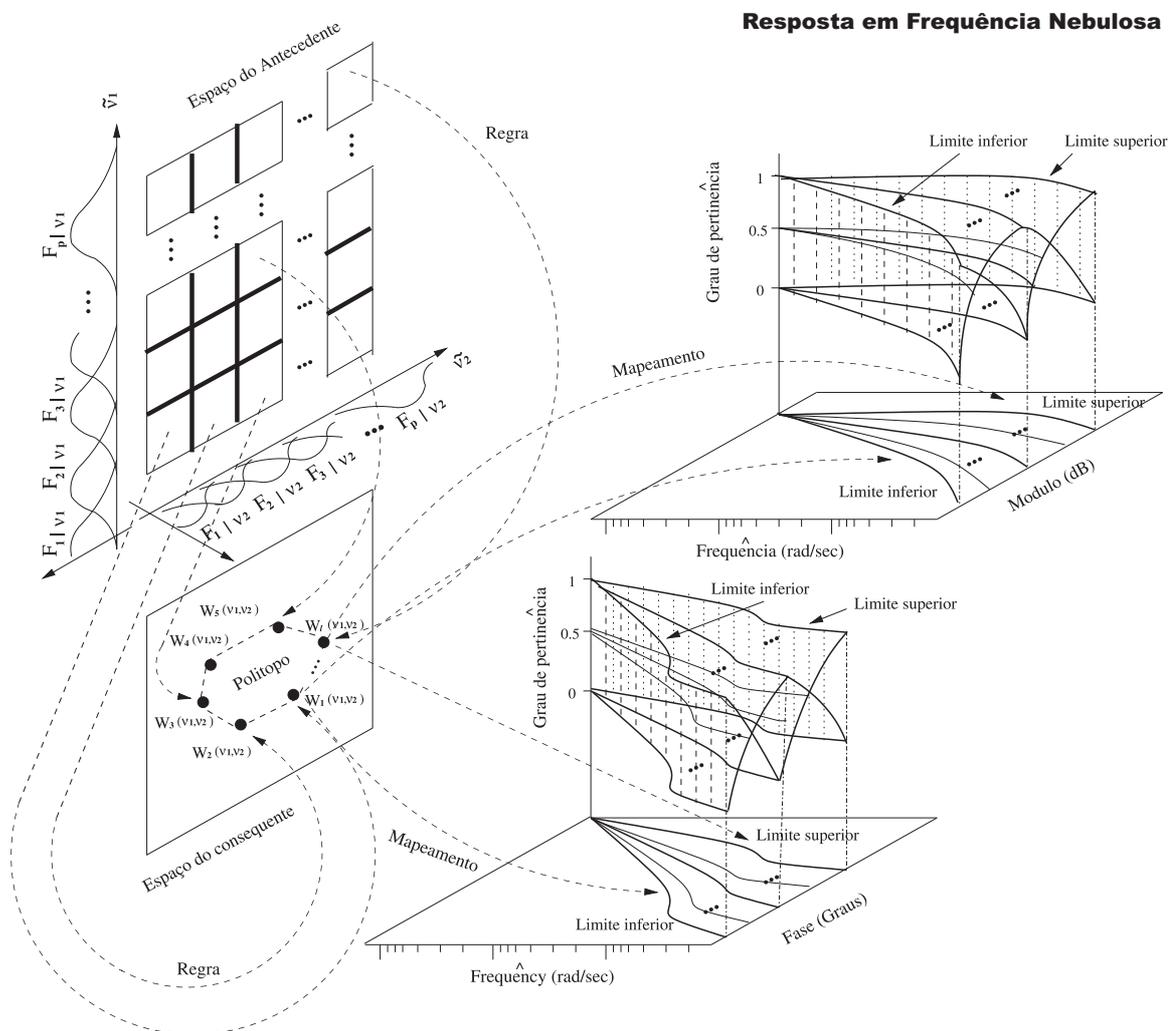


Fig. 4.11: Resposta em Frequência Nebulosa: mapeamento do espaço do consequente para a região no domínio da frequência.

4.3.2 Resposta em Frequência Nebulosa (RFN): Análise

Nesta seção, o comportamento da resposta em frequência nebulosa é analisado em baixas e altas frequências. A idéia é estudar o comportamento do módulo e fase do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), que representa o sistema dinâmico incerto, quando a frequência ω varia de zero a infinito.

Análise em Baixas Frequências

A análise em baixas frequências do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), $\tilde{W}(z, \nu)$, pode ser obtida por:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i). \quad (4.46)$$

O comportamento do módulo e fase em baixas frequências são dados por:

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \left| \sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right| / \arctan \left[\sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right]. \quad (4.47)$$

Análise em Altas Frequências

Da mesma forma, a análise em altas frequências do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), $\tilde{W}(z)$, pode ser obtida por:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i). \quad (4.48)$$

O comportamento do módulo e fase em altas frequências são dados por:

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \left| \sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right| / \arctan \left[\sum_{i=1}^l \gamma^i W^i(e^{j\omega T_s}, \nu^i) \right]. \quad (4.49)$$

4.4 Fluxograma para Obtenção da Resposta em Frequência do Modelo Dinâmico Nebuloso Takagi-Sugeno (TS) e da Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)

A Fig. 4.12 mostra um fluxograma para obtenção da resposta em frequência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) e da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*. Esse procedimento integra a identificação nebulosa de sistemas dinâmicos incertos, apresentada no capítulo 3, com as formulações desenvolvidas nas seções 4.2 e 4.3. Conforme proposto no **Teorema 4.3.1**, a região nebulosa no domínio da frequência, definida a partir dos sub-modelos no espaço do consequente e baseada nas regiões de operação no espaço do antecedente da base de regras do modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS), deve compreender a resposta em frequência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS).

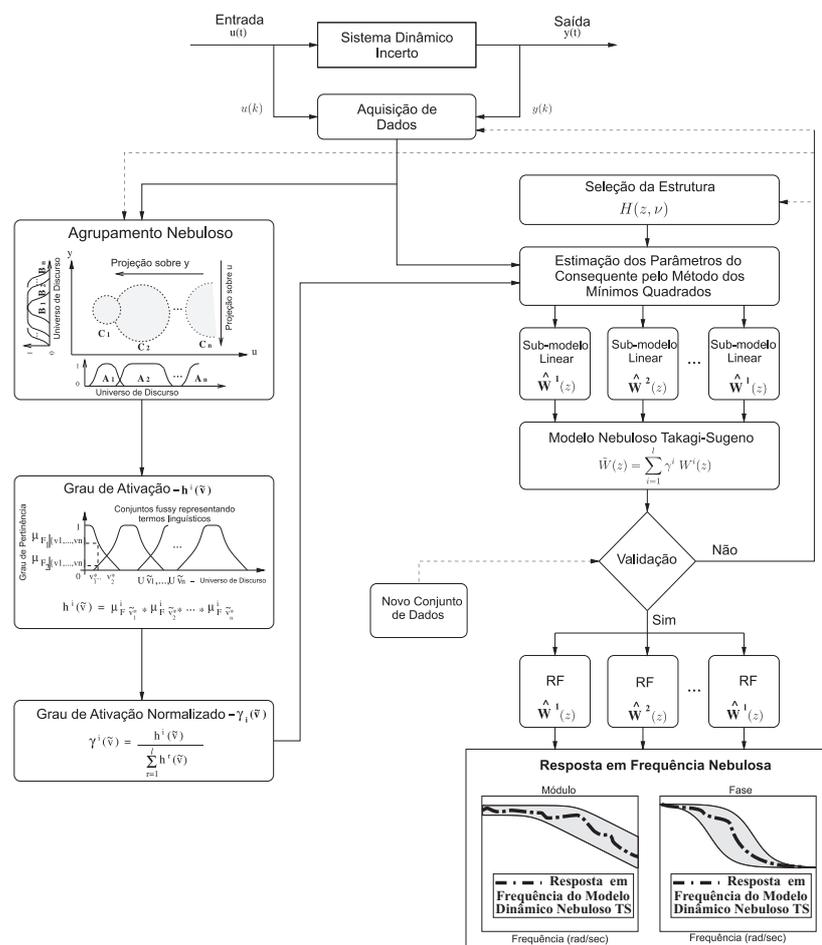


Fig. 4.12: Fluxograma para obtenção da resposta em frequência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) e da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*.

4.5 Exemplo Computacional

Nesta seção, apresentam-se alguns resultados de simulação para ilustrar a resposta em frequência de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS) e a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, propostas na seções 4.2 e 4.3, respectivamente.

4.5.1 Formulação do Problema: Sistema Dinâmico Incerto

Considere o seguinte sistema dinâmico incerto, com função de transferência dada por

$$H(s, \nu) = \frac{Y(s, \nu)}{U(s)} = \nu \frac{(z + 0.9672)}{z^2 + \left(\frac{\nu}{6} - 1.81\right)z + 0.9048}, \quad (4.50)$$

onde a variável de escalonamento é $\nu = [0.0484; 1]$.

4.5.2 Modelo Dinâmico Nebuloso TS do Sistema Dinâmico Incerto

A partir do sistema dinâmico incerto, apresentado na Eq.(4.50), e assumindo que a variável de escalonamento ν varia com o tempo no range de $[0.0484; 1]$, o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) pode ser obtido. No entanto, a primeira pergunta que se faz é como determinar a melhor forma de representar o parâmetro incerto ν . Sabe-se que a forma de representação de qualquer função de pertinência depende da aplicação. Para algumas aplicações, é necessário o conhecimento de um especialista ou grupo de especialistas para essa representação; porém para outras aplicações não é uma simples tarefa, o que requer a necessidade de algoritmos específicos. Neste problema são supostas funções de pertinências gaussianas, como mostrado na Fig. 4.13, devido a essas funções de pertinências apresentarem boas propriedades para a transição suave entre os sub-modelos lineares no espaço do consequente da base de regras nebulosa [10].

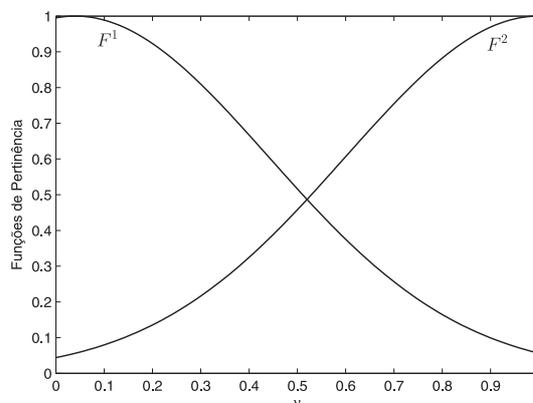


Fig. 4.13: Conjuntos nebulosos do parâmetro incerto (ν).

Onde:

$$F^l(\nu; var, c) = e^{-\frac{(\nu - c)^2}{2(var)^2}} = \begin{cases} F^1(\nu; 0.5, 0.04) = e^{-\frac{-(\nu - 0.04)^2}{2(0.5)^2}} \\ F^2(\nu; 0.5, 1.0) = e^{-\frac{-(\nu - 1.0)^2}{2(0.5)^2}} \end{cases} \quad (4.51)$$

Os parâmetros var e c representam a variância e o centro da Gaussiana.

Uma vez que a variação do parâmetro incerto (ν) está dentro da faixa de $[0.0484; 1]$, então o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) pode ser obtido nos seguintes pontos de operação:

Sub-modelo 1 ($\nu^1 = 0.0484$):

$$W^1(z, \nu^1) = \frac{0.0484z + 0.048681}{z^2 - 1.802z + 0.9048} \quad (4.52)$$

Sub-modelo 2 ($\nu^2 = 1$):

$$W^2(z, \nu^2) = \frac{z + 0.9672}{z^2 - 1.643z + 0.9048} \quad (4.53)$$

A base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) resulta em

$$\begin{aligned} \text{Regra}^{(1)} : \text{ SE } \nu \text{ é } 0.0484 \text{ ENTÃO } W^1(z, \nu^1) \\ \text{Regra}^{(2)} : \text{ SE } \nu \text{ é } 1 \text{ ENTÃO } W^2(z, \nu^2) \end{aligned} \quad (4.54)$$

e o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) do sistema dinâmico incerto é dado por

$$\tilde{W}(z, \nu) = \sum_{i=1}^2 \gamma_i(\tilde{\nu}) W^i(z, \nu^i). \quad (4.55)$$

Novamente, a partir da Eq. (4.50), obtêm-se

$$Y(z, \nu) = \frac{\nu z^{-1} + 0.9672\nu z^{-2}}{1 + \left(\frac{\nu}{6} - 1.81\right) z^{-1} + 0.9048z^{-2}} U(z), \quad (4.56)$$

$$Y(z, \nu) + \left(\frac{\nu}{6} - 1.81\right) z^{-1} Y(z, \nu) + 0.9048z^{-2} Y(z, \nu) = \nu z^{-1} U(z) + 0.9672\nu z^{-2} U(z), \quad (4.57)$$

e, tomando-se a Transformada-z inversa sobre a Eq. (4.57), tem-se a equação a diferenças do sistema:

$$y(k) + \left(\frac{\nu}{6} - 1.81\right) y(k-1) + 0.9048y(k-2) = \nu u(k-1) + 0.9672\nu u(k-2) \quad (4.58)$$

Uma análise comparativa, via simulação analógica, entre o sistema dinâmico incerto, Eq. (4.58), e o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), Eq. (4.55), é realizada para validar o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS). Para isso, um ruído branco banda-limitada (sinal aleatório normalmente distribuído), de potência 0.1, foi considerado como entrada, Fig. 4.14, e a incerteza foi baseada numa variação sinusoidal, conforme mostra a Fig. 4.15.

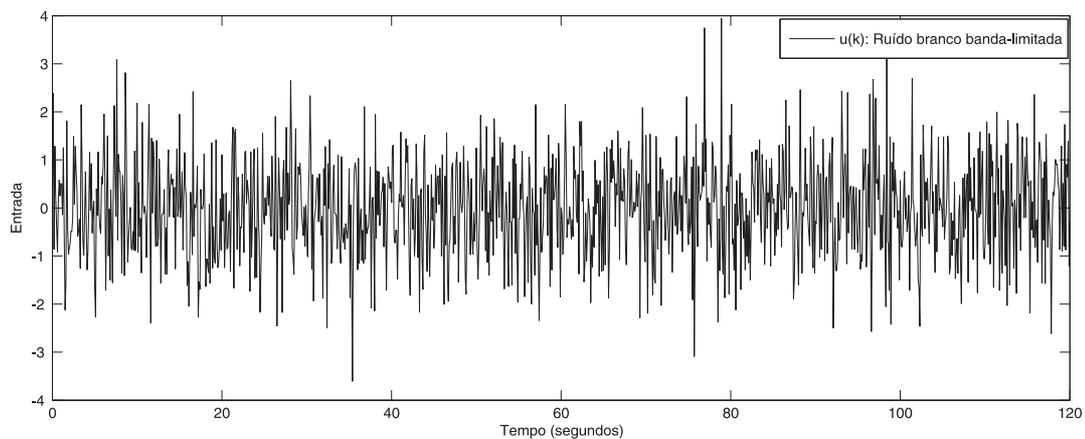


Fig. 4.14: Entrada ruidosa utilizada para validar o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS).

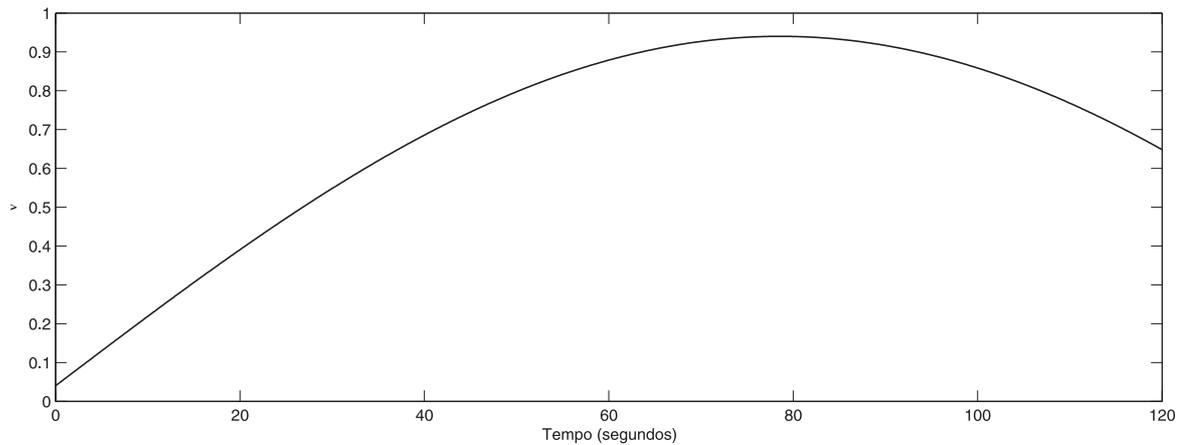


Fig. 4.15: Variação sinusoidal do parâmetro incerto ν .

Como mostrado na Fig. 4.16, pode-se verificar a eficiência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) de forma a representar o comportamento do sistema dinâmico incerto no domínio do tempo.

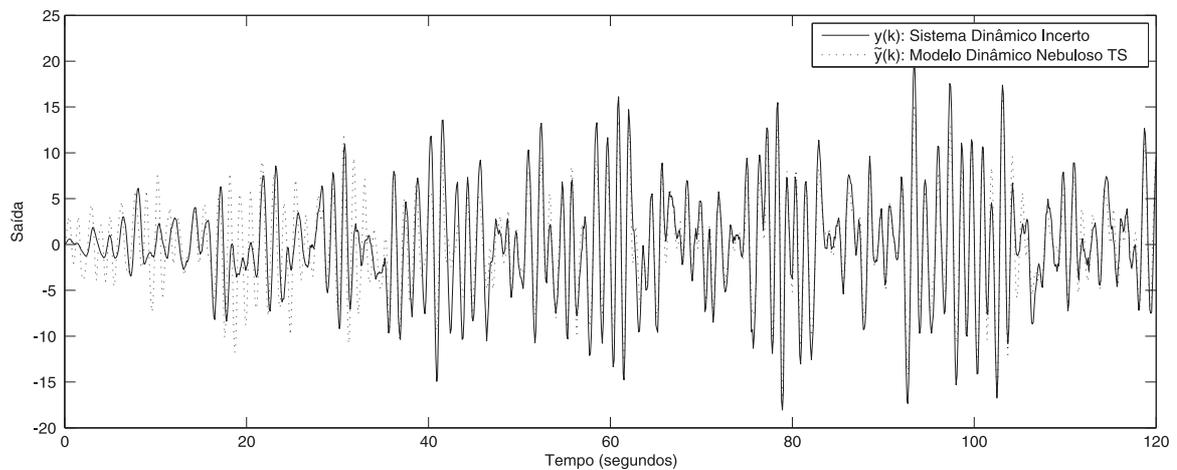


Fig. 4.16: Validação do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS).

4.5.3 Resposta em Frequência do Modelo Dinâmico Nebuloso Takagi-Sugeno (TS) e Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)

Utilizando-se os conceitos apresentados nas seções 4.2 e 4.3, a Fig. 4.17 mostra a resposta em frequência do modelo dinâmico nebuloso, Eq.(4.55), o qual representa o sistema dinâmico incerto, Eq.(4.50), e a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*.

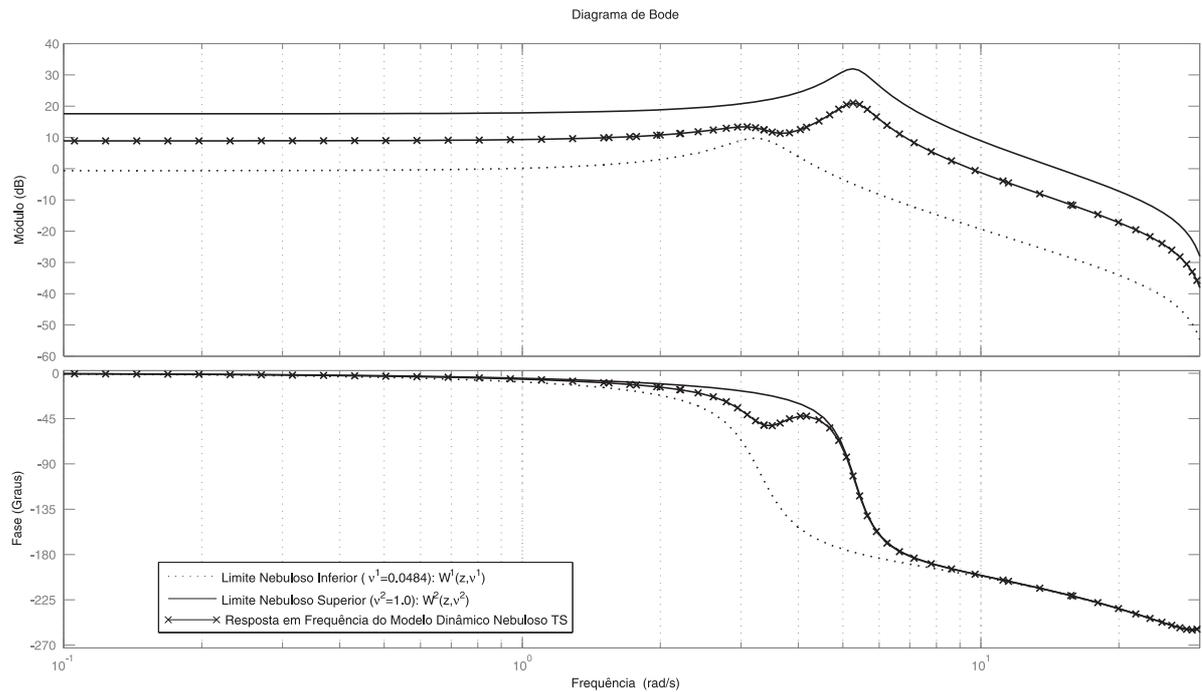


Fig. 4.17: Resposta em frequência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) e *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*.

4.6 Conclusões

Neste capítulo, apresentou-se uma formulação para a obtenção da resposta em frequência de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS) e um *Teorema*, em que se demonstra que a representação gráfica da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* é uma família de respostas em frequências, de módulo e de fase, no domínio da frequência. Como consequência do *Teorema* proposto, definiu-se a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* como uma região (faixa) nos gráficos de Bode de módulo e fase, definida pelos sub-modelos no espaço do consequente e baseada nas regiões de operação no espaço do antecedente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS). Um exemplo computacional, ilustrando resultados da resposta em frequência de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS) e a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, foi mostrado para consolidar a formulação proposta. Dessa forma, observou-se que a resposta em frequência do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) está compreendido na região nebulosa no domínio da frequência.

Capítulo 5

Projeto de Controle Robusto Baseado na Resposta em Frequência Nebulosa: Estudo de Caso para um Processo Térmico

O presente capítulo tem por objetivo apresentar o desenvolvimento e a implementação de estratégias de controle robusto para controle de temperatura de um processo térmico, baseadas na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, segundo visto no Capítulo 4, tendo como critério de projeto as especificações de robustez de margens de ganho e de fase obtidas sobre essa *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*. Desenvolvem-se dois tipos de projetos de controladores robustos para o processo térmico (Subsecção 5.5.3): projeto de controle PID digital clássico e projeto de controle PID digital nebuloso, ambos baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*. Comparam-se os desempenhos dos projetos de controle robustos baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* com um projeto de controle clássico Ziegler Nichols. Os projetos supracitados são implementados numa plataforma de controle em tempo real [104], ver Fig. 5.1, composta de: um processo térmico com características incertas, seção 5.1; um sensor de temperatura LM35, seção 5.2; um sistema CompactRIO para aquisição de dados e controle fabricado pela *National Instruments*, associado a um *software* de projeto LabVIEW™ no qual se desenvolve um sistema supervisório para monitoramento e rastreamento das informações do processo térmico a ser controlado, seção 5.3; e um circuito atuador, baseado no CI TCA785, utilizado para variar a potência fornecida ao processo térmico, seção 5.4. O diagrama esquemático da plataforma é mostrado na Fig. 5.2.

5.1 Processo Térmico

O processo térmico a ser controlado é construído de aço inoxidável e possui as seguintes dimensões: $100\text{mm} \times 150\text{mm} \times 120\text{mm}$, consoante croqui apresentado na Fig. 5.3. As principais características incertas apresentadas são: atraso puro de tempo e variações paramétricas no elemento resistivo (ocasionadas pelo aumento de temperatura quando no funcionamento do processo térmico). O processo térmico, com faixa de operação compreendida entre 25°C a 265°C , também apresenta comportamento não-linear, conforme será demonstrado pelo levantamento de sua característica estática.

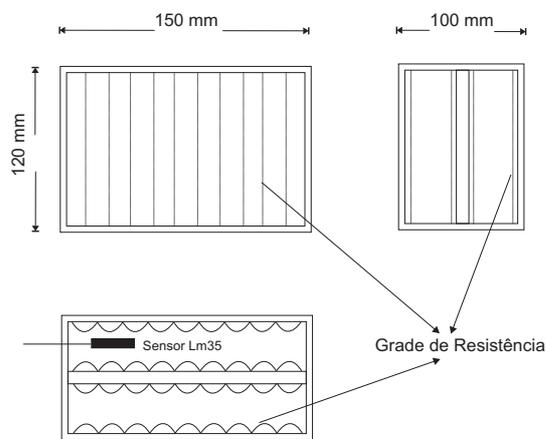


Fig. 5.3: Croqui do processo térmico.

5.2 Sensor de Temperatura LM35

Na plataforma de controle em tempo real desenvolvida, o sensor de temperatura LM35, fabricado pela *National Semiconductor*, tem por finalidade fornecer um sinal de saída de tensão de 10mV para cada grau Celsius de temperatura ao módulo analógico de entrada do CompactRIO NI9219, proporcional à temperatura do processo térmico, exatamente quando alimentado por uma tensão de 4-20Vdc e GND. O LM35 apresenta encapsulamento *TO-92* e uma boa vantagem em relação aos demais sensores de temperatura calibrados em "Kelvin", não necessitando de nenhuma subtração de variáveis para que se obtenha uma escala de temperatura em Graus Celsius, além de possuir saída com baixa impedância, tensão linear e calibração precisa, fazendo com que o interfaceamento de leitura seja especificamente simples. Esse sensor pode ser alimentado com alimentação simples ou simétrica, dependendo do que se desejar como sinal de saída, porém, independentemente disso, a saída continuará sendo de $10\text{mV}/^{\circ}\text{C}$. Ele drena apenas $60\mu\text{A}$ para essas alimentações; sendo assim, seu auto-aquecimento é de aproximadamente 0.1°C ao ar livre.

5.3 Sistema CompactRIO

O sistema reconfigurável embarcado CompactRIO, considerado como componente fundamental da plataforma de controle em tempo real desenvolvida nesta tese, tem como principal função a realização de aquisição de dados e a implementação das estratégias de controle propostas. A arquitetura de *hardware* do sistema CompactRIO é formada por uma controladora embarcada reconfigurável, responsável pela comunicação e processamento; um chassi reconfigurável que aloja um FPGA (*Field-Programmable Gate Array*) programável pelo usuário; e módulos de Entrada/Saída (E/S) com troca a quente. Além disso, o sistema CompactRIO é programado com o uso das ferramentas de programação gráfica do *software* LabVIEW™, que oferece rapidez na programação em tempo real. Nas subseções, a seguir, descreve-se resumidamente tal arquitetura.

5.3.1 Controladora/chassi

O sistema CompactRIO contém uma controladora embarcada e chassi reconfigurável. A controladora embarcada oferece uma poderosa execução embarcada autônoma a aplicações determinísticas criadas com o LabVIEW Real-Time ou aplicações do *Windows Embedded Standard 7*. O chassi embarcado é o coração do sistema CompactRIO, pois contém o core FPGA de E/S reconfiguráveis. A Controladora CompactRIO, utilizada nesta tese, é a NI cRIO-9073. A comunicação da controladora com o computador é feita através de um cabo *ethernet*, ressaltando que ela também permite comunicação serial.

5.3.2 Módulos de E/S

O NI CompactRIO fornece acesso direto ao *hardware* para os circuitos de entrada/saída de cada módulo de E/S, usando as funções elementares de E/S do LabVIEW FPGA. Cada um de seus módulos de E/S tem condicionamento de sinais integrado e terminais de parafusos, ou conectores BNC ou D-Sub. Atualmente existem mais de 50 módulos da série C para diferentes medições, incluindo, tensão, detector de temperatura por resistência (RTD) e termopares, corrente, resistência, deformação, sinais digitais (TTL e outros), acelerômetros e microfones. Um módulo pode ter de 3 a 32 canais, para atender uma grande variedade de requisitos do sistema.

Os módulos utilizados para aquisição de dados e controle do processo térmico foram:

- NI 9215 - módulo de entrada analógica com quatro canais, uma frequência de operação de 100 kS/S/ch e faixa de tensão de ± 10 volts;
- NI 9219 - módulo de entrada analógica com quatro canais e faixa de tensão de ± 60 volts;
- NI 9263 - módulo de saída analógica com quatro canais e faixa de tensão de ± 10 volts.

A Fig. 5.4 mostra os módulos de E/S e o módulo da controladora cRIO-9073.



Fig. 5.4: Módulos NI 9215, 9219 e 9263 da controladora cRIO-9073.

O módulo NI 9219 pode ter seus canais configurados distintamente para os diversos modos de operação admissíveis. Cada canal possui um conversor analógico-digital de 24 bits e pode ser configurado para os seguintes modos: *Voltage*, *Current*, *4-Wire Resistance*, *2-Wire Resistance*, *Thermocouple*, *4-Wire RTD*, *3-Wire RTD*, *Quarter-Bridge*, *Half-Bridge*, *Full-Bridge*, *Digital-In*, *Open Contact*. Na Fig. 5.5, são mostrados os detalhes de conexão de entrada dos canais desse módulo:

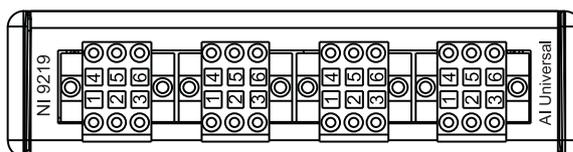


Fig. 5.5: Detalhe das entradas dos canais do Módulo NI 9219 da controladora cRIO-9073.

No modo “*Voltage*”, por exemplo, os terminais utilizados como positivo e negativo (HI e LO) são 4 e 5, respectivamente. Tais atribuições variam conforme o modo de operação do canal. A programação em LabVIEW permite a aquisição e o envio em tempo real de sinais para esses módulos, respeitados os limites de sua operação. Dessa maneira, a plataforma de controle, desenvolvida nesta tese, é programada no ambiente do diagrama de blocos, também utilizando blocos de programação estruturada (*formula node*) para designar a lei de controle projetada. No painel frontal do LabVIEW, são apresentados painéis gráficos, mostrando o desempenho temporal do controlador para as diversas variáveis relacionadas ao sistemas de controle (saída, sinal de controle, sinal de erro, etc.)

5.3.3 Software LabVIEW™

O LabVIEW™ é um poderoso *software* de projeto de sistemas, criado especificamente para as tarefas realizadas por engenheiros e cientistas, incorporando as mais diversas ferramentas necessárias para criar e implementar sistemas de medição e controle, por meio de uma integração de *hardware*. Inicialmente, o NI LabVIEW era apenas uma linguagem de programação gráfica desenvolvida para facilitar a coleta de dados de instrumentos de laboratório, utilizando sistemas de aquisição de dados.

Além da aquisição de dados através dos mais diversos *hardwares* e técnicas, o LabVIEW pode ser usado para analisar e processar tais dados. Nas atividades de engenharia, ele torna possível trazer informações do mundo exterior a um computador, tomar decisões com base nos dados adquiridos, bem como enviar resultados calculados de volta ao mundo para controlar determinado processo e/ou planta [87], [15]. Na plataforma desenvolvida nesta tese, por exemplo, o programa em LabVIEW captura o valor de tensão lido por um dos módulos do cRIO, vindo do sensor de temperatura LM35 e faz a compensação para que tal valor corresponda de fato à temperatura do processo térmico a ser controlado. Esse valor é comparado à temperatura desejada (o sinal de referência) e a diferença entre tal referência e a saída é o sinal de erro aplicado à entrada do controlador. Este, por sua vez, emite o sinal de controle que irá para o atuador, o qual fará com que a saída da planta atinja o valor de referência estabelecido. Os detalhes de algumas janelas do *software* de projeto LabVIEW™ utilizadas na construção do sistema supervisorio, destinado para monitorar e rastrear informações do processo térmico, podem ser vistos no apêndice C.

5.4 Circuito Atuador Baseado no CI TCA785

A idéia do controle de temperatura no processo térmico é simples: se a temperatura do processo térmico está abaixo de um dado valor de referência, deve-se fornecer mais potência elétrica para o sistema, a fim de que a temperatura aumente. Caso a temperatura esteja acima do valor de referência, deve-se fornecer menos potência ao processo térmico para que a temperatura diminua. Por se tratar de um controle em malha fechada, a ação de controle está baseada no erro entre a referência e a variável de saída do processo térmico. No intuito de variar a potência fornecida ao processo térmico, um circuito atuador baseado no CI TCA785 [5] é desenvolvido, segundo mostra a Fig. 5.6. Esse circuito atuador é controlado pela tensão oriunda do módulo analógico de saída do CompactRIO NI9263. Na estrutura do circuito, existe um potenciômetro responsável por estabelecer a faixa de tensão de controle no pino 11 do TCA 785. Para este projeto, em especial, estabeleceu-se a faixa entre 0 e 8 volts, em virtude da limitação do canal em possuir uma faixa de operação de ± 10 volts. Ao se fornecer 8 volts (tensão máxima) ao pino 11 do TCA, tem-se potência mínima (zero) ao processo térmico. Quando se fornece 0 volts (tensão mínima) ao pino 11 do TCA, a carga recebe potência máxima, ou seja, 220 volts de tensão eficaz a 60 Hz. Os detalhes das conexões são exibidas na Fig. 5.6.

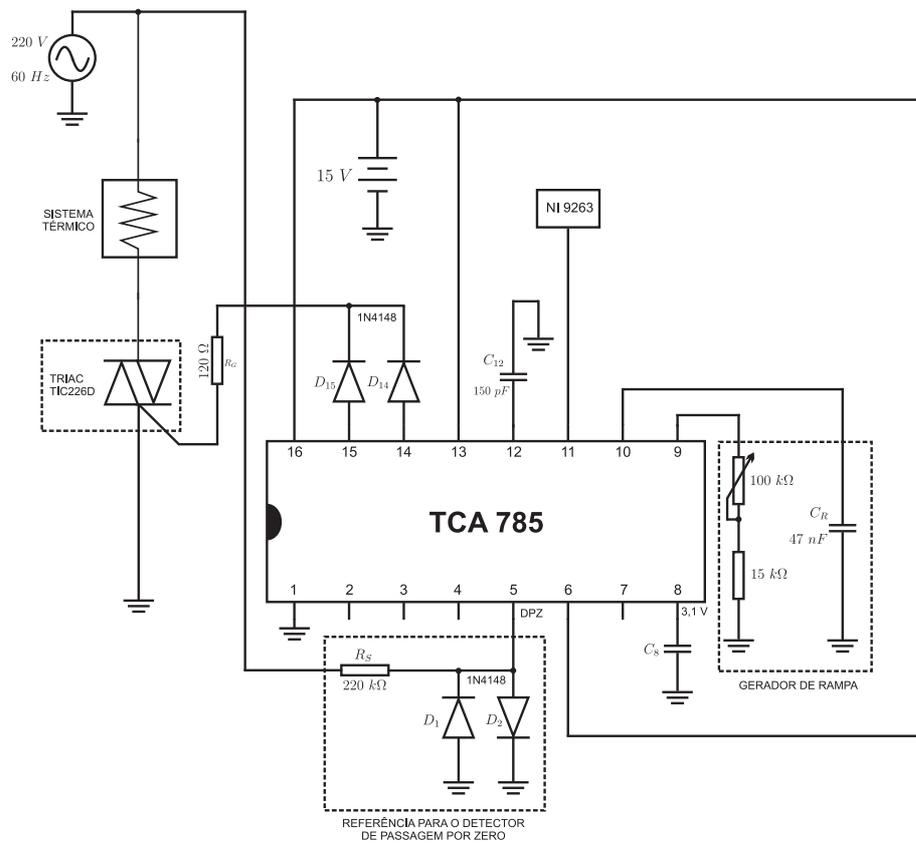


Fig. 5.6: Diagrama elétrico para variação do ângulo de disparo do TRIAC TIC226D, utilizando o TCA 785.

5.5 Projeto de Controle Robusto Baseado na Resposta em Frequência Nebulosa

Nesta seção, apresentam-se todos os passos para o desenvolvimento e implementação do projeto de controladores robustos, baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* para um processo térmico. As etapas desenvolvidas foram:

- Modelagem nebulosa do processo térmico a partir de dados experimentais;
- Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* do processo térmico baseada no modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) otimizado;
- Projeto de controle robusto do processo térmico baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*.

5.5.1 Modelagem Nebulosa do Processo Térmico a partir de Dados Experimentais

Esta subseção objetiva obter o modelo nebuloso do processo térmico a partir dos dados experimentais de entrada-saída medidos em tal processo. Esse procedimento é também conhecido como identificação nebulosa ou modelagem nebulosa caixa preta [82], [119], sendo desenvolvido na tese de acordo com o procedimento apresentado no capítulo 3. Para isso, realizou-se um experimento (a tela de implementação do experimento encontra-se em detalhes no apêndice C, conforme mostra a Fig. C.4), utilizando o sistema CompactRIO e LabVIEW, para geração do sinal de entrada, aplicação do sinal de entrada gerado no processo térmico e medição do sinal de saída. A base de dados do experimento para identificação do modelo dinâmico nebuloso do processo térmico é apresentada na Tab. 5.1 e os resultados experimentais obtidos são mostrados na Fig. 5.7.

Tab. 5.1: Base de Dados do Experimento para Identificação.

| | |
|---|-----------------------------|
| Intervalo de amostragem (T_s): | $17ms$ |
| Número de amostras (N): | 25000 |
| Condição inicial (temperatura ambiente - T_{amb}): | $25.5389^{\circ}C$ |
| Entrada aplicada $u(k)$: | Tensão RMS (volts) |
| Saída medida $y(k)$: | Temperatura ($^{\circ}C$) |

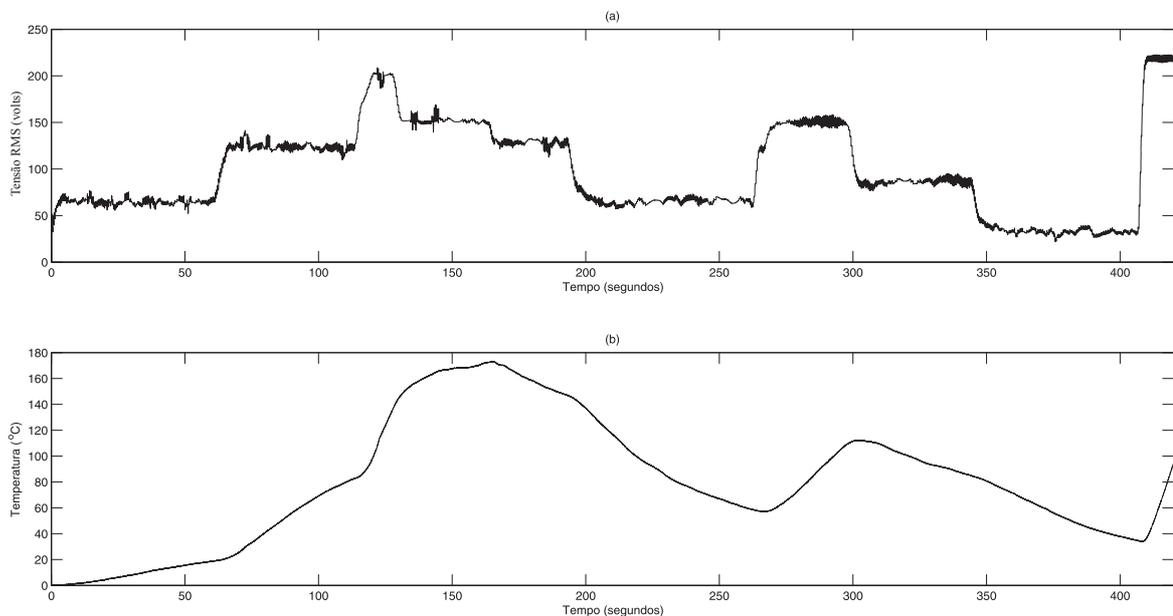


Fig. 5.7: Dados para identificação do modelo nebuloso TS: (a) Entrada $u(k)$: tensão RMS (volts) aplicada ao processo térmico. (b) Saída $y(k)$: temperatura ($^{\circ}C$) medida no processo térmico.

Estimação do Espaço do Antecedente da Base de Regras do Modelo Nebuloso TS

Partindo do fluxograma exibido na Fig. 4.12, apresentam-se, a seguir, os resultados do desempenho do algoritmo de agrupamento nebuloso FCM, utilizado para organizar os dados experimentais de saída do processo térmico em dois grupos, tendo por base a similaridade entre os dados individuais, conforme visto na Fig. 5.8.

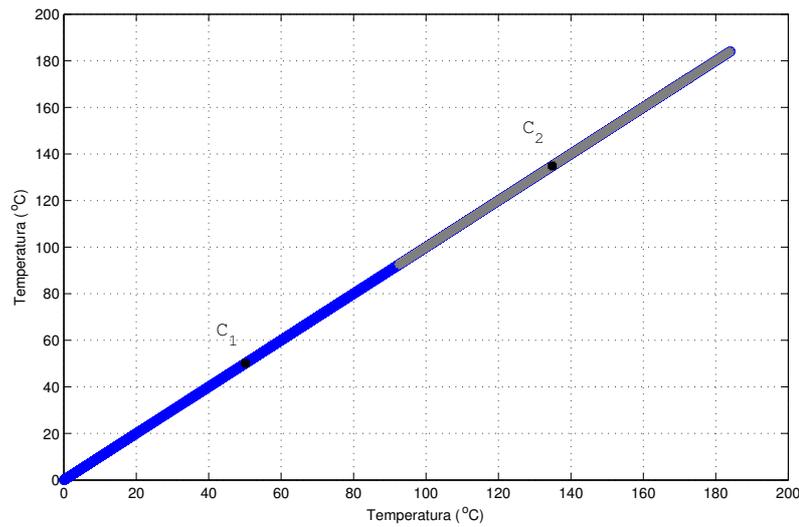


Fig. 5.8: Desempenho do algoritmo de agrupamento nebuloso FCM.

A partir do desempenho do algoritmo de agrupamento nebuloso, obtiveram-se os centros dos agrupamentos, como mostrado na Tab. 5.2.

Tab. 5.2: Centros dos Agrupamentos Nebulosos.

| Centro | Temperatura ($^{\circ}C$) | |
|--------|-----------------------------|----------|
| C_1 | 50.1345 | 50.1345 |
| C_2 | 134.8457 | 134.8457 |

Os centros do agrupamento nebuloso definem duas regiões de operação e, conseqüentemente, geram automaticamente o espaço do antecedente da base de regras do modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS). Dessa forma, a partir do agrupamento nebuloso mostrado na Fig. 5.8, estimam-se as funções de pertinência para o conjunto de dados de saída do processo térmico (Fig. 5.9).

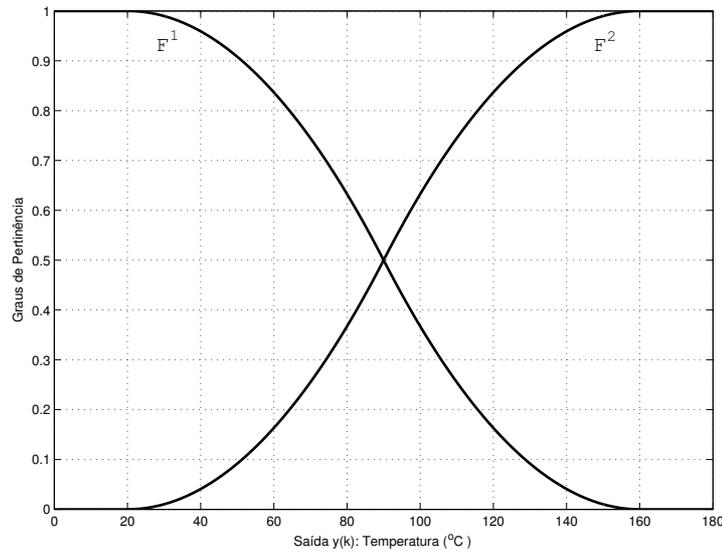


Fig. 5.9: Funções de pertinência para o conjunto de dados de saída do processo térmico.

onde:

$$F^1(y; a, b) = \begin{cases} 1, & y \leq a \\ 1 - 2 \left(\frac{y - a}{b - a} \right)^2, & a \leq y \leq \frac{a + b}{2} \\ 2 \left(\frac{y - b}{b - a} \right)^2, & \frac{a + b}{2} \leq y \leq b \\ 0, & y \geq b \end{cases} \quad (5.1)$$

Os parâmetros $a = 20$ e $b = 160$ localizam os extremos da porção inclinada da curva e $F^2(y; a, b) = 1 - F^1(y; a, b)$.

Estimação dos Parâmetros dos Sub-modelos no Espaço do Consequente da Base de Regras do Modelo Nebuloso TS

Considerando a representação de cada sub-modelo no espaço do consequente, como uma função de transferência de segunda ordem, obtém-se:

$$\hat{W}^i(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_1^i z^{-1} + b_2^i z^{-2}}{1 + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2}}, \quad (5.2)$$

A partir da Eq. (5.2) tem-se:

$$[1 + a_1^i z^{-1} + a_2^i z^{-2}]Y(z) = [b_1^i z^{-1} + b_2^i z^{-2}]U(z), \quad (5.3)$$

e, aplicando-se a Transformada-Z inversa na Eq. (5.3), resulta na seguinte equação a diferenças:

$$y(k) = b_1^i u(k-1) + b_2^i u(k-2) - a_1^i y(k-1) - a_2^i y(k-2) \quad (5.4)$$

A partir da estimação do espaço do antecedente, através do algoritmo de agrupamento nebuloso FCM, e da estimação do espaço do consequente, por meio do algoritmo de mínimos quadrados, aplicados aos sinais de entrada e saída, conforme descritas respectivamente nas Etapas 2.1 e 2.2 dos procedimentos básicos para a identificação nebulosa de sistemas, seção 3.3, a base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado é dada por:

$R^{(1)}$: SE *Temperatura* é F^1 ENTÃO

$$y^1(k) = -0.01610u(k-1) + 0.01629u(k-2) + 1.73273y(k-1) - 0.73290y(k-2)$$

$R^{(2)}$: SE *Temperatura* é F^2 ENTÃO

$$y^2(k) = -0.00640u(k-1) + 0.00651u(k-2) + 1.68675y(k-1) - 0.68688y(k-2) \quad (5.5)$$

ou

$$R^{(1)} : \text{SE } \textit{Temperatura} \text{ é } F^1 \text{ ENTÃO } W^1(z) = \frac{-0.01610z^{-1} + 0.01629z^{-2}}{1 - 1.73273z^{-1} + 0.73290z^{-2}}$$

$$R^{(2)} : \text{SE } \textit{Temperatura} \text{ é } F^2 \text{ ENTÃO } W^2(z) = \frac{-0.00640z^{-1} + 0.00651z^{-2}}{1 - 1.68675z^{-1} + 0.68688z^{-2}} \quad (5.6)$$

e o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado do processo térmico é:

$$\tilde{y}(k) = \sum_{i=1}^2 \gamma^i y^i(k). \quad (5.7)$$

ou

$$\tilde{W}(z) = \sum_{i=1}^2 \gamma^i W^i(z). \quad (5.8)$$

Característica Incerta do Processo Térmico

Considerando-se a forma das funções de pertinência, F^1 e F^2 , mostrada na Fig. 5.9, como também analisando-se os sub-modelos lineares, $W^1(z)$ e $W^2(z)$, da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado, Eq. (5.6), em que se verificam diferenças entre os sub-modelos (representada pelos diferentes parâmetros obtidos durante a identificação), pode-se perceber o comportamento dinâmico incerto do processo térmico. Logo, sempre se terá os dois sub-modelos lineares trabalhando conjuntamente para representar toda a dinâmica do processo térmico. Quanto maior o índice de nebulosidade sobre as funções de pertinência, maior o grau de incerteza considerado no processo térmico.

Validação do Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno (TS)

Realiza-se uma análise comparativa entre a dinâmica do processo térmico e o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado, Eq. (5.6), para validar o modelo nebuloso TS. Para esse procedimento, gera-se um novo conjunto de dados de validação, utilizando-se o sistema CompactRIO e a tela de implementação de experimentos no LabVIEW™, exibida na Fig. C.4, no apêndice C. Os resultados obtidos com esse experimento são vistos na Fig. 5.10.

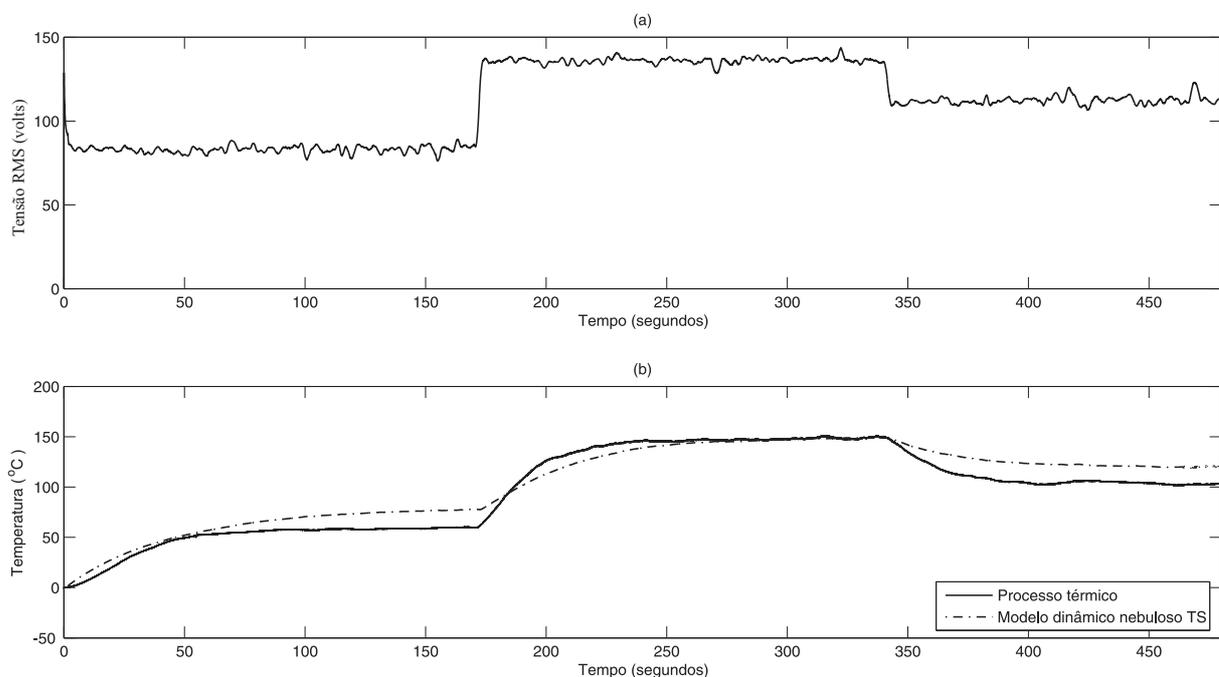


Fig. 5.10: Dados para validação do modelo dinâmico nebuloso TS: (a) Entrada $u(k)$: tensão RMS (volts) aplicada ao processo térmico. (b) Validação do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS).

Analisando-se a Fig. 5.10 (b), nota-se um baixo desempenho do algoritmo de mínimos quadrados para a estimação dos parâmetros dos sub-modelos lineares no espaço do consequente da base de regras nebulosa e, conseqüentemente, ineficiência do modelo em representar a dinâmica do processo térmico em certas regiões de operação. Dessa forma, submete-se o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado a um procedimento de otimização baseado em algoritmo genético (AG), no intuito de melhorar o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado, conforme apresentado na seção 3.4.

Otimização do Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno (TS) via Algoritmo Genético (AG)

Submete-se o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado a um procedimento de otimização baseado em algoritmo genético (AG), consoante conceitos descritos na seção 3.4. Os ganhos, $G1$ e $G2$, os quais serão multiplicados aos sub-modelos identificados, $W^1(z)$ e $W^2(z)$, no espaço do consequente da base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), respectivamente; e os intensificadores, $I1$ e $I2$, que serão aplicados às funções de pertinências, F^1 e F^2 , com o auxílio dos operadores de concentração, $Con[F^i(x)]$, e dilatação, $Dil[F^i(x)]$, serão os parâmetros a otimizar pelo algoritmo genético (AG).

A seguir, apresenta-se o algoritmo genético (AG) desenvolvido nesta tese, com a finalidade de otimizar o modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado do processo térmico, conforme segue abaixo:

Algoritmo Genético para Otimização do Modelo Nebuloso Takagi-Sugeno (TS) Identificado

```

1 ► Inicialização
2   % Seleção dos parâmetros do AG
3   tam_pop; tx_selec; tx_cross tx_muta; max_it; n_var; Nt;
4   % Intervalo de amostragem e condição inicial
5   Ts; To
6   % Carregar dados experimentais para o Matlab
7   [num_u_ints,txt_u_ints,raw_u_ints] = xlsread('entrada_valida_03-12-12')
8   [num_y_ints,txt_y_ints,raw_y_ints] = xlsread('saida_valida_03-12-12')
9   % Organização dos dados experimentais de entrada e saída
10  t_ints = num_u_ints(1:29000,1); u_ints = num_u_ints(1:29000,2); yi_ints = num_y_ints(1:29000,2)
11  y_ints = yi_ints - To
12  u_valida = [t_ints u_ints]; y_valida = [t_ints y_ints]
13  % Parâmetros dos submodelos obtidos durante a identificação
14  a1; a2; a3; a4; b1; b2; c1; c2;
15  % Ganhos multiplicadores
16  min_G1; max_G1; min_G2; max_G2;

```

```

17     % Intensificadores
18     min_I1; max_I1; min_I2; max_I2;
19     ► Geração da população inicial: ganhos multiplicadores ( $G1, G2$ ) e intensificadores ( $I1, I2$ )
20     pop = [faixa_G1 faixa_G2 faixa_I1 faixa_I2]
21     ► Avaliação da população inicial
22     Para i = 1:tam_pop
23         g(1) = pop(i,1);
24         g(2) = pop(i,2);
25         I(1) = pop(i,3);
26         I(2) = pop(i,4);
27         ▷ Executar simulink
28             sim('valida_termico_intensificador')
29         ▷ Calcular o custo de cada indivíduo
30             norma(i) = norm(y_valida - saida_fuzzy);
31         ▷ Gerar saída
32             saida(:,i) = saida_fuzzy(:,2);
33     Fim - Para
34     ► Ordenação da população inicial
35     [norma_orden, ind] = sort(norma')
36     pop_orden = pop(ind,:)
37     ► Ordenação das saídas
38     saida_orden = saida(:,ind)
39     ► Inicializando contador de gerações
40     iga = 1
41     Enquanto iga < max_it
42     ► Seleção natural da população inicial
43         Sn = ceil(tx_selec * tam_pop)
44         Se rem(Sn, 2) = 0
45             Sn = Sn + 1
46         Fim-Se
47         popselec = pop_orden(1 : Sn, :)
48     ► Formação de pais e mães
49         ma = ceil(randperm(Sn/2))
50         pa = ceil(randperm(Sn/2)) + Sn/2
51     ► Operações Genéticas
52     Crossover
53     cont = 1;
54     Para R = 1 : length(ma)
55         Se rand < tx_cross
56             beta(R) = rand
57             fl(2 * cont - 1, :) = beta(R) .* popselec(ma(R), :) + (1 - beta(R)) .* popselec(pa(R), :)
58             fl(2 * cont, :) = (1 - beta(R)) .* popselec(ma(R), :) + beta(R) .* popselec(pa(R), :)
59         cont = cont + 1;

```

```

60         Fim-Se
61     Fim-Para
62 Mutação
63      $nmult = \text{ceil}(\text{length}(fl) * Nt * txmuta)$ 
64      $mrow = \text{sort}(\text{ceil}(\text{rand}(1, nmult) * (\text{length}(fl) - 1)) + 1)$ 
65      $mcol = \text{ceil}(\text{rand}(1, nmult) * Nt)$ 
66     Para  $ii = 1 : nmult$ 
67         Se  $mcol(ii) == 1$ 
68              $fl(mrow(ii), mcol(ii)) = \text{min\_G1} + (\text{max\_G1} - \text{min\_G1}) . * \text{rand}$ 
69         Senão Se  $mcol(ii) == 2$ 
70              $fl(mrow(ii), mcol(ii)) = \text{min\_G2} + (\text{max\_G2} - \text{min\_G2}) . * \text{rand}$ 
71         Senão Se  $mcol(ii) == 3$ 
72              $fl(mrow(ii), mcol(ii)) = \text{min\_I1} + (\text{max\_I1} - \text{min\_I1}) . * \text{rand}$ 
73         Senão
74              $fl(mrow(ii), mcol(ii)) = \text{min\_I2} + (\text{max\_I2} - \text{min\_I2}) . * \text{rand}$ 
75     Fim-Para
76 ► Avaliar desempenho dos filhos
77     Para  $i = 1 : nl\_fl$ 
78          $g(1) = \text{pop}(i, 1);$ 
79          $g(2) = \text{pop}(i, 2);$ 
80          $I(1) = \text{pop}(i, 3);$ 
81          $I(2) = \text{pop}(i, 4);$ 
82         ▷ Executar simulink
83              $\text{sim}(\text{'valida\_termico\_intensificador'})$ 
84         ▷ Calcular o custo de cada indivíduo
85              $\text{norma\_fl}(i) = \text{norm}(y\_valida - \text{saida\_fuzzy});$ 
86         ▷ Gerar saída
87              $\text{saida\_fl}(:, i) = \text{saida\_fuzzy}(:, 2);$ 
88     Fim - Para
89 ► Compor a população intermediária, saída intermediária e a norma intermediária
90      $\text{pop\_intermed} = [\text{pop\_orden}; fl]$ 
91      $\text{saida\_intermed} = [\text{saida\_orden} \text{saida\_fl}]$ 
92      $\text{norma\_intermed} = [\text{norma\_orden}; \text{norma\_fl}']$ 
93 ► Ordenação da população intermediária
94      $[\text{custo\_intermed}, \text{ind\_intermed}] = \text{sort}(\text{norma\_intermed})$ 
95      $\text{pop\_intermed\_orden} = \text{pop\_intermed}(\text{ind\_intermed}, :)$ 
96 ► Custo mínimo da população intermediária
97      $\text{minc}(iga) = \text{min}(\text{custo\_intermed})$ 
98 ► Custo médio da população intermediária
99      $\text{meanc}(iga) = \text{mean}(\text{custo\_intermed})$ 
100 ► Melhor indivíduo da população intermediária
101      $\text{best\_ind}(:, iga) = \text{pop\_intermed\_orden}(1, :)'$ 
102 ► Melhor saída da população intermediária

```

```

103  best_saida(:, iga) = saida_intermed(:, ind_intermed(1))
104  ► Melhor indivíduo em cada geração
105      Se iga > 1
106          Se minc(iga) < minc(iga - 1)
107              meanc(iga) = mean(custo_intermed)
108              minc(iga) = min(custo_intermed)
109              best_ind(:, iga) = pop_intermed_orden(1, :)'
110              best_saida(:, iga) = saida_intermed(:, ind_intermed(1))
111          Senão
112              pop_intermed_orden(1, :) = best_ind(:, iga - 1)'
113              minc(iga) = minc(iga - 1)
114              best_saida(:, iga) = best_saida(:, iga - 1)
115              meanc(iga) = mean(custo_intermed)
116          Fim-Se
117      Fim-Se
118  % Verificar convergência
119  Se iga > maxit
120      Pare
121      Fim-Se
122  ► Monitorar variáveis do AG
123  ► Incrementar contador de gerações
124  iga = iga + 1
125  Fim-Para
126  Fim-Enquanto

```

A Tab. 5.3 exibe os parâmetros do algoritmo genético (AG), usados no procedimento de otimização do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado.

Tab. 5.3: Parâmetros do AG para otimização do modelo dinâmico nebuloso TS identificado.

| | |
|------------------------------|---|
| Tamanho do cromossomo: | 4 - 02 ganhos DC (sub-modelos lineares) e 02 intensificadores (funções de pertinência) |
| Tamanho da população inicial | 10 |
| Taxa de seleção: | 60% |
| Taxa de crossover: | 95% |
| Taxa de mutação: | 10% |
| Número de gerações: | 500 |

Os resultados do processo de otimização do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) identificado, via algoritmo genético (AG), são mostrados na Fig. 5.11.

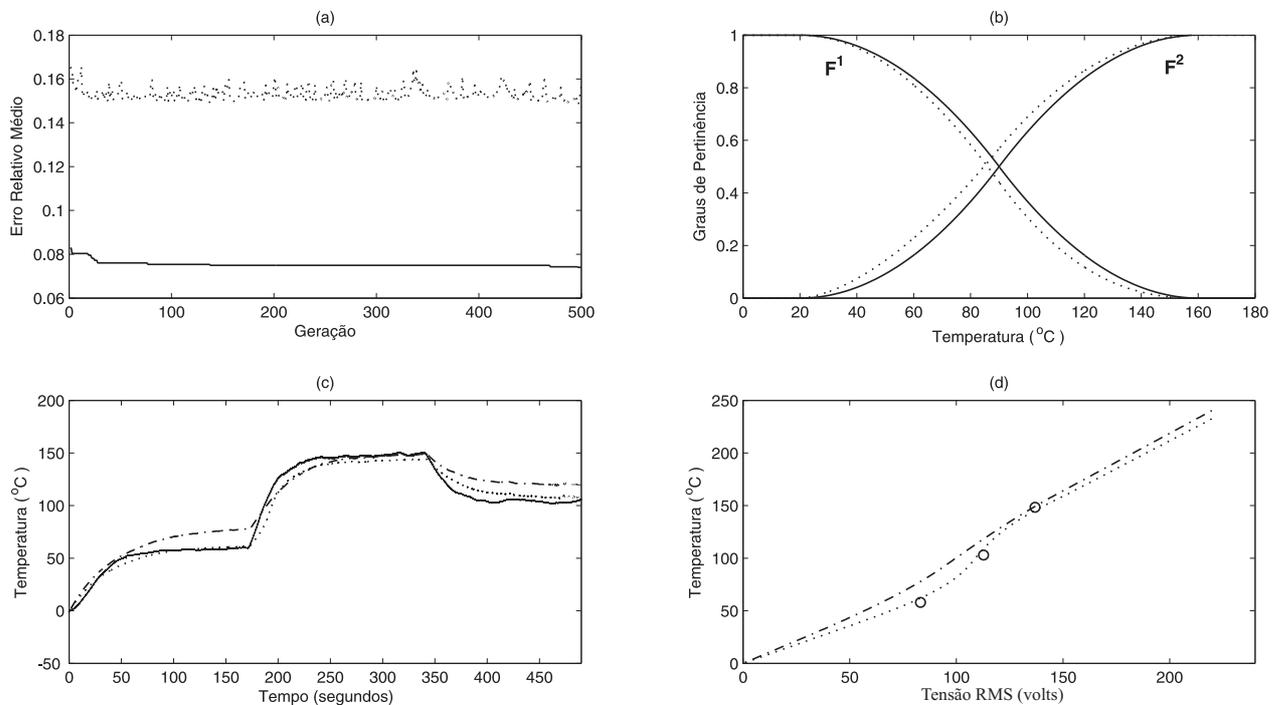


Fig. 5.11: Otimização do modelo dinâmico nebuloso TS identificado via AG. (a) Desempenho do AG: diversidade (linha pontilhada) com $\varepsilon = [0.15; 0.165]$ e melhor indivíduo (linha contínua) com $\varepsilon = 0.0740$. (b) Funções de pertinência: modelo dinâmico nebuloso TS identificado (linha contínua) e modelo dinâmico nebuloso TS otimizado (linha pontilhada). (c) Resposta temporal do processo térmico: saída real (linha contínua), saída identificada (linha pontilhada-ponto) e saída otimizada (linha pontilhada). (d) Característica estática: característica estática do processo térmico (o), característica estática do modelo identificado (linha pontilhada-ponto) e característica estática do modelo otimizado (linha pontilhada).

Na Fig. 5.11 (a), verifica-se o desempenho do algoritmo genético (AG), através do gráfico da diversidade e da curva do melhor indivíduo, na busca da melhor solução para o problema de otimização. A diversidade do AG (linha pontilhada) representa o custo médio dos indivíduos em cada geração, no qual o erro relativo médio permanece no intervalo de $\varepsilon = [0.15; 0.165]$. A curva do melhor indivíduo (linha contínua) mostra a evolução do AG durante as gerações, sendo o melhor indivíduo encontrado possuir um erro relativo médio de $\varepsilon = 0.0740$. Na Fig. 5.11 (b), têm-se as funções de pertinências, obtidas pelo algoritmo de agrupamento nebuloso FCM durante o processo de identificação (linha contínua); e as funções de pertinências otimizadas (linha pontilhada), obtidas pelo algoritmo genético

com o incremento de intensificadores. Estes foram aplicados ao AG com o auxílio dos operadores de dilatação $[F^1]^{I_1}$, $0 < I_1 < 1$, e concentração $[F^2]^{I_2}$, com $I_2 > 1$, sobre as funções de pertinências identificadas. A Tab. 5.4 traz os intensificadores obtidos pelo AG durante o processo de otimização.

Tab. 5.4: Intensificadores obtidos pelo AG.

| Intensificadores | |
|------------------|-----------------------|
| I_1 | 0.8093 (Dilatação) |
| I_2 | 1.2620 (Concentração) |

Na Fig. 5.11 (c), vê-se uma análise comparativa entre as respostas temporais provenientes da saída real do processo térmico (linha contínua), saída do modelo dinâmico nebuloso TS identificado (linha tracejada-ponto) e da saída do modelo dinâmico nebuloso TS otimizado (linha pontilhada). Analisando-se a resposta temporal do modelo dinâmico nebuloso TS identificado (linha tracejada-ponto), observa-se que o modelo identificado representa relativamente bem a dinâmica do processo térmico; contudo, em certas regiões de operação, há erros consideráveis de aproximações ocasionados pelos ganhos DC's das funções de transferências, obtidos pelo algoritmo de mínimos quadrados. Dessa forma, o algoritmo genético (AG) considerou, além dos intensificadores, também compensadores de ganhos DC, G_1 e G_2 , durante o processo de otimização. Tais compensadores multiplicaram as funções de transferências, $W^1(z)$ e $W^2(z)$, respectivamente, com o objetivo de ajustar os ganhos DC's de cada sub-modelo da base de regras nebulosa TS. Desse modo, uma vez realizados os ajustes de ganhos DC's pelo algoritmo genético, nota-se que a saída do modelo dinâmico nebuloso TS otimizado (linha pontilhada) representa eficientemente a saída real do processo térmico (linha contínua). A Tab. 5.5 mostra as compensações de ganhos DC's obtidos pelo algoritmo genético (AG) durante o processo de otimização.

Tab. 5.5: Compensações de ganhos DC's obtidos pelo AG.

| Compensações de Ganhos | |
|------------------------|---|
| G_1 | 0.960144 (na função de transferência $W^1(z)$) |
| G_2 | 0.854011 (na função de transferência $W^2(z)$) |

Comparando-se o erro relativo médio da saída real do processo térmico (linha contínua), $\varepsilon = 0.08247$ e o erro relativo médio da saída do modelo dinâmico nebuloso TS otimizado (linha pontilhada),

$\varepsilon = 0.0740$, percebe-se um melhor desempenho do modelo dinâmico nebuloso TS otimizado (linha pontilhada) em relação ao modelo dinâmico nebuloso TS identificado (linha tracejada-ponto) para representar o comportamento dinâmico do processo térmico. Da mesma forma, na Fig. 5.11 (d) apresenta-se uma análise comparativa entre as características estáticas do processo térmico ('o'), características estáticas do modelo dinâmico nebuloso TS identificado (linha tracejada-ponto) e características estáticas do modelo dinâmico nebuloso TS otimizado (linha pontilhada). Verifica-se a proximidade entre as características estáticas do modelo dinâmico nebuloso TS otimizado (linha pontilhada) e as características estáticas do processo térmico ('o').

Portanto, a base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) otimizado é dada por:

$$\begin{aligned}
 R^{(1)} : \text{ SE } Temperatura \text{ é } (F^1)^{m_1} \text{ ENTÃO } W_o^1(z) &= \frac{-0.01545z^{-1} + 0.01564z^{-2}}{1 - 1.73273z^{-1} + 0.73290z^{-2}} \\
 R^{(2)} : \text{ SE } Temperatura \text{ é } (F^2)^{m_2} \text{ ENTÃO } W_o^2(z) &= \frac{-0.00546z^{-1} + 0.00555z^{-2}}{1 - 1.68675z^{-1} + 0.68688z^{-2}}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Estimação do Atraso Puro de Tempo do Processo Térmico

A seguir, estima-se o atraso puro de tempo (t_d) do processo térmico, considerado como uma de suas características incertas. Para estimar o atraso puro de tempo, basicamente têm-se dois tipos de procedimentos: procedimento determinístico e procedimento estocástico [3]. No primeiro, estima-se o atraso puro de tempo a partir da observação da resposta ao degrau do sistema. Nesse procedimento, pressupõe-se que o ruído é suficientemente baixo para permitir detectar com certa precisão o instante em que o sistema começa a responder ao degrau aplicado a sua entrada. No entanto, em casos em que o ruído é significativo, como no processo térmico, o procedimento determinístico, descrito anteriormente, torna-se inadequado. Assim, o procedimento estocástico é requerido para estimar o atraso puro de tempo. No procedimento estocástico, estima-se o tempo de atraso através da *Função de Correlação Cruzada* (FCC) entre os sinais de entrada e saída, dada por

$$r_{uy}(k, i) = E[u(i)y^*(i+k)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{i=-N}^N u(i)y(i+k) \quad (5.10)$$

sendo k um número inteiro, considerando N com valor elevado e considerando ainda o processo real. Nesse caso, $y^*(i) = y(i)$ foi considerado ergódico a fim de poder substituir a esperança matemática $E[\cdot]$ pela média temporal. A Fig. 5.12 mostra o gráfico da função de correlação cruzada amostral entre os sinais de validação do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), $u(k)$ e $y(k)$, obtidos no sistema CompactRIO e LabVIEW™ (ver Fig. 5.10). O atraso puro de tempo (t_d) se dá onde há a máxima correlação entre os sinais $u(k)$ e $y(k)$. Assim,

$$\begin{aligned} t_d &\approx 222 \times T_s \\ t_d &\approx 3,7 \text{ segundos.} \end{aligned} \quad (5.11)$$

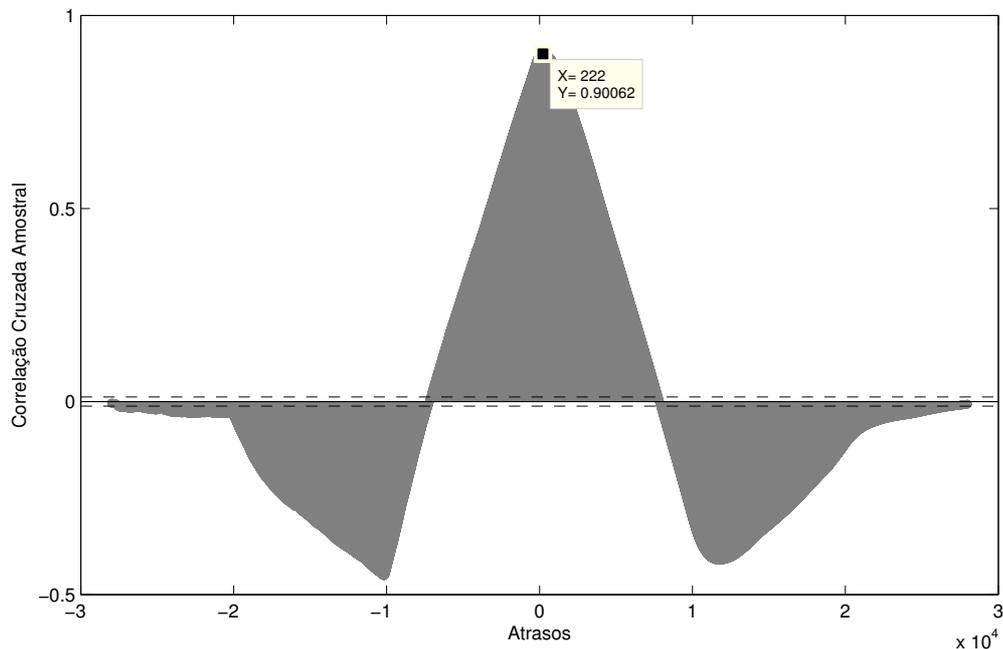


Fig. 5.12: Função de correlação cruzada amostral.

5.5.2 Resposta em Frequência do Modelo Dinâmico Nebuloso Takagi-Sugeno (TS) Otimizado e Resposta em Frequência Nebulosa (RFN) para o Processo Térmico

Considerando-se a base de regras do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) otimizado, Eq. (5.9), e a estimação do atraso puro de tempo (t_d), Eq. (5.11), a base de regras do modelo dinâmico nebuloso (TS) para o processo térmico é dada por:

$$\begin{aligned}
 R^{(1)} : \text{ SE } Temperatura \text{ é } (F^1)^{m_1} \text{ ENTÃO } W_o^1(z) &= \frac{-0.01545z^{-1} + 0.01564z^{-2}}{1 - 1.73273z^{-1} + 0.73290z^{-2}} z^{-222} \\
 R^{(2)} : \text{ SE } Temperatura \text{ é } (F^2)^{m_2} \text{ ENTÃO } W_o^2(z) &= \frac{-0.00546z^{-1} + 0.00555z^{-2}}{1 - 1.68675z^{-1} + 0.68688z^{-2}} z^{-222}
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

A partir da Eq. (4.28), o modelo dinâmico dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) do processo térmico, otimizado e com atraso, é dado por:

$$\tilde{W}_o(e^{j\omega T}) = \left| \sum_{i=1}^2 \gamma^i W_o^i(e^{j\omega T}) \right| \left/ \arctan \left[\sum_{i=1}^2 \gamma^i W_o^i(e^{j\omega T}) \right] \right. \tag{5.13}$$

ou

$$\begin{aligned}
 \tilde{W}_o(e^{j\omega T}) = & \\
 & \left| \frac{-0.01545(e^{j\omega T})^{-1} + 0.01564(e^{j\omega T})^{-2}}{1 - 1.73273(e^{j\omega T})^{-1} + 0.73290(e^{j\omega T})^{-2}} (e^{j\omega T})^{-222} + \gamma_2 \frac{-0.00546(e^{j\omega T})^{-1} + 0.00555(e^{j\omega T})^{-2}}{1 - 1.68675z^{-1} + 0.68688(e^{j\omega T})^{-2}} (e^{j\omega T})^{-222} \right| \\
 & \left/ \arctan \left[\gamma_1 \frac{-0.01545(e^{j\omega T})^{-1} + 0.01564(e^{j\omega T})^{-2}}{1 - 1.73273(e^{j\omega T})^{-1} + 0.73290(e^{j\omega T})^{-2}} (e^{j\omega T})^{-222} + \gamma_2 \frac{-0.00546(e^{j\omega T})^{-1} + 0.00555(e^{j\omega T})^{-2}}{1 - 1.68675z^{-1} + 0.68688(e^{j\omega T})^{-2}} (e^{j\omega T})^{-222} \right] \right.
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

A Fig. 5.13 mostra a resposta em frequência do modelo dinâmico nebuloso otimizado e a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* para o processo térmico, em que se verifica que tal *Resposta* é uma região (faixa) definida pelos sub-modelos lineares do espaço do consequente, $W_o^i(z)$, a partir das regiões de operação do espaço do antecedente da base de regras do modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS), como demonstrado pelo **Teorema 4.3.1**. Também, na Fig. 5.13, vê-se a resposta em frequência

do processo térmico, obtida a partir da Transformada Discreta de Fourier dos dados de entrada/saída do processo térmico, conforme apresentado na subseção 4.2.3, no procedimento visto na Fig. 4.4.

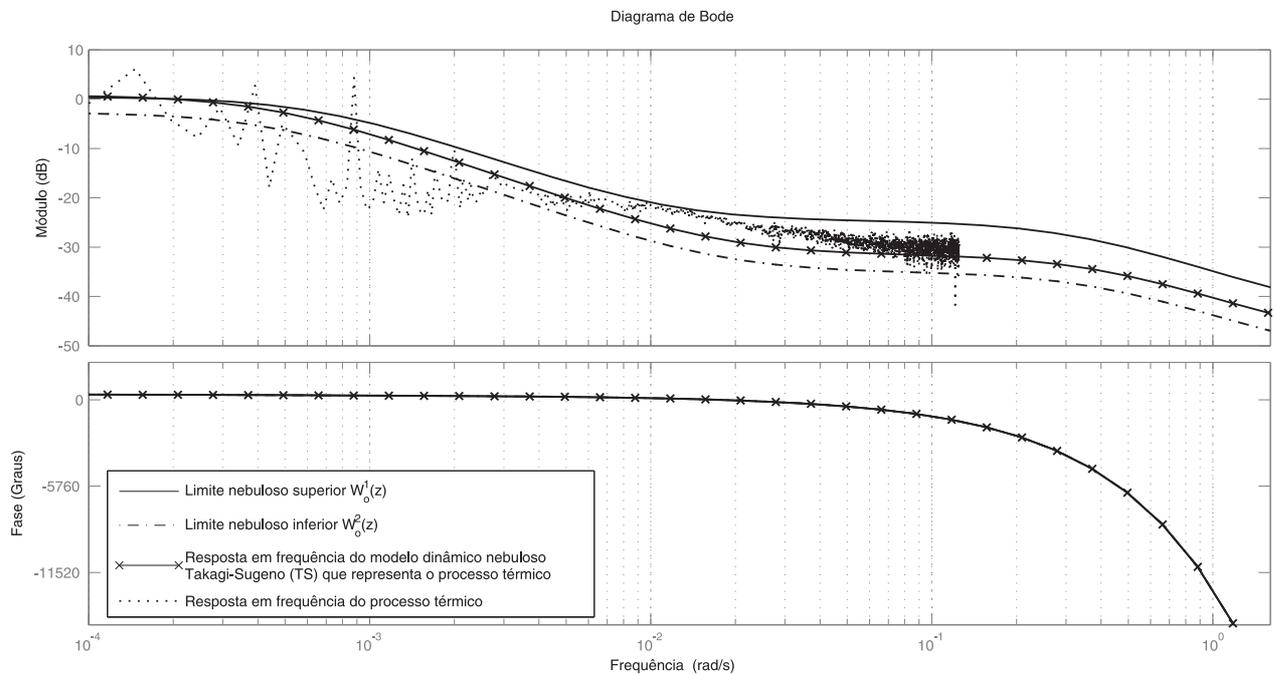


Fig. 5.13: Resposta em frequência do modelo dinâmico nebuloso TS otimizado e *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* para o processo térmico. Resposta em frequência do processo térmico.

Na Tab. 5.6, apresentam-se as especificações de robustez de margem de ganho (m_g), medida na frequência de cruzamento de fase (ω_f), e margem de fase (m_f), medida na frequência de cruzamento de ganho (ω_g), obtidas a partir da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* do processo térmico (ver Fig. 5.13). Tais especificações serão usadas no projeto de controle robusto apresentado na subseção 5.5.3.

Tab. 5.6: Especificações de robustez obtidas a partir da *Resposta em frequência Nebulosa (RFN)* do processo térmico.

| Sub-modelo | m_g (dB) | m_g (módulo) | ω_f (rad/s) | m_f (Graus) | ω_g (rad/s) |
|------------|------------|----------------|--------------------|---------------|--------------------|
| $W_o^1(z)$ | 17.3 | 7.3282 | 0.325 | 159 | 0.0121 |
| $W_o^2(z)$ | 24.9 | 15.6675 | 0.349 | Inf | - |

5.5.3 Projeto de Controle Robusto do Processo Térmico Baseado na Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)

Nesta subseção, mostra-se o desenvolvimento de estratégias de controle robusto para o processo térmico baseadas na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, tendo como critério de projeto as especificações de robustez de margens de ganho e de fase sobre essa Resposta. Também, apresenta-se os resultados da implementação das referidas estratégias na plataforma de controle em tempo real (ver Fig. 5.2). Desenvolvem-se dois tipos de projetos baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*:

- Projeto de Controle PID Digital Clássico Robusto Baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*;
- Projeto de Controle PID Digital Nebuloso Robusto Baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*.

Projeto de Controle PID Digital Clássico Robusto Baseado na Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)

A função de transferência do controlador PID digital clássico, obtido a partir da ação de controle PID clássica, pelo método retangular em atraso [131] é

$$C_c(z) = u(z)/e(z) = K_p + \frac{K_i T_s}{(1 - z^{-1})} + \frac{K_d(1 - z^{-1})}{T_s} \quad (5.15)$$

A Eq. (5.15) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$C_c(z) = u(z)/e(z) = \frac{\alpha + \beta z^{-1} + \delta z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (5.16)$$

onde: $\alpha = K_p + K_i T_s + \frac{K_d}{T_s}$, $\beta = -K_p - \frac{2K_d}{T_s}$, $\delta = \frac{K_d}{T_s}$ e T_s é o intervalo de amostragem.

A representação da função de transferência do controlador PID digital clássico, Eq. (5.16), no domínio do tempo discreto, é

$$u(k) = u(k - 1) + \alpha e(k) + \beta e(k - 1) + \delta e(k - 2) \quad (5.17)$$

Partindo da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, Fig. 5.13, e das especificações de robustez, Tab. 5.6, utiliza-se o pior caso (menor valor de margem de ganho e margem de fase) para o projeto do controlador PID digital clássico robusto. Dessa forma, a função de transferência do ramo direto, considerando o controlador PID digital clássico e o sub-modelo, $W_o^1(z)$, é dado por:

$$C_c(z)W_o^1(z) = \frac{\alpha + \beta z^{-1} + \delta z^{-2}}{1 - z^{-1}} \cdot \frac{-0.01545z^{-1} + 0.01564z^{-2}}{1 - 1.73273z^{-1} + 0.73290z^{-2}} z^{-222} \quad (5.18)$$

Da definição das especificações de robustez para as margens de ganho (mg_c) e margens de fase (mf_c) [29], obtêm-se as seguintes expressões:

$$\arg [C_c (e^{j\omega_p T_s}) W_o^1 (e^{j\omega_p T_s})] = -\pi \quad (5.19)$$

$$mg_c = \frac{1}{|C_c (e^{j\omega_p T_s}) W_o^1 (e^{j\omega_p T_s})|} \quad (5.20)$$

$$|C_c (e^{j\omega_g T_s}) W_o^1 (e^{j\omega_g T_s})| = 1 \quad (5.21)$$

$$mf_c = \arg [C_c (e^{j\omega_g T_s}) W_o^1 (e^{j\omega_g T_s})] + \pi \quad (5.22)$$

onde a margem de ganho (mg_c) é dada pelas Eqs. (5.19) e (5.20) e a margem de fase (mf_c) é dada pelas Eqs. (5.21) e (5.22), respectivamente, para o caso do controlador clássico baseado na Resposta em Frequência Nebulosas (RFN). A frequência ω_{p_c} , em que a curva de Nyquist tem a fase $-\pi$, é a frequência de cruzamento de fase; já a frequência ω_{g_c} , em que a curva de Nyquist tem a amplitude 1, é a frequência de cruzamento de ganho.

A partir das Eqs. (5.19-5.22), especificam-se as margens de ganho (mg_{c_esp}) e fase (mf_{c_esp}) desejadas e, desenvolve-se um algoritmo genético (AG) para obtenção dos ganhos do controlador PID digital clássico robusto baseado na *Resposta em frequência Nebulosa (RFN)*, conforme segue abaixo.

Algoritmo Genético para Obtenção dos Ganhos do Controlador PID Digital Clássico Robusto

```

127 ► Inicialização
128   %Seleção dos parâmetros do AG
129   tam_pop; tx_selec; tx_cross tx_muta; max_it; n_var; Nt;
130   % Parâmetros do sub-modelo  $W^1$  identificado, intervalo de amostragem, tempo de atraso e compensação de ganho
131   a1; a2; b1; b2; Ts; Td; G1;
132   % Função de transferência do sub-modelo  $W^1$  otimizada e com atraso
133   num1 = [b1 b2]; den1 = [1 a1 a2]; W1 = tf(G1*num1,den1,Ts,'outputdelay',Td);
134 ► Geração da população inicial: ganhos do controlador PID digital clássico ( $\alpha, \beta, \delta$ )
135   pop = [faixa_alfa faixa_beta faixa_delta]
136 ► Especificações das margens de ganho ( $mg_c$ ) e fase ( $mf_c$ )
137    $mg_c\_esp$ ;  $mf_c\_esp$ ;
138 ► Avaliação da população inicial
139   Para i = 1:tam_pop
140     ▷ Ramo direto para cada indivíduo da população individual
141      $C_cW1(i) = series(tf([pop(i,1) pop(i,2) pop(i,3)], [1 -1 0], Ts), W1)$ 
142     ▷ Calcular margens de ganho e fase do ramo direto
143      $[mg(i) mf(i)] = margin(C_cW1(i))$ 
144     Se  $mg_c$  ou  $mf_c < 0$ 
145        $mg_c \leftarrow$  valor elevado;  $mf_c \leftarrow$  valor elevado;
146     Fim - Se
147      $Margens(i,:) = [Mg(i)Mf(i)]'$ 
148     ▷ Calcular o custo
149      $custo\_margem(i) = abs(mg\_c\_esp - mg_c(i)) + abs(mf\_c\_esp - mf_c(i))$ 
150   Fim - Para
151 ► Ordenação da população inicial
152    $[custo\_margem\_orden, ind] = sort(custo\_margem')$ 
153    $pop\_orden = pop(ind,:)$ 
154 ► Ordenação das margens de ganho e fase da população inicial
155    $margem\_orden = Margens(ind,:)$ 
156 ► Ordenação da população inicial com suas respectivas margens de ganho e fase
157    $pop\_Margens\_orden = [pop\_orden margem\_orden]$ 
158 ► Inicializando contador de gerações
159    $iga = 1$ 
160   Enquanto  $iga < max\_it$ 
161     ► Seleção natural da população inicial
162      $Sn = ceil(tx\_selec * tam\_pop)$ 
163     Se  $rem(Sn,2) = 0$ 
164        $Sn = Sn + 1$ 
165     Fim-Se

```

```

166     popselec = pop_orden(1 : Sn, :)
167     ► Formação de pais e mães
168     ma = ceil(randperm(Sn/2));    pa = ceil(randperm(Sn/2)) + Sn/2
169     ► Operações Genéticas
170     Crossover
171     cont = 1;
172     Para R = 1 : length(ma)
173         Se rand < tx_cross
174             beta(R) = rand
175             fl(2 * cont - 1, :) = beta(R) .* popselec(ma(R), :) + (1 - beta(R)) .* popselec(pa(R), :)
176             fl(2 * cont, :) = (1 - beta(R)) .* popselec(ma(R), :) + beta(R) .* popselec(pa(R), :)
177         cont = cont + 1;
178     Fim-Se
179     Fim-Para
180     Mutação
181     nmut = ceil(length(fl) * Nt * txmuta)
182     mrow = sort(ceil(rand(1, nmut) * (length(fl) - 1)) + 1)
183     mcol = ceil(rand(1, nmut) * Nt)
184     Para ii = 1 : nmut
185         Se mcol(ii) == 1
186             fl(mrow(ii), mcol(ii)) = min_alfa + (max_alfa - min_alfa) .* rand
187         Senão Se mcol(ii) == 2
188             fl(mrow(ii), mcol(ii)) = min_beta + (max_beta - min_beta) .* rand
189         Senão
190             fl(mrow(ii), mcol(ii)) = min_delta + (max_delta - min_delta) .* rand
191     Fim-Para
192     ► Avaliar desempenho dos filhos
193     [nl_fl, nc_fl] = size(fl)
194     Para i = 1 : nl_fl
195         ► Ramo direto para cada indivíduo
196         CW1f(i) = series(tf([fl(i, 1) fl(i, 2) fl(i, 3)], [1 -1 0], Ts), W1)
197         ► Calcular margens de ganho e fase do ramo direto
198         [mgfc(i) mffc(i)] = margin(CW1f(i))
199         Se mgfc ou mffc < 0
200             mgfc ← valor elevado;    mffc ← valor elevado;
201         Fim - Se
202         Margensf(i, :) = [mgfc(i) mffc(i)]'
203         ► Calcular o custo
204         custo_margemf(i) = abs(mgc_esp - mgfc(i)) + abs(mfc_esp - mffc(i))
205     Fim - Para
206     ► População intermediária
207     pop_intermed = [pop_orden; fl]
208     ► Margens de ganho e fase da população intermediária

```

```

209     Margens_intermed = [Margens; Margensf]
210     ► Custo da população intermediária
211     custo_intermed = [custo_margem'; custo_margemf']
212     ► Ordenação da população intermediária
213     [custo_intermed_orden, ind_intermed] = sort(custo_intermed)
214     pop_intermed_orden = pop_intermed(ind_intermed,:)
215     ► Ordenação das margens de ganho e fase da população intermediária
216     Margens_intermed_orden = Margens_intermed(ind_intermed,:)
217     ► Custo mínimo da população intermediária
218     minc(iga) = min(custo_intermed_orden)
219     ► Custo médio da população intermediária
220     meanc(iga) = mean(custo_intermed_orden)
221     ► Melhor indivíduo da população intermediária
222     best_ind(:, iga) = pop_intermed_Margens_orden(1, 1 : 3)'
223     ► Melhor margem de ganho e fase da população intermediária
224     best_Margens(:, iga) = pop_intermed_Margens_orden(1, 4 : 5)'
225     ► Melhor indivíduo em cada geração
226     Se iga > 1
227         Se minc(iga) < minc(iga - 1)
228             meanc(iga) = mean(custo_intermed_orden)
229             minc(iga) = min(custo_intermed_orden)
230             best_ind(:, iga) = pop_intermed_Margens_orden(1, 1 : 3)'
231             best_Margens(:, iga) = pop_intermed_Margens_orden(1, 4 : 5)'
232         Senão
233             pop_intermed_Margens_orden(1, 1 : 3) = best_ind(:, iga - 1)'
234             meanc(iga) = mean(custo_intermed_orden)
235             minc(iga) = minc(iga - 1)
236             best_ind(:, iga) = best_ind(:, iga - 1)
237             best_Margens(:, iga) = best_Margens(:, iga - 1)
238         Fim-Se
239     Fim-Se
240     % Verificar convergência
241     Se iga > maxit
242     Pare
243     Fim-Se
244     ► Incrementar contador de gerações
245     iga = iga + 1
246     Fim-Para
247     Fim-Enquanto

```

A Tab. 5.7 exibe os parâmetros do algoritmo genético (AG), utilizado para obtenção dos ganhos do controlador PID digital clássico robusto baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*.

Tab. 5.7: Parâmetros do AG para obtenção dos ganhos do controlador PID digital clássico robusto, baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*.

| | |
|------------------------------|---|
| Tamanho do cromossomo: | 3 - Ganhos do controlador PID digital clássico robusto: α , β e δ |
| Tamanho da população inicial | 100 |
| Taxa de seleção: | 60% |
| Taxa de crossover: | 98% |
| Taxa de mutação: | 10% |
| Número de gerações: | 500 |

Os ganhos do controlador PID digital clássico robusto baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, obtidos pelo algoritmo genético (AG) para margens de ganho e de fase especificadas, são mostrados na Tab. 5.8.

Tab. 5.8: Relação entre as margens de ganho e de fase especificadas e os ganhos do controlador PID digital clássico robusto, baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*. As grandezas mg_{c_esp} e mf_{c_esp} são as margens de ganho e fase especificadas, respectivamente. As grandezas mg_c^* e mf_c^* são as margens de ganho e de fase obtidas pelo algoritmo genético (AG) para o sistema de controle, respectivamente. As grandezas α , β e δ são os ganhos do controlador PID digital associado ao sub-modelo $W_o^1(z)$.

| Sub-modelo | mg_{c_esp} | mf_{c_esp} | mg_c^* | mf_c^* | α | β | δ |
|------------|---------------|---------------|----------|-----------------|----------|-----------|----------|
| $W_o^1(z)$ | 15 | 64° | 14.7930 | 64.2052° | 1.291339 | -2.563908 | 1.272839 |

As grandezas mg_c^* e mf_c^* foram obtidas numericamente pelo algoritmo genético (AG), a partir das Eqs. (5.19 - 5.22), através da análise da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* do sistema de controle. Verifica-se que as margens de ganho, mg_c^* , e de fase, mf_c^* , estão próximas da margem de ganho especificada, mg_{c_esp} , e da margem de fase especificada, mf_{c_esp} , respectivamente, caracterizando a eficiência da metodologia proposta.

A resposta temporal e a ação de controle para o sistema de controle em malha fechada clássico baseada na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, de acordo com as margens de ganho e de fase especificadas na Tab. 5.8, são mostradas nas Figs. 5.14(a) e 5.14(b), respectivamente.

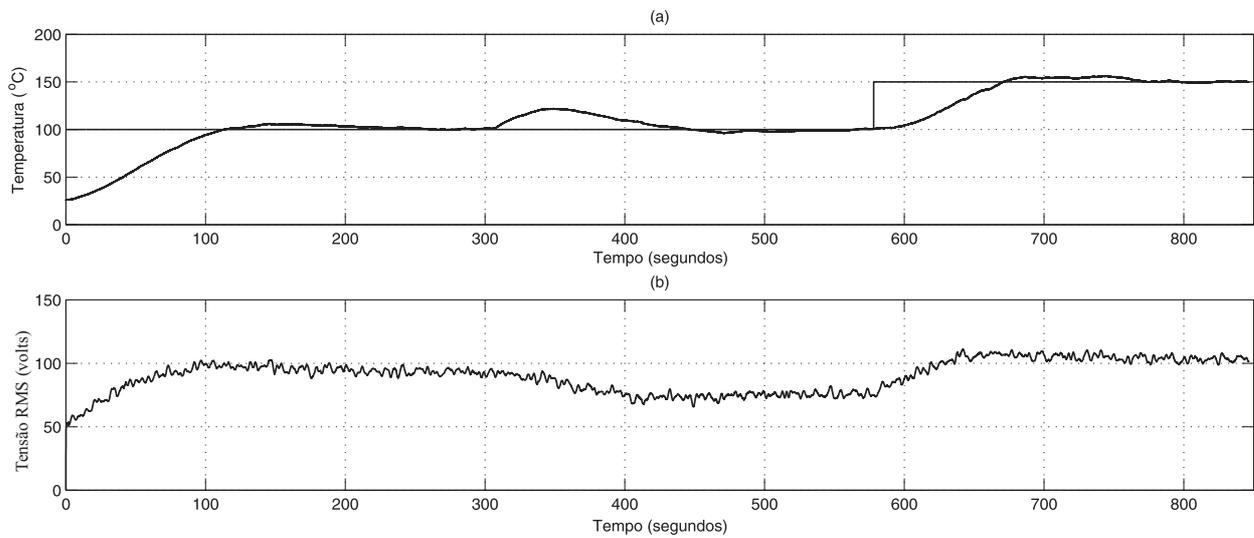


Fig. 5.14: Desempenho do controlador PID digital clássico robusto, obtido a partir da metodologia proposta. (a) Rastreamento do sinal de referência do controlador PID digital clássico, baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*. (b) Ação de controle para o controlador PID digital clássico.

Durante a análise do rastreamento do sinal de referência, as características do desempenho do controlador PID digital clássico robusto baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* são dadas na Tab. 5.9.

Tab. 5.9: Especificações de desempenho do controlador PID digital clássico robusto baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*.

| Especificação de Desempenho | Valores |
|-----------------------------|-------------------|
| <i>Overshoot</i> | 5 (%) |
| Tempo de Acomodação | 134.48 (segundos) |

Realiza-se variação de ganho no processo térmico (perturbação) e mudanças no sinal de referência (set point) para testar o desempenho do controlador PID digital clássico robusto, conforme mostra a Fig. 5.14(a). A condição inicial para o sinal de referência é de $100^{\circ}C$. Observa-se que o controlador PID digital clássico robusto é eficiente em alcançar a temperatura de referência (set point) em um pequeno intervalo de tempo (134.48 segundos), apresentando um pequeno *overshoot* (5%). A variação de ganho no processo térmico (perturbação) é aplicada no tempo de 308 segundos, exigindo uma ação de controle pequena, segundo mostra a Fig. 5.14(b). Em 578 segundos, uma mudança no sinal de referência é aplicada ao sistema perturbado. Mais uma vez, verifica-se que o controlador PID digital clássico robusto responde bem à mudança de referência, tendo agora um tempo de acomodação de 670

segundos e um *overshoot* também de 5%. Assim, percebe-se a eficiência em se utilizar a metodologia proposta no projeto de controladores clássicos robustos, usando-se especificações de robustez sobre a Resposta em Frequência Nebulosa (RFN).

Projeto de Controle PID Digital Nebuloso Robusto Baseado na Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)

Considerando-se o modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) otimizado e com atraso do processo térmico, $\tilde{W}_o(z) = \sum_{i=1}^2 \gamma^i W_o^i(z)$, define-se a lei de controle nebulosa, utilizando-se a estratégia de Compensação Paralela Distribuída (CPD) [129], [126], [93], [91]. Nesta, o controlador PID digital, $G_c^j(z)$, é projetado para cada sub-modelo, $W_o^i(z)$, através das especificações de margens de ganho e de fase, obtidas a partir da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, e organizado numa estrutura de modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS), conforme mostra a Fig. 5.15.

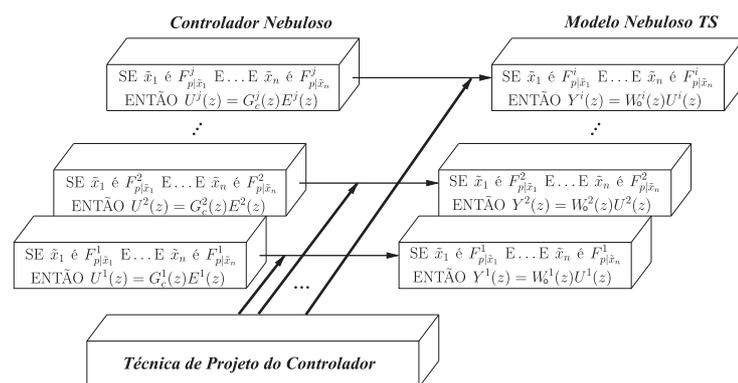


Fig. 5.15: Estratégia CPD: o controlador nebuloso é uma combinação de sub-controladores PID digitais, $G_c^j(z) \mid [j=1,2,\dots,l]$.

Considerando a $i \mid [i=1,2,\dots,l]$ -ésima regra do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS) otimizado e com atraso do processo térmico, Eq. (5.12), a $j \mid [j=1,2,\dots,l]$ -ésima regra do controlador PID Digital nebuloso Takagi-Sugeno (TS), é dada por:

$$\begin{aligned}
 R^{(1)} : \text{ SE } Temperatura \text{ é } (F^1)^{m_1} \text{ ENTÃO } G_c^1(z) &= \frac{\alpha^1 + \beta^1 z^{-1} + \delta^1 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \\
 R^{(2)} : \text{ SE } Temperatura \text{ é } (F^2)^{m_2} \text{ ENTÃO } G_c^2(z) &= \frac{\alpha^2 + \beta^2 z^{-1} + \delta^2 z^{-2}}{1 - z^{-1}} \quad (5.23)
 \end{aligned}$$

onde: $\alpha^j = K_p^j + K_i^j T_s + \frac{K_d^j}{T_s}$, $\beta^j = -K_p^j - \frac{2K_d^j}{T_s}$, $\delta^j = \frac{K_d^j}{T_s}$ e T_s é o intervalo de amostragem.

Portanto, o controlador PID digital nebuloso, $\tilde{G}_c(z)$, é uma soma ponderada dos sub-controladores PID, $G_c^j(z)$, como segue:

$$\tilde{G}_c(z) = \sum_{j=1}^2 \gamma^j G_c^j(z). \quad (5.24)$$

A função de transferência do ramo direto, considerando o modelo nebuloso Takagi-Sugeno (TS) do processo térmico otimizado e com o atraso, Eq. 5.12, e o controlador PID nebuloso, Eq. 5.24, é dado por:

$$\tilde{G}_c(z)\tilde{W}_o(z) = \sum_{j=1}^l \sum_{i=1}^l \gamma^j \gamma^i G_c^j(z) W_o^i(z) \quad (5.25)$$

Como realizado no caso clássico, a partir da definição das especificações de robustez para as margens de ganho (mg_n) e margens de fase (mf_n), agora no caso nebuloso, obtêm-se as seguintes expressões:

$$\arg [G_c^j(e^{j\omega_p T_s}) W_o^i(e^{j\omega_p T_s})] = -\pi \quad (5.26)$$

$$mg_n = \frac{1}{|G_c^j(e^{j\omega_p T_s}) W_o^i(e^{j\omega_p T_s})|} \quad (5.27)$$

$$|G_c^j(e^{j\omega_p T_s}) W_o^i(e^{j\omega_p T_s})| = 1 \quad (5.28)$$

$$mf_n = \arg [G_c^j(e^{j\omega_p T_s}) W_o^i(e^{j\omega_p T_s})] + \pi \quad (5.29)$$

onde a margem de ganho (mg_n) é dada pelas Eqs. (5.26) e (5.27) e a margem de fase (mf_n) é dada pelas Eqs. (5.28) e (5.29), respectivamente, para o caso do controlador nebuloso baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*. A frequência ω_{p_n} , em que a curva de Nyquist tem a fase $-\pi$, é a frequência de cruzamento de fase; já a frequência ω_{g_n} , em que a curva de Nyquist tem a amplitude 1, é a frequência de cruzamento de ganho.

A partir das Eqs. (5.26-5.29), especificam-se as margens de ganho (mg_{n_esp}) e de fase (mf_{n_esp}) desejadas. Utilizando-se a mesma estrutura do algoritmo genético (AG) desenvolvido para obtenção dos ganhos do controlador PID digital clássico robusto, mostrado anteriormente, obtêm-se os ganhos de cada sub-controlador PID digital, os quais serão utilizados no projeto do controlador PID digital nebuloso robusto baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*.

Os ganhos de cada sub-controlador PID digital, obtidos pelo algoritmo genético (AG) para as margens de ganho e de fase especificadas, são mostrados na Tab. 5.10.

Tab. 5.10: Relação entre as margens de ganho e de fase especificadas e os ganhos dos sub-controladores PID digitais, que serão utilizados no projeto do controlador PID digital nebuloso robusto, baseado na *Resposta em frequência Nebulosa (RFN)*. As grandezas mg_{n_esp} e mf_{n_esp} são as margens de ganho e de fase especificadas, respectivamente. As grandezas mg_n^* e mf_n^* são as margens de ganho e de fase obtidas pelo algoritmo genético (AG) para o sistema de controle, respectivamente. As grandezas α , β e δ são os ganhos dos sub-controladores PID digitais associados a cada sub-modelo $W_o^i(z)$.

| Sub-modelo | mg_{n_esp} | mf_{n_esp} | mg_n^* | mf_n^* | α | β | δ |
|------------|---------------|---------------|----------|-----------------|----------|-----------|----------|
| $W_o^1(z)$ | 10 | 60° | 10.4210 | 58.8734° | 1.290093 | -2.569329 | 1.279572 |
| $W_o^2(z)$ | 10 | 60° | 11.9839 | 59.5101° | 1.230784 | -2.486613 | 1.256153 |

As grandezas mg_n^* e mf_n^* para cada sub-controlador PID digital foram obtidas numericamente pelo algoritmo genético (AG), a partir das Eqs. (5.26-5.29), através da análise da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* do sistema de controle. Verifica-se que as margens de ganho, mg_n^* , e de fase, mf_n^* , estão próximas da margem de ganho especificada, mg_{n_esp} , e da margem de fase especificada, mf_{n_esp} , respectivamente, caracterizando novamente a eficiência da metodologia proposta.

A resposta temporal, a ação de controle e as funções de pertinência $[F^1]^{I_1}$ e $[F^2]^{I_2}$ em tempo real para o sistema de controle em malha fechada nebuloso, baseada na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, de acordo com as margens de ganho e fase especificadas na Tab. 5.10, são mostradas nas Figs. 5.16(a) - 5.16(c), respectivamente.

Durante a análise do rastreamento do sinal de referência, as características do desempenho dos sub-controladores PID digitais são dadas na Tab. 5.11.

Tab. 5.11: Especificações de desempenho do controlador PID digital nebuloso robusto baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*.

| Sub-modelo | Especificação de Desempenho | Valores |
|------------|-----------------------------|-------------------|
| $W_o^1(z)$ | <i>Overshoot</i> | 9 (%) |
| | Tempo de Acomodação | 104.68 (segundos) |
| $W_o^2(z)$ | <i>Overshoot</i> | 8 (%) |
| | Tempo de Acomodação | 156.42 (segundos) |

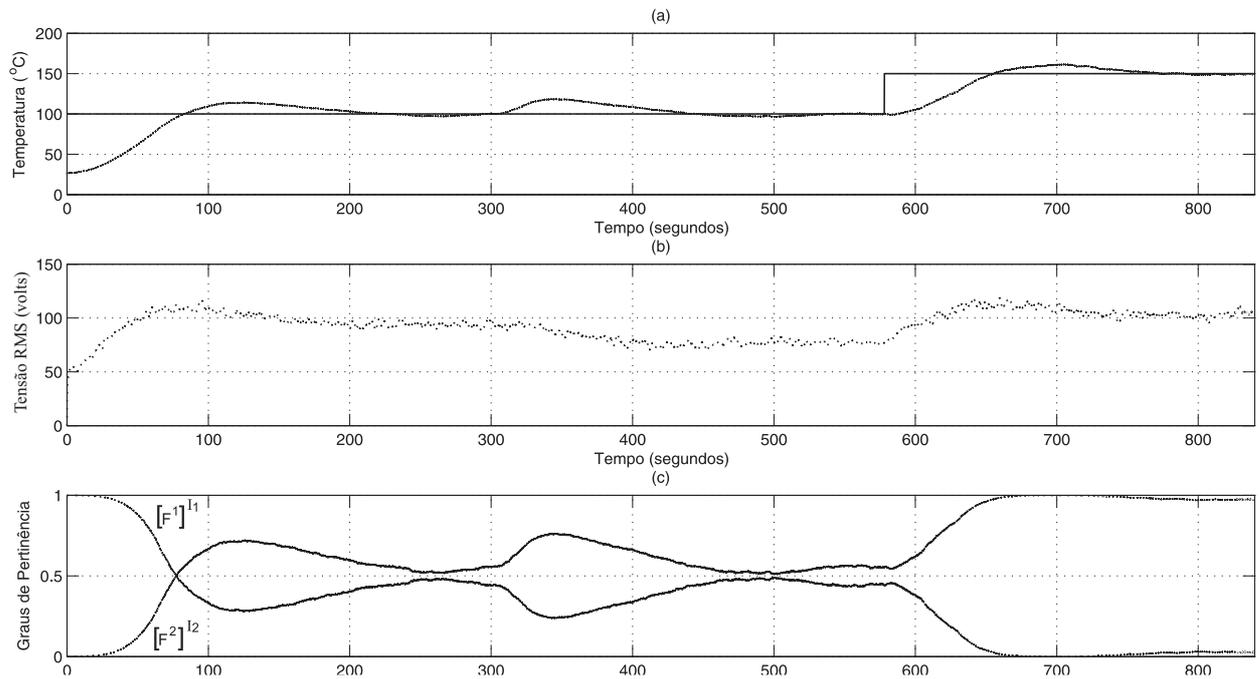


Fig. 5.16: Desempenho do controlador PID digital nebuloso robusto obtido a partir da metodologia proposta. (a) Rastreamento do sinal de referência do controlador PID digital nebuloso, baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*. (b) Ação de controle para o controlador PID digital nebuloso. (c) Funções de pertinência $[F^1]^{I_1}$ e $[F^2]^{I_2}$ em tempo real, ponderando cada sub-controlador PID na atuação sobre o processo térmico.

Da mesma forma como no caso clássico, realiza-se variação de ganho no processo térmico (perturbação) e mudanças no sinal de referência (set point), tendo como parâmetro os mesmos tempos utilizados no caso clássico, para testar o desempenho do controlador PID digital nebuloso robusto, conforme exibe a Fig. 5.16(a). Assim, a condição inicial para o sinal de referência também é de 100°C . Verifica-se que o controlador PID digital nebuloso robusto é mais eficiente em alcançar a temperatura de referência (set point), que no caso do projeto clássico, levando um menor intervalo de tempo (82.4 segundos); todavia apresentando um *overshoot* um pouco maior (9%). A variação de ganho no processo térmico (perturbação) é aplicada também no tempo de 308 segundos, exigindo uma ação de controle pequena, muito próxima à ação de controle no caso clássico, segundo mostra a Fig. 5.16(b). Um detalhe a observar é que, em se tratando do caso do controlador PID digital nebuloso, a rejeição à perturbação é um pouco mais eficiente ao caso clássico. Em 578 segundos, uma mudança no sinal de referência é aplicada ao sistema perturbado. Nesse caso, nota-se o controlador PID digital nebuloso robusto também responder satisfatoriamente à mudança de referência, tendo agora um tempo de acomodação de 658 segundos e um *overshoot* também de 8%. Dessa forma, constata-se, mais uma vez, a eficiência em se usar a metodologia proposta no projeto de controladores nebulosos

robustos, utilizando-se especificações de robustez sobre a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*. A Fig. 5.16(c) mostra o comportamento em tempo real das funções de pertinência $[F^1]^{I_1}$ e $[F^2]^{I_2}$, que realizam as ponderações de cada sub-controlador PID, atuando sobre o processo térmico para garantir o desempenho desejado.

A Fig. 5.17 mostra os desempenhos de ambos os controladores: controlador PID digital clássico e controlador PID digital nebuloso, obtidos a partir da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*. Observa-se que tanto o controlador clássico quanto o controlador nebuloso apresentam bons desempenhos, apesar de possuírem algumas diferenças. Contudo, os seus desempenhos comprovam a eficiência da metodologia proposta em projetar controladores robustos.

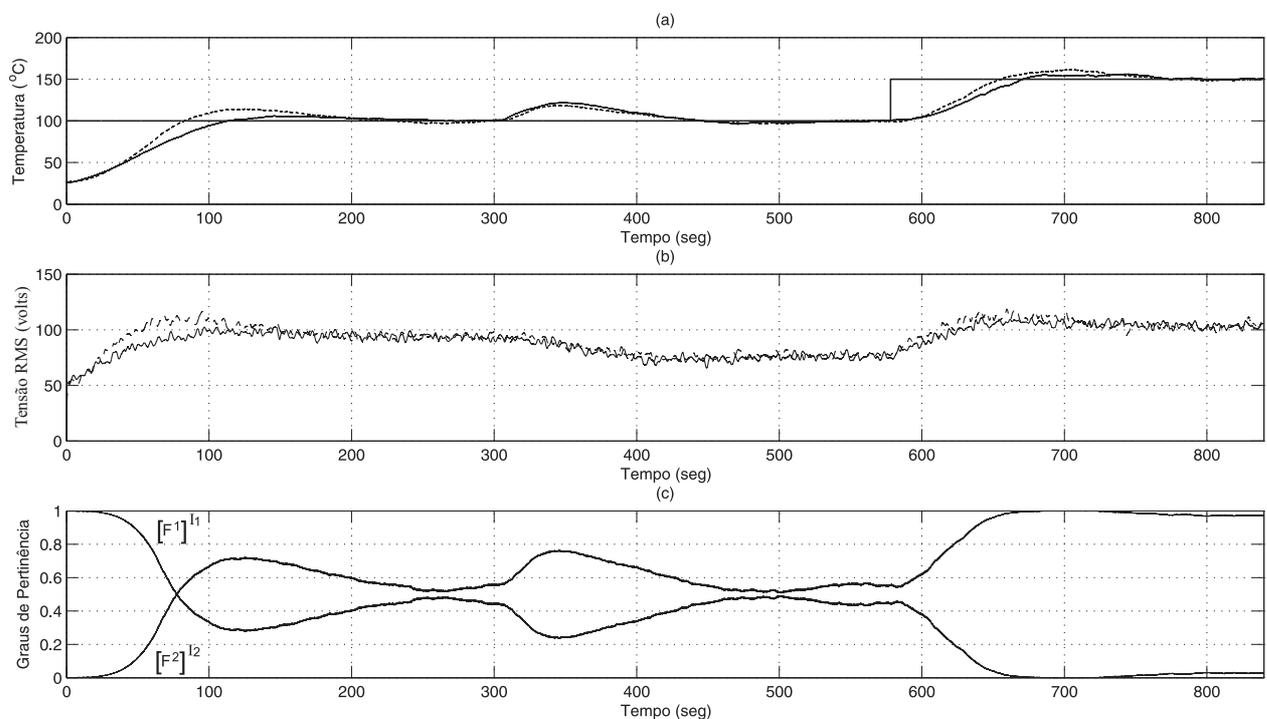


Fig. 5.17: Desempenho dos controladores PID digital clássico e nebuloso robustos, obtidos a partir da metodologia proposta. (a) Rastreamento do sinal de referência (set point) para o controlador PID digital clássico, baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* (linha contínua) e rastreamento do sinal de referência (set point) para o controlador PID digital nebuloso, baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* (linha pontilhada). (b) Ações de controle para o controlador PID digital clássico (linha contínua) e para o controlador PID digital nebuloso (linha pontilhada). (c) Funções de pertinência $[F^1]^{I_1}$ e $[F^2]^{I_2}$ em tempo real, ponderando cada sub-controlador PID na atuação sobre o processo térmico.

A Fig. 5.18 mostra uma análise, em tempo real, de robustez, baseada nas margens de ganho e de fase para cada controlador projetado sobre a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*. Nesta análise, percebe-se que há uma redução nas margens de ganho e de fase no projeto do controlador PID digital clássico baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, exatamente quando há presença de perturbação e mudança de referência (set point) no sistema. Entretanto, há um aumento nas margens de ganho e de fase no projeto do controlador PID digital nebuloso baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* nos mesmos pontos críticos citados anteriormente, o que torna o projeto do controlador PID digital nebuloso muito mais interessante.

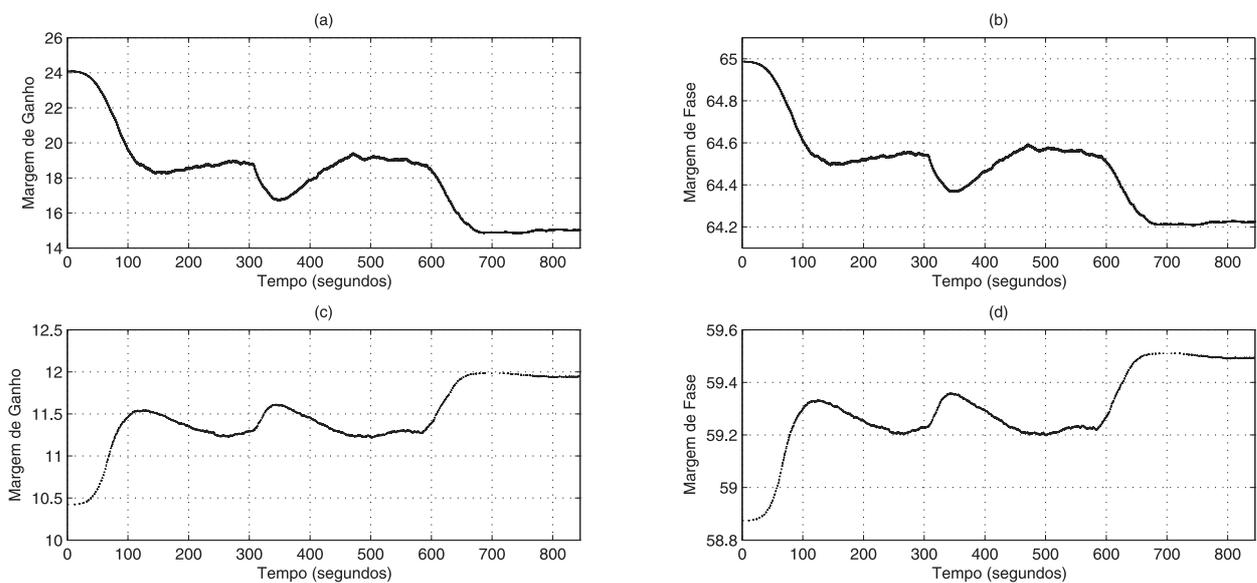


Fig. 5.18: Análise de estabilidade baseada nas especificações de robustez de margens de ganho e de fase. (a)-(b) Margens de ganho e de fase obtidas com o controlador PID digital clássico robusto, baseado na *RFN* (linha contínua); Margens de ganho e de fase obtidas com o controlador PID digital nebuloso robusto baseado na *RFN* (linha pontilhada).

Projeto de Controle PID Digital via Procedimento Ziegler-Nichols

O procedimento proposto por Ziegler and Nichols [143], [144] é baseado na avaliação experimental de parâmetros associados com a resposta ao degrau da planta a ser controlada (processo térmico). Dessa maneira, a Fig. 5.19 mostra os dados experimentais obtidos na plataforma em tempo real para obtenção da resposta ao degrau Fig. 5.19(a), quando aplicada à ação de controle exibida na Fig. 5.19(b).

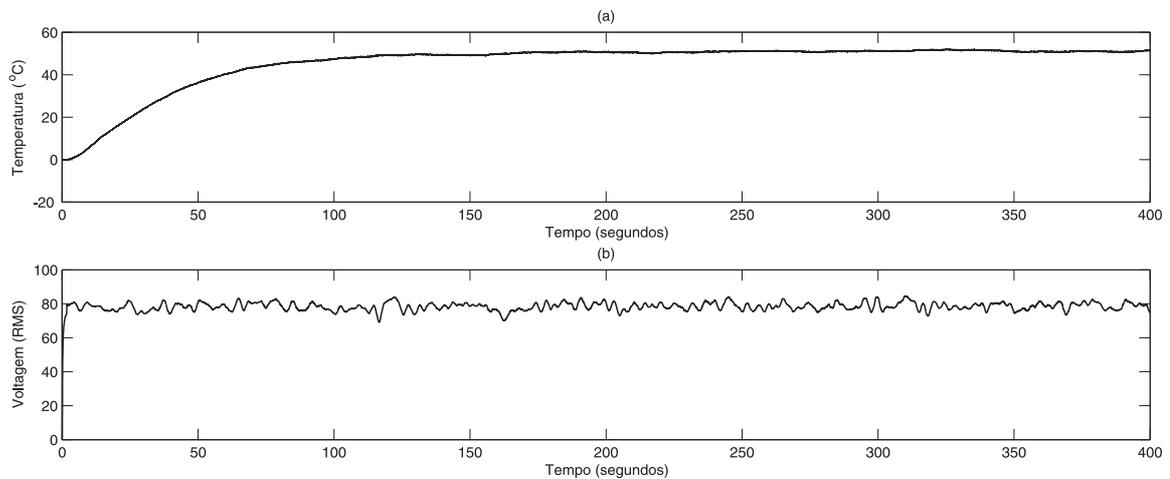


Fig. 5.19: Resposta ao degrau do processo térmico.

A partir da resposta ao degrau, Fig. 5.19(a), encontram-se duas quantidades: a constante de tempo ($\tau = 38.4$ segundos), que é uma indicação da velocidade de resposta do processo térmico, e o atraso puro de tempo ($t_d = 3.7$ segundos). Para obtenção de um controlador PID, a estratégia de sintonia relaciona os ganhos K_p , K_i e K_d com os valores de τ e t_d da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 K_p &= \frac{1.2}{\tau t_d} \\
 K_i &= \frac{1}{2} K_p = \frac{0.6}{\tau (t_d)^2} \\
 K_d &= 0.5 t_d K_p = \frac{0.6}{\tau}
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

A partir das expressões da Eq. (5.30), calculam-se os parâmetros α , β e δ do controlador PID Ziegler-Nichols, mostrados na Tab. 5.12.

Tab. 5.12: Ganhos do controlador PID Ziegler-Nichols.

| α | β | δ |
|-----------|-----------|----------|
| 0.9275732 | -1.846671 | 0.919117 |

A Fig. 5.20 mostra o desempenho do controlador PID Ziegler-Nichols implementado na plataforma de controle em tempo real.

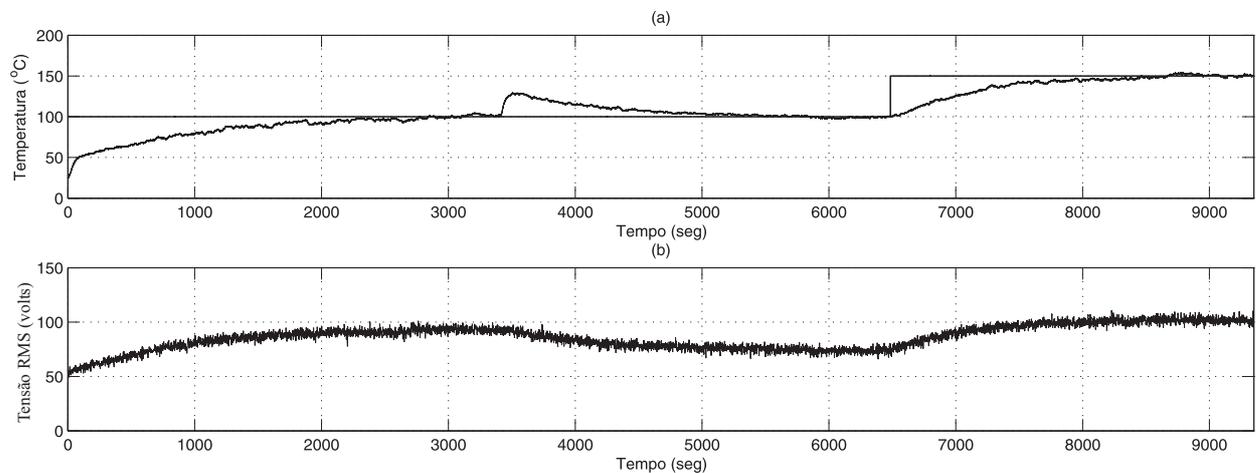


Fig. 5.20: Desempenho do controlador PID digital Ziegler-Nichols. (a) Rastreamento do sinal de referência (set point) para o controlador PID digital Ziegler-Nichols. (b) Ação de controle para o controlador PID digital Ziegler-Nichols.

5.6 Conclusões

Neste capítulo, apresentou-se o desenvolvimento e a implementação de estratégias de controle robusto para controle de temperatura de um processo térmico baseada na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, tendo como critério de projeto as especificações de robustez de margens de ganho e de fase obtidas sobre essa *Resposta*. Desenvolveram-se dois tipos de projetos de controladores robustos para o processo térmico: projeto de controle PID digital clássico, baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*; e projeto de controle PID digital nebuloso, baseado na *Resposta em Frequência Nebulosa (RNF)*. Comparam-se os desempenhos dos projetos de controle robustos, baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* com um projeto de controle clássico Ziegler Nichols, em que se observa a eficiência da metodologia proposta em se projetar controladores robustos.

Capítulo 6

Considerações Finais

6.1 Conclusões

Neste trabalho de tese, uma metodologia nebulosa robusta para estimação da resposta em frequência de sistemas dinâmicos incertos, baseada em dados experimentais, é considerada. Dois aspectos fundamentais são tratados: a modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos, bem como o projeto e implementação de controladores robustos para esses sistemas, baseados na *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*.

Preliminarmente, apresentou-se, no capítulo 2, um estudo básico sobre os sistemas dinâmicos incertos, tendo em vista que tais sistemas foi o escolhido para se trabalhar nesta tese. Neste estudo, destacou-se que o mundo real é complexo para ser descrito precisamente, fato que atraiu atenção. Dessa forma, ressalta-se que é conveniente representá-lo por meio de um modelo matemático (modelo nominal), juntamente com as incertezas em torno deste. Mostrou-se então a classificação dessas incertezas em duas categorias: sinais de perturbação e perturbações dinâmicas; seguidos das principais fontes de incertezas, provenientes de variações paramétricas, dinâmicas não modeladas, atrasos puros de tempo, não-linearidades, entre outras. Observou-se, portanto, que essas incertezas podem afetar negativamente a estabilidade e o desempenho de um sistema de controle. Traz-se, nesta conclusão, um exemplo ilustrativo singelo para enfatizar o problema. Considere um determinado sistema dinâmico incerto que apresenta uma incerteza paramétrica, $\nu = [1; 3]$, e uma não-linearidade senoidal, $\sin[x(t)]$, representado pela Eq. 6.1,

$$\dot{x}(t) + \nu \sin[x(t)] = r(t). \quad (6.1)$$

Este sistema, a priori estável para certas entradas, pode tornar-se instável quando o parâmetro incerto varia e diferentes entradas são aplicadas. A Fig. 6.1 mostra o comportamento do sistema dinâmico incerto, considerando apenas a condição inicial do parâmetro incerto ($\nu = 1$) e a aplicação de diferentes amplitudes de entradas degraus. (a) Entrada degrau unitário, $r(t) = 1$, resulta em sistema estável. (b) Entrada degrau, $r(t) = 2$, resulta em sistema instável.

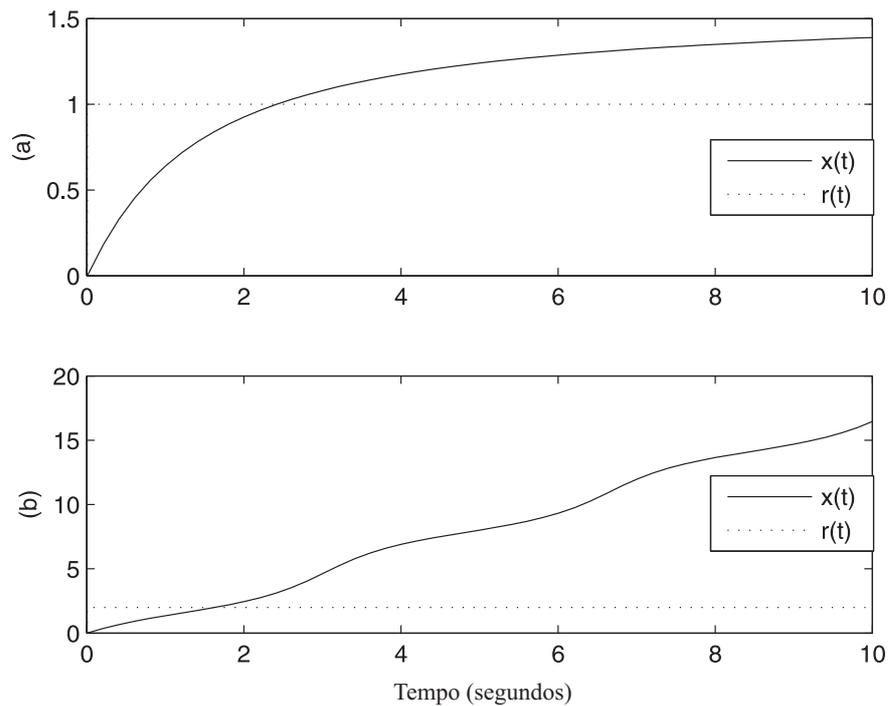


Fig. 6.1: Comportamento do sistema dinâmico incerto $\dot{x}(t) + \nu \sin[x(t)] = r(t)$: (a) estável; (b) instável.

Concluí-se então que os sistemas dinâmicos reais geralmente exibem algum tipo de incerteza e, como visto no exemplo apresentado anteriormente, essas incertezas afetam negativamente a estabilidade e/ou desempenho do sistema. Assim, a modelagem dos sistemas dinâmicos incertos apresentou-se, nesta tese, como uma tarefa desafiadora, especialmente quando se propôs a analisar e projetar controladores robustos.

Após pesquisa bibliográfica sobre a modelagem de sistemas dinâmicos incertos, percebeu-se que os métodos convencionais têm limitações em representar esses sistemas, especialmente devido à presença de incertezas (falta de precisão, comportamento fortemente não-linear, características variantes no tempo, etc.), as quais inviabilizam, em muitos casos, a obtenção de um conjunto único de parâmetros que garantam, a um único modelo, uma representação fiel do sistema. Dessa forma, apresentou-

se, no no capítulo 3, a modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos, através de técnicas de identificação e da utilização de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS), como uma alternativa eficaz na descrição dos sistemas dinâmicos incertos. Várias vantagens foram destacadas com esse processo de modelagem, tais como: tradução, em termos matemáticos, da informação imprecisa, por meio de um conjunto de regras linguísticas; incorporação diretamente das incertezas na modelagem; ao contrário dos métodos convencionais que utilizam um único modelo na representação do sistema, seccionou-se o sistema dinâmico incerto em vários sub-modelos, baseados em regiões de operação (incertezas), sendo organizados esses sub-modelos numa única estrutura de modelo, de forma a representar a dinâmica do sistema original; transição suave entre os sub-modelos; transparência na análise e no projeto de controladores. Como desvantagem, pode-se indicar, em alguns casos, a necessidade da realização de ajustes finos ao final da identificação nebulosa de sistemas.

Após a modelagem nebulosa de sistemas dinâmicos incertos e inspirado na definição clássica de resposta em frequência, exibiu-se, no capítulo 4, uma formulação para a obtenção da resposta em frequência de modelos dinâmicos nebulosos Takagi-Sugeno (TS), que foi desenvolvida através dos conceitos e propriedades da Função de Resposta em Frequência (FRF), obtida a partir da Transformada Discreta de Fourier (TDF) dos dados experimentais de entrada/saída do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS). Concluiu-se que a resposta do modelo dinâmico nebuloso Takagi-Sugeno (TS), o qual representa o sistema dinâmico incerto, a uma excitação senoidal será periódica, mas não necessariamente senoidal. No capítulo 4, também apresentou-se um *Teorema*, que se considera como a principal contribuição desta tese. Nesse *Teorema*, demonstrou-se que a representação gráfica da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* é uma família de respostas em frequências, de módulo e de fase, no domínio da frequência. Como consequência do *Teorema*, definiu-se a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* como uma região (faixa) nos gráficos de Bode de módulo e fase. Comparou-se a metodologia proposta nesta tese para a obtenção da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, com a metodologia apresentada por A. Klimke, 2006 [79], utilizando como referência o gráfico de Bode do módulo. De acordo com a Fig. 6.2, constatou-se a imprecisão do método em A. Klimke, 2006 [79] em estimar a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, quando se percebe que a *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, obtida pela metodologia proposta na tese, compreende toda a resposta em frequência do sistema dinâmico incerto em detrimento ao método em A. Klimke, 2006 [79].

A partir da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)*, foram apresentados, no capítulo 5, resultados experimentais obtidos através do projeto e da implementação, numa plataforma de controle em tempo real, de controladores robustos para sistemas dinâmicos incertos, tendo como critério de projeto as especificações de robustez de margens de ganho e de fase obtidas sobre essa *Resposta*. Os resultados experimentais demonstraram a eficiência da metodologia na análise e/ou no projeto de controladores robustos aplicados a sistemas dinâmicos reais.

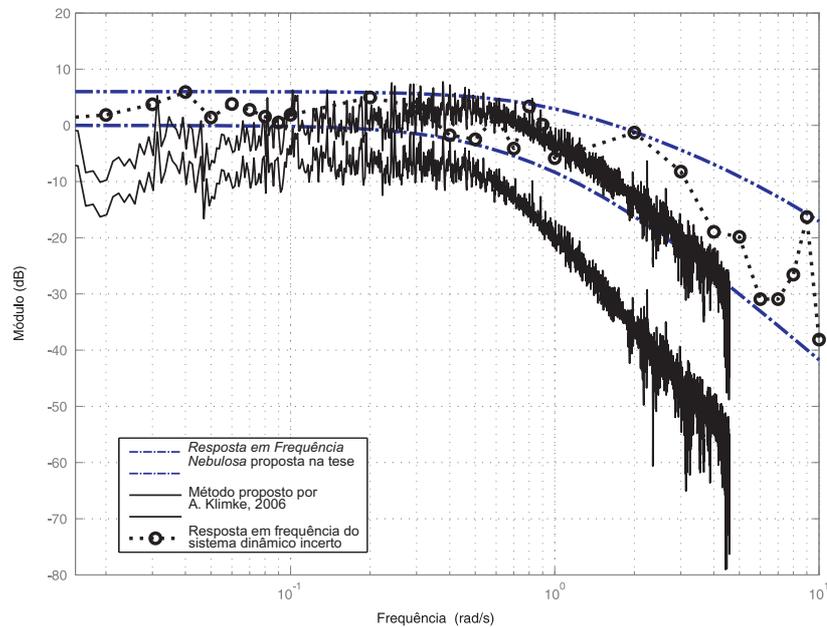


Fig. 6.2: Análise comparativa entre a metodologia proposta na tese para obtenção da *Resposta em Frequência Nebulosa (RFN)* e o método proposto por A. Klimke, 2006 em [79].

6.2 Propostas Futuras

Diante dos aspectos expostos, algumas extensões e problemas em aberto, relacionadas à *Metodologia Nebulosa Robusta para Estimação da Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos* propostas nesta tese, são apresentadas a seguir:

- Extensão da *Metodologia Nebulosa Robusta para Estimação da Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos* no contexto multivariável;
- Aplicação da *Metodologia Nebulosa Robusta para Estimação da Resposta em Frequência de Sistemas Dinâmicos Incertos* no contexto adaptativo;
- Extensão da formulação da *Metodologia Nebulosa Robusta para Estimação da Resposta em Frequência* para sistemas dinâmicos não-lineares;
- Aplicação de outras técnicas de projeto de controle robusto baseada na *Resposta em Frequência Nebulosa*;

Referências Bibliográficas

- [1] ABDOLLAHI, A.; MATINFAR, F. Frequency Estimation: A Least-Squares New Approach, *IEEE Trans. Fuzzy Systems* 26, p. 790-798, 2011.
- [2] AGUIRRE, L. A. Controllability and observability of linear systems: somenoninvariant aspects. *IEEE Transactions on Education*, 38 (1), p.33-39, 1995.
- [3] AGUIRRE, L. A. Introdução à identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais, 3 ed. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2007.
- [4] ALKHATIB, H; DUVEAU, Jean Dynamic genetic algorithms for robust design of multimachine power system stabilizers. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. (45), p. 242-251, 2013.
- [5] ALMEIDA, J. L. A. Dispositivos Semicondutores: Tiristores - Controle de Potência em C.C e C.A, 12 ed., Érica, 2009.
- [6] ALSELMO, Pérez S. Una introducción a la computación evolutiva. Disponível em: <<http://www.geocities.com/igoryepes/spanish.zip>>. Acesso em: Setembro de 2000.
- [7] ARROYO, J. M.; FERNÁNDEZ, F. J. Application of a genetic algorithm to n-K power system security assessment. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. (49), p. 114-121, 2013.
- [8] ATHERTON, D. P. A describing function approach for the evaluation of fuzzy logic control. In: *Proc. American Control Conference*, p. 765-766, 1993.
- [9] AYALA, H. V. H.; COELHO, L. S. Tuning of PID controller based on a multiobjective genetic algorithm applied to a robotic manipulator. *Expert Systems with Applications*. (39), p. 8968-8974, 2012.
- [10] BABUŠKA, Robert. Fuzzy Modeling for Control. *Kluwer Academic Publishers*, 1998.

- [11] BARBOSA, H. J. C. Algoritmos genéticos para otimização em engenharia: uma introdução. In: *IV Seminários sobre Elementos Finitos e Métodos Numéricos em Engenharia*, 1996, Juiz de Fora, MG. Anais. . . [S.l.: s.n.], 1996.
- [12] BARTLETT, A. C.; TESI, A.; VICINO, A. Frequency response of uncertain systems with interval plants. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38, p. 929-933, 1993.
- [13] BEZDEK, J. C. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms, New York: Plenum Press, 1981.
- [14] BOUALLÈGUE, S. et al. PID-type fuzzy logic controller tuning based on particle swarm optimization. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol. 25, p. 484-493, 2012.
- [15] BITTER, R.; MOHIUDDIN, T.; NAWROCKI, M. LabVIEW: Advanced Programming Techniques, 2th edition, 2006.
- [16] BODE, H. W. Feedback amplifier design. *Bell Systems Technical Journal*, 19, p. 42, 1940.
- [17] BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. Time Series Analysis Forecasting and Control. *Hoden-Day*, San Francisco, 1976.
- [18] CAI, Kai-Yuan; ZHANG, Lei. Fuzzy Reasoning as a Control Problem. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. (16) p. 600-614, 2008.
- [19] CHA, Young-Jin et al. Multi-objective genetic algorithms for cost-effective distributions of actuators and sensors in large structures. *Expert Systems with Applications*. (39), p. 7822-7833, 2012.
- [20] CHEN, Bor-Sen; LEE, Ching-Hsiang; CHANG, Yeong-Chan. H- ∞ tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: adaptive fuzzy approach *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, (4), p. 32-43, 1996.
- [21] CHEN, Shinn-Horng; HO, Wen-Hsien; CHOU, Jyh-Horng. Robust Controllability of T-S Fuzzy-Model-Based Control Systems With Parametric Uncertainties. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. (17) p. 1324-1335, 2009.
- [22] CHIEN, Yi-Hsing et al. Robust Adaptive Controller Design for a Class of Uncertain Nonlinear Systems Using Online T-S Fuzzy-Neural Modeling Approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*. (41) p. 542-552, 2011.

- [23] CHOI, Han Ho. Robust Stabilization of Uncertain Fuzzy-Time-Delay Systems Using Sliding-Mode-Control Approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. (18) p. 979-984, 2010.
- [24] CHUN-CHANG, H; DING, S. X.; GUAN, Xin-Ping. Robust controller design for uncertain multiple-delay systems with unknown actuator parameters. *Automatica*, Vol. 48, p. 211-218, 2012.
- [25] COSTA Jr, Ilaim. Introdução aos algoritmos genéticos. In: *VII Escola de Informática da SBC Regional Sul*, 1999. Anais ... [S.l.: s.n.], 1999.
- [26] DANESHFAR, F.; BEVRANI, H. Multiobjective design of load frequency control using genetic algorithms. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. (42), p. 257-263, 2013.
- [27] DAVIS, L. D. Handbook of genetic algorithms. [S.l.]: Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [28] DOYLE, J. C.; STEIN, G. Multivariable feedback design: concepts for a classical/ modern synthesis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 25 (1), 1981.
- [29] DORF, R. C.; BISHOP, R. H. Modern Control Systems, Prentice Hall, 2008.
- [30] DUDA, R. O.; HART, P. E. Pattern Classification and Scene Analysis, John Wiley & Sons, 1973.
- [31] DUNN, J. C. A fuzzy relative of the ISODATA process and its use in detecting compact well-separated clusters. *Journal of Cybernetics*, 3, p. 32-57 668-682, 1974.
- [32] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Methodology for Frequency Response Estimation of Uncertain Dynamic Systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol.22, p. 959-980, 2012.
- [33] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response: Proposal and Application for Uncertain Dynamic Systems. *International Journal Engineering Applications of Artificial Intelligence*, Vol.24, p. 1186-1194, 2011.
- [34] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. A Novel Methodology for Fuzzy Frequency Response Estimation of Uncertain Dynamic Systems. *Fuzzy Sets and Systems*. No prelo.
- [35] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response for Stochastic Linear Parameter Varying Dynamic Systems. In: MYERS, Chris. (Ed.). *Stochastic Control*, Croatia: Sciyo, 2010. p. 217-234.

- [36] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. An Approach for Fuzzy Frequency Response Estimation of Flexible Robot Arm From Experimental Data. In: *IEEE International Conference on Industrial Technology (IEEE ICIT)*, Kos Island, Greece, marc. 2012.
- [37] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Method For Frequency Response Estimation of Aerospace Structures From Experimental Data. In: *7th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (IEEE ICIEA)*, Singapore, jul. 2012.
- [38] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response Estimation: a case study for the pH neutralization process. In: *IEEE World Congress on Computational Intelligence (IEEE WCCI)*, Brisbane, Australia, jun. 2012.
- [39] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Estimacão de Incertezas Dinâmicas na Vibraco de Estruturas Mecânicas via Resposta em Frequência Nebulosa. In: *7º Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM)*, São Luís-MA, Brasil, jul. 2012.
- [40] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Metodologia Fuzzy para Estimacão da Resposta em Frequência a partir de Dados Experimentais: um estudo de caso para o Processo de Neutralizaco de pH. In: *XIX Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, Campina Grande-PB, Brasil, set. 2012.
- [41] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O.; SANTOS, R.J.M. Controle Ótimo Nebuloso com Alocaco de Pólos para Sistemas Dinâmicos Não-lineares no Espaço de Estados. In: *XIX Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, Campina Grande-PB, Brasil, set. 2012.
- [42] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response Estimation From Experimental Data: Definition and Application in Mechanical Structures of Aircraft and Aerospace Vehicles. In: *9th IEEE International Conference on Control & Automation (IEEE ICCA)*, Santiago, Chile, p. 1225-1230, dez. 2011.
- [43] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response for Complex Dynamic Systems. In: *IEEE Multi-Conference on Systems and Control (IEEE MSC)*, Yokohama, Japan, p. 464-469, out. 2012.
- [44] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response: Definition and Analysis for Complex Dynamic Systems. In: *IEEE World Congress on Computational Intelligence (IEEE WCCI)*, Barcelona, Spain, p. 1-8, set. 2010.

- [45] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response Estimation of Nonlinear Dynamic Systems. In: *49th IEEE Conference on Decision and Control (IEEE CDC)*, Atlanta, Georgia-USA, dez. 2010.
- [46] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Estimação da Resposta em Frequência Nebulosa para Sistemas Dinâmicos Não-lineares. In: *XVIII Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, Bonito-MS, Brasil, set. 2010.
- [47] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Estimação da Resposta em Frequência Nebulosa para Sistemas Dinâmicos Incertos. In: *XVIII Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*, Bonito-MS, Brasil, set. 2010.
- [48] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Frequency Response for Uncertain Dynamic Systems. In: *7th IFAC International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (IFAC ICINCO)*, Funchal, Madeira, Portugal, jun. 2010.
- [49] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Fuzzy Methodology for Frequency Response Estimation of Nonlinear Dynamic Systems. In: *IEEE International Symposium on Industrial Electronics (IEEE-ISIE)*, Bari, Italy, jun. 2010.
- [50] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O.; SANTOS, R.J.M. Modelagem Nebulosa Takagi-Sugeno no Espaço de Estados: Estudo de Caso Aplicado a um Manipulador Robótico. In: *Congresso Brasileiro de Sistemas Fuzzy (CBSF)*, Sorocaba-SP, Brasil, nov. 2010.
- [51] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O.; SANTOS, R.J.M. Formulation, Analysis and Validation of Takagi-Sugeno Fuzzy Modeling For Robotic Manipulators. In: *World Academy of Science, Engineering and Technology*, Yokohama, Japan, vol.70, p. 130-135, out. 2010.
- [52] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O.; SILVA, J.A. Development Method for a Robust PID Fuzzy Controller of LPV Systems. In: *IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZY-IEEE)*, Jeju Island, Korea, p. 826-830, agos. 2009.
- [53] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Parallel Distributed Compensation Based Robust Fuzzy Control. In: *IEEE Symposium on Industrial Electronics & Applications (IEEE ISIEA)*, Kuala Lumpur, Malaysia, p. 795-800, agos. 2009.
- [54] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Análise e Projeto de Controle Nebuloso Robusto Para Sistemas Não-Lineares com Atraso. In: *IX Congresso Brasileiro de Redes Neurais/Inteligência Computacional (CBRN)*, Ouro Preto-MG, Brasil, out. 2009.

- [55] FERREIRA, C.C.T.; SERRA, G.L.O. Takagi-Sugeno Fuzzy Control Method for Nonlinear Systems. In: *IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation (IEEE CIRA)*, Daejeon, Korea, agos. 2009.
- [56] FERNANDES, F. S. Identificação por predição de erro e síntese de controladores robustos. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brasil, 2006.
- [57] FRANKLIN, G. F. et al. *Feedback Control of Dynamic Systems*, 3 ed. Addison-Wesley, 1993.
- [58] GANAPATHY, S. et al. A Novel Weighted Fuzzy C-Means Clustering Based on Immune Genetic Algorithm for Intrusion Detection. *Procedia Engineering*. (38), p. 1750-1757, 2012.
- [59] GEYER-SCHULTZ, A. *Fuzzy rule-based expert systems and genetic machine learning*. Heidelberg: Physica-Verlag, 1997.
- [60] GOOIJER, J. et al. Methods for Determining the Order of an Autoregressive-Moving Average Process: A Survey. *International Statistical Review/Revue Internationale de Statistique*, 53 (3), p. 301-329, 1985.
- [61] GOLDBERG, D. E. *Genetic algorithms in search, optimization & machine learning*. [S.l.]: Addison-Wesley, 1989.
- [62] GOMIDE, F.; PINHEIRO, C. Controle Neural de Sistemas Não-Lineares por Resposta em Frequência. In: *Proc. of the IV Brazilian Conference on Neural Networks*, p. 031-035, São José dos Campos-SP, 1999.
- [63] GUO, S. Stability analysis and design of time-delay uncertain systems using robust reliability method. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, (22), p. 493-499, 2011.
- [64] GU, Da-Wei; PETKOV, P. H.; KONSTANTINOV, M. M. *Robust Control Design with MATLAB*, 2005.
- [65] HARTMANN, B. et al. Supervised Hierarchical Clustering in Fuzzy Model Identification. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, (19), p. 1163-1176, 2011.
- [66] HAUPT, R. L.; HAUPT, S. E. *Practical Genetic Algorithms*. 2nd ed., A Wiley-Interscience publication, 2004.
- [67] HAVENS, T. C. Fuzzy c-Means Algorithms for Very Large Data *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, (20), p. 1130-1146, 2012.

- [68] HO, W. H.; TSAI, J. T.; CHOU, J. H. Robust-stable and quadratic-optimal control for TS-fuzzy-model-based control systems with elemental parametric uncertainties. *Control Theory & Applications, IET*. (1) pp. 731-742, 2007.
- [69] HOLLAND, J. Adaptation in natural and artificial systems. *Ann Arbor*: Univ. of Michigan Press, 1975.
- [70] HOUGEN, J. O. Measurements and control applications for practicing engineers. *Cahners Books*, Massachussets, U.S.A., 1972.
- [71] HUANG, H.; HO, D. W. C. Delay-dependent robust control of uncertain stochastic fuzzy systems with time-varying delay. *Control Theory & Applications, IET*. (1) p. 1075-1085, 2007.
- [72] HUANG, Cheng-Hao; WANG, Wen-June; CHIU, Chih-Hui. Design and Implementation of Fuzzy Control on a Two-Wheel Inverted Pendulum. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, (58), p. 2988-3001, 2011.
- [73] HU, Y.; WU, D.; NUCCI, A. Fuzzy-Clustering-Based Decision Tree Approach for Large Population Speaker Identification *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, (21), p. 762-774, 2013.
- [122] IOANNOU, P. A.; SUN, J. Robust Adaptive Control, Prentice Hall, 1996.
- [75] ISLAM, S.; LIU, P. X. Robust Adaptive Fuzzy Output Feedback Control System for Robot Manipulators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*. (16) p. 288-296, 2011.
- [76] JAMES, H. M.; NICHOLS, N. B.; PHILLIPS, R. S. Theory of servomechanisms. Vol. 25 of MIT Radiation Laboratory Series. New York: McGraw-Hill, 1947.
- [77] JANSSON, H. Experiment design with applications in identification for control. 2004. Tese (*Doutorado*) - Royal Institute of Technology (KTH), Sweden, 2004.
- [78] JAIN, A. K.; DUBES, R. C. Algorithms for Clustering Data, Prentice Hall, 1988.
- [79] KLIMKE, A.; NUNES, R. F.; ARRUDA, J. R. F. On estimating frequency response function envelopes using the spectral element method and fuzzy sets, *Journal of Sound and Vibration*, 291, p. 986-1003, 2006.
- [82] JUANG, J. N. Applied System Identification, Prentice-Hall, 1994.

- [81] JR, A. P. S. Determination of Aircraft Response Characteristics in Approach/Landing Configuration for Microwave Landing System Program, Report FT-61R-73, Naval Air Test Center, Patuxent River, MD, 1973.
- [82] JUANG, J. N. Applied System Identification: Prentice-Hall, 1994.
- [83] KARRAY, F.; C., de Silva. Soft computing and intelligent system design. Boston: Addison Wesley, 2004.
- [84] KWON, O. M.; PARK, J. H.; LEE, S. M. An Improved Delay-Dependent Criterion for Asymptotic Stability of Uncertain Dynamic Systems with Time-Varying Delays. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 145, p. 343-353, 2010.
- [85] KUSLJEVIC, M. D. A simple recursive algorithm for frequency estimation. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 53, p. 335-340, 2004.
- [86] KLIR, G; YUAN, B. Fuzzy sets and fuzzy logic: theory and applications: Prentice Hall, 1995.
- [87] LARSEN, R. W. LabVIEW for Engineers, Prentice Hall, 2011.
- [88] LEE, H. J.; PARK, J. B.; CHEN, G. Robust Fuzzy Control of Nonlinear Systems with Parametric Uncertainties. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. (9) p. 369-379, 2001.
- [89] LJUNG, L. System Identification: Theory for the User. 2 ed. New Jersey: Prentice-Hall, 1999.
- [90] LI, Chaoshun et al. T-S Fuzzy Model Identification With a Gravitational Search-Based Hyperplane Clustering Algorithm *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, (20), p. 305-317, 2012.
- [91] LI, J. et al. Dynamic parallel distributed compensation for Takagi-Sugeno fuzzy systems: An LMI approach *Information Sciences*, (123), p. 201-221, 2000.
- [92] LI, Shih-Yu; GE, Zheng-Ming. Fuzzy Modeling and Synchronization of Two Totally Different Chaotic Systems via Novel Fuzzy Model. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, Vol. 41, p. 1015-1026, 2011.
- [93] LI, Tzue-Hseng S. et al. Robust H_∞ Fuzzy Control for a Class of Uncertain Discrete Fuzzy Bilinear Systems *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B*, (38), 2008.
- [94] LINDA, O.; MANIC, M. General Type-2 Fuzzy C-Means Algorithm for Uncertain Fuzzy Clustering *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, (20), p. 883-897, 2012.

- [95] LINDQVIST, K.; HJALMARSSON, H. Identification for control: Adaptive input design using convex optimization. In: *IEEE Conference on Decision and Control*, Orlando, Florida, USA, 2001.
- [96] LJUNG, L. System identification - Theory for the user *Prentice-Hall International*, New Jersey, 1987.
- [97] MACIEJOWSKI, J. M. Multivariable feedback design, New York: Addison-Wesley, 1989.
- [98] MAMDANI, E. H. Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic systems. *Fuzzy Sets and Systems*. (26) p. 1182-1191, 1977.
- [99] MENDES, E. M. A. M.; BILLINGS, S. A. An alternative solution to the model structure selection problem. *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, 31 (6), p. 597-608, 2001.
- [100] MELANIE, M. An Introduction to Genetic Algorithms. England: Massachusetts Institute of Technology, 1999.
- [101] MICHALEWICZ, Z. Genetic algorithms + data structures = evolution programs. Berlin: Springer-Verlag, 1999.
- [102] MITRA, S.; AMIT, M. A genetic algorithms based technique for computing the nonlinear least squares estimates of the parameters of sum of exponentials model. *Expert Systems with Applications*. (39), p. 6370-6379, 2012.
- [103] MUSTAFA, D.; GLOVER, K. Controller reduction by H_∞ balanced truncation. *IEEE Transactions on automatic control*, 36 (6), p. 668-682, 1991.
- [104] National Instruments. *NI LabVIEW for CompactRIO Developer's Guide*, 2012.
- [105] NTAGWIRUMUGARA, Etienne et al. Analysis of Frequency Response of IDT/ZnO/Si SAW Filter Using the Coupling of Modes Model, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* 54, 2007.
- [106] NYQUIST, H. Regeneration theory. *Bell Systems Technical Journal*, 1932.
- [107] OPPENHEIM, Alan V., WILLSKY, A. S., HAIMD, S. Signals and Systems. 2nd Edition: Prentice Hall, 1998.
- [108] PÉREZ, P. A.; SALA, A. Multivariable control systems: an engineering approach, Springer, 2004.

- [109] PEDRYCZ, W. An identification algorithm in fuzzy relational systems. *Fuzzy Sets and Systems*. (13) p. 153-167.
- [110] POPA, Rustem. Genetic Algorithms in Applications: In-Tech, 2012.
- [111] QI, Ruiyun et al. Adaptive Control Schemes for Discrete-Time T-S Fuzzy Systems With Unknown Parameters and Actuator Failures. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, Vol. 20, p. 471-486, 2012.
- [112] SERPA, Alberto Luiz. Controle de Sistemas em Tempo Contínuo. São Paulo: UNICAMP, 2007.
- [113] SERRA, G. L. O. Propostas de Metodologias para Identificação e Controle Inteligentes. 2005. 127 f. Tese (*Doutorado em Engenharia Elétrica*) - Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas-SP, 2005.
- [114] SERRA, G. L. O.; BOTTURA, C. P. Multiobjective Evolution Based Fuzzy PI Controller Design for Nonlinear Systems. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 19 (2), p. 157-167, 2006.
- [115] SERRA, G. L. O.; BOTTURA, C. P. Fuzzy instrumental variable approach for nonlinear discrete-time systems identification in a noisy environment. *Fuzzy Sets and Systems*. 160, p. 500-520, 2009.
- [116] SHAHNAZI, R.; AKBARZADEH-T, M. R. PI Adaptive Fuzzy Control With Large and Fast Disturbance Rejection for a Class of Uncertain Nonlinear Systems. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. (16) p. 187-197, 2008.
- [117] SHOJAEI, K.; SHAHRI, A. M. Adaptive robust time-varying control of uncertain non-holonomic robotic systems. *IET Control Theory & Applications*, (6), p. 90-102, 2012.
- [118] SILVA, G. V. M. Controló Não Linear. EST Setúbal/IPS, 2003.
- [119] SÖDERSTRÖM, T.; STOICA, P. System Identification, Prentice-Hall, 1989.
- [120] STEURER, M.; HRIBERNIK, W. Frequency Response Characteristics of a 100MJ SMES Coil-Measurements and Model Refinement, *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, 15, 2005.
- [121] SUGENO, M.; YASUKAWA, T. A fuzzy-logic based approach to qualitative modeling. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1, p. 7-31, 1993.

- [122] SUN, J.; IOANNOU, P. A. Robust Adaptive Control, Prentice Hall, 1996.
- [123] SUN, Y.; FENG, G.; CAO, J. A New Approach to Dynamic Fuzzy Modeling of Genetic Regulatory Networks. *IEEE Transactions on NanoBioscience*, Vol. 9, p. 263-272, 2011.
- [124] SMITH, S.; NOKLEBY, B.; COMER, D. A computational approach to fuzzy logic controller design and analysis using cell state space methods. In Kandel and Langholz (Eds.) *Fuzzy Control Systems*, p. 397-427, 1994.
- [125] TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Trans. Syst. Man. Cyber*, 15 (1), p. 116-132, 1985.
- [126] TANAKA, K., WANG, H. O.; IKEDA, T. Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. 6 (2), p. 250-256, 1998.
- [127] TANAKA, H.; UEJIMA, S.; ASAI, K. Linear regression analysis with fuzzy model. *IEEE Trans. Systems Man and Cybernetic*, 12 (6), p. 903-907, 1982.
- [128] TESLIC, L. et al. Nonlinear System Identification by Gustafson-Kessel Fuzzy Clustering and Supervised Local Model Network Learning for the Drug Absorption Spectra Process. *IEEE Transactions on Neural Networks*, (22), p. 1941-1951, 2011.
- [129] TUAN, H. et al. New Fuzzy Control Model and Dynamic Output Feedback Parallel Distributed Compensation. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, (12), 2004.
- [130] TSENG, Chung-Shi; CHEN, Bor-Sen. Robust Fuzzy Observer-Based Fuzzy Control Design for Nonlinear Discrete-Time Systems With Persistent Bounded Disturbances. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, (17), p. 711-723, 2009.
- [131] TZAFESTAS, S. G. Applied Digital Control. North-Holland Systems and Control Series, Vol. 7, 1985.
- [132] VEGTE, John Van de. Feedback Control Systems. 3 ed. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [133] VON Altrock, C. Fuzzy logic technologies in automotive engineering. In: *IEEE Proceedings of WESCON*, Anaheim, p. 27-29, 1994.
- [134] VU, L.; LIBERZON, D. Supervisory Control of Uncertain Linear Time-Varying Systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, (56), p. 27-42, 2011.

- [135] YU, Gwo-Ruey; WANG, Shun-Min. Robust fuzzy control for inverted pendulum with model uncertainty and output constraint via LMI stability analysis. *International Conference on Fuzzy Theory and its Applications (iFUZZY)*, p. 18-23, 2012.
- [136] YI, S.; CHUNG, M. Identification of fuzzy relational model and its application to control. *Fuzzy Sets and Systems*. (59) p. 25-33, 1993.
- [137] ZADEH, L. Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8, p. 333-353, 1965.
- [138] ZADEH, L. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision process. *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetic 1*. p. 28-44, 1973.
- [139] ZAMES, G. The Legacy of George Zames. *IEEE Transactions on automatic control*, 43 (5), p. 590-595, 1998.
- [140] ZHANG, Y.; CHAI, T.; WANG, H. A Nonlinear Control Method Based on ANFIS and Multiple Models for a Class of SISO Nonlinear Systems and Its Application. *IEEE Transactions on Neural Networks*, Vol. 22, p. 1783-1795, 2011.
- [141] ZHANG, J.; WANG, X. Adaptive control for a class of nonlinear uncertain dynamical systems with time-varying. In: *10th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, p. 2171-2176, 2012.
- [142] ZHOU, Tong. Frequency response estimation for NCFs of an MIMO plant from closed-loop time-domain experimental data. *IEEE Transactions on Automatic Control*, p. 38-51, 2006.
- [143] ZIEGLER J. G.; NICHOLS, N. B. Optimum settings for automatic controllers. *Trans. ASME*. 64 (8), p. 759-768, 1942.
- [144] ZIEGLER J. G.; NICHOLS, N. B. Process lags in automatic control circuits. *Trans. ASME*. 65 (5), p. 433-444, 1943.
- [145] ZIMMERMANN, H. J. Fuzzy Set Theory and its Applications. 3 ed., Boston: Kluwer, 1996.
- [146] WAHLBERG, B.; HJALMARSSON, H.; STOICA, P. On the Performance of Optimal Input Signals for Frequency Response Estimation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 57, p. 766-771, 2012.
- [147] WALL, M. G. a C++ library of genetic algorithm components. Massachusetts, EUA: [s.n.], 2000. Disponível em <<http://www.lancet.mit.edu/ga/>>. Acesso em: Agosto de 2000.
- [148] WANG, Li-Xin Wang. A Course in Fuzzy: Systems and Control. USA: Addison-Wesley, 1986.

- [149] WHITLEY, D. A genetic algorithm tutorial. Disponível em <<http://www.geocities.com/igoryepes/ga>> tutorial.zip. Acesso em: Setembro de 2000.
- [150] WILGES, B. et al. Fuzzy Modeling Built Through a Data Mining Process. *IEEE Latin America Transactions*, Vol. 10, p. 1622-1626, 2012.
- [151] WEERASOORIYA, S.; EL-SHARKAWI, M. A. Identification and control of a DC motor using back-propagation neural networks. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 6 (4), 1991.
- [152] WU, J. et al. A Generalization of Distance Functions for Fuzzy c-Means Clustering With Centroids of Arithmetic Means *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, (20), p. 557-571, 2012.

Apêndice A

Conceitos Básicos da Teoria de Conjuntos Nebulosos

Neste apêndice, apresentam-se as definições e os conceitos fundamentais de *Conjuntos Nebulosos* e de *Lógica Nebulosa*, assim como algumas definições e operações que permitem abordar os mecanismos de inferência, utilizados nesta tese. Para uma leitura mais completa da teoria de *Conjuntos Nebulosos* e de *Lógica Nebulosa*, são indicadas as seguintes referências: Zimmermann, 1996 [145]; Klir & Yuan, 1995 [86].

A.1 Conjuntos Nebulosos

A.1.1 Fundamentos

Na teoria clássica dos conjuntos, o conceito de pertinência de um elemento a um conjunto fica bem definido. Dado um conjunto A em um universo X , os elementos deste universo simplesmente pertencem ou não pertencem àquele conjunto. Isso pode ser expresso pela função característica f_A :

$$f_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{se e somente se } x \in A \\ 0, & \text{se e somente se } x \notin A \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

L.A. Zadeh propôs uma caracterização mais ampla, generalizando a função característica de modo que ela pudesse assumir um número infinito de valores no intervalo $[0, 1]$.

Definição A.1: um conjunto nebuloso A sobre um universo (domínio) X é definido por uma função de pertinência $\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$, e representado por um conjunto de pares ordenados

$$A = \{\mu_A(x)/A\} \quad x \in A. \quad (\text{A.2})$$

onde $\mu_A(x)$ indica o quanto x é compatível com o conjunto A . Um determinado elemento pode pertencer a mais de um conjunto nebuloso, com diferentes graus de pertinência.

Definição A.2: um conjunto suporte de um conjunto nebuloso A é o conjunto de elementos no universo X para os quais $\mu_A(x) > 0$. Um conjunto nebuloso, cujo suporte é um único ponto x' com $\mu_A(x') = 1$, é chamado de conjunto unitário nebuloso ou singleton. Assim, um conjunto nebuloso também pode ser visto como o mapeamento do conjunto suporte no intervalo $[0, 1]$, o que implica em expressar o conjunto nebuloso por sua função de pertinência.

Os conjuntos nebulosos podem ser definidos em universos contínuos ou discretos. Se o universo X for discreto e finito, o conjunto nebuloso A é normalmente representado:

- por um vetor contendo os graus de pertinência no conjunto A dos elementos correspondentes de X ;
- por meio da seguinte notação (que não deve ser confundida com a soma algébrica):

$$\sum_{i=1}^n = \mu_A(x_i)/x_i. \quad (\text{A.3})$$

Se o universo X for contínuo, emprega-se muitas vezes a seguinte notação (onde o símbolo de integral deve ser interpretado da mesma forma que o da soma no caso de um universo discreto):

$$\int_x = \mu_A(x)/x. \quad (\text{A.4})$$

A.1.2 Variáveis linguísticas

Uma variável linguística é uma variável cujos valores são nomes de conjuntos nebulosos. Por exemplo, a temperatura de um determinado processo pode ser uma variável linguística, assumindo valores *baixa*, *média* e *alta*. Esses valores são descritos por intermédio de conjuntos nebulosos, representados por funções de pertinência, conforme mostra a Fig. A.2.

Generalizando, os valores de uma variável linguística podem ser sentenças em uma linguagem especificada, construídas a partir de termos primários (*alto*, *baixo*, *pequeno*, *médio*, *grande*, *zero*, por exemplo), de conectivos lógicos (*negação não*, *conectivos e* e *ou*), de modificadores (*muito*, *pouco*, *levemente*, *extremamente*) e de delimitadores (como *parênteses*).

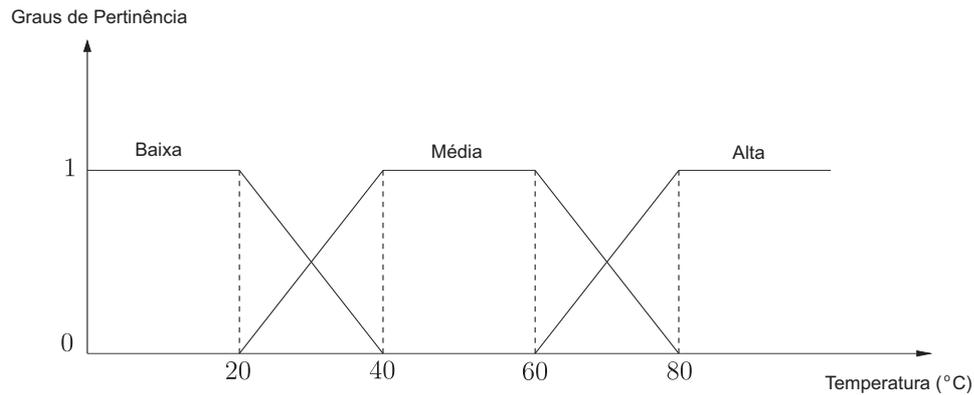


Fig. A.1: Funções de pertinência para a variável temperatura.

A principal função das variáveis linguísticas é fornecer uma maneira sistemática para uma caracterização aproximada de fenômenos complexos ou mal definidos. Em essência, a utilização do tipo de descrição linguística empregada por seres humanos, e não de variáveis quantificadas, permite o tratamento de sistemas que são muito complexos para serem analisados através de termos matemáticos convencionais. Formalmente, uma variável linguística é caracterizada por uma quintupla $(N, T(N), X, G, M)$, onde:

- N : nome da variável;
- $T(N)$: conjunto de termos de N , ou seja, o conjunto de nomes dos valores linguísticos de N ;
- X : universo de discurso;
- G : regra sintática para gerar os valores de N como uma composição de termos de $T(N)$, conectivos lógicos, modificadores e delimitadores;
- M : regra semântica, para associar a cada valor gerado por G um conjunto fuzzy em X .

No caso da variável temperatura da Fig. A.2, ter-se-ia:

- N : temperatura;
- $T(N)$: *baixa, média, alta*;
- X : 0 a 100 °C (por exemplo);
- G : temperatura *não baixa e não muito alta*, por exemplo;
- M : associa o valor acima a um conjunto nebuloso cuja função de pertinência exprime o seu significado.

A.1.3 Funções de Pertinência

As funções de pertinência podem ter diferentes formas, dependendo do conceito que se deseja representar e do contexto em que serão utilizadas. Para exemplificar o quanto o contexto é relevante na definição de funções de pertinência e de sua distribuição ao longo de um dado universo, considere-se a variável linguística estatura (de pessoas), constituída dos seguintes termos: $T(\text{estatura}) = \text{baixa}, \text{média}, \text{alta}$. A esses faz-se corresponder conjuntos nebulosos A , B e C , respectivamente, definidos por suas funções de pertinência. Uma escolha possível de funções de pertinência seria:

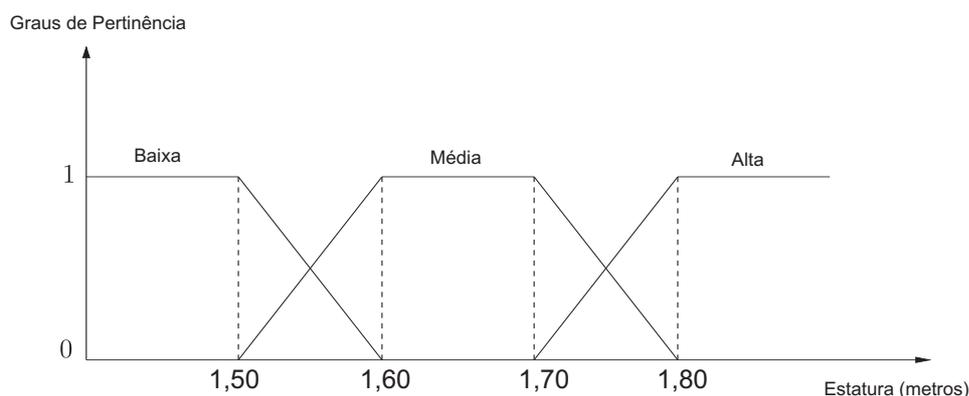


Fig. A.2: Funções de pertinência para a variável estatura.

Na definição acima, estaturas de até 1,50 metros apresentam grau de pertinência igual a 1 no conjunto A ; o grau de pertinência neste conjunto decresce à medida que a estatura aumenta. Considera-se que uma estatura entre 1,60 metros e 1,70 metros é "totalmente compatível" com o conjunto B , ao passo que estaturas acima de 1,75 metros (aproximadamente) apresentam grau de pertinência diferente de zero em C . Pessoas com estatura acima de 1,80 metros são "definitivamente" altas.

Além disso, diferentes pessoas, ou grupos de pessoas, podem ter noções distintas a respeito das estaturas de seus semelhantes. Um escandinavo provavelmente utilizaria funções de pertinência diferentes daquelas escolhidas por um representante de uma tribo de pigmeus, ou as distribuiria de outra forma ao longo do universo. Ou seja, o contexto é particularmente relevante quando da definição de funções de pertinência.

Funções de pertinência podem ser definidas a partir da experiência e da perspectiva do usuário, mas é comum fazer-se uso de funções de pertinência padrão, como, por exemplo, as de forma triangular, trapezoidal e Gaussiana. Em aplicações práticas, as formas escolhidas inicialmente podem sofrer ajustes em função dos resultados observados.

Funções de pertinência contínuas podem ser definidas por intermédio de funções analíticas. No domínio contínuo, conjuntos nebulosos são definidos analiticamente por suas funções de pertinência. Nesta tese, foram utilizadas as seguintes formas de funções de pertinência:

- Função de pertinência na forma de - S

$$\mu(x; a, b) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ 2 \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^2, & a \leq x \leq \frac{a+b}{2} \\ 1 - 2 \left(\frac{x-b}{b-a} \right)^2, & \frac{a+b}{2} \leq x \leq b \\ 1, & x \geq b \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

onde os parâmetros a e b localizam os extremos da porção inclinada da curva.

- Função de pertinência na forma de - Z

$$\mu(x; a, b) = \begin{cases} 1, & x \leq a \\ 1 - 2 \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^2, & a \leq x \leq \frac{a+b}{2} \\ 2 \left(\frac{x-b}{b-a} \right)^2, & \frac{a+b}{2} \leq x \leq b \\ 0, & x \geq b \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

onde os parâmetros a e b localizam os extremos da porção inclinada da curva.

Funções de pertinência descontínuas são compostas de segmentos contínuos lineares, resultando em formas triangulares ou trapezoidais. Funções de pertinência discretizadas consistem de conjuntos de valores discretos, correspondendo a elementos discretos do universo. Por exemplo, se $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, uma representação possível seria:

$$\begin{aligned} \mu_{pequeno}(x) &= \{0, 3; 0, 7; 1; 0, 7; 0, 3; 0; 0\} \\ \mu_{medio}(x) &= \{0; 0; 0, 3; 0, 7; 1; 0, 7; 0, 3\} \\ \mu_{grande}(x) &= \{0; 0; 0; 0, 3; 0, 7; 1\} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

A.1.4 Definições e Operações Básicas

A exemplo do que ocorre com conjuntos ordinários, há uma série de definições e operações envolvendo conjuntos nebulosos. Apresentam-se aqui as mais relevantes para uma abordagem inicial do assunto.

Definição A.3: Um conjunto nebuloso A em X é vazio se e somente se sua função de pertinência é igual a zero sobre todo X :

$$A = \emptyset \quad \text{se e somente se} \quad \mu_A(x) = 0 \quad \forall x \in X. \quad (\text{A.8})$$

Definição A.4: O complemento A' de um conjunto nebuloso é normalmente dado por:

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x \in X. \quad (\text{A.9})$$

Definição A.5: Dois conjuntos nebulosos A e B em X são iguais se suas funções de pertinência forem iguais sobre todo X :

$$A = B \quad \text{se e somente se} \quad \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad \forall x \in X. \quad (\text{A.10})$$

Definição A.6: Um conjunto nebuloso A é um subconjunto de B se sua função de pertinência for menor ou igual à de B sobre todo X :

$$A \subset B \quad \text{se} \quad \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad \forall x \in X. \quad (\text{A.11})$$

Recorde-se que, no caso de conjuntos ordinários, a interseção de dois conjuntos A e B em um universo X , denotada por $A \cap B$, contém todos os elementos pertencentes a A e a B (i.e., $f_{A \cap B} = 1$ se $x \in A$ e $x \in B$ e $f_{A \cap B} = 0$ se $x \notin A$ ou $x \notin B$). A união dos mesmos conjuntos, denotada por $A \cup B$, contém todos os elementos que pertencem a A ou a B . Fazendo-se uso dos operadores minimum (min ou \wedge) e maximum (max ou \vee), as funções características dos conjuntos resultantes (interseção e união) podem ser representadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} f_{A \cap B}(x) &= f_A(x) \wedge f_B(x) \quad \forall x \in X. \\ f_{A \cup B}(x) &= f_A(x) \vee f_B(x) \quad \forall x \in X. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Embora a união e a interseção possam ser descritas também por meio de outros operadores, Zadeh estendeu a descrição acima (com os operadores min e max) para a representação de interseção e união nebulosa, de modo que:

$$\begin{aligned}\mu_{A \cap B}(x) &= \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \quad \forall x \in X. \\ \mu_{A \cup B}(x) &= \mu_A(x) \vee \mu_B(x) \quad \forall x \in X.\end{aligned}\tag{A.13}$$

Zadeh também sugeriu a soma algébrica $[\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x)]$ para a união nebulosa e o produto algébrico $[\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x)\mu_B(x)]$ para a interseção nebulosa. Posteriormente, com o objetivo de generalização, foram definidos operadores de base axiomática, baseados nos conceitos de norma triangular (norma-T) e co-norma triangular (co-norma-T ou norma-S).

Definição A.7: Uma norma-T é uma operação binária $\star : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ tal que, $\forall x, y, z, w \in [0, 1]$, as seguintes propriedades são satisfeitas:

- Comutatividade: $x \star y = y \star x$
- Associatividade: $(x \star y) \star z = x \star (y \star z)$
- Monotonicidade: se $x \leq y, w \leq z$, então $x \star w \leq y \star z$
- Condições de contorno: $x \star 0 = 0$ e $x \star 1 = x$

Definição A.8: Uma co-norma-T, ou norma-S, é uma operação binária $\cup : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, que satisfaz as seguintes propriedades:

- Comutatividade: $x \cup y = y \cup x$
- Associatividade: $(x \cup y) \cup z = x \cup (y \cup z)$
- Monotonicidade: se $x \leq y, w \leq z$, então $x \cup w \leq y \cup z$
- Condições de contorno: $x \cup 0 = x$ e $x \cup 1 = 1$

A bibliografia registra inúmeras normas-T e co-normas-T, mas, em aplicações (principalmente em engenharia), têm sido utilizados preponderantemente os operadores min e produto algébrico para interseção e o operador max para a união.

A.1.5 Propriedades

Utilizando-se os operadores max e min para a descrição da união e interseção nebulosa, respectivamente, é fácil verificar que as seguintes propriedades algébricas de conjuntos ordinários também valem para conjuntos nebulosos:

$$\begin{aligned}
 \text{Involução} & : (A')' = A \\
 \text{Idempotência} & : \begin{cases} A \cap A = A \\ A \cup A = A \end{cases} \\
 \text{Comutatividade} & : \begin{cases} A \cap B = B \cap A \\ A \cup B = B \cup A \end{cases} \\
 \text{Associatividade} & : \begin{cases} (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \\ (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \end{cases} \\
 \text{Distributividade} & : \begin{cases} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{cases} \\
 \text{Absorção} & : \begin{cases} A \cap (A \cup B) = A \\ A \cup (A \cap B) = A \end{cases} \\
 \text{Lei Transitiva} & : \text{se } A \subset B \text{ e } B \subset C \Rightarrow A \subset C \\
 \text{Leis de De Morgan} & : \begin{cases} (A \cap B)' = A' \cup B' \\ (A \cup B)' = A' \cap B' \end{cases} \tag{A.14}
 \end{aligned}$$

Observando que as funções de pertinência dos conjuntos vazio (\emptyset) e universo (X) são definidas como sendo 0 e 1, respectivamente, verificam-se também as seguintes propriedades:

$$\begin{cases} A \cap \emptyset = \emptyset \\ A \cup \emptyset = A \end{cases} \quad e \quad \begin{cases} A \cap X = A \\ A \cup X = X \end{cases} \tag{A.15}$$

As propriedades de conjuntos clássicos $A \cap A' = \emptyset$ e $A \cup A' = X$ não se verificam para conjuntos nebulosos quando os operadores max e min são utilizados:

$$\begin{aligned}
 \mu_{A \cap A'}(x) & = \mu_A(x) \wedge (1 - \mu_A(x)) \neq 0 \quad A \cap A' \neq \emptyset \\
 \mu_{A \cup A'}(x) & = \mu_A(x) \vee (1 - \mu_A(x)) \neq 1 \quad A \cup A' \neq X
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

Observe-se que, em geral, normas-T e co-normas-T não satisfazem as duas leis acima; exceções são o produto limitado $\mu_A(x) \star \mu_B(x) = \max[0, \mu_A(x) + \mu_B(x) - 1]$ e a soma limitada $\mu_A(x) \cup \mu_B(x) = \min[1, \mu_A(x) + \mu_B(x)]$. A distributividade também não é satisfeita para a maioria das normas-T e co-normas-T; exceções são os operadores min e max.

A.1.6 Relações Nebulosas

No caso de conjuntos ordinários, uma relação exprime a presença ou a ausência de uma associação (ou interação) entre elementos de dois ou mais conjuntos. Formalmente, dados dois universos X e Y , a relação R definida em $X \times Y$ é um subconjunto do produto cartesiano do dois universos, de tal forma que $R : X \times Y \rightarrow \{0, 1\}$. Ou seja, se algum $x \in X$ e $y \in Y$ estiverem relacionados, $R(x, y) = 1$; caso contrário, $R(x, y) = 0$. Isso pode ser expresso pela seguinte função característica (ou função de pertinência bivalente):

$$f_R(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{se e somente se } (x, y) \in R \\ 0, & \text{em caso contrário} \end{cases} \quad (\text{A.17})$$

As relações podem ser expressas de forma analítica (para universos infinitos, por exemplo), ou de forma tabular, muito utilizada no caso de universos finitos (e discretos). Essa última forma recebe o nome de matriz relacional, cujos elementos são ou zero ou um.

Relações nebulosas generalizam o conceito de relações e representam o grau da associação entre elementos de dois ou mais conjuntos nebulosos. Exemplos de caráter linguístico seriam: x é muito maior do que y , x está próximo de y . Formalmente, dados dois universos X e Y , a relação nebulosa R é um conjunto nebuloso em $X \times Y$, caracterizada por uma função de pertinência $\mu_R(x, y) \in [0, 1]$, onde $x \in X$ e $y \in Y$.

A interseção e a união de relações nebulosas são definidas de forma similar às mesmas operações com conjuntos nebulosos. Considerando-se duas relações nebulosas R e S , definidas em um mesmo espaço $X \times Y$, as funções de pertinência resultantes são:

$$\begin{aligned} \mu_{R \cap S}(X, Y) &= \mu_R(X, Y) \star \mu_S(X, Y) \\ \mu_{R \cup S}(X, Y) &= \mu_R(X, Y) \cup \mu_S(X, Y) \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Exemplo:

Sejam $X = \{x_1, x_2\} = \{\text{Fortaleza, Florianópolis}\}$, $Y = \{y_1, y_2, y_3\} = \{\text{Porto Alegre, Criciúma, Curitiba}\}$ e R a relação "muito próxima". No caso ordinário, essa relação poderia ser dada pela função característica $f_R(x, y)$ expressa pela seguinte matriz relacional:

| | | y_1 | y_2 | y_3 |
|-------|---------------|--------------|----------|----------|
| | | Porto Alegre | Criciúma | Curitiba |
| x_1 | Fortaleza | 0 | 0 | 0 |
| x_2 | Florianópolis | 1 | 1 | 1 |

No caso de uma relação nebulosa, esta poderia ser dada pela seguinte função de pertinência $\mu_R(x, y)$:

| | | y_1 | y_2 | y_3 |
|-------|---------------|--------------|----------|----------|
| | | Porto Alegre | Criciúma | Curitiba |
| x_1 | Fortaleza | 0.1 | 0.2 | 0.3 |
| x_2 | Florianópolis | 0.8 | 1.0 | 0.8 |

A.1.7 Composição de relações

A composição de relações representa um papel muito importante em sistemas de inferência nebulosos. Considerem-se primeiramente duas relações não-nebulosas $P(X, Y)$ e $Q(Y, Z)$ que têm um conjunto (Y) em comum. A composição dessas duas relações é definida como um subconjunto $R(X, Z)$ de $X \times Z$ tal que $(x, z) \in R$ se e somente se existe pelo menos um $y \in Y$ tal que $(x, y) \in P$ e $(y, z) \in Q$, e é denotada por $R(X, Z) = P(X, Y) \circ Q(Y, Z)$.

Exemplo:

Sejam as relações não-nebulosas definidas pelas seguintes matrizes relacionais:

$$P(X, Y) = \begin{matrix} & y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$Q(Y, Z) = \begin{matrix} & z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ y_1 & \left[\begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right. \\ y_2 & \left. \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right. \\ y_3 & \left. \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 0 \end{array} \right. \\ y_4 & \left. \begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \end{matrix}$$

A composição dessas duas relações será:

$$R(X, z) = \begin{matrix} & z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \\ x_1 & \left[\begin{array}{cccc} 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right. \\ x_2 & \left. \begin{array}{cccc} 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right. \\ x_3 & \left. \begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right] \end{matrix} \quad (\text{A.19})$$

A operação realizada para se obter $R(X, Z)$, Eq. A.19, no exemplo acima, pode ser representada por qualquer uma (embora não somente) das seguintes expressões:

- Composição max – min: $f_R(x, z) = f_{P \circ Q}(x, z) = \{(x, z), \max_y[\min(f_P(x, y), f_Q(y, z))]\}$
- Composição max – produto: $f_R(x, z) = f_{P \circ Q}(x, z) = \{(x, z), \max_y[(f_P(x, y)f_Q(y, z))]\}$

Aplique-se, por exemplo, a composição max – min ao cálculo do elemento (x_1, z_2) de R :

$$\begin{aligned} f_R(x_1, z_2) &= f_{P \circ Q}(x, z) = \{(x_1, z_2), \max_y[\min(f_P(x_1, y), f_Q(y, z_2))]\} \\ &= \{(x_1, z_2), \max[\min(f_P(x_1, y_1), f_Q(y_1, z_2)), \min(f_P(x_1, y_2), f_Q(y_2, z_2)) \\ &\quad \min(f_P(x_1, y_3), f_Q(y_3, z_2)), \min(f_P(x_1, y_4), f_Q(y_4, z_2))]\} \\ &= \{(x_1, z_2), \max[\min(0, 0), \min(1, 0), \min(0, 1), \min(1, 0)]\} \\ &= \{(x_1, z_2), \max[0, 0, 0, 0]\} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Um maneira prática de realizar as operações acima consiste em se efetuar a "multiplicação" das matrizes relacionais, tomando o cuidado de substituir cada multiplicação pela operação min e cada adição pelo operador max. Se, em vez de min, for empregado o produto, o resultado será o mesmo.

A composição de relações nebulosas é definida de maneira análoga à apresentada acima; a expressão para a função de pertinência resultante da composição de duas relações nebulosas com um

conjunto nebuloso em comum é generalizada para:

$$\mu_R(x, z) = \mu_{P \circ Q}(x, z) = \sup_y [\mu_P(x, z) \star \mu_Q(y, z)] \quad (\text{A.21})$$

onde a norma-T (representada por \star) é normalmente o min ou o *produto*, embora seja permitido usar outras normas-T. No caso de universos finitos, a operação *sup* é o *maximum*.

Exemplo:

Sejam os conjuntos de estudantes $X = \{\text{Maria, João, Pedro}\}$, de características de cursos $Y = \{\text{teoria(t), aplicação(a), hardware(h), programação(p)}\}$, e de cursos $Z = \{\text{lógica nebulosa (LF), controle nebuloso (CF), redes neurais (RN), sistemas especialistas (SE)}\}$. Os interesses dos estudantes (em termos das características em Y) são representados pela matriz relacional P , ao passo que as características (Y) dos cursos em Z são dadas pela matriz relacional Q .

$$P(X, Y) = \begin{array}{c} \text{Pedro} \\ \text{Maria} \\ \text{João} \end{array} \begin{array}{cccc} t & a & h & p \\ \left[\begin{array}{cccc} 0.2 & 1.0 & 0.8 & 0.1 \\ 1.0 & 0.1 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.9 & 0.5 & 1.0 \end{array} \right] \end{array}$$

$$Q(Y, Z) = \begin{array}{c} t \\ a \\ h \\ p \end{array} \begin{array}{cccc} LF & CF & RN & SE \\ \left[\begin{array}{cccc} 1.0 & 0.5 & 0.6 & 0.1 \\ 0.2 & 1.0 & 0.8 & 0.8 \\ 0 & 0.3 & 0.7 & 0 \\ 0.1 & 0.5 & 0.8 & 1.0 \end{array} \right] \end{array}$$

A composição max – min de P e Q pode servir de auxílio aos estudantes na escolha dos cursos:

$$P \circ Q = \begin{array}{c} \text{Pedro} \\ \text{Maria} \\ \text{João} \end{array} \begin{array}{cccc} LF & CF & RN & SE \\ \left[\begin{array}{cccc} 0.2 & 1.0 & 0.8 & 0.8 \\ 1.0 & 0.5 & 0.6 & 0.5 \\ 0.5 & 0.9 & 0.8 & 1.0 \end{array} \right] \end{array}$$

A composição *max-produto* proporcionaria o mesmo resultado nesse exemplo, mas isso não pode ser generalizado - e se constitui numa diferença significativa entre composições de relações não-nebulosas e nebulosa.

Considere-se agora o caso especial em que a relação P é um conjunto nebuloso apenas, de forma, que, em vez de $\mu_P(x, y)$, tem-se $\mu_P(x)$. Isso é equivalente a se ter $X = Y$ e a composição torna-se somente uma função de z , denotada pela seguinte função de pertinência:

$$\mu_R(z) = \sup_x [\mu_P(x) \star \mu_Q(x, z)] \quad (\text{A.22})$$

Do ponto de vista operacional, tem-se a "multiplicação" de um vetor por uma matriz, observando-se as substituições adequadas de operadores; o resultado é um vetor. Esse é um resultado fundamental para o desenvolvimento de um sistema de inferência nebuloso.

A.1.8 Proposições Nebulosas

Uma frase da forma Π é A , onde P é o nome de uma variável linguística e A é um conjunto nebuloso definido no universo de discurso X de Π , é chamada de proposição nebulosa. No caso mais geral de uma proposição nebulosa n -ária, a representação se dá através do produto cartesiano das variáveis linguísticas e da utilização de relações nebulosas.

Proposições nebulosas podem ser combinadas por meio de diferentes operadores, como, por exemplo, os conectivos lógicos *e* e *ou*, a negação *no* e o operador de implicação *se...então*; as proposições nebulosas daí resultantes podem ser descritas em termos de relações nebulosas.

Em geral, o conectivo *e* é usado com variáveis em diferentes universos, enquanto que o conectivo *ou* conecta valores linguísticos de uma mesma variável, os quais estão no mesmo universo. Quando o conectivo *ou* é empregado para conectar variáveis em uma sentença do tipo *se...então*, ele pode ser usado com duas variáveis diferentes. Por exemplo: *se a pressão é alta ou a velocidade é rápida, então o controle é zero*.

A operação *não* é considerada como semanticamente sinônima da negação em linguagem natural:

$$A = \{\mu_A(x)/x\} \Rightarrow \text{não } A = \{(1 - \mu_A(x))/x\} \quad (\text{A.23})$$

Exemplo:

Pressão é não alta.

Considerem-se:

- Variáveis linguísticas de nomes x e y , definidas nos universos X e Y , respectivamente;
- Conjuntos nebulosos A e B , definidos nos universos X e Y , respectivamente;
- Proposições nebulosas : $\begin{cases} x \text{ é } A \\ y \text{ é } B \end{cases}$

Conectando-se essas proposições através do conectivo *ou*, tem-se a proposição nebulosa (x é A) ou (y é B), que pode ser expressa por uma relação nebulosa $R_{A \text{ ou } B}$, cuja função de pertinência é dada por $\mu_{R_{A \text{ ou } B}}(x, y) = \mu_A(x) \cup \mu_B(y)$. Caso as proposições sejam conectadas por *e*, a função de pertinência da relação $R_{A \text{ e } B}$ é dada por $\mu_{R_{A \text{ e } B}}(x, y) = \mu_A(x) \star \mu_B(y)$. Esclarecendo, o operador usado para representar o conectivo *ou* é normalmente uma co-norma-T, enquanto que uma norma-T é utilizada na representação do conectivo *e*.

O operador *se . . . então* é também conhecido como declaração condicional nebulosa e descreve a dependência do valor de uma variável linguística em relação ao valor de outra. Em muitas aplicações, essas declarações condicionais são simplesmente denominadas regras linguísticas, constituindo-se em frases da forma *se x é A então y é B*. Uma frase desse tipo é normalmente denominada implicação e é representada por uma relação $R_{A \text{ B } \textcircled{R}}$, expressa pela função de pertinência:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = f_{\rightarrow}(\mu_A(x), \mu_B(y)), \quad (\text{A.24})$$

onde f_{\rightarrow} é o operador de implicação.

Quando uma declaração condicional apresenta mais do que uma variável antecedente (x é A), as diversas variáveis são geralmente combinadas por meio do conectivo *e*:

$$\text{se } (x_1 \text{ é } A_1) \text{ e } (x_2 \text{ é } A_2) \text{ e } \dots \text{ e } (x_m \text{ é } A_m) \text{ então } (y \text{ é } B) \quad (\text{A.25})$$

que pode ser representada por uma relação expressa pela seguinte função de pertinência:

$$\mu_{R_{A_1 A_2 \dots A_m \text{ B}}}(x_1, x_2, \dots, y) = f_{\rightarrow}(f_e(\mu_{A_1}(x_1), \mu_{A_2}(x_2), \dots, \mu_{A_m}(x_m)), \mu_B(y)) \quad (\text{A.26})$$

onde f_e é o operador (geralmente *min* ou *produto*) que representa o conectivo *e*.

Várias declarações podem ser combinadas por meio do conectivo *ou*:

$$R^1 : \text{ se } (x \text{ é } A^1) \text{ então } (y \text{ é } B^1) \text{ ou}$$

$$\begin{aligned}
R^2 & : \text{ se } (x \text{ é } A^2) \text{ então } (y \text{ é } B^2) \text{ ou} \\
& \vdots \\
R^n & : \text{ se } (x \text{ é } A^n) \text{ então } (y \text{ é } B^n)
\end{aligned} \tag{A.27}$$

A função de pertinência do conjunto R^N de declarações é:

$$\begin{aligned}
\mu_{R^N}(x, y) & = f_{ou}[\mu_{R^1}(x, y), \mu_{R^2}(x, y), \dots, \mu_{R^n}(x, y)] \\
& = f_{ou}[f_{\rightarrow}(\mu_{A^1}(x), \mu_{B^1}(y)), f_{\rightarrow}(\mu_{A^2}(x), \mu_{B^2}(y)), \dots, f_{\rightarrow}(\mu_{A^n}(x), \mu_{B^n}(y))]
\end{aligned} \tag{A.28}$$

Observe-se a distinção feita nas notações para o caso de se ter mais de um antecedente e para a existência de várias frases do tipo se . . . então. Na primeira situação, têm-se várias variáveis, cada uma delas com seus valores, e apenas um valor (B) para o conseqüente ($y \text{ é } B$). Na segunda, a variável é a mesma em todos os antecedentes e os valores da variável do conseqüente são distintos.

A.2 Lógica Nebulosa

Conforme visto, regras são expressas através de implicações lógicas da forma se . . . então, representando uma relação $R_{A \rightarrow B}$ entre um ou mais antecedentes e um ou mais conseqüentes. A função de pertinência associada a essa relação é definida por intermédio do operador de implicação f_{\rightarrow} , que deve ser escolhido apropriadamente. O conceito de implicação está relacionado a um ramo da matemática conhecido como lógica proposicional, que é isomórfica à teoria dos conjuntos, sendo que ambas são isomórficas à álgebra booleana.

Para estabelecer o conceito de implicação na lógica nebulosa, é feita a seguir uma pequena revisão de lógica proposicional, para, em seqüência, passar à Lógica Nebulosa propriamente dita.

A.2.1 Lógica Tradicional e Inferência

Na lógica tradicional, lida-se com proposições, que podem ser verdadeiras ou falsas. As combinações de proposições (p e q , a seguir), para formar novas proposições, são efetuadas a partir de três operações básicas:

- conjunção ($p \wedge q$): estabelece a verdade simultânea de 2 proposições p e q ;
- disjunção ($p \vee q$): serve para estabelecer a verdade de uma ou de ambas as proposições;

- implicação ($p \rightarrow q$): regra se . . . então.

São também utilizadas:

- negação ($\sim p$): para se dizer "é falso que . . ."
- equivalência ($p \leftrightarrow q$): significa que p e q são ambos verdadeiros ou falsos

Na lógica proposicional, proposições não relacionadas entre si podem ser combinadas para formar uma implicação, e não se considera nenhuma relação de causalidade, tão presente no mundo real e em aplicações em engenharia. Para determinar quando a implicação é verdadeira ou falsa, pode ser interessante formulá-la da seguinte forma: p é condição suficiente para q , i.e, se p for verdadeira, q também o será (basta a verdade de p para que q seja verdadeira). Com base nisto, verifica-se que, se a verdade de p se fizer seguir da de q , a implicação é verdadeira. Se p é verdadeira e q é falsa, i.e., p não é suficiente para q , a implicação é falsa. Quando a condição p não é satisfeita (p é falsa), não há uma maneira direta de se avaliar a implicação; assim, estipula-se que ela é verdadeira sempre que o antecedente for falso.

As relações entre proposições são normalmente mostradas através de uma tabela verdade; as tabelas verdade para conjunção, disjunção, implicação, equivalência e negação, que constituem axiomas fundamentais da lógica proposicional, estão mostradas na Tab.A.1, onde V significa *verdadeiro* e F , *falso*.

Tab. A.1: Tabelas verdade para cinco operações fundamentais de lógica.

| p | q | $p \wedge q$ | $p \vee q$ | $p \rightarrow q$ | $p \leftrightarrow q$ | $\sim p$ |
|-----|-----|--------------|------------|-------------------|-----------------------|----------|
| V | V | V | V | V | V | F |
| V | F | F | V | F | F | F |
| F | V | F | V | V | F | V |
| F | F | F | F | V | V | V |

Exemplo:

Apesar da implicação, na lógica proposicional, não considerar a causalidade, é possível "confirmar" sua tabela verdade com situações do dia-a-dia. Considere-se, por exemplo, a declaração condicional "se eu estiver bem de saúde (p), então irei à escola (q)". A questão é: quando é que essa declaração é falsa? As situações possíveis são:

- $p = V$ (estou bem de saúde) e $q = V$ (fui à escola): promessa cumprida (declaração verdadeira);

- $p = V$ (estou bem de saúde) e $q = F$ (não fui à escola): promessa violada (declaração falsa);
- $p = F$ (não estou bem de saúde) e $q = V$ (fui à escola): promessa (de ir à escola) cumprida (declaração verdadeira);
- $p = F$ (não estou bem de saúde) e $q = F$ (não fui à escola): promessa não violada (declaração verdadeira).

Um outro exemplo de uma implicação ser verdadeira, mesmo que as premissas sejam falsas, é "se 3 é um quadrado perfeito, então 3 não é primo". Obviamente, o número primo 3 não é um quadrado perfeito, mas a declaração é verdadeira, caso se considere que quadrados perfeitos não podem ser números primos.

Uma afirmação bastante ouvida no dia-a-dia é: "se isto (algo extraordinário ou inusitado) realmente aconteceu, então eu sou o papa". Esse tipo de expressão é uma maneira de se afirmar a falsidade do antecedente, ou seja, se a falsidade existe mesmo, então qualquer coisa pode ocorrer (inclusive "eu ser o papa"). Portanto, antecedentes falsos criam implicações verdadeiras.

Uma tautologia é uma proposição sempre verdadeira, formada a partir da combinação de outras proposições. As tautologias de maior interesse no âmbito desta discussão são:

$$\begin{aligned} (p \rightarrow q) &\leftrightarrow \sim [p \wedge (\sim q)] \\ (p \rightarrow q) &\leftrightarrow \sim [(\sim p) \vee q] \end{aligned} \tag{A.29}$$

conforme demonstrado na Tab.A.2.

Tab. A.2: Provas de equivalências.

| p | q | $p \rightarrow q$ | $\sim q$ | $p \wedge (\sim q)$ | $\sim [p \wedge (\sim q)]$ | $\sim p$ | $(\sim p) \vee q$ |
|-----|-----|-------------------|----------|---------------------|----------------------------|----------|-------------------|
| V | V | V | F | F | V | F | V |
| V | F | F | V | V | F | F | F |
| F | V | V | F | F | V | V | V |
| F | F | V | V | F | V | V | V |

Algumas das equivalências mais importantes entre lógica, teoria dos conjuntos e álgebra booleana são mostradas na Tab.A.3.

Vale lembrar que, na teoria clássica de conjuntos, a função característica pode assumir apenas 2 valores (1 ou 0, indicando pertinência ou não, respectivamente), observando as equivalências acima

Tab. A.3: Equivalências entre lógica, teoria dos conjuntos e álgebra booleana.

| Lógica | Teoria dos Conjuntos | Álgebra Booleana |
|-------------------|----------------------|------------------|
| \wedge | \cap | \times |
| \vee | \cup | $+$ |
| \sim | $'$ | $'$ |
| V | | 1 |
| F | | 0 |
| \leftrightarrow | | = |

entre lógica, teoria dos conjuntos e álgebra booleana e, utilizando as duas tautologias já mencionadas, podem ser obtidas as seguintes funções características para a implicação (denotadas por $f_{p \rightarrow q}(x, y)$):

$$\begin{aligned}
 (p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim [p \wedge (\sim q)] & : f_{p \rightarrow q}(x, y) = 1 - \min[f_p(x), 1 - f_q(y)] \\
 (p \rightarrow q) \leftrightarrow \sim [(\sim p) \vee q] & : f_{p \rightarrow q}(x, y) = \max[1 - f_p(x), f_q(y),] \quad (A.30)
 \end{aligned}$$

Isso é demonstrado na Tab.A.4, construída com base na Tab.A.2, fazendo-se os lógicos V e F corresponderem aos booleanos 1 e 0):

Tab. A.4: Validação das equivalências da Tab.A.2.

| $f_p(x)$ | $f_q(y)$ | $1 - f_p(x)$ | $1 - f_q(y)$ | $\max[1 - f_p(x), f_q(y)]$ | $1 - \min[f_p(x), 1 - f_q(y)]$ |
|----------|----------|--------------|--------------|----------------------------|--------------------------------|
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Existem inúmeras outras funções características para implicação, não necessariamente fazendo uso dos operadores max e min aqui utilizados.

Na lógica proposicional, há dois tipos importantes de mecanismos (ou regras) de inferência: Modus Ponens e Modus Tollens. O primeiro é de grande relevância para aplicações em engenharia e, portanto, é apresentado a seguir:

Premissa 1 : $x \text{ é } A$

Premissa 2 : se $(x \text{ é } A)$ então $(y \text{ é } B)$

Consequência : $y \text{ é } B$

O Modus Ponens é associado à implicação A implica em B ($A \rightarrow B$); usando-se as proposições p e q , pode ser expresso como $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$.

A.2.2 Lógica Nebulosa

Os conceitos de lógica nebulosa nasceram inspirados na lógica tradicional, embora modificações tenham se tornado necessárias para adaptá-los aos requisitos de aplicações em engenharia.

A extensão da lógica tradicional para a lógica nebulosa foi efetuada através da simples substituição das funções características (ou funções de pertinência bivalentes) da primeira por funções de pertinência nebulosas, à semelhança da extensão de conjuntos ordinários para conjuntos nebulosos. Assim, a declaração condicional se $(x \text{ é } A)$, então $(y \text{ é } B)$ tem uma função de pertinência $\mu_{A \rightarrow B}(x, y)$ que mede o grau de verdade da relação de implicação entre x e y .

Exemplos de $\mu_{A \rightarrow B}(x, y)$, obtidos pela simples extensão de funções de pertinência bivalentes da lógica proposicional para a lógica nebulosa, são:

$$\begin{aligned}\mu_{A \rightarrow B}(x, y) &= 1 - \min[\mu_A(x), 1 - \mu_B(y)] \\ \mu_{A \rightarrow B}(x, y) &= \max[1 - \mu_A(x), \mu_B(y)]\end{aligned}\tag{A.31}$$

Quanto à inferência, o Modus Ponens é estendido para o Modus Ponens Generalizado, descrito da seguinte forma:

Premissa 1 : $x \text{ é } A^*$

Premissa 2 : se $(x \text{ é } A)$ então $(y \text{ é } B)$

Consequência : $y \text{ é } B^*$

No Modus Ponens Generalizado, o conjunto nebuloso A^* não é necessariamente o mesmo que A (antecedente da regra), assim como B^* não é necessariamente o mesmo que o conseqüente B . Na lógica clássica, uma regra será "disparada" somente se a Premissa 1 for exatamente o antecedente da regra, e o resultado será exatamente o conseqüente dessa regra. Na lógica nebulosa, uma regra será disparada se houver um grau de similaridade diferente de zero entre a Premissa 1 e o antecedente da regra; o resultado será um conseqüente com grau de similaridade não nulo em relação ao conseqüente da regra.

Formalmente, a função de pertinência do conseqüente, $\mu_{B^*}(y)$, é obtida a partir do conceito de regra de inferência composicional $B^* = A^* \circ R$, na qual a conexão entre as duas proposições é representada explicitamente por uma relação R . O Modus Ponens Generalizado (onde a relação nebulosa é representada de modo implícito pela regra se . . . então) é um caso especial dessa regra,

embora os dois nomes sejam frequentemente empregados como "sinônimos".

A questão pode ser recolocada como: dada uma relação entre duas variáveis nebulosas, qual o consequente para um dado antecedente? Isso é equivalente a se considerar duas proposições nebulosas: uma simples, correspondendo a um fato, e outra correspondendo a uma regra nebulosa. O Modus Ponens Generalizado pode ser visto, então, como uma composição nebulosa, em que a primeira relação é meramente um conjunto nebuloso. Utilizando a expressão já vista para a composição de um conjunto nebuloso comum à relação nebulosa (subseção A.1.7), tem-se:

$$\mu_{B^*}(y) = \sup_{x \in A^*} [\mu_{A^*}(x) \star \mu_R(x, y)] \quad (\text{A.32})$$

Como R é uma relação de implicação, a expressão acima pode ser reescrita como:

$$\mu_{B^*}(y) = \sup_{x \in A^*} [\mu_{A^*}(x) \star \mu_{A \rightarrow B}(x, y)] \quad (\text{A.33})$$

A.2.3 Exemplo:

Considerem-se dois conjuntos nebulosos A e B , em universos discretos e finitos X e Y , respectivamente, cujas funções de pertinência (expressas pelos graus de pertinência de cada um dos elementos dos universos) são:

$$\mu_A(x) = \{0; 0, 2; 0, 7; 1; 0, 4; 0\} \quad \mu_B(y) = \{0, 3; 0, 8; 1; 0, 5; 0\} \quad (\text{A.34})$$

Supondo que a relação de implicação entre A e B seja dada por:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \max[1 - \mu_A(x), \mu_B(y)] \quad (\text{A.35})$$

tem-se:

$$\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = \begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 0.8 & 0.8 & 1.0 & 0.8 & 0.8 \\ 0.3 & 0.8 & 1.0 & 0.5 & 0.3 \\ 0.3 & 0.8 & 1.0 & 0.5 & 0 \\ 0.6 & 0.8 & 1.0 & 0.6 & 0.6 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.36})$$

Como os universos são discretos e finitos, a operação sup torna-se max e a função de pertinência do conseqüente fica:

$$\mu_{B^*}(y) = \max_{x \in A^*} [\mu_{A^*}(x) \star \mu_{A \rightarrow B}(x, y)] \quad (\text{A.37})$$

Se A^* for dado pela função de pertinência $\mu_{A^*}(x) = \{0; 0, 3; 0, 8; 1; 0, 7; 0, 2\}$, e, utilizando-se o min para a norma-T, tem-se:

$$\mu_{B^*}(y) = \left[\begin{array}{l} \max(0 \wedge 1; 0, 3 \wedge 0, 8; 0, 8 \wedge 0, 3; 1 \wedge 0, 3; 0, 7 \wedge 0, 6; 0, 2 \wedge 1); \\ \max(0 \wedge 1; 0, 3 \wedge 0, 8; 0, 8 \wedge 0, 8; 1 \wedge 0, 8; 0, 7 \wedge 0, 8; 0, 2 \wedge 1); \\ \max(0 \wedge 1; 0, 3 \wedge 1; 0, 8 \wedge 1; 1 \wedge 1; 0, 7 \wedge 1; 0, 2 \wedge 1); \\ \max(0 \wedge 1; 0, 3 \wedge 0, 8; 0, 8 \wedge 0, 5; 1 \wedge 0, 5; 0, 7 \wedge 0, 6; 0, 2 \wedge 1); \\ \max(0 \wedge 1; 0, 3 \wedge 0, 8; 0, 8 \wedge 0, 3; 1 \wedge 0; 0, 7 \wedge 0, 6; 0, 2 \wedge 1) \end{array} \right] \quad (\text{A.38})$$

$$\mu_{B^*}(y) = \left[\begin{array}{l} \max(0; 0, 3; 0, 3; 0, 3; 0, 6; 0, 2); \\ \max(0; 0, 3; 0, 8; 0, 8; 0, 7; 0, 2); \\ \max(0; 0, 3; 0, 8; 1; 0, 7; 0, 2); \\ \max(0; 0, 3; 0, 5; 0, 5; 0, 6; 0, 2); \\ \max(0; 0, 3; 0, 3; 0; 0, 6; 0, 2) \end{array} \right] = \{0, 6; 0, 8; 1; 0, 6; 0, 6\} \quad (\text{A.39})$$

Caso se utilizasse min para a implicação, o resultado seria: $\mu_{B^*}(y) = \{0, 3; 0, 8; 1; 0, 5; 0\}$, que é circunstancialmente idêntico à função de pertinência de B .

É muito comum, em aplicações, ter-se como "informação" dados (ou entradas) não-nebulosas, i.e.

$$\mu_{A^*}(x) = \begin{cases} 1, & \text{para } x = x' \\ 0, & \text{para todo outro } x \in X \end{cases} \quad (\text{A.40})$$

Fazendo uso do exemplo acima, uma entrada não-nebulosa poderia ser representada pela seguinte função de pertinência, por exemplo: $\mu_{A^*}(x) = \{0; 0; 1; 0; 0; 0\}$, o que proporcionaria o seguinte resultado:

$$\mu_{B^*}(y) = \left[\begin{array}{l} \max(0 \wedge 1; 0 \wedge 0, 8; 1 \wedge 0, 3; 0 \wedge 0, 3; 0 \wedge 0, 6; 0 \wedge 1); \\ \max(0 \wedge 1; 0 \wedge 0, 8; 1 \wedge 0, 8; 0 \wedge 0, 8; 0 \wedge 0, 8; 0 \wedge 1); \\ \max(0 \wedge 1; 0 \wedge 1; 1 \wedge 1; 1 \wedge 1; 0 \wedge 1; 0 \wedge 1); \\ \max(0 \wedge 1; 0 \wedge 0, 8; 1 \wedge 0, 5; 0 \wedge 0, 5; 0 \wedge 0, 6; 0 \wedge 1); \\ \max(0 \wedge 1; 0 \wedge 0, 8; 1 \wedge 0, 3; 0 \wedge 0; 0 \wedge 0, 6; 0 \wedge 1) \end{array} \right] = \{0, 3; 0, 8; 1; 0, 5; 0, 3\} \quad (\text{A.41})$$

Na realidade, quando se tem uma entrada não-nebulosa, é possível efetuar uma simplificação na expressão para $\mu_{B^*}(y)$. Como $x \neq 0$ apenas em um ponto ($x = x'$), a operação sup torna-se desnecessária e, em consequência:

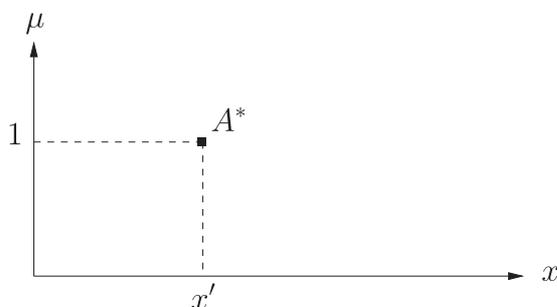
$$\mu_{B^*}(y) = [\mu_{A^*}(x') \star \mu_{A \rightarrow B}(x', y)] = [1 \star \mu_{A \rightarrow B}(x', y)] = \mu_{A \rightarrow B}(x', y) \quad (\text{A.42})$$

Utilizando esse resultado e refazendo o exemplo (mantendo a mesma implicação e ainda com $\mu_{A^*}(x) = \{0; 0; 1; 0; 0; 0\}$, verifica-se que o procedimento é bem mais simples. Basta observar que $\mu_A(x') = 0,7$ [i.e. $(1 - \mu_A(x') = 0,3)$] e substituir na expressão:

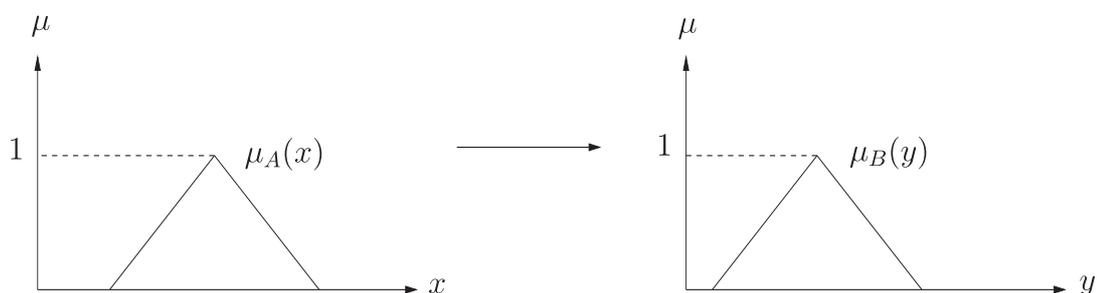
$$\begin{aligned} \mu_{B^*}(x, y) &= [\mu_{A \rightarrow B}(x', y) = \max[1 - \mu_A(x'), \mu_B(y)] \\ \mu_{B^*}(x, y) &= \{0, 3 \vee \{0, 3; 0, 8; 1; 0, 5; 0\}\} = \{0, 3; 0, 8; 1; 0, 5; 0, 3\} \end{aligned} \quad (\text{A.43})$$

Considere-se, agora, a implicação $\mu_{A \rightarrow B}(x, y) = 1 - \min[\mu_A(x), 1 - \mu_B(y)]$ e conjuntos nebulosos A e B , representados por funções de pertinência triangulares, em universos contínuos. O consequente será dado pela função de pertinência $\mu_{B^*}(y) = 1 - \min[\mu_A(x'), 1 - \mu_B(y)]$. As operações acima podem ser representadas graficamente como:

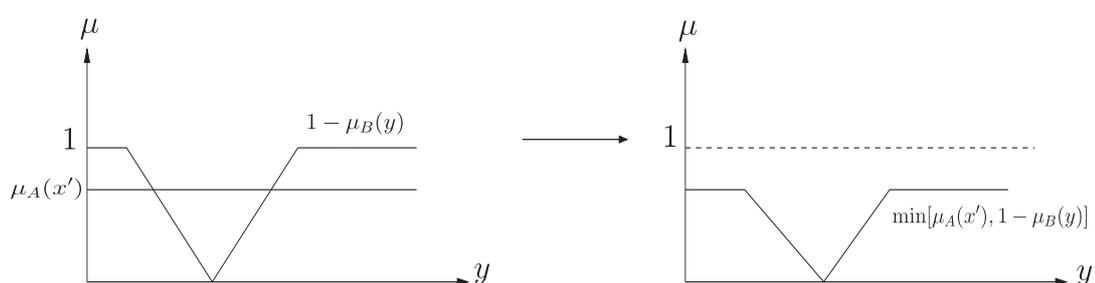
Premissa 1 (informação ou entrada):



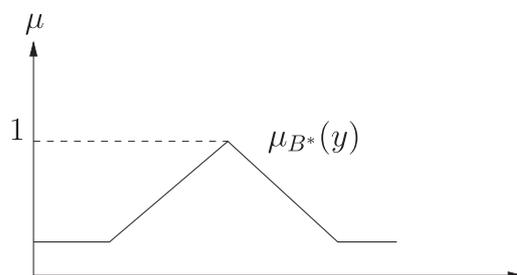
Regra (implicação): se A então B



Operações (passo a passo), observando que $\mu_A(x') < 1$:



Resultado final (consequente ou saída):



Para a implicação considerada, observa-se que o resultado de uma regra específica, cujo consequente é associado a um conjunto nebuloso com suporte finito, é um conjunto nebuloso com suporte infinito. Esse comportamento, que é notado também para outras implicações, viola o senso comum de importância em aplicações de engenharia.

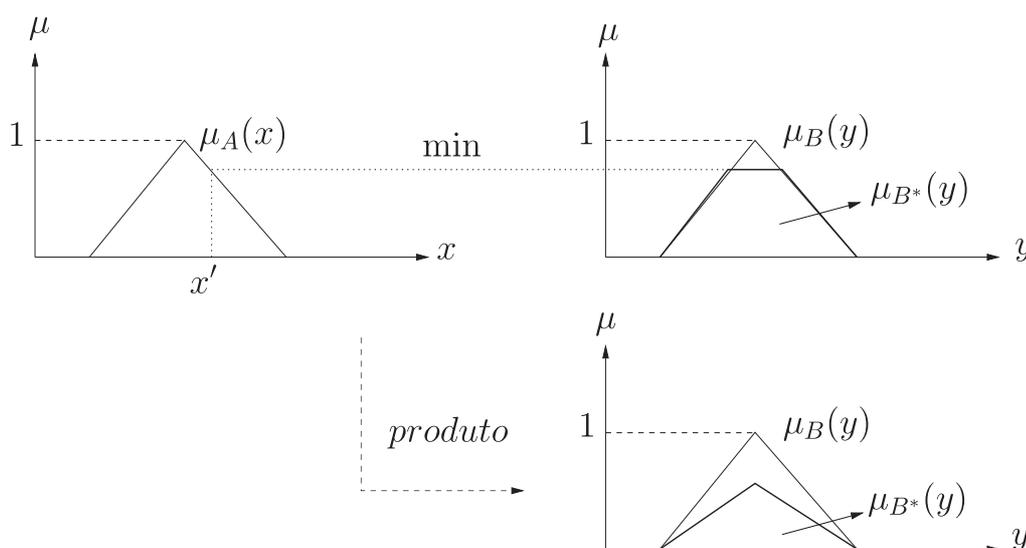
Esse exemplo pode ser repetido para outras implicações e o problema aqui apresentado persiste. Verifica-se, portanto, que a utilização de implicações inspiradas na lógica tradicional pode levar a conclusões sem muito sentido quando o enfoque é de aplicações em engenharia, em que a noção de causa e efeito tem um papel relevante. Em virtude disso, a necessidade fez com que fossem definidas outras implicações, mesmo rompendo o vínculo com a lógica proposicional.

Os primeiros problemas de aplicação de lógica nebulosa situaram-se na área de Controle, quando foram definidas as implicações *min* e *produto*, que têm sido, desde então, as mais usadas em engenharia. A tabela verdade dessas implicações, em lógica proposicional tradicional, mostra que a

implicação é verdadeira somente quando ambos o antecedente e o conseqüente forem verdadeiros (como a tabela verdade de e). O uso da implicação min fornece como resultado:

$$\mu_{B^*}(y) = \mu_A(x') \wedge \mu_B(y) \quad (\text{A.44})$$

Considerando funções de pertinência triangulares, por exemplo, a função de pertinência $\mu_{B^*}(y)$ terá uma forma trapezoidal, conforme pode ser visto na figura abaixo.



O uso da implicação produto fornece a função de pertinência $\mu_{B^*}(y)$ também mostrada na figura. Com ambas as implicações, $\mu_{B^*}(y)$ corresponde a um conjunto nebuloso associado exatamente com o conseqüente da regra e com suporte finito. Além disso, pode ser verificado que $\mu_{B^*}(y) = 0$ para todo $x \neq x'$, o que é muito mais condizente com aplicações em engenharia.

O grau de pertinência de x' em A estabelece o grau de ativação de uma determinada regra. Quanto mais a entrada for compatível com o antecedente da regra, mais peso terá o seu conseqüente no resultado final. Se $\mu_A(x') = 1$, indicando "compatibilidade total" de x' com A , B^* será o próprio conjunto B .

Foi visto na subseção A.1.8 que vários antecedentes conectados por e , assim como sentenças linguísticas (ou regras) conectadas por ou , podem ser traduzidas matematicamente por meio do instrumental de lógica nebulosa (faz-se uso dos operadores f_e , f_{ou} e f_{\rightarrow}). Quanto ao operador de implicação, a extensão da lógica proposicional para a lógica nebulosa e as subseqüentes discussões sobre a necessidade de, em aplicações, preservar-se a noção de causa e efeito, fornecem elementos suficientes para se realizar uma boa escolha. Apesar de min e $produto$ serem efetivamente os mais empregados em aplicações, muitos outros operadores de implicação têm sido sugeridos na literatura de lógica

nebulosa. De uma maneira geral, usam-se normas-T em associação com a implicação. Quanto aos operadores f_e e f_{ou} , normalmente utilizam-se normas-T (particularmente min) em associação com o primeiro, e co-normas-T (particularmente max) em associação com o segundo. No Modus Ponens Generalizado, a norma-T mais utilizada é min, dando origem à regra de inferência max – min (ou sup – min).

Apêndice B

Análise de estabilidade relativa

Neste apêndice, apresentam-se critérios de estabilidade baseados nas definições das margem de ganho e fase, considerados nesta tese como especificações de robustez para a obtenção de controladores robustos. Para uma leitura mais completa sobre essas margens recomendam-se as seguintes referências: [57], [132], [29], [112].

B.1 Introdução

Um sistema de controle, mesmo nominalmente estável, poderá não ser estável quando for implementado na prática, pois o modelo da planta possui incertezas não consideradas na modelagem. Nesse caso, é desejável assegurar margens de segurança para a estabilidade.

B.2 Margens de Ganho e Fase

Seja uma planta $P(s)$ que poderá ser afetada por uma variação de ganho proporcional e por um atraso T . Nesse caso, pode-se escrever a malha aberta como

$$G(s) = Ke^{-sT}P(s), \quad (\text{B.1})$$

e a malha fechada com realimentação unitária será

$$T(s) = \frac{Ke^{-sT}P(s)}{1 + Ke^{-sT}P(s)}. \quad (\text{B.2})$$

A equação característica nesse caso é

$$1 + Ke^{-sT}P(s) = 0 \quad \Rightarrow \quad Ke^{-sT}P(s) = -1. \quad (\text{B.3})$$

É possível escrever $P(s)$ em termos de módulo e ângulo,

$$P(s) = |P(s)|e^{j\phi}. \quad (\text{B.4})$$

A equação característica também pode ser escrita em termos de módulo e ângulo. Nesse caso, tem-se que

$$|KP(s)| = 1, \quad (\text{B.5})$$

e

$$\angle e^{-sT}e^{j\phi} = -180^\circ. \quad (\text{B.6})$$

Considerando o caso de resposta em frequência, $s = j\omega$, tem-se

$$|KP(j\omega)| = 1, \quad (\text{B.7})$$

e

$$\angle e^{-j\omega T}e^{j\phi} = -180^\circ. \quad (\text{B.8})$$

Um ponto que satisfaz a equação característica é um ponto singular da equação da malha fechada, ou seja, uma situação de instabilidade. A frequência de cruzamento de ganho, ω_g , é definida como a aquela em que a equação da amplitude é satisfeita, ou seja,

$$|KP(j\omega_g)| = 1, \quad (\text{B.9})$$

e nesse caso, a diferença angular para satisfazer a segunda equação é a margem de fase. A margem de fase, m_f , corresponde ao menor atraso que o sistema pode ser submetido sem que se torne instável. Seja $\theta = \omega_g T$ e então

$$-\theta + \phi = -180^\circ \quad \Rightarrow \quad \theta = 180^\circ + \phi = m_f. \quad (\text{B.10})$$

A frequência de cruzamento de fase, ω_f , é definida como aquela em que a equação da fase é satisfeita, ou seja,

$$e^{-j\omega_f T} e^{j\phi} = -180^\circ \quad (\text{B.11})$$

e o ganho necessário para satisfazer a equação da amplitude, em dB, é a margem de ganho, m_g , e corresponde ao maior ganho que pode ser embutido ao sistema antes da situação limite da instabilidade, ou seja,

$$\begin{aligned} 20 \log[KP(j\omega_f)] &= 20 \log K + 20 \log[P(j\omega_f)] = 20 \log(1) = 0 \\ 20 \log K &= -20 \log[P(j\omega_f)] = m_g \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

onde m_g é a margem de ganho em dB.

As margens de ganho e de fase de um sistema em malha fechada podem ser obtidas através do respectivo diagrama de Bode da função de malha aberta. Para assegurar boa robustez do sistema é desejável que a margem de ganho seja de pelo menos 6 dB e a margem de fase seja de pelo menos 30° (normalmente busca-se margem de fase na faixa de 30° a 60°).

Apêndice C

Janelas do LabVIEW™ Utilizadas na Construção do Supervisório

Neste apêndice, apresentam-se detalhes de algumas janelas do *software* de projeto LabVIEW™, utilizadas para o desenvolvimento da interface do sistema supervisorio de monitoramento e rastreamento das informações do processo térmico, proposto a ser controlado nesta tese. Para uma leitura mais completa sobre o *software* de projeto LabVIEW™ recomenda-se a seguinte referência: [104].

A Fig. C.1 mostra a janela de trabalho do LabVIEW™ de painel frontal. Nesta janela, há controles como botões, gráficos, entre outros, que permitem fazer a interface de controle e supervisão.

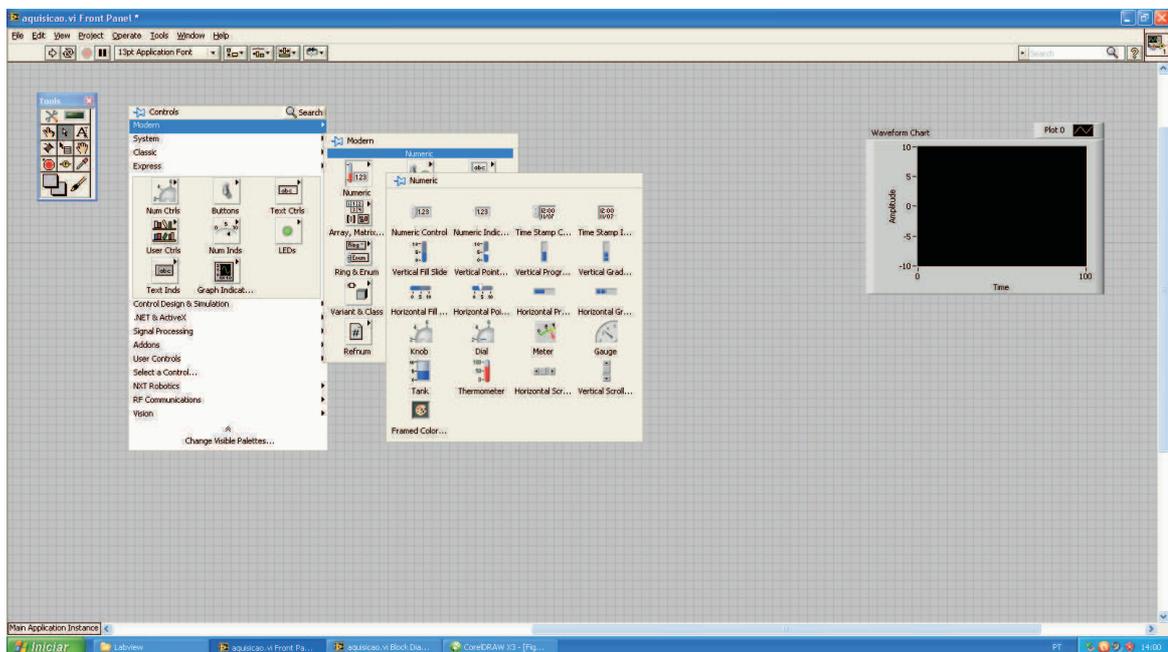


Fig. C.1: Painel Frontal do LabVIEW™

A Fig. C.2 traz a janela de trabalho do LabVIEW™ de diagrama de blocos (“*Block Diagram*”). Nesta janela, encontram-se os elementos de programação (blocos, funções, etc.).

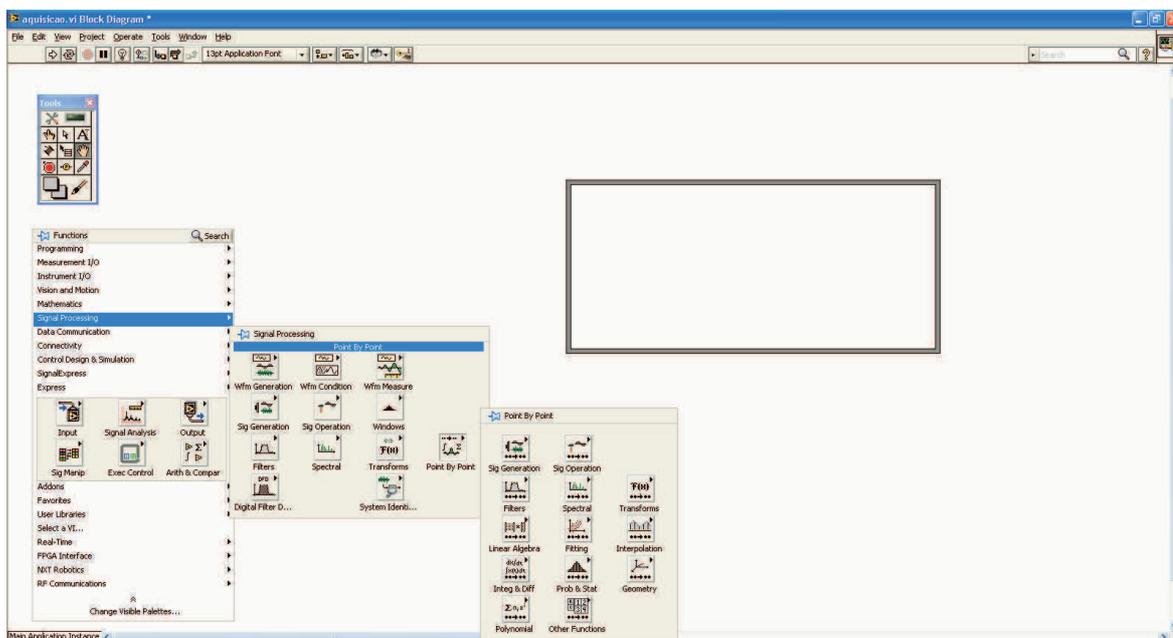


Fig. C.2: Diagrama de blocos do LabVIEW™

Ambas as janelas, mostradas nas Figs. C.2 e C.1, constituem a chamada *VI (Virtual Instrument)*.

A Fig. C.3 exibe a tela do sistema supervisorio, construída a partir das janelas mostradas Figs. C.2 e C.1. Esse sistema supervisorio permite o monitoramento e rastreamento das informações do processo térmico a ser controlado, tais como: sinal de entrada - tensão RMS (em volts) aplicada ao processo térmico; sinal de saída - temperatura (em °C) do processo térmico; ações de controle, entre outras .

A Fig. C.4 mostra a tela de implementação de experimentos no LabVIEW™, utilizada para a obtenção de dados experimentais do processo térmico, entre outras.

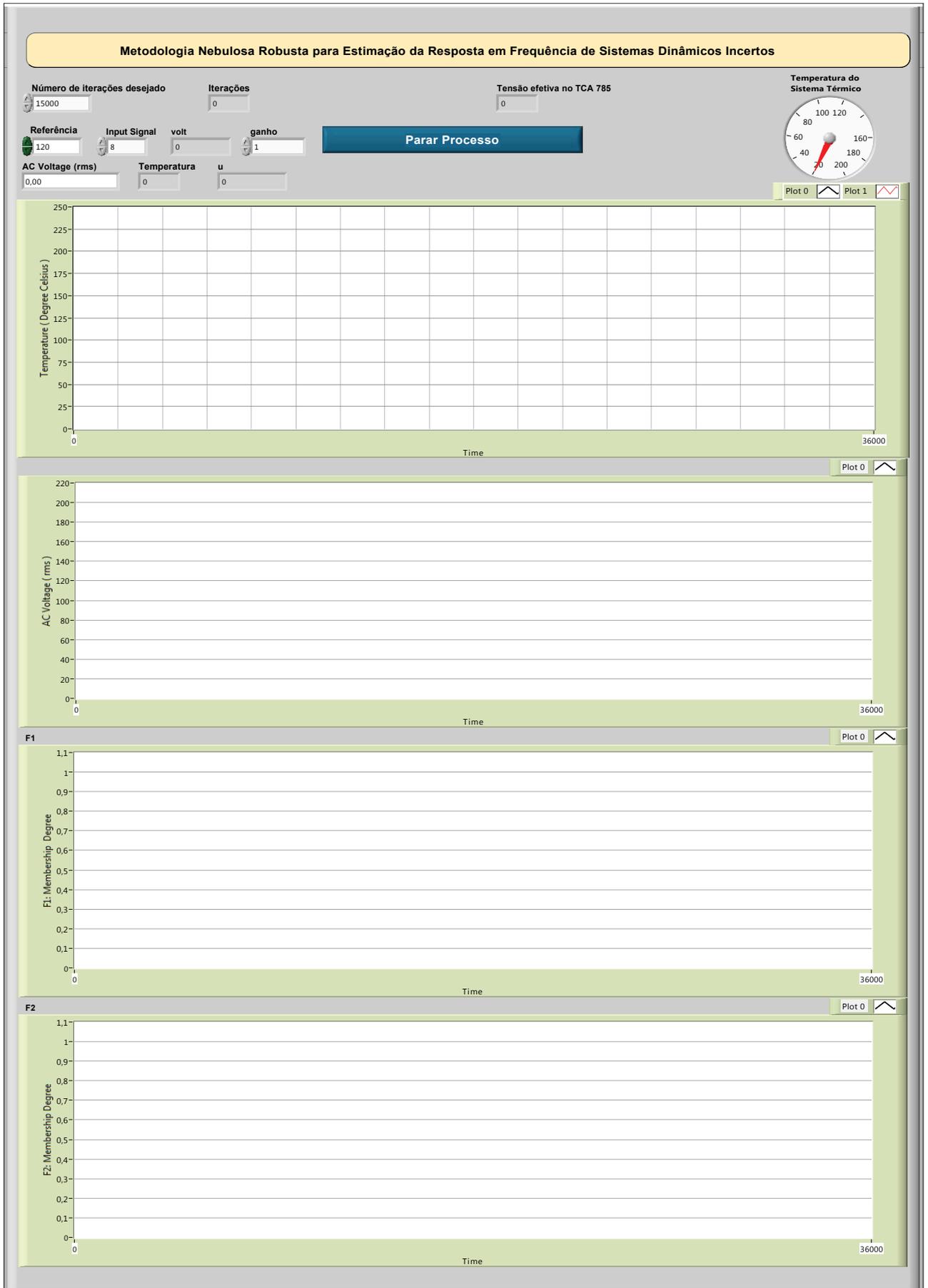


Fig. C.3: Tela do sistema supervisorio.

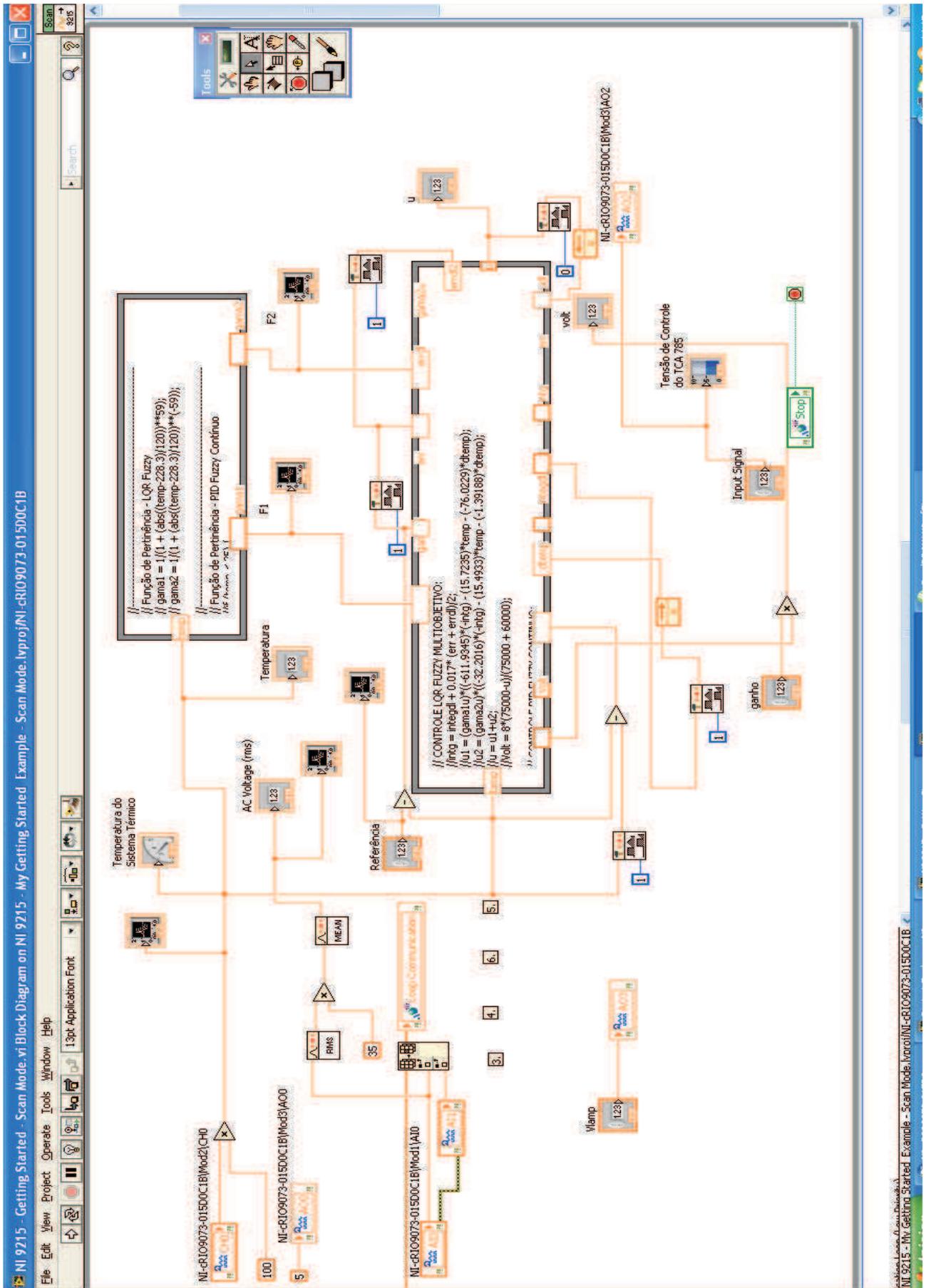


Fig. C.4: Tela de implementação de experimentos no LabVIEW™.